VIRESCIT VVLNERE VIRTVS.

ORONTII FINEI DELPHINATIS, LIBERALIVM DISCIPLINARVM PROFESSORIS REGII,

PROTOMATHESIS:

Opus uarium, ac scitu non minus utile quàm iucundum, nunc primùm in lucem fœliciter emissum.

Cuius index uniuersalis, in uersa pagina continetur.

PARISIIS ANNO

1 5 3 2.

Cum gratia & priuilegio Christianissimi Francorum Regis, ad Decennium.

Hinc Author proprio pingebat marte figuram.

INDEX VNIVERSALIS EORVM QVAE IN HOC CONTINENTVR OPERE.

QVAE QVIDEM OMNIA DECENTIBUS *figuris, ab ipsomet Authore depictis, annotamentisq; marginalibus, & proprio singulorum indice, sunt illustrata.*

πόλλα μωμήσασθαι ῥᾷόν ἐστιν ἢ μιμήσασθαι.

Multa cauillari promptius est, quàm æmulari.

AD CHRISTIANISSIMVM FRANCORVM REGEM FRANCISCVM, EIVSCE NOMINIS PRIMVM: ORONTII FINEI DELPHINATIS,

PRAEFATIO.

FOELICES EOS SEMPER EXIstimare, uel ipso iure cõpellimur, FRANCISCE REX CHRISTIANISS. qui postpositis humanæ fragilitatis illecebris, bonarũ artium studia, tum proprijs, tum emendatis aliorum inuentis & laboribus promouere: uel quæ hominum socordia, inclementiáue temporum, durissimã subiere iacturam, in pristinum candorem et ornatum restituere conantur. Vtpote, quoniam mortali summum uidetur esse decus, mortales hac in parte iuuare. In quoquidem officij nobilissimo genere, hi tantò plus de re merẽtur publica: quantò nobiliores, atq; fœcũdiores moliũtur elucidare disciplinas. Quales sunt ueteres illæ, fideles, ac diuinæ artes: quæ solæ Mathematicæ, hoc est, ueræ disciplinæ, haud immeritò uocitantur. Sunt enim Mathematicæ mediæ inter naturalem seu Physicam auscultationẽ, & supernaturalem siue Metaphysicam (quæ coniecturæ potius, quàm scientiæ dici meruerunt) cum naturali participantes in materia, & cum supernaturali conuenientes in eo, quoniã res easdem, perinde acsi forent à materia seiunctæ considerant. Primum quoq; certitudinis gradum, inter omnes liberalioris Philosophiæ disciplinas obtinent: quoniam ex primis, ac immediatè per sese notis principijs, suã ducunt originẽ. Adeò quidem ut solæ Mathematicæ, medium inter intellectilia sensiliaq; locum adeptæ, puræ, certæ, inuiolabiles, ac stabilis semper essentiæ, ab quouis censendæ sint erudito: quarum excellens decor, ordo, rationum firmitudo, ac inspectionum stabilitas, ad uniuersorum scientiam uiam præbet, & eruditionem. Quod animaduertens Marinus Procli discipulus, cæteras artes Mathematicis similes exoptauit. Plato insuper multa scrutatu difficilia de Deo, Mathematicarũ præsidio plus cæteris Philosophis dogmata cõsequutus: ab ipsis uoluit & sciẽdi modũ, & discendi fore primordiũ. Hinc fertur, nunq̃ in auditores admisisse Mathematicarũ ignaros.

Quanti porrò fecerit eloquentiæ parens Cicero, ipsorum Mathematicorũ dignitatem, ex prooemio de Oratore uel facile colligitur : inquit enim. Quis ignorat iј qui Mathematici uocãtur, quanta in obscuritate rerum, & ꝗ recondita in arte, & subtili, multiplicíꝗ; uersentur? quo tamẽ in genere, ita multi perfecti homines extiterũt, ut nemo studuisse ei scientiæ uehemẽtius uideatur, quin quod uoluerit cõsequutus sit. Ego uerò ausim uel ingenuè profiteri, neminẽ quicquã scire posse, nedum alicuius artis apicem attingere : ni prius Mathematicas didicerit, uel earum saltem puritate delectatus, & allectus fuerit certitudine. Quẽ enim excellentem, probatúmue cuiuspiã facultatis authorẽ dabimus, non Mathematicũ? quẽ uersa uice apertũ Mathematicarũ offendemus inimicũ, nõ stupidũ, uel ingenio crassum, & qui nõ Mathematicã tantũmodò, sed omnem prorsus ignoret Philosophiam?

At uelut in rebus humanis admiranda solet esse uicissitudo, & semper ad deteriora procliuis hominũ imbecillitas : tandẽ effectũ est, ut præstãtes illæ atꝗ; liberales Mathematicæ, quæ sua foecũditate superiora illustrarũt tẽpora, in maximũ reipublicæ atꝗ; literariæ detrimentũ, etiã (superis ita uolentibus) in celeberrimo totius Orbis gymnasio prostituãtur, semisepultæ iaceãt, & extremũ (ni breui tuo fauore reuocẽtur) pati iam uideãtur exiliũ: quãquàm plærosꝗ; foeliciori quodã sydere natos homines, ad studiũ Mathematicũ suapte natura uideamus esse propẽsos.

Cuius tam pernitiosæ ac deplorandæ calamitatis, duo quidẽ hominũ genera, fuere potissimũ in causa. Primi sunt quæstionarij, & rixosi sophistæ : qui nescio qua ingeniorum crassitudine ducti, inuiolabilẽ Mathematicarũ puritatẽ suis cauillationibus & deliramẽtis inficere præsumpserunt, certa falsis, pura corruptis, & philosophica sophisticis impudẽter cõmiscentes. Quíꝗ; in locũ bonarũ artiũ friuolas quasdã terminorũ altercationes, plus quàm aniles syllogismos, spurcissima sophismata, tenebricosa exponibiliũ, obligationum, & uerè insolubilium phantasmata, & reliqua id genus præuaricamẽta perditè introduxerũt : quibus ingenia deprauãt iuuenũ, omnẽ bonã enecãt disciplinã, imò (quod nos malè habet) dum ad supræmã Theologiæ surripiũtur dignitatẽ, rectã sacrarũ literarũ intelligentiam, suis futilibus diuerticulis, & ridicula opinionũ dissonantia cõfundunt, dilacerãt, & funditus euertunt. A quibus libenter audire uellem, quænã sunt illæ septẽ artes liberales, in quibus (ut eorum utar uerbo) tot iuuenes sese priuilegiatos magistros, in maximam totius Orbis ignominiam, ubiꝗ; iactitant? Ego enim nullas agnoui, præter Grammaticã, Logicã, & Rhetoricã, sermonis harmoniã respiciẽtes : & celebres illas Mathematicas, Arithmeticam, Geometriã, Musicã, & Astronomiam. quibus utrãꝗ; coniũgere solemus Philisophiã : naturalẽ uidelicet, atꝗ; moralẽ. Reliqui porrò suprascriptæ calamitatis authores, quanꝗ non usqueadeò pernitiosi ueluti sophistæ, nõ leuiori tamẽ dementia laborãtes, hi planæ uidẽtur esse : qui meris nugis, mendacissimísꝗ; gigantũ, uel tyrannorũ, aut (si liceat dicere) meretricũ figmentis incumbunt, singula cribrantes uocabula, de literula, permutatóue apiculo, aut (si uelis) de lana caprina, semper cum fastu disceptantes : quíꝗ; ob trium græcarum dictionum, totidemꝗ; fabularum uix prægustatam interpretationem, bonas sese tenere literas gloriantur, homines profectò stolidissimi, quasi bonæ literæ sint aliæ, quàm superius enarratæ disciplinæ Mathematicæ: à quibus non minus longè distant, quàm Sophistæ, tametsi uideantur ad meliora præparati. Possem & aliam huius pestis subnectere causam. Cùm enim Mathematicæ disciplinæ, sacrum & ab omnibus expectatum pecuniarum lucrum, non modò non præ se ferre, sed potius differre prima inspectione uidentur (tanta est earundem Mathematicarum puritas, & ab externis aliena consuetudo) opus erat

mecoenatibus,

mecœnatibus, qui ſua liberalitate Mathematicos profeſſores ab hac animi ſuble-uare dignarẽtur anguſtia : Quos Phœnice rariores hactenus extitiſſe,nõ ſine miſeratione fateri pudet. Deſiderabã igitur, aliquid melioris elucidationis rei mathematicæ poſſe præſtare : & futuros bonarũ artium amatores,hac ſaltẽ in parte dirigere. Vt non ſolùm mihi ipſi natum,neq; uelle uiuere,ſed ſtudioſæ ac eruditæ iuuentuti utcunq; prodeſſe uoluiſſe teſtarer . Ob ipſam propterea Mathematicã Philoſophiã(quam mihi ſelegi peculiarẽ) domum & patriam dereliqui : nolens ab humaniſſimo,& cùm in omni philoſophia,tum in arte medica non uulgariter erudito,patre meo Franciſco Fineo degenerare,quẽ mea irreparabili iactura mors immatura ſuſtulit.Eo itaq;,Dei atq; naturæ benignitate,ſum perductus : ut præfatas Mathematicas diſciplinas,præter omniũ expectationẽ,in præclara Pariſiorum Vniuerſitate,ab hinc multis annis fuerim & publicè & priuatim interpretatus,ne dicam penè mortuas ſuſcitauerim : quanquàm plæriq; malè feriati de mea fortuna ſupra modũ ſolliciti id mihi uitio adſcriberẽt,hoc potiſſimũ frequentius in me retorquentes,quòd tali ſtudio moriturus eſſem pauperrimus. Vnde ſucciſiuis horis (multa paſſus interea) præſens opus tandem ædidi : quod Protomatheſim libuit inſcribere. Quantũ autẽ rei Mathematicæ & ornamẽto & adminiculo ſit adfuturum : tibi Rex humaniſſime & ijs relinquimus iudicandum,qui ad æqui boniq; ſemper conſulendũ uidentur eſſe faciles. Ipſum porrò quantulũcunq; ſit opus,tuæ Regali maieſtati iamdudũ cõſecraui. Nam præter id quòd humanioribus literis ſis nõ mediocriter imbutus,cognoui te Mathematicis oblectamẽtis,potiſsimum Coſmographicis,delectari plurimùm. Vnde nõ poteram mihi nõ perſuadere, tuã pientiſſimã clementiã his frugum noſtrarũ primitijs,ad cõmiſerationem excitari uel facilè poſſe : futurum quoq;, ut ipſæ bonæ literæ ſiue diſciplinæ, regiũ tandẽ nanciſcerẽtur mecœnatẽ. Nec me cõcepta fefellit opinio : quoniã ſtabilitis Græcæ ac Hebraicæ linguæ nõ aſpernãdis interpretibus,tua præoccurrens munificentia(nondum abſoluto opere)in publicũ liberaliũ Mathematicarum me ſimul ordinaſti profeſſorem : imò(quod uniuerſos ſtudioſos ſumma iam uidetur afficere letitia)cõmodiſſimum, ampliſſimiſq; prouentibus dotatum collegium,in ſempiternũ literarum decus & augmẽtum,fundare eſt in animo.Diuinũ certè potius, quàm humanũ,hoc eſt,uerè Regiũ,tãtoq; Principe dignũ excogitatũ. Quod ſi Deus ipſe,ad optatum finem dignetur aliquãdo perducere : uidebis uniuerſam Galliam,iam fideliores amplectentẽ literas, cæteras nationes,nõ ſecus ac Lilium ſpinas,breui tempore ſuperare. Theologos in primis natiuã ſacræ ſcripturæ cõſequi puritatẽ,tãdemq; fieri meliores : Philoſophos ſophiſtis ſuccedere,& iuſto deinceps titulo philoſophicæ dignitatis laurea donari : Medicos humanis paſſionibus fœlicius conſulere,nec amplius cũ tanto mortaliũ periculo ſuas uẽditare cõiecturas: Rerum tandem humanarũ iudices æquiores,mitioreſq; ſuccedere(quos omniũ artiũ expedit habere cognitionẽ)& publicam utilitatẽ,potius,quàm priuatam(ut tenẽtur)aliquando procurare : & in ſumma,omnes ad ſaniora tendere,& Chriſtianã tandẽ induere pietatẽ. Adde quòd nõ ipſo tantùm nomine,uel prudentia,aut magnanimitate primus inter Reges,ſed primus quoq; diſciplinarum inſtaurator perpetuò nuncupaberis. Age igitur Princeps clariſſime,& tam fœlici beneficio uniuerſos ſtudioſos,tuæ nõ pigeat perpetuò deuincire magnificẽtiæ. Interea autẽ digneris hanc Protomatheſim noſtram,& conceptos inde labores,dum grauiora ſub tuo fœlici nomine, ac in reipub.literariæ fauorẽ præparamus,ſolita munificentia atq; liberalitate ſuſcipere. Vale Chriſtianiſſime Rex. Lutetiæ Pariſiorum Calendis Ianuarij 1531.

SVMMA PRIVILEGII

A REGIA MAIESTATE

PER AVTHOREM

IMPETRATI.

CVM ORONTIVS FINEVS DELPHINAS, LIBERAlium disciplinarum professor Regius, hoc protomathesis opus olim cõscriberet, ipsumq́ꝫ tandem in publicum bonarum literarum incremẽtum ædere proposuisset: reperit forte fortuna, Regiam ipsam maiestatẽ apud Lugdunum. Præuidens itaꝗ præfatus Orontius calchographos, quibus ipsum opus typis excudendum traditurus erat, dispendium atꝗ iacturam facturos, si qui alij uel librarij, uel artis impressoriæ magistri, impensam operam atꝗ fructum surripere molirentur, nactusq́ꝫ tunc temporis peropportunam occasionem: petijt ab eadem Regia maiestate, ut de ipsius operis æditione priuilegium sibi irrogaretur. Placuit ergo ipsi Regi Christianissimo, in Orontij fauorem, priuilegium sanciri: expedirić diploma imperio atꝗ auctoritate Regia munitum. Quo expressè caueatur, ne quispiam idem opus Orontianum, intra proximum decennium, ab hac prima æditione supputandum, sine manifesto opificis consensu imprimat, alibíue extra Regis ditionẽ impressum uenditet, seu quouis modo distrahat: idq́ꝫ sub graui mulcta, in ipso diplomate luculenter expressa, Priuilegium autẽ subscripsit Bordellus, maiorić signo Regio muniri curauit, mense Iunio, Anno uigesimo secundo supra millesimum & quingentesimum.

AVTHORIS PHALEVCIVM:

VBI LIBER LECTOREM ALLOQVITVR.

QVisquis sydereas domos subire,
Scrutarić globum cupis profundum,
Metiri ingenio secretiora
Quotquot turba dedit uetus scientum:
Vt quæ signifero rotentur axe,
Aut quot machina constet alta cyclis,
Quidue climatibus ferant meatus
Stellarum, uarijs polis uagantum,
Et discrimina cunctascire ad unguem:
Me uoluas animo libentiori,
Et semper manibus geras necesse est.

Ἀείδω ξυνετοῖσι, θύρας δ᾽ ἐπίθεσθε βέβηλοι.

AD LECTOREM.

PLACVIT TANDEM, OPTIME LECTOR, PRAETER GENERALEM *ſingulorum (quem præmiſimus) librorum elenchum, particularem indicem capitum, tractatuum, atque propoſitionum, ſingulis noſtræ prothomatheſis libris contentorum, ſeorſum reſpondenter colligere: non quidem in alphabetarium ordinem (ut uulgò fit) ſed ea, qua ſingula tractantur ſucceſſione. Adeò, ut nihil contentorum dedeſiretur, quod ſuo loco, hoc eſt, proprio libri capite, aut propoſitione, inuentu uel non facilè ſit. Frænotabis itaque poſt læuorſum poſitum, cuiuslibet capitis aut propoſitionis numerum, ſuccedere dextram uerſus foliorũ numeros, dextro quidem uel ſiniſtro puncto notatos. Cùm igitur ad læuam punctum offenderis, id primam obſignati folij paginam indicare uelim non ignores: quod ſi fuerit ad dextram numeri partem, ſecundam eiuſdem folij paginam reſpondenter manifeſtat. Reliqua peruia ſunt.*   *Bene igitur uale.*

INDEX PARTICVLARIS CAPITVM, TRACTATVVM, ET propoſitionum, ſingulis huiuſce prothomatheſis libris contentorum.

INDEX ARITHMETICAE.

Caput.   LIBRI PRIMI ARITH. CAPITA.   *Folium.*

SECVNDI LIBRI EIVSDEM ARITH. CAPITA.

LIBRI TERTII CAPITA.

QVARTI ET VLTIMI LIBRI CAPITA

INDEX GEOMETRIAE.

PRIMI LIBRI GEOMETRIAE, CAPITA.

LIBRI SECVNDI ET VLTIMI CAPITA.

Quomodo

PARS SECVNDA LIB. II.

TERTIA PARS.

INDEX COSMOGRAPHIAE, SIVE MVNDI SPHAERAE.

PRIMI LIBRI COSMOGRAPHIAE CAPITA.

SECVNDI LIBRI COSMOGRAPHIAE CAPITA.

De circulis

TERTII LIBRI CAPITA.

LIBRI QVARTI COSMOGRAPH. CAPITA.

QVINTI ET VLMIMI LIB. CAPITA.

INDEX HOROLOGIORVM ET QVADRANTVM.

PRIMI LIBRI PROPOSITIONES.

Horologium

LIBRI SECVNDI PROPOSITIONES.

Eandem

LIBRI TERTII PROPOSITIONES.

QVARTI ET VLTIMI LIBRI PROPOSITIONES.

Quantitatem

INDEX TABVLARVM, SPARSIM IN HOC TOTO OPERE PER AVTHOREM SVPPVTATARVM.

Lib. Caput. IN ARITHMETICA. *Folium.*

IN GEOMETRIA.

IN COSMOGRAPHIA.

IN LIBRIS HOROLOGIORVM.

INDICIS PARTICVLARIS CAPITVM PROPOSITIONUM, atq; tabularum, quæ singulis huiusce Protomathesis libris continentur.

FINIS.

IN ORONTII VOLVMEN, PERRELLI CARMEN.

ORontij sophia ô libelle belli
In bellorum hominum iam iture dextras,
Aegros ne metue inuidorum ocellos.
Tantam haud fert bene lippitudo lucem, at
Obtutu ut doleat quis ecquid ad te?
Isto fulgore tutus i locorum
Quouis, inuidiaq; maior omni.

Segetes

GERARDI MORRHII

Campensis in operis commendationem Epigrãma.

SEGETES tibi pulcherrimas
Collegit ille ORONTIVS
Varijs abundans dotibus
Matheseωsq; strenuus
Cultor, feracis Galliæ
Immo orbis eximium decus:
Ille inquàm ORONTIVS meus,
Quem uterq; nouit approbè
Polus, cohorsq; Palladis
Amplectitur, laudat, colit,
Digitoq; monstrat undiq;
Per templa, compita, & fora.
Sed undénam aut ubi rogitas?
Non Aphricæ aut Iberiæ
Campis, nec Hesperidum aureis
Hortis, at intimo penu
Sophiæ, & uiretis Thespiadum
Media uel ipsa floridis
Bruma, labore maxumo,
Ac lucubratiunculis
Silente nocte plurimis,
Cleantis ac Demosthenis
Vigilem ad lucernam, mortuæ, ac
Sophisticis ineptijs
Pessundatæ Matheseωs
Misertus, & reducere
Contentione maxuma
Studens, ineptis nænijs
Hinc inde pulsans gnauiter.
Librans bilance & gnωmone
Monumenta Scriptorum omnium, &
Corrupta, uel non omnibus
Probata calculis, uti
Decebat, ingenij sui
Industria dexterrimè
Suo nitori reddidit:
Imitatus Atticas apes
Omnes feracis hortuli
Flores petentes sedulò,
Vt mella paruo poplite
Sibi struant suauia.
Quid quòd rotunda, dædalia,
Emuncta, docta, & omnibus
Probanda amußi candida
Tam multa promat, quæ hactenus
Tenebris sepulta tristibus
Iacuêre, nec Solis uagi
Videre limpidum iubar?
Tu quisquis es igitur nepos
Non Mωmi, at inclyti magis
Hermæ, sagaciter tibi
Messem beatam collige,
Auibusq; (ut aiunt) optimis
Fruâre semper candidè.

DISCE PRIVS NVMEROS TELLVRISQVE ORDINE MENSVS: NAM FACILEM CVRA HAEC STERNET AD ALTA VIAM.



Authoris Tetrastichon.

Cùm natura sagax numero mensuq; crearit
Singula, ponderibus clauserit inde suis:
Non poteris rerum proprias discernere causas,
Ni teneas numeros, & geometra simul.

ORONTII FINEI DELPHINATIS. DE ARITHMETICA PRACTICA. LIBRI IIII.

LIBER PRIMVS, DE INTEGRIS: HOC eſt, eiuſdem ſpeciei, ſiue denominationis numeris.

De fructu, & dignitate ipſius Arithmeticæ: Procœmium.

1 INTER LIBERALES MATHEMATICAS QVAE ſolæ diſciplinę uocantur, Arithmeticam primum locum ſibi uendicaſſe: nemo ſanæ mentis ignorat. Eſt enim Arithmetica omniū aliarū diſciplinarū mater, & nutrix antiquiſſima: numerorum qualitates, uim, & naturam, ac id genus alia demonſtrans, quæ abſolutum uidentur reſpicere numerū. Cuius principia tanta excellunt ſimplicitate, ut nullius artis uideatur indigere ſuffragio: ſed cūctis opituletur artibus. Ad cuius puritatem illud etiam plurimū facit: quoniam nulla diuinitati adeò cōnexa eſt diſciplina, quantum Arithmetica. Nam unitas omnium numerorū radix & origo, in ſe, à ſe, ac circum ſeipſam unica uel impartibilis permanet: ex cuius tamen coaceruatione, omnis conſurgit & generatur, omniſq; tandē in eam reſoluitur numerus. Quemadmodū cuncta quæ ſeu diſcreta, ſiue cōpoſita inſpectentur uniuerſo, à ſummo rerum conditore in definitum digeſta, redactaue ſunt, & demum reſoluenda numerū. 2 Quot autē utilitates cognita, quótue labyrinthos ignota præbeat Arithmetica: conſpicere facile eſt. Numerorū etenim ratione ſublata, tollitur & muſicarū modulationū intelligentia: geometricorū, cœleſtiúmue arcanorū ſubtilis aufertur ingreſſio: tollitur & uniuerſa philoſophia, ſiue quæ diuina, ſeu quæ cōtemplatur humana: imperfecta relinquitur legum adminiſtratio, utpote quæ iuſtitiam quibuſuis pro dignitate diſpēſans, arithmetico ſemper uidetur indigere ſuffragio. Ex humanæ præterea uitæ, quàm ſit amplexanda, cognoſcitur uſu: nā ad ſupputationes, ad rerū ſumptus, permutationes, diuiſiones, ad cōuentiones, cæteraq; eiuſcemodi diſcutiēda, rationem ſola præſtat Arithmetica. Merito igitur Plato, primum numeros mandat pueros eſſe docēdos: ſine quibus nec priuatas, nec publicas res, ſatis cōmodè adminiſtrari poſſe cōfeſſus eſt, omnia in ipſorum numerorū (ueluti Pythagoras) cum diſpoſitione, tū facta harmonia, mortalia uerſari demonſtrans. 3 Mathematicas itaq; diſciplinas, cunctis bonarū artium & literarū ſtudioſis, pro uiribus impertiri, uel ſaltē aperire deſiderantes: operæpretiū duximus, ea in primis ex Arithmeica tradere, quæ ad ſuccedentiū operum, imò & vniuerſalem mathematicarum intelligentiā, non utilia tantūmodo, ſed adprimè requiſita ſunt. Et quoniam ordo, cum ſingulis, tum mathematicis uidetur admodum cōuenire diſciplinis: noſtram Arithmeticam in quatuor libros, & librū quēlibet in ſua capita diſtinguemus. Primo autem libro, expeditam integrorū, hoc eſt,

Dignitas Arithmeticæ.

Fructus Arithmeticæ.

Plato.

Pythagoras.

Ordo tractandorū.

eiuſdem ſpeciei ſiue denominationis numerorum praxin docebimus. Secundo, fractos ſecũdum uulgares numeros diſcutiemus. Tertio, de numeris itidẽ fractis, ſed iuxta mẽtem aſtronomorum tractabimus. Quarto deniq; libro principaliores numerorum rationes, proportionesúe paucis abſoluemus: unà cũ aureis illis regulis, cuiuis arithmetico, geometræ, uel aſtronomo neceſſarijs. Ab ipſius ergo numeri diffinitione (dei opitulante gratia) fœlix auſpicabimur exordium.

De numero, elementis, & arte numerandi. *Caput primum.*

Quid numerus. *Vnitas.*

NVMERVS, EST COMPOSITARVM VNITATVM MVLTItudo: ut duo, tria, quatuor, quinq;, decẽ, uiginti, etce. Vnitas uerò, eſt qua ununquodq; dicitur unũ, ſiue illud corporeum, ſiue incorporeũ fuerit: ut unus angelus, unus homo, unus lapis, unus dies, ab unitate dicitur unus. de ſimilibus idem habeatur iudicium. Igitur unitas omnium numerorum radix, & fundamentum eſſe uidetur: cum omnis ex unitate conſurgat, & in unitatem reſoluatur numerus. Numerorum porrò ad uſum practicum reducendorũ, alius adpellatur digitus, utpote is numerus, qui nouem non excedit unitates: ut duo, tria, quatuor, quinq;, ſex, ſeptem, octo, nouẽ. Alius articulus dicitur, is uidelicet numerus, qui ex unica dena, uel pluribus denis integratur, uel qui in decẽ partes æquales adæquatè partibilis eſt: quemadmodum ſunt decem, uiginti, triginta, quadraginta, quinquaginta, centum, mille, & his quotcũque ſimiles numeri. Alius demum cõpoſitus, ſiue mixtus nominatur, utpote numerus, qui ex digito & articulo componitur numero: ueluti ſunt duodecim, quindecim, uigintiquinque, triginta ſex, quadraginta nouẽ, nonaginta ſeptẽ, centũ & uigintiquatuor, mille bis cẽtum & quinquaginta octo, & ſimiles numeri inter quotlibet proximos articulos compræhenſi. Elemẽta uerò numeralia, quibus uidelicet omnis exprimitur numerus, ſunt tantummodo decem: utpote nouẽ ſignificatiua, quæ hoc modo figurantur, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, & unum non ſignificatiuum, quod tziphra uulgò nuncupatur, & hac forma pingitur, 0. Horum autem elementorũ ualor, aut ſignificatio talis eſt: ut 1 unum, 2 duo, 3 tria, 4 quatuor, 5 quinque, 6 ſex, 7 ſeptem, 8 octo, & 9 nouem repræſentet. At tziphra 0, nihil ualet: ſed ad ſolam locorum occupationem, & ſignificatiuorum elementorum in articulis, & mixtis ſeu compoſitis numeris trãſpoſitionem deputatur. Sunt autem numerorum loca tot, quot & elementa, à dextra uerſus læuam diſtributa: ſignificatiuorum tamen elementorum ualorem, per continuum denarium incrementum mutantia. Quodlibet enim ſignificatiuum elementum ſolum, hoc eſt, ſeorſum cõſyderatum, uel in primo & dextro cuiuslibet mixti ſeu compoſiti numeri loco ſitũ: ſimplices tãtum repræſentat unitates. Porrò in ſecundo loco tam articuli, quàm mixti ſeu cõpoſiti numeri, cuiuslibet elemẽti quælibet unitas decies ſeipſam repræſẽtat: hoc eſt, decem ualet unitates primi & dextri uel loci uel elemẽti. In tertio, decem ſecundi, & centum primi. In quarto, decem tertii, centum ſecundi, & mille primi. In quinto, decem quarti, cẽtum tertij, mille ſecundi, & decies mille primi. In ſexto, decem quinti, centum quarti, mille tertij, decies mille ſecundi, & cẽties mille primi. In ſeptimo uerò, decem ſexti, centum quinti, mille quarti, decies mille tertij, cẽties mille ſecundi, & millies mille primi. Et ſic conſequenter in infinitum (non datur enim maximus numerus) continua denæ, centenæ, & millenæ ſeruata reiteratione: & eo ſemper obſeruato diſcurſu, ut quælibet unitas cuiuſlibet elementi ſignificatiui, decem unitates proximi & dextrorſum antecedentis uel loci uel elementi cõtinuò repræſentet. Verũtamen 1, ſemper unum ſignificat: ſed pro nuper expreſſa locorũ

Numerus digitus. *Numerus articulus.* *Numerus compoſitus, ſiue mixtus.* *Elementa numeralia, & eorum ſignificatio.* *Loca numerorum, & eorum ualor, ſiue poteſtas.*

1 2 3 4

ſucceſſione

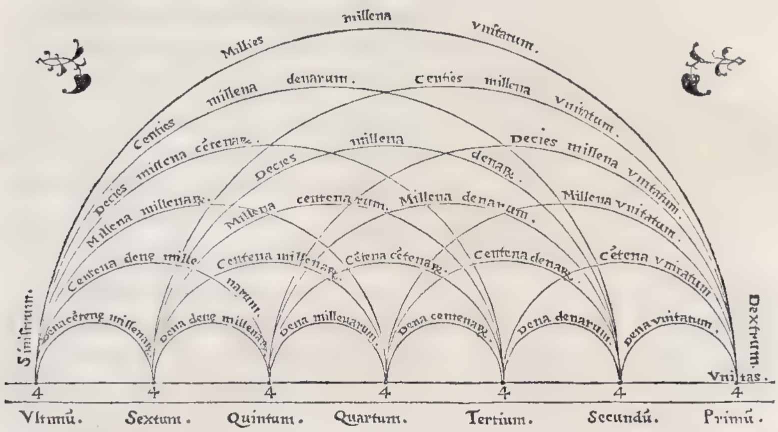
ſuceſſione,nunc unam unitatē,nunc denam unã,unam aliquãdo centenã, aut millenã unam repræſentat. Eodem modo iudicandum eſt de 2, uel 3, aut 4: & reliquis ſignificatiuis numerorum elementis.

5 Contempletur in maiorē ſingulorum euidentiam,ſubſequens numeri deſcriptio:ubi 4 elementũ ſepties de induſtria repetitur.Nam 4 primam, hoc eſt, dextrã ſedem occupãs,quatuor tantũ ſimplices repræſentat unitates,proximum uerſus læuam quadraginta,ſequẽs quater centũ, ſuccedens quater mille, antepenultimum quadrageſies mille, penultimum quater centies mille,ultimum uerò quater millies mille:ita ut ſummatim compræhẽdant, quater millies mille,quater centum & quadraginta mille,quater centum & quadraginta quatuor unitates.

Exemplum prædictorum,de ualore locorum in numeris.

6 Hinc patet,numeri cuiuslibet expreſſionẽ à ſiniſtris ad dextra,id eſt, à groſſioribus ad ſubtiliora fore initiandam elementa: ordinem autem ipſorum elementorum conuerſa procedere uia,utpote à dextra uerſus læuam. Id enim primum uocatur elementum quod dextrum primo eſt,ſequens ſecũdum, ſuccedens tertium:& ita deinceps, uſque ad ultimum, quod ſemper læuorſum ultimò collocatur.uti ſequens formula mõſtrat.

Corolarium de numerorum expreſſione.



7 NVMERARE IGITVR, EST OBLATVM QVEMVIS NVMERVM per congruentia & loca & elementa repræſentare: & quantus ſit oblatus ipſe numerus decenter exprimere. Vt ſi uelis arithmetice repræſentare,decẽ & octo milia nonies centum & uiginti:facies hoc pacto, 18920. Item ſi hunc libeat exprimere numerum, 140804: dices eum continere,centum quadraginta mille,octies centum & quatuor.

Quid numerare.

8 Abſoluitur autem numeratio,unico elemẽtorum ordine:proprĳs & locis & elementis,pro ualore cuiuslibet oblati numeri diſtributo. Conſyderandum eſt itaq̧,an propoſitus ipſe numerus fuerit digitus,articulus,aut mixtus ſiue compoſitus.Nam ſi fuerit digitus, per proprium ex nouem ſignificatiuis exprimetur elementum:utpote duo per 2, tria per 3, quatuor per 4, & ſic de reliquis,uſq; ad 9. Quod ſi articulus extiterit ipſe numerus, per eadẽ elemẽta ſignificatiua (à quibus ipſi denominantur articuli) & unica tziphra 0, uel pluribus dextrorſum ante poſitis tziphris repræſentabitur:uerbi gratia,decẽ hoc modo 10, uiginti ſic 20, triginta uerò ut hic 30, deĩde quadraginta 40, quinquaginta 50, ſexaginta 60, ſeptuaginta 70, octoginta 80, nonaginta 90, uſq; ad centum,ubi dena quælibet in centenam, hoc eſt,in denam denæ uertitur,& nouus

Ars numerandi facillima.

De numero digito.

De articulo numero

uus eidem adquiritur locus,hoc pacto 100, 200, 300, 400, & cete. tandem priſtina denarum obſeruatur repetitio,ut 110, id eſt, centum & decẽ, 120, 130, 140, etce. idq́ꝫ in infinitam articulorum ſucceſſionem. Mixtus autem ſiue compoſitus numerus,duobus ad minus ſignificatiuis exprimitur elemẽtis, altero digitum,reliquo (utpote læuo) articulum repræſentãte numerum: ut undecim hoc pacto 11, duodecim ſic 12, tredecim uerò ita 13, deinde quatuordecim 14, quindecim 15, ſedecim 16, decem & ſeptem 17, octodecim 18, nouemdecim 19: & ita conſequenter de reliquis inter quotlibet articulos clauſis numeris,uſq́ꝫ ad centenarium conſurgentem articulum.ubi nouo centenæ (ut nuper diximus) adquiſito loco,prior reiteratur compoſitorum numerorum obſeruatio:ut 111, id eſt,centum & undecim, 112, 113, 114, 115, & ſic de cæteris cõpoſitis ſiue mixtis, & in infinitum creſcentibus numeris, idem reſpondenter de centenis ad millenas iudicando,quod de ipſis denis ad centenas præmonuimus obſeruandum. Igitur in articulo numero,primum elemẽtum ſemper eſt tziphra 0, in mixtis uerò ſiue compoſitis numeris,digitus numerus,id eſt,elementum ſignificatiuum,primum ſemper occupat locum. Sequitur etiam, dum exprimuntur numeri:in locis millenarum,interpollatas ſummarum diſtinctiones eſſe faciendas. 9

De mixto ſeu compoſito numero.

Corolaria notanda.

Nec refert tandem in numeratione:an à dextra uerſus læuam,aut è contra ſcribãtur numeri.imò quemadmodum dextra,hoc eſt,groſſioris denominationis elementa, primũ ſolemus exprimere:ita & ipſa groſſiora numerorum elementa, à læua in dextram ſcribere quodã modo facilitamur.ſecus de alijs arithmeticis operationibus:ut ex ſequẽtibus uidere licebit.Sed hæc ſatis de numeratione: quam nõ ignoramus apud quemlibet,etiam rudiſſimum, eſſe familiarẽ, & paſſim uiſitatã.

De integrorum Additione. *Caput II.*

Quid ſit addere.

ADDERE, EST PLVRES NVMEROS, VEL VNITATES, in unum componere:ut ſummarius inde cognoſcatur numerus. ut ſi 4, & 17, & 29 ſimul addantur: component 50, horum triũ numerorum ſummam.De quibuſcunq́ꝫ propoſitis, & inuicem addẽdis numeris,idem intelligatur. Eiuſdem ergo denominationis numerorum additionem,in hunc facito modum.Diſponantur in primis quotquot ſimul addendi cõcurrunt,uel offerũtur numeri:eo quippe modo,ut unitates unitatibus,denæ denis, centenæ centenis,& reliqua reliquis ſuo reſpondeant ordine,ſubſcripta in trãſuerſum lineuncula,ſub qua reſultans ex additione locabitur numerus. Poſtmodum à dextris & inferioribus elementis, ad læua & ſuperiora operationẽ initiando: congregentur primum unitates.Et ſi reſultans ex hac collectione numerus fuerit digitus,id eſt,non attingens decem:is ſub interiecta lineuncula,per proprium ſignetur elementum.Si autem numerus ipſe collectus articulus extiterit,hoc eſt,unica dena uel denis pluribus integratus: retenta dena,uel denis (ſi plures adfuerint) hoc eſt, reſeruato mentaliter articulo,tziphra 0 ſubſcribatur. At ſi cõgregatus unitatum uel primorũ elementorum numerus fuerit mixtus,id eſt,ex digito & articulo cõpoſitus:retentis pariter denis,aut dena in mẽte ſeruata (pro ipſius articuli denominatione) reſiduũ,utpote numerus digitus,ſuo loco per congruum exprimatur elementum. Deinde proximè ſuccedentis loci componantur elementa, utpote denæ:& producto ex denarũ adgregatione numero tot addantur unitates, quot fuerint denæ ex præfata unitatum additione retentæ. Rurſum fiat diſcurſus priori ſimilis, ac debita ſubſcribendorum elementorum annotatio. Nam quemadmodum cuiuslibet 1 2

Additionis regula.

Notandum.

cuiuslibet loci quælibet unitas, decē ualet unitates proximi & dextrorſum antecedentis uel loci uel elementi:ita quotlibet decem unitates cuiuſcunq; loci unicam repræſentāt unitatem eius loci,qui uerſus læuā proximè ſuccedit.quod in omni arithmetico diſcurſu præcipuè uenit animaduertendum:uti uidere licebit,ex ſequentibus operationibus.Ex ſecundo tādem loco ad tertium,atque ex ipſo tertio ad quartum, id eſt,ex denis ad centenas,dein ex centenis ad millenas, atque reliqua numerorū & loca & elementa (ſi plura contingat eſſe) deueniendum eſt: neque aliter operandum,quàm de ipſis unitatibus,aut denis præcepimus,donec propoſita numerorum additio fuerit abſoluta.

Documenta generalia in Additione ſeruanda.

3 Porrò quoties operatione finita,unica uel plures ſuperfuerint denæ,ex ultimorum elementorum additione retentæ: nouus eiſdem locus ſiniſtrorſum adquirendus eſt,& in eo tot unitates per propriū digitum reponēdæ. Item quoties in locis intermedijs,propter tziphrarum concurſum,nihil adgregari, poſſe cōtinget:tziphra o uenit reſpondenter ſubſcribenda, niſi fortè denā aut denas habueris,ex proximè facto diſcurſu retentas:tunc enim ſub eiſdem concurrentibus tziphris,ipſas denas proprio ſubnotabis elemento.Præterea, tametſi non referat,quem ſuperiorem,intermedium,uel inferiorem ex addendis facias numeris:ſi faciliorem tamen operandi modum exoptas,minores ſub maioribus ſcribes numeros,& eum relinques ſuperiorem,qui omniū addendorum maximus eſt,quē plærique numerū cui debet additio fieri conſueuerūt adpellare. Hæc eſt artis ſumma.

Exemplum additionis.

4 SED VT OMNIA CLARIVS INTELLIGANTVR, VNICVM DIſcurremus exēplū. Oblatis ergò præſentibus numeris 2450, 1334,& 423, quos in unam uis addere ſummam:hi primum ſubordinentur,& eo ſcribantur modo,uti nuper admonuimus,& ſubiecta mōſtrat formula. Deinde à primis,hoc eſt, dextris & inferioribus elementis operationem exordiendo: dicito. 3 & 4, faciūt ſeptem:ſcribe ergo 7, ſub interiecta lineunculа.Poſtea congrega denas, hoc modo. 2 & 3 faciunt quinque,& 5 decem:detine itaq; mētaliter denam, & ſubſcribe tziphram o. Trāſferas poſtmodum unitatem,pro ipſa dena nuper reſeruata, ad proximè ſuccedentem locum:& dicito. 1 & 4 faciūt quinque,& 3 octo, & 4 duodecim:qui numerus cum ſit compoſitus,reſeruabis iterum denam, hoc eſt, articulum,& ſubſcribes digitum numerum,utpote 2. Pro hac demum retenta dena,iunge proximè ſuccedentibus elementis unitatē: dicendo. 1 & 1 faciunt duo,& 2 quatuor: ſcribito ſub interiecta lineuncula, & reſpondenti limite 4. Quibus abſolutis: habes ſub præfata lineuncula 4207, horum trium addendorum numerorum ſummam.Idem habeto iudicum,de cæteris quibuſcunque propoſitis,& inuicem addendis numeris.

	2	4	5	0
Numeri addendi.	1	3	3	4
		4	2	3
Linea interpoſita.				
Addendorum ſumma.	4	2	0	7

De Subtractione. *Caput III.*

Subtractionis diffinitio.

1 SVBTRAHERE, ETS NVMERVM A MAIORI, VEL AEquali numero, ſubtiliter auferre:ut facta ſubtractione, ſi quod fuerit reſiduū innoteſcat. Quemadmodū ſi 45 ſubtrahantur à 50, relinquētur 5: aut 24 à 48, remanēs numerus erit 24. & ſic de ſimilibus.Maiorem porrò numerum à minori ſubtrahere numero, impoſſibile eſt: & æqualem ab æquali,ſuperuacaneum & inutile,cum ex tali ſubtractione nihil relinqui,prima fronte ſit manifeſtū.Solum igitur de ſubtractione minoris, à maiori numero,uidetur eſſe tractandum.

Regula ſubtractionis.

2 Itaq; in ſubtractione (ut ad rem ipſam deueniamus)

mus) duo præcipui nobis occurrunt numeri:utpote maior ipse numerus,à quo facienda est subtractio,& is qui subtrahendus est,qui sub ipso maiori numero,respõdentibus eiusdem ualoris & locis & elementis,uenit collocandus.deinde subscribẽda est in transuersum lineuncula:sub qua numerus,qui facta subtractione manebit reponetur.Quibus ita præparatis,auferendæ sunt primum unitates ab unitatibus, denæ consequenter à denis,centenæ postmodum à centenis , & reliqua tandem à reliquis,quousq; ad ultima utriusque numeri deueniatur elementa:residuo quod facta particulari singulorum elementorum subtractione manebit, sub interiecta lineũcula,decentibus elementis sigillatim expresso.Cum autem alicuius inferioris elementi à superiori facta subtractione,nihil relinquetur:tziphra o uenit tunc subscribenda. dempto loco ultimo:ubi frustra poneretur ipsum elementum nõ significatiuum, ad solam occupationem locorum,& significatiuorum elementorum transpositionem deputatum. Verum cum aliquod elementum ipsius numeri subtrahendi,à sibi supra posito minimè poterit auferri (quod solet euenire frequentius) aufer ipsum elementum à 10 , & residuum iunge elemento superiori , resultantem inde subscribe numerum. Vel (& idem est) ipsi elemento superiori denam adiungas:& ab adgregato numero subtrahendum auferas elementum , subnotato (uti nuper diximus) residuo,uel subscripta tziphra o , quoties ipsum residuum nullum esse continget. Item ratione ipsius denæ altero duorum modorum elemento superiori coniunctæ, addenda est unitas elemento proximè succedenti subtrahẽdi numeri:& adgregatus inde numerus ab elemento superiori rursum auferendus est. Vel (& facilius) tolle mentaliter unitatem,ab elemento proximè succedenti,ipsius quippe numeri,à quo uenit facienda subtractio:& ab imaginato residuo,inferiorem subtrahe numerum. Quòd si idem superius elemẽtum fuerit o : tollatur hæc unitas à 10 , & à residuo subtrahendus numerus auferatur.similisq; discursus obseruetur,quoties id necessum fuerit.Horum ratio est,quoniam uirtualiter adcõmodatur unitas ab elemento proximè succedenti uersus læuã,ipsius quidẽ numeri à quo subtractio fit : quam unitatem uel oportet ab eodem elemento demere,uel elemento subrespondenti numeri subtrahendi restituere, ut utriusque numeri proposita seruetur integritas. Vtrum autem horum modorum obseruare malueris,tuo relinquimus arbitrio:cũ eadem ex utroque subsequatur operatio. 3

Documentum , cum inferiora à superioribus elementis non possunt auferri.

EXEMPLO FORSITAM SINGVLA MELIVS INTELLIGENTVR. 4

Exemplum subtractionis.

Sit igitur à proposito numero 34657 , subtrahẽdus hic numerus 26584. His (ut supra diximus) debitè subordinatis,& interiecta sub utroq; lineuncula:à dextris & minoribus elementis operari sic incipias. Si 4 auferantur à 7 , relinquẽtur tria:subscribe igitur 3 . Deinde,8 à 5 subtrahi non possunt:aufer igitur 8 à decẽ, relinquentur 2 , hæc adde ipsis 5 , fient septem. Vel iunge decem ipsis 5 , resultabunt quindecim:dic igitur.si 8 auferantur à 15 , remanebunt pariter septem:scribe itaquè 7 , sub interposita lineũcula.Postmodum ratione denæ ipsis 5 superadditæ,iungito unitatem proximè sequenti elemento numeri subtrahẽdi,utpote quinario,fient sex:dicas ergo.si 6 tollãtur à 6 , nihil relinquetur:subscribito igitur tziphram o . Idem habebis,si ab ipsis 6 numeri à quo subtractio fit,abstuleris mẽtaliter unitatem,quam precedenti quinario nuper adcommodasti,& à relictis 5 centenis,sub respondentes 5 centenas subtrahendi abstuleris numeri:nihil enim relinquetur.Rursum 6 à 4 tolli non possunt:aufer itaquè 6 à decem,remanebũt quatuor,hæc iungito ipsis 4 , consurgent octo. Vel adde decem eisdem 4 , fiẽt quatuordecim:dicito itaq;.si 6 auferantur à 14 , relinquẽtur itidem octo: subnota respondenter 8 . Tandem propter denam ipsis 4 nuper adiunctam,adde unitatem succedenti

ſuccedenti binario numeri ſubtrahendi, fient tria: dic igitur, ſi 3 tollãtur à tribus, nihil relinquetur: nihil ergo ſubſcribas, quoniam tziphra o locum extremum in uanum occuparet. Nihil etiã relinquetur, ſi ab ipſis tribus numeri ſuperioris ſubtraxeris mentaliter unitatem, quæ præcedentibus 4 nuper adcõmodata fuit: & à relictis duabus unitatibus, duas numeri ſubtrahẽdi reſpondenter abſtuleris unitates. Concludendũ igitur, ſi 26584 ſubtrahantur à 34657: hunc remanere numerum, utpote 8073. Non diſſimiliter quẽuis oblatum numerum, à maiori quouis poteris auferre, uel ſubtrahere numero.

Numerus à quo fit ſubtractio.	3	4	6	5	7
Numerus ſubtrahendus.	2	6	5	8	4
Linea interiecta.					
Numerus remanens.		8	0	7	3

De multiplicatione *Caput* IIII.

1 MVLTIPLICARE, EST DVOBVS OBLATIS NVMERIS, productum ex ductu alterius in reliquum inuenire numerum, qui toties multiplicandum numerum compræhendat, quot ſunt unitates in multiplicante. Per multiplicandum eum intelligimus numerũ, qui pro numero unitatum alterius uenit augmentandus. Multiplicantẽ uerò appellamus reliquum, utpote qui alium metitur, & ſemper aduerbialiter exprimitur. Exẽpli gratia, ſi duxero 7 in 5, dicendo quinquies 7, producẽtur 35: igitur 7 multiplicandus, 5 uerò multiplicãs, & 35 productus uocabitur numerus. de ſimilibus idem habeto iudicium. Eum porrò numerum ſolemus efficere multiplicantem, qui reliquo minor eſt: multiplicandum uerò, qui maior. nõ quia id exiſtat neceſſarium: ſed quoniam facilior redditur operãdi uia. Leuius enim eſt inuenire, ter 9 quẽ producant numerum: quàm nonies 3. & ſic de cæteris.

Quid ſit multiplicare.

Numerus multiplicandus.
Numerus multiplicans.

Quis numerus pro multiplicante capiendus.

2 IN PRIMIS ITAQVE CONTINGIT, NVMERVM DIGITVM per ſeſe, uel alium quemuis digitum numerum, hoc eſt, elementum quodlibet ſignificatiuum per ſeipſum, uel aliud quoduis elementum multiplicari: quæ quidem digitorum, uel particularis elementorum multiplicatio, ad quorumuis articulorũ uel compoſitorum numerorum multiplicationem eſt ſummè neceſſaria, & in promptu ſemper habenda. Hæc autem digitorum, uel parricularium elementorum multiplicatio, nullam uidetur habere difficultatem: modò ipſi digiti uel elementa, 5 uel 6 non excedãt unitates. Neminẽ enim adeò rudem (ni prorſus deliret) arbitramur, qui neſciat facilè iudicare, ter 4, uel quater 5, aut quinquies 6, quem efficiãt numerum: nempe 12, 20, & 30. 3 Cum autem ipſi digiti adinuicem multiplicãdi, plures 5 uel 6 compræhenderint unitates: utendum eſt hac promptitudine, ſeu regula. Scribe multiplicantem digitum ſub digito mnltiplicando, ſubiecta in tranſuerſum lineuncula: & utriuſq; differẽtiam à denario numero, ad dextram utriuſq; locato regionem. Deinde multiplica differentiam unius, per alterius differẽtiam: & productum reſpondenter ſubſcribe numerum. Subtrahe tandem differentiã multiplicãtis à digito multiplicãdo, aut è diuerſo: & reliquum pone uerſus læuam, poſt iam notatum numerum. proueniet enim numerus, ex talium digitorum multiplicatione productus. dexter nanque digitus unitates, ſiniſter uerò denas, uel articulũ repræſentabit numerum. Quòd ſi fortè ex differentiarum multiplicatione, articulus, aut mixtus ſiue compoſitus efficiatur numerus: tunc pro qualibet dena traducẽda eſt unitas uerſus læuam, & productis denis adiungenda, ſubſcripta primum tziphra o, aut digito compoſiti numeri reſpondenter ſubnotato. Verbi gratia, ſi libeat in promptu ſcire, octies 9 quem efficiunt numerũ: pone 1 iuxta 9, & 2 iuxta 8,

De mutua digitorũ numerorum multiplicatione.

Prima regula de multiplicatione digitorum.

Exemplum.

ta 8, uerſus dextram. Poſtea dicito, bis 1 faciunt duo: ſcribe ergo 2, ſub præfatis differentijs. Deinde ſubtrahe 1 ab 8, uel 2 à 9, relinquentur ſeptem: ſcribe igitur 7, uerſus læuam, ſub ipſis 9 & 8, fient 72. Igitur octies 9, producunt 72: quoniam 7 eſt articulus, & 2 digitus producti (qui cõpoſitus eſt) numeri.

Digitus multiplicãdus. 9 ╲╱ 1 *Differentia.*
Digitus multiplicans. 8 ╱╲ 2 *Differentia.*
Numerus productus. 7 2

Aliud exemplum

Item ſi uelis inuenire, ſexies 7 quem producant numerum: ſubordinatis digitis, & eorum differentijs, quibus à denario differunt numero, uelut nunc expreſſimus, & obiecta monſtrat formula, dicito primum, quater 3 faciunt 12, compoſitum numerum: ſubſcribe igitur digitum, utpote 2, & ſeruato denã. Aufer poſtmodum 3 à 6, uel 4 à 7, relinquent̃ tria: quibus adde unitatem pro nuper retenta dena, fient 4. hæc ſcribito ſub 6, uerſus læuã: conſurgent 42. Cõcludes itaq; ſexies 7 efficere 42. nõ aliter cẽſebis, de cæteris quibuſcũq; digitis.

Digitus multiplicandus. 7 ╲╱ 3 *Differentia.*
Digitus multiplicans. 6 ╱╲ 4 *Differentia.*
Numerus productus. 4 2

Secunda regula de multiplicatione digitorum.

4 Alia traditur regula, de multiplicatione digiti, per digitum numerum: quæ eſt huiuſmodi. Propoſitis duobus digitis inæqualibus inuicem multiplicandis, effinge numerum articulum à minori denominatum: & ab ipſo articulo, totiens digitum ipſum minorem auferto, quot unitatibus maior à denario diſtat numero. Idem facito de digitis inuicem æqualibus, altero eorum in articulum transmutato: nam is, qui tandem relinquetur numerus, propoſitum indicabit.

Exemplum

Vt ſi uelis in exemplũ inuenire, ſepties octo quem efficiant numerum: finge 7 eſſe 70, & ab ijs tolle bis 7, hoc eſt, 14 (nam 8 per duo diſtat à 10) relinquentur 56, optatus numerus.

Tertia uia multiplicandi digitos per propriã tabellam.

5 Ad expeditiorẽ autem ipſorum digitorum multiplicationem, ſubiectam ordinauimus tabellam. Inuentum ergo curabis digitum multiplicãdum, in alterutro lateralium numerorum ordine, & in reliquo multiplicantem, prout commodior ſeſe offeret ingreſſus: offendes enim ad communem utriuſq; concurſum, numerum ex propoſita digitorum multiplicatione productum.

	9	8	7	6	5	4	3	2	1
1	9	8	7	6	5	4	3	2	1
2	18	16	14	12	10	8	6	4	
3	27	24	21	18	15	12	9		
4	36	32	28	24	20	16			
5	45	40	35	30	25				
6	54	48	42	36					
7	63	56	49						
8	72	64							
9	81								

Tabula numerorum ex digiti in digitũ multiplicatione productorũ.

Exemplum.

Vt ſi uelis multiplicare 9 per 8. Accipito 9 ad uerticem ipſius tabellæ, 8 uerò in læuo & extremo latere: & in communi angulo inuenies 72, eum quẽ optabas numerum. Idem iudica de cæteris. Hac igitur uia, productos ex digiti in digitum multiplicatione numeros, longo uſu, memoriæ poteris facilè commẽdare.

De articuli multiplicatione, per digitũ. Regula.

6 SECVNDO, SI NVMERVS PROPONATVR ARTICVLVS, PER ipſum digitum multiplicandus: id facies ea quæ ſequitur arte. Relinque tziphras id eſt, elementa non ſignificatiua ipſius articuli numeri, quotquot extiterint: & duc ſingula elementa ſignificatiua eiuſdem articuli, in oblatum & multiplicantem digitum, & producto demum numero præfatas rurſum anteponito tziphras, uerſus dextram ipſius numeri regionem.

Documentum.

Quòd ſi ex ductu alicuius elementi ſignificatiui, in ipſum digitum numerum, articulus aut mixtus ſiue compoſitus efficiatur numerus: ſcribatur ſuo loco tziphra, aut compoſiti numeri digitus, & pro qualibet dena uel articuli, aut compoſiti numeri, traducatur unitas ad proximè ſuccedentem locum, atque unà cum ibidem occurrente numero iungatur.

Exemplum.

Proponatur in exemplum numerus 400, per 3 multiplicandus. Duc itaquè 4 in 3, fient duodecim: quibus adde 00 uerſus dextram, in hunc modum 1200, & productum obtinebis

nebis ex hac multiplicatione numerum. Esto rursum propositum, multiplicare 25000, per 7. Duc igitur primum 5 in 7, fient triginta quinque: nota ubi uo lueris 5, & reserua mentaliter tres denas. Deinde multiplica 2 per eadem 7, fient quotuordecim: quibus adde 3, pro tribus denis nuper reseruatis, consurgent 17. hæc scribe post 5, uersus læuam, hoc modo 175. Tandem ad dextram ipsius numeri 175, obmissas reponito tziphras, utpote 000: & resultabunt 175000, productus ex præmissa multiplicatione numerus. Haud dissimiliter de cæteris facien dum esse iudicato. Hinc sequitur, quòd unica tziphra o, cuiuis numero dextror sum adiuncta, ipsum numerum decies multiplicat: duæ uerò tziphræ 00, centies, tres 000, millesies. & ita consequenter, in infinitum.

Aliud exemplum

Corolarium.

TERTIO, NECESSVM EST COMPOSITVM NVMERVM, PER ipsum digitum aliquando multiplicare: quod facies in hunc modum. Scribe primum oblatum compositum & multiplicandum numerum, & sub eo digitum multiplicantem: interiecta sub utroque in transuersum lineuncula. Deinde, multiplica quodlibet elementum ipsius compositi numeri, per eundem multiplicantem digitum, incipiendo ab unitatibus, seu primo eiusdem compositi numeri elemento: notatis sub interposita lineuncula sigillatim productis numeris, desyderatum seu productum ex ipsa multiplicatione componentibus numerum. Cum autem numerus, ex particulari cuiuspiam elementi per oblatum digitum multiplicatione productus, fuerit articulus: retinendæ sunt denæ præfatum articulum denominantes, & subscribenda est tziphra o. At si compositus, siue mixtus extiterit ipse numerus: reseruabis similiter articulum, subnotato respondenter digito, siue residuo. Ei porrò numero, qui ex succedentis elementi multiplicatione consurget: tot addantur unitates, quot fuerint ipsæ denæ ex præcedenti uel articulo uel composito numero retentæ. Rursumque (cum opus fuerit) similis discursus obseruetur. Veruntamē cum ad extremum compositi, uel multiplicandi numeri perueneris elemētum: ipsis denis (si occurrant) in mente reseruatis nonus locus sinistrorsum adquirendus est, in quo per congruum reponantur elementum. Item, si in eodem composito & multiplicando numero insertæ fuerint tziphræ, id est, elementa minimè significatiua: nihil ex ipsarum tziphrarum multiplicatione generabitur (quoniam ex nihilo, nihil fit) quare tziphra o uenit respondenter subscribenda: nisi fortè denam, uel de nas aliquot habueris, ex præcedenti multiplicatione retentas, quas tunc loco tziphræ proprio subnotabis elemento. Detur in exemplum hic numerus 2508, per 5 multiplicandus. Igitur sub primo & dextro ipsius numeri elemento, utpote 8, scribe 5: & transuersalem sub utroquè ponito lineunculam. Quibus ita præparatis, hac arte procedas, dicendo. quinquies 8, efficiunt 40, numerum articulum: scribe igitur o sub præfata lineuncula, ad respondentiam ipsorum 8, & reseruato mentaliter 4 denas ipsum articulum constituentes. Postea dicas, quinquies o, nihil est: subscribēda igitur esset tziphra o, ni quatuor haberes denas ex collecto nuper articulo reseruatas, pro quibus subnotabis 4, post o, uersus læuam. Cōsequēter dicito, quinquies 5, faciunt uiginti quinque, compositum uidelicet numerū: subscribes ergo 5, & reseruabis articulum à binario denominatum. Tandem dices, quinquies 2 conficiūt decem, quibus si duas pro reseruato nuper articulo iūxeris unitates, fient 12: quæ suo notabis ordine, uersus læuam, post 5. Producentur itaquè ex hac multiplicatione 12540. Idem de cæteris.

Multiplicatio compositi numeri, per digitum.
Regula.

Primum documentū

Secundū documētū.

Exemplum.

Numerus multiplicandus		2	5	0	8
Digitus multiplicans.					5
Numerus productus.	1	2	5	4	0

Regula de multiplicatione articuli, per articulũ nũerũ.

QVARTO, SI LIBEAT MVLTIPLICARE NVMERVM ARTICV- 8 lum, per alium itidem articulum numerum: Reiectis utriusq́ numeri tziphris, duc unius elementa significatiua, in significatiua alterius elementa, & producto numero singulas, id est, tam multiplicandi quàm etiam multiplicantis anteponito tziphras, suo uersus dextram ordine. hoc enim modo, productus ex datorum numerorum multiplicatione conflabitur numerus. Verum si in articulo & multiplicante numero duo, uel plura fuerint elementa significatiua: tunc quodlibet elementũ multiplicandi (intellige significatiuum) ducatur in quodlibet ipsius multiplicantis, per doctrinam præcedenti numero septimo huiusce capitis declaratam. ea tamẽ industria: ut singula multiplicantis elemẽta, singulas procreent numerorum lineas, ab eisdẽ elemẽtis multiplicãtis exordium sigillatim accipientes. Volo dicere, cũ numerũ multiplicãdũ, in primũ multiplicantis duxeris elementũ: tunc à primo loco, uersus læuam, productum ordinabis numerum. cum autem per secundum, à secundo: & cum per tertium, à tertio. & ita consequenter de cæteris. Singulæ demũ productorum numerorum lineæ, in unum (additionis officio) componãtur numerum, interposita rursum lineuncula.

Documentũ animaduertendũ.

Exemplum.

Sit in exemplum numerus 1500, per 20 multiplicandus. Duc itaq́ 15 in 2, per doctrinam antecedentis numeri septimi, fient 30: quibus antepone dextrorsum tres tziphras, hoc modo 30000, unam quidem pro multiplicante, scilicet 20, & duas ratione multiplicandi numeri, utpote 1500, & absoluta paucis erit ipsa multiplicatio. Concludendum igitur, uigesies 1500, pruducere 30000.

Aliud exemplum

Rursum esto propositũ, multiplicare 34000, per 250. Igitur, ordinatis ut decet elementis significatiuis: multiplica 34, per 25. primo quidem per 5, iuxta doctrinam immediatè præcedentis numeri septimi, de compositi numeri per digitum multiplicatione: & prouenient 170. deinde per 2, fietq́ 68, ab ipso binario multiplicãtis, uersus læuã distribuẽda; ne cẽtenæ in denas, aut denæ uertantur in unitates, sed digiti multiplicantis, & producti per eum numeri, debita obseruetur respondentia. Porrò 170, unà cũ 68 (quæ 680, in ualore repræsentant) conficiũt 850: uelut obiecta descriptiũcula mõstrat. Ipsi tãdẽ numero 850, si quatuor tziphras, hoc est, 0000 dextrorsum adiunxeris, tres quidẽ rõne m̃ltiplicandi, & unã ex pte m̃ltiplicãtis nũeri: hic cõflabit̃ nũerus 8500000, ex p̃fata nũeroꝝ m̃ltiplicatione productus. de similibus idẽ iudicato.

Numerus multiplicandus.		3	4
Numerus multiplicaus.		2	5
Numeri producti.	1	7	0
	6	8	
Productorum summa	8	5	0

Numerus ex finali multiplicatione resultans.

8 5 0 0 0 0 0

Regula multiplicationis compositi numeri, per articulum, uel è contra.

QVINTO, HAVD DISSIMILITER OBLATVM QVEMVIS NVME- 9 rum compositum, per articulum, uel è contra, multiplicare poteris numerum. Reiectis enim articuli tziphris, duc elementa singula compositi numeri, in elementum, aut elementa significatiua ipsius articuli, quemadmodum de mutua articulorũ multiplicatione, præcedenti octauo docuimus numero, & producto tandem numero eiusdẽ articuli anteponito tziphras, ad dextram ipsius numeri regionem: generabitur enim numerus, ex talium numerorum inuicem facta multiplicatione productus.

Exemplum.

Addamus unicum exemplum, quo singula reddantur lucidiora. Sit igitur numerus 200, per 36 multiplicandus. Duc itaquè 36, per 2, fient 72: quibus adde uersus dextram, hoc est, ante 2, duas tziphras in hunc modum 7200, & optatum habebis numerum. Eodem modo si 324, per 200 arte nuper expressa multiplicentur: hic tandem producetur numerus, utpote 64800. Eadem operandi ratio, in similibus obseruetur.

VLTIMO,

De compositi numeri per compositum multiplicatione.

10 VLTIMO SVPEREST DEMONSTRARE QVONAM PACTO COMpositus numerus, per compositum: aut mixtus quilibet, per alium quemuis numerum multiplicetur. & hæc est præcipua, & difficilior numerorum multiplicatio: quam artificiali discursu, ex prædictis ita colligere poteris. Disponantur in primis, uti decet, nũeri: utpote singula multiplicãtis elemẽta, sub singulis elemẽtis multiplicandi, pro discreta locorum respondentia, unà cum subscripta lineuncula sub utroq; transuersaliter poni solita. Postmodum ab unitatibus & dextris siue primis elementis operationem initiando, duc quodlibet elementum numeri multiplicandi in quodlibet elementum multiplicantis: & productos sigillatim numeros, à suo loco & elemento, uersus læuam distribuas, quos tandem in unum addas numerum: interiecta rursum sub eisdem productis lineuncula, sub qua productus siue resultans ex facta multiplicatione numerus, solito more reponetur. Quemadmodum octauo huiusce capitis numero, proprio admonuimus documento: quod quidem documentum, unà cum duobus præcedentibus, numero septimo sufficienter expressis, in pleniorem eorum quæ diximus intelligentiam, uenit iteratò consulendum. Quibus documentis, hoc etiam adijciemus: uidelicet. Quoties aliquod elementum multiplicantis fuerit non significatiuum: hoc est tziphra 0, nihil ex eo producetur: quapropter ab ipso elemento non significatiuo, uersus læuam tot subnotentur tziphræ, quot elementa multiplicandus comprændit numerus. Sufficit tamen unica tantummodo tziphra respondenter subnotata, locum ipsius elementi multiplicantis occupare: quoniam cæteræ (meo saltem iudicio) in uanum scriberentur. Item, quoties aliquod elementum ipsius multiplicantis numeri fuerit 1, id est, unitas: tunc ab ipso unitatis elemento, uersus læuam, numerus multiplicandus uenit integrè distribuendus. quoniam unitas neque in multiplicatione, neq; in diuisione aliquid immutat. Exemplari calculo quæ diximus, solito more discurramus. Sit ergo multiplicandus hic numerus 5423, per 204. His itaq; uelut admonuimus, & subiecta descriptiuncula docet ordinatis: dicito primum. quater 3 faciunt duodecim: subscribe 2 ad rectum ipsorum 4, & seruato in mente denã. Postea dicas, quater 2 efficiunt octo, quibus adde unitatem pro nuper obseruata dena, fient nouem: subscribito ergo 9, in ordine proximo, uersus læuam. Rursum dicito, quater 4 conficiunt sedecim: subnotabis igitur 6, seruabisquè iterum denam, siue articulum. Tandem dices, quater 5 faciunt uiginti, quibus si pro reseruata dena unitatem adiunxeris, fient 21: subscribas itaquè 1 post senarium, & in quinto, atquè ultimo limite 2. Hoc primo discursu peracto, ad proximè succedens numeri multiplicantis te confer elementum: quod cum sit tziphra, id est, nullius significationis, nihil ex sua multiplicatiõe producet: idcirco sub eadem tziphra numeri multiplicantis, alia scribatũ tziphra: uel tot (si uolueris) finistrorsum, quot in multiplicãdo numero sunt elemẽta. Cõsequẽter ad ultimũ numeri multiplicãtis deueniendũ est elemẽtũ: utpote 2. Dic ergo, bis 3 faciũt sex: scribe ergo 6, sub binario. Rursumquè dicito, bis 2 componunt quatuor: subscribito 4, post senarium, ad læuam ipsius regionem. Postea dicas, bis 4 efficiunt octo: subnotabis igitur 8, suo ordine. Dicito tandem, bis

Regula.

Documentum.

Aliud documentum

Exemplum.

5 4 2 3	*Numerus multiplicandus.*
2 0 4	*Numerus multiplicans.*
2 1 6 9 2	
0 0 0 0	*Numeri producti.*
1 0 8 4 6	
1 1 0 6 2 9 2	*Numerus resultans*

dem, bis 5 faciunt decem: ergo subscribenda est tziphra 0, & post eam 1, in ultimo loco uersus læuam adquisito. Cum igitur per ipsum binarium multiplicasti, idem effecisti, ac si dixisses, ducenties 5 4 2 3: ex quo ductu, hic resultat numerus 1 0 8 4 6 0 0, primo & secundo loco tziphris occupatis. Idem censebis de cæteris elementis, pro locorum respondentia. Demum si productos ex singulis multiplicationibus numeros, in unum collegeris numerum, interposita rursum lineuncula: probabis ex facta multiplicatione, prouenire 1 1 0 6 2 9 2. Qui quidem numerus se habet ad multiplicãdũ, ueluti multiplicãs ad unitatẽ. Idẽ iudicato de reliqs.

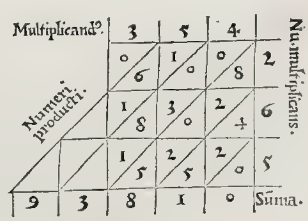
Notandum.

Alius multiplicandi modus, omniũ facillimus, atque certissimus.

II PLACET TANDEM, ALIVM MVLTIPLICANDI SVBNECTERE modum, omnium quippe certissimum & facillimum: & ijs maximè cõducens, qui solent obliuiosa mentis imbecillitate laborare. quo singula productorum numerorum elementa, oculari patent inspectione: neq; opus est articulos in mente reseruare, quorum obliuione plærunquè contingit errare. Sed ad rem ipsam properemus. Oblatis itaq; duobus numeris inuicem multiplicandis: erige super abaco figuram quandam rectilineam, paruis admodum contextam quadrangulis, cuius longitudo tot quadrangula comprændat, quot sunt elementa in numero multiplicando, latitudo uerò, quot in ipso multiplicante numero. quodlibet inde quadrangulum diagonali bipartiatur lineuncula. Quibus ita præparatis, multiplicandus supra scribatur numerus, multiplicans uerò ad dextrum figuræ latus collocetur: eo quippe modo, ut singula cuiuslibet elementa suis locata sint quadrangulis, & ultimum elementum multiplicantis, cum primo elemento multiplicandi ad rectum & communem ueniat angulum, reliquis deorsum ordine distributis. Ducantur postmodum singula multiplicandi, per singula multiplicantis elementa, & producti numeri proprijs inscribantur quadrangulis: digiti quidem sub diagonali, & articuli supra. Congregentur tandem singuli numerorum ordines, ab ipsis lineis diagonalibus transuersaliter separati, à dextro & inferiori quadrangulo initio sumpto: resultabit enim numerus ex tali multiplicatione productus: Sit in exemplum numerus 3 5 4, per 2 6 5 multiplicandus. Igitur facta linearum contextura, locatisquè suo ordine numeris, ueluti subiecta monstrat formula: duc primum 4 in 2, fient 8, hæc scribe intra infimum superioris & dextri quadranguli trigonum. Postea ducito 5 in 2, prouenient 10, articulus numerus: pone itaquè 0 in infimo, & 1 in supræmo sucedentis quadranguli trigono. Rursum per ipsum binarium multiplica 3, fient 6: hæc scribe suo loco. Confer te postmodum ad 6 medium ipsius multiplicantis elementum, & per ipsum multiplica. 4, producentur 24: scribe igitur 4 intra inferiorem, & 2 intra superiorem dextri & secundi ordinis quadranguli trigonum, Et ita consequẽter de reliquis: ex secũdo ad primũ deueniẽdo multiplicãtis elemẽtũ. Demũ absoluta multiplicatione, adde numeros ad inuicẽ ex singulis multiplicationibus prouenientes: in hunc modum. Sub infima contexturæ lineuncula, & dextro, atq; inferiori quadrangulo, pone tziphram 0. Deinde dicito, 4 & 2 faciunt 6, & 5 conficiunt 11: scribe igitur 1, sub sequẽti uersus læuã quadrãgulo, dena in mente reseruata. Et dicito rursum, 8 et 2 faciũt 10, & 2 efficiunt 12, & 5 constituunt 17, quibus adde unitatem pro nuper obseruata dena, fient 18, subscribes ergo 8, in tertio

Regula.

Exemplum.



læuorsum

læuorſum ordine. Itẽ pro reſeruata dena, adde 1 ſuccedentibus numeris, & colligetur 13. unde ſi notaueris 3, & denam rurſum pro unitate ad ultimum traduxeris ordinẽ, conſurgent 9: quibus ſuo loco deſignatis, habes uniuerſum numerum ex hac multiplicatione productum, 93810.

De diuiſione eorundem integrorum. *Caput V.*

1 DIVIDERE, EST OBLATVM QVEMVIS NVMERVM, PER alium aut minorem, uel ſaltem æqualem numerum, toties adæquatè diſtribuere, quot in ipſo minori uel æquali numero ſunt unitates: hoc eſt, diuidere eſt numerum artificialiter inuenire, qui quoties numerus diuiſor in diuidendo numero præciſe contineatur oſtendat. Diuidendum adpellamus numerum, qui per alium partiendus offertur. Diuiſorem uerò, cui præfatus numerus diuidendus adæquatè diſtribuẽdus eſt: eo quippe modo, ut quoties fieri poterit, ipſe diuiſor à diuidendo ſubtrahat̃ numero. Vicium porrò numerus ex artificiali diuiſione procreatus, numerus quotiẽs uulgò nuncupatur qui ſemper in ea ratione ſe habet ad unitatem, qua diuidendus ad numerum diuiſorem. Exempli gratia, ſi proponantur 40 diuidenda per 8, quoniam 8 quinquies in 40 continetur, uel ex eiſdem 40 cuilibet ipſorum 8 cadunt præciſe 5: idcirco præfatum numerum 40 diuidendum, 8 uerò diuiſorem, & 5 quotientem adpellabimus numerum. At 5 ad 1, ueluti 40 ad 8, quintuplã uidetur obtinere rationem. De cæteris idem iudicato. Itaquè diuiſio ſemper uenit intelligenda de maiori numero, per minorem numerum: quoniam minorem per maiorem diuidere numerum eſt impoſſibile, æqualẽ uerò per æqualem ſuperuacaneum, cum pro quotiente numero ſemper occcurrat unitas.

Quid nam ſit diuidere, ſiue partiri.

Nume. diuidendus.

Numerus diuiſor.

Numerus quotiens.

2 PLVRES DIVIDENDI MODOS ACCEPIMVS, SED VNICVM duntaxat breuiorem, & omnium facillimum tibi ſelegimus: quo mediante, datos quoſcunq; numeros, per alios quoſuis etiam numeros, poteris in hunc diuidere modum. In primis itaq;, diuidendus numerus decentibus exprimatur elementis: ſub quo duæ parallelæ, id eſt, æquidiſtantes in transuerſum ducantur lineunculæ, intra quas numerus quotiens reponetur. Sub his deinde parallelis diuiſor uenit ita collocandus, ut ſiniſtrum & ultimum eiuſdem elementum, ſiniſtro & ultimo diuidendi reſpondeat elemento: & cætera cæteris, prout ordo requirit, ni forſitan ipſum ultimum & læuum diuiſoris elementum, ultimo diuidendi maius fuerit elemento: nã tunc ipſum ultimum diuiſoris elementum, ſub elemento diuidendi penultimo prima fronte locandum eſt, & reliqua ſub reliquis, ſeruato dextrorſum ordine. Quibus ita præparatis: operatio ab ultimis & groſſioribus elementis, hoc pacto ſiniſtrorſum uenit initianda. Conſyderandum eſt in primis, quoties ultimum diuiſoris elementum, in elemento aut numero diuidendi ſupra poſito reperibile ſit: item, an reliqua diuiſoris elementa, in ſuperioribus elementis, aut ſigillatim occurrentibus numeris, toties inueniri poſſint, id enim eſt neceſſarium, quando plura diuiſoris ſunt elementa ſignificatiua: nullo unquàm ad prima numeri diuidẽdi elementa, quæ primum diuiſoris elementum dextrorſum antecedunt, habito reſpectu. Is ergo uicium numerus diligenter examinatus, inter lineas æquidiſtantes locari debet, ſuper primum & ſignificatiuum diuiſoris elementum (nõ referret tamen, ipſum ſupra primum, etiam non ſignificatiuum, uel alibi ponere) & tandem per ſingula diuiſoris elementa ſigillatim multiplicari, & productus ex qualibet ductione pticulari numerus, à ſuperioribus elemẽtis numeri diuidẽdi, aut ſuccedẽtibus

Regula diuiſionis generalis, & omniũ facillima.

residuis eiusdem numeris sigillatim auferri: residuo, cum superabundauerit, respondenter supranotato, cancellatis prius utriusque numeri quæ seruierunt elementis. Hoc primo discursu peracto, quodlibet diuisoris elementum, per unicũ limitem dextrorsum uenit anteriorandum: simili rursum quotientis toties examine facto, quatenus primum diuisoris elementum, primo ipsius numeri diuidendi respõdeat elemẽto. tunc enim absoluta & completa propositæ diuisionis uidebitur operatio.

Documenta in diuisione seruanda.

Quòd si contingat diuisoris elementa, pluries quàm nonies in suprapositis elementis aut numeris inueniri: solum tamen 9 inter lineas perallelas, aut alibi pro quotiente repones. quoniam nullum habemus arithmeticum elementum maioris, imò nec tanti ualoris, quàm sit ipsum nouenarium: quemadmodum capite primo declarauimus. Quoties autem aliquod diuisoris elementum, in suprarespondẽti aut numero aut elemento non poterit aliquoties, utpote semel inueniri (& si forsitan reliqua in suprapositis semel, aut pluries inueniãtur) tziphra o pro digito quotientis accipienda est: toto diuisore numero per unicũ limitem rursum anteriorato. Item quandocunque in diuisore compræhendetur aliquod elementum non significatiuum, id non est in operatione curandum, potissimum ubi primas occupauerit sedes: quoniam ex nihilo nihil prouenire certum est. Porrò si absoluta diuisione aliquod superfuerit ex diuidendo residuum, ipsum debet esse minus diuisore: quod interiecto gnomunculo, à toto (si uelis) separabis numero. Nec te prætereat, ipsum residuum à diuisore denominationem obtinere: unde & sub eodem residuo, diuisorem poteris seorsum scribere numerũ, posita (ut solet) inter utrunque lineuncula.

Expedita numeri quotientis inuentio.

EX HIS FACILE COLLIGITVR, TOTAM ARTIS DIFFICVLtatem, à sola numeri quotientis inuentione pendere. Huius itaque numeri quotientis inuentionem, perquàm facilem tibi recẽter excogitauimus, & quæ sine tedioso numerorum discursu, nullam tibi mentis oppressionem generabit: fitque in hunc modum. Scribe seorsum 9 elementa significatiua, ab 1 deorsum ordinata. Deinde ad læuam unitatis regionem, diuisorem collocato numerum. Hunc postea duplica, & duplatum numerũ pone iuxta 2. Producto rursum ex duplicatione numero, præfatum adiungito diuisorem: & prouenientem inde numerum subscribito in rectũ ipsius 3. Iterum cum producto numero, eundem componito diuisorem: & numerum resultantem, collocato ad læuam quaternarij regionem. Idque toties facito, donec ad 9 perueneris elementum: eo quidem modo, ut singulis elementis significatiuis, singuli respondeant numeri ex continuata diuisoris additione producti. Quibus ita præparatis, confer numerum diuidendum, supra diuisorem, & à primo eius elemento uersus læuam occurrentem, cum præmissis numeris: & eum notato numerum, qui eidem numero diuidendo aut æqualis, aut proximò minor existit. nã digitus qui ad dextram & rectam eiusdem numeri regionem sese offeret, is erit pro desyderato quotiente sumendus. Hunc igitur suo loco reponito, & facta eiusdem quotientis per singula diuisoris elementa multiplicatione, debitaque numerorũ sigillatim productorum à supra respondentibus subtractione: residuum (uelut ante monuimus) supra notetur. Rursumque similis discursus obseruetur: quousque finita sit diuisionis operatio. Poteris etiam (si uelis) ad maiorem uel facilitatem, aut diuisionis promptitudinem, sine aliqua digiti quotientis per diuisorem multiplicatione: eum numerum, quem inter productos ex continua diuisoris additione numeros, ad læuam quotientis inuenisti, à numero diuidendo ipsi diuisori supra & læuorsum posito, elementatim auferre. eadem nanque redibit operatio: sed multò breuiori, atque faciliori uia, & quæ te (si eam semel degustaueris) plurimum oblectando, à prolixo tediosoque singulorum elementorum discursu præseruabit.

EXEMPLO

Exemplum diuisionis.

4 EXEMPLO FORSITAM QVAE DIXIMVS CLARIVS INTELLIges. Sit ergo diuidendus hic numerus, 73100, per 126. Hos disponito ueluti nuper admonuimus, & subsequẽs indicat formula. Postmodum ordinatis ab unitate digitis, uel elementis significatiuis: collocato diuisorem, utpote 126, ad læuam unitatis regionem. Hunc postea duplica, fient 252: hæc subscribito iuxta 2. Ipsis rursum 252, addito 126, prouenient, 378: quæ repones in re-

Diuisor.	
1 2 6	1
2 5 2	2
3 7 8	3
5 0 4	4
6 3 0	5
7 5 6	6
8 8 2	7
1 0 0 8	8
1 1 3 4	9

Numeri ex continua diuisoris additione producti, à diuidendo subtrahendi numero. — *Digiti pro quotiente sumendi.*

ctũ ipsius ternarij. Iterum cum eisdem 378 iungito 126, resultabunt 504: hæc subscribes iuxta 4, uersus læuã. Consequenter præfatis 504 adde 126, fient 630: quæ notabis ad læuam quinarij regionem. Et deinceps per continuam additionem ipsorum 126, succedentes consurgent numeri: utpote 756, 882, 1008, & 1134, reliquis elementis significatiuis, uidelicet 6, 7, 8, 9, sigillatim respondentes: quemadmodum ex obiecta descriptione, cõpræhẽdere facile est. His præmissis: contemplare numerum in præparata descriptione cõtentum, numero diuidendo supra diuisorem à primo eius elemento uersus læuã posito æqualem. Et quoniam nullus talis occurrit numerus: accipe 630 numerũ proximò minorem, ad cuius dextram regionem sese offerunt 5, primus quotiẽtis numeri digitus. Scribas ergo 5 inter lineas æquidistantes, supra 6: & dicito, semel 5, sunt quinque: auferãtur 5 à 7, relinquẽtur duo. dele igitur 7, & supra scribe 2. Postea dicas, bis 5, efficiũt decẽ: subtrahãtur 10 à 23, supererũt tredecim. cancellato itaque 2, & supra scribito 1: ipsis 3 intactis, ut remaneant 13. Rursum dicito, sexies 5, producunt triginta: aufer 30 à 131, relinquentur 101. sufficit ergo delere 3, & supra notare (si uolueris) tziphram 0. Idẽ relinquetur numerus, sine aliqua digiti quotiẽtis per diuisorẽ multiplicatione: si à 731 eundem minorem & propinquiorẽ immediatè subduxeris numerũ, utpote 630. sola nãq; unitas scribẽda erit supra 7, & 0 super 3: uelut ex secũda ipsius exẽpli descriptione, depræhẽdere facile potes. Hoc primo discursu peracto: renouato diuisorem numerum, singula eiusdem elemẽta per unicum limitem (ut infra uides) dextrorsum anteriorando: & rursum inquiras digitum, qui ostẽdat quoties 126, in 1010 cõtinetur (1 enĩ supra 2, aut supra 7, ualet 100 respectu ipsorum 6 nũc anterioratorum) hunc porrò digitum sinè labore sic obtinebis. Inuenias rursum numerum, relicto diuidendi numero, utpote 1010, uel æqualem, aut eo minorem & propinquiorem: ex ante parata descriptione. Is erit 1008: in cuius rectum & dextrum occurrẽt 8, digitus secundo reperiendus. scribe igitur 8 ante 5, uersus ~~læuã~~: & dicito. semel 8 sunt octo: aufer 8 à 10, supererũt duo. dele ergo 10, & scribe 2, super 3. Postea dicas. bis 8, faciũt sedecim: subtrahe 16 à 21, relinquẽtur quinq;. cãcellabis ergo 21: & scribes 5, super 1. Et dicito tãdem. sexies 8, cõficiunt quadraginta octo: auferto 48 à 50, remanebunt duo. scribas itaq; 2, super 0: deletis 50. Vel, & facilius multò: tolle 1008 ab eisdẽ 1010 relinquentur pariter 2, super 0, ad rectum ipsorum 8 notanda, ipso numero 1010 prius cancellato. quemadmodum in secunda eiusdem exempli formula, uides obseruatum. Singula tandem ipsius diuisoris elemẽta (delectis prioribus) per unicum limitem dextram uersus renouentur. Et quoniam super 1 diuisoris nihil relictum est, imò nec ipsis 6 aliquid supra respondet, tametsi 2 in sibi respondentibus 2 semel inueniantur: idcirco tziphra 0, uenit pro quotiente sumenda, nam residuum multò minus est ipso diuisore numero, scribe igitur 0,

ante

ante 8, uerſus dextram: & completam habebis huiuſce diuiſionis operationẽ, relictis 20, quæ centeſima uigeſima ſexta dicentur, & gnomunculo ab ipſo diuidendo ueniunt ſeperanda numero. Concludẽdum itaquè, ſi 73100 numerus, diuidatur per 126, generari pro quotiente numero 580: & reſiduum ipſius numeri diuidendi, fore 20 cẽteſima uigeſima ſexta, ab ipſo quippe diuiſore 126 denominata. De ſimilibus non alienum oportet habere iudicium: etiam propoſito quocunq; numero, per alium quemuis numerum diuidendo.

Prima exempli formula.

	1	2		*Reſiduum*	
	2	0	5	2	0
Numerus diuidendus	7	3	1	0	0
Numerus quotiens.			5	8	0
Numerus diuiſor.	1	2	6	6	6
		1	2	2	
			1		

Secunda exempli deſcriptio.

				Reſiduum.	
	1	0		2	0
Numerus diuidendus	7	3	1	0	0
Numerus quotiens.			5	8	0
Numerus diuiſor.	1	2	6	6	6
		1	2	2	
			1		

Corolarium.

5 Ex prædictis relinquitur manifeſtum: quotientem in diuiſione numerum tot ſemper elementa continere, quot elementis numerus diuidendus ipſum diuiſorem ſuperat numerum, unico tantum adiuncto. Quoniam ſi diuiſor numerus tot habeat elementa, quot & ipſe diuidendus: tunc quotiens unico tantum compræhendetur elemento. at ſi diuidendus ipſum diuiſorem numerum uno ſuperet elemento, idem numerus quotiens duo continebit elemẽta: & ſi duobus, tria, ſi uerò tribus, quatuor. Et ita deinceps, quantumlibet.

De integrorum numerorum reductione. Caput VI.

Reductionis diffinitio.

1 REDVCERE EST NVMERVM POTENTIA GROSSIOREM, in ſubtiliorem: uel è contra permutare. Hæc autem reductio, fit per diuiſionem: illa uerò per multiplicationem. volo paucis dicere, groſſiora ad ſubtiliora, coadiuuante multiplicatione: ſubtiliora uerò ad groſſiora, officio diuiſionis fore reducenda. Groſſiores ſolemus adpellare numeros, qui potentia & extrinſeca denominatione ſunt maiores: ſubtiliores uerò, qui potentia minorem & extrinſecam hadent denominationem. Velut in monetis, ſcuta uocamus groſſiora francis: & francos groſſiores duodenis, aut duodenos turonis groſſiores adpellare ſolemus. tametſi numerus turonorum, ſit plerunq; maior numero duodenorũ: uel numerus duodenorũ, multò ſepe maior frãcorũ numero. De ſimilibus, idem uenit reſpondenter iudicãdum: pro diuerſo numerorũ genere.

Qui numeri groſſiores, & qui ſubtiliores dicantur.

Reductio numeri groſſioris in ſubtiliorem.

2 CVM ERGO NVMERVM POTENTIA GROSSIOREM IN SVBtiliorem placuerit reducere numerum: uide quot ſingularia ſubtilioris numeri, cõtineat unum ſingulare groſſioris. & per uicium numerum, groſſiorem & reducendum numerum multiplicato: nam productus inde numerus, conuerſum ex reductione numerum oſtendet. Demus igitur exemplum de monetis (nam idem erit iudicium de cæteris) Si uelis reducere 150 francos ad duodenos, quoniam francus vnus 20 cõtinet duodenos: multiplica 150, per 20, & producẽtur 3000. Ergo præfati 150 franci, reducũtur ad 3000 duodenos. Quòd ſi placuerit eoſdem 3000 duodenos, ad turonenſes conſequẽter reducere denarios: multiplica 3000, per 12 fient 36000 turoni. nam unus duodenus, 12 denarios turonenſes compræhendit. Horum autem exemplorum ſuccedẽtes, in maiorẽ dictorum elucidationem, accipito formulas.

Exemplum.

Prima exempli formula.

Numerus frācorū reducēdus	1 5 0
Numerus duodenorū uni⁹ frāci.	2 0
	0 0 0
	3 0 0
Numerus duodenorū, ex frācorū reductione productus.	3 0 0 0

Secunda exempli formula.

Numerus duodenorū reducendus	3 0 0 0
Numerus turonorū unius duodeni.	1 2
	6 0 0 0
	3 0 0 0
Numerus turonorū, ex duodenorū reductiōe ꝓductus.	3 6 0 0 0

3 QVOTIES AVTEM SVBTILIORIS DENOMINATIONIS numerum, in grossiorem reducere fuerit operæprecium: id facito diuisionis officio, in hunc quippe modum. Consydera quot singularia subtilioris numeri, conficiant unum singulare grossioris: & per numerum quotientē, subtiliorem & reducendum diuidito numerum. nam quotiens ex diuisione procreatus numerus, propositum indicabit. Repetantur in exemplum nuper expressi 36000 turoni, ad duodenos reducendi. Igitur quoniam 12 turoni, unum efficiunt duodenum: ideò præfatos 36000 turonos, per 12 diuidere necessum est. Fiēt igitur pro quotiēte numero, 3000 duodeni. Porrò si hos 3000 duodenos, uelis similiter ad francos reducere: diuide 3000, per 20, & generabuntur pro quotiente 150 franci. 20 nanque duodeni, unum componunt francum. Quæ omnia subiectis patent formulis, ad clariorem singulorum euidentiam adiunctis.

Reductio numeri subtilioris ad grossiorem.

Exemplum.

Prima exempli descriptio.

Numerus turonorū reducēdus.	3 6 0 0 0
Numerus duodenorū procreatus.	3 0 0 0
Numerus turonorum unius duodeni.	1 2 2 2 2
	1 1 1

Secunda exempli descriptio.

	1
Numerus duodenorū reducendus.	3 0 0 0
Numerus francorum generatus.	1 5 0
Numerus duodenorum unius franci.	2 0 0 0
	2 2

4 Cum autem ex tali reductione, aliquod superfuerit residuum: ipsum proximè diuisi & reducendi numeri denominationem obtinebit. Vtpote, si 345 duodeni reducerentur ad francos: absoluta diuisione 345 duodenorum per 20, fient pro quotiente reductionis 17 franci, unà cum 5 duodenis remanentibus, qui unum quartum unius franci poterunt non indecenter adpellari. Idem intellige faciendum de cæteris. 5 Tenebis etiam pro generali documento: numerorum genere plurimum distantium reductionem, per continuatam intermediorum & proximè succedentium numerorum reductionem esse faciendam. Si uelles enim francos ad turonos reducere: hi primum reducendi sunt ad duodenos, & duodeni tandem ad turonos. E diuerso autem, si turoni proponerentur ad francos reducendi: hos prius uertes in duodenos, & duodenorum numerum in francos. De cæteris quibuscunq; similibus, respondenter est iudicandum. Nec te prætereat, in reliquis monetarum generibus, ponderibus, mēsuris, cæterisq; eiuscemodi rebus, in diuersas partiū rationes subdiuisibilibus, simili uia fore procedendū. Cōsyderandi nanque sunt monetarum ualores, ponderum & mensurarum, aliarùmue rerum perscrutanda genera: & absoluenda singulorum reductio, quēadmodum supra monstrauimus, & ex prædictis regulis, ac earūdem exemplis elicere haud difficile est.

Notandum.

Documentum in reductione seruandū.

De inuentione radicis quadratorum numerorum. *Caput. VII.*

Quid ſit quadratam inuenire radicem

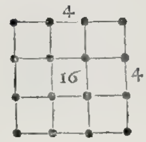
QVADRATAM ALICVIVS NVMERI RADICEM INuenire, eſt numerum artificioſo diſcurſu colligere: qui per ſeſe multiplicatus, oblatum numerum (ſi fuerit quadratus) præciſè componat: uel maiorem numerum quadratum efficiat, in oblato numero contentum. 1

Numerus quadrat⁹ *Radix quadrata.*

Numerum quadratum adpellamus, qui ex ductu alicuius numeri in ſe ipſum producitur. Radix autem quadrata, dicitur numerus, ex ſuiipſius multiplicatione quadratum efficiens numerum. Vnde quilibet numerus alicuius numeri quadrata uidetur eſſe radix: tametſi non omnis numerus radicem habeat quadratam, ſed is tantummodo qui quadratus eſt. Habent itàque mutuam inter ſeſe connexionem, radix & quadratus numerus.

Quadrate multiplicare.

Igitur quadrare, ſeu quadratè numerum aliquem multiplicare, eſt oblatum quèmuis numerum in ſeipſum ducere: hoc eſt, præfatum numerum toties in unum componere, quot in eodem ſunt unitates. Vtpote, ſi multiplicauero 4 per ſeſe, dicendo quater 4: conſurgent enim ſedecim. ergo 16, quadratus erit numerus: & 4, eiuſdem numeri quadrata radix. idem de cæteris. Quadratus itaq; numerus, quandam cum geometrico quadrato uidetur habère ſimilitudinem: cuius latus quodlibet, radix eiuſdem quadrata nominatur. Quemadmodum ex obiecta figura, inſtar planæ quadratèque ſuperficiei 16 unitatibus diſtributa, compræhendere haud obſcurũ eſt. Sunt enim ex omni parte 4 unitates, 16 quadratum efficientes numerum. Quid autem ſit quadratum geometricum, uidebis infra, ſuo loco.



Ars generalis, de quadratæ radicis inuentione.

DATO IGITVR QVOCVNQVE NVMERO, CVIVS QVAdratam uis habere radicem: hunc primum ita diſponito, ut eiuſdem elementa, pendentibus lineunculis, à dextris ſiniſtrorſum, bina ſeparentur. Sub eo demum numero geminæ ducantur parallelæ, ſeu æquidiſtantes lineæ: radicales digitos (ue luti quotientes in diuiſione) ſuſcepturæ. His in hunc modum præparatis: ab ultimis & groſſioribus elementis operationem initiando, digitus exquiratur numerus, qui per ſeſe multiplicatus, ultimò diſtinctum uerſus læuam euacuet numerũ, uel quàm maximam poterit ipſius numeri partem. Quo quidem inuento digito: is inter lineas æquidiſtantes, ſub ultimo locetur numero, à toto numero lineuncula uerſus læuam ſeparato, ſub dextro quippe elemento (ſi binis conſtet elementis) id eſt, totius numeri penultimo. Deinde, præfatus digitus per ſeipſum multiplicetur: & productus inde numerus à ſupra reſpondenti numero ſubtrahatur, reſiduo (ſi contingat eſſe) debitè ſupra notato, deletis primum, quæ ſeruierunt elementis. Hic demum inuentus digitus duplicetur, hoc eſt, per 2 multiplicetur, & producti numeri primum elementum (ſi bina compræhendat elementa) ſub lineis æquidiſtantibus, & proximè dextrorſum antecedenti limite ponatur, reliquo ſub eodem digito reſpondenter collocato. 2

	Digiti.	Quadrati.
Semel	1	1
Bis.	2	4
Ter	3	9
Quater	4	16
Quinquies	5	25
Sexies.	6	36
Septies.	7	49
Octies.	8	64
Nonies.	9	81

Expedita primi digiti inuentio.

Hunc autem primum radicis digitum, ſi minus in hac re fueris exercitatus, ex obiecta depromes tabella. Vltimum ergo, & læuorſum diſtinctum numerum, aut eo proximò minorem in dextra eiuſdem tabellæ accipias columnula: nam è læua ipſius numeri regione, præfatum numerum digitum reſpondenter offendes. Continet enim ipſa tabella, ſingulos numeros, ex nouem digitorum in ſeſe facta multiplicatione productos.

Rurſum

Rurſum ſub dextro inter proximas lineunculas elemento,alius inueſtigetur,& poſtea ſubſcribatur digitus: qui multiplicatus per duplatum primæ radicis nume rum,deleat quæ ſuper ipſum duplatum & ſiniſtrorſum relicta ſunt, poſtmodũ in ſeipſum ductus,euacuet quæ ſuper ipſum digitũ,& uerſus læuam reſidua ſunt ele mẽta,uel ꝙ maximã poterit eorundẽ partem. Hic pariter digitus,unà cum prius inuento dupletur:& producti numeri primum elementum,infra parallelas,ſub im mediatè præcedẽti collocetur elemento, reliquis uerſus læuam ordine diſtributis, cancellato item priori numero,ex duplatione primæ radicis generato. Ipſum por rò digitũ,& reliquos omnes à primo,pro numerorũ magnitudine reperiẽdos,ſine tædioſo diſcurſu,hoc modo curabis inuentũ.Diuide numerũ cuilibet duplato ra= dicum numero ſupra & læuorſum reſpondẽtem,per ipſummet duplatũ & ſigilla tim occurrentẽ numerũ:nã digitus ex tali diuiſione procreatus(ſemper enim effi= cietur digitus)uenit inter lineas æquidiſtãtes pro deſyderata radice locãdus. Quẽ ſi uelis diligẽtius examinare:uide an reſiduũ quod facta ſupereſt diuiſione, unà cũ elemẽto ſub quo reponendus eſt digitus,ſit maius,aut ſaltẽ equale numero,qui ex ipſo digito in ſe multiplicato producitur.quoniã ſi minus fuerit: ipſe digitus unita te,uel ad ſummũ binario minor accipiendus eſt,quod raro tamẽ euenire cõtinget.

Inuentio facillima reliquorũ digitorũ.

Iterum ſub dextro inter proximas lineunculas dextrorſum antecedẽtes elemẽ= to,cõgruus,iuxta modũ nuper expreſſum,digitus inueſtigetur:qui per ſingula du plati numeri multiplicatus elementa, & poſtmodũ in ſeipſum ductus,ſingulos ſu pra locatos,& ſigillatim reſpondẽtes euacuet numeros,aut ꝙ maximã poterit eo= rundẽ numerorũ partem.Is conſequẽter radicalis digitus,unà cum prius inuentis, & inter lineas collocatis digitis, ſolito more dupletur:& productus ex duplatione numerus(ueluti feciſti de cæteris)debito ſubſcribatur ordine, deletis antea dupla= ti numeri quæ ſeruierunt elementis. Rurſumq; diſcurſus priori ſimilis cõtinuetur: 3 quatenus ſub primo totius numeri deueneris elemento. Nec te prætereat, quo= ties in fine,uel operationis medio,unitas pro radicali digito ſuperabundauerit:re= ponendam tunc eſſe tziphram o,loco ipſius digiti:atq; unà cum prius inuentis ra= dicibus fore duplandam,niſi ſub primo totius numeri id acciderit elemento . Itẽ, cum abſoluta radicis inuentione , nullum ex propoſito numero ſuperabundaue= rit reſiduum:concludito numerum oblatũ eſſe quadratum . quod ſi aliter euene= rit, præfatus numerus erit minimè quadratus:neq; radix inuenta,eiuſdem nume= ri quadrata uocabitur radix,ſed maximi & quadrati numeri in oblato ipſo nume ro contenti. Omnis porrò numeri nõ quadrati, quod inuenta radice ſupereſt, à duplata radice denominatur:quæ quidẽ radix, etſi dati numeri nõ ſit uera radix, eſt tamen utcunq; propinqua ueritati. Sequitur ex his,quẽlibet numerũ quadra tum,per quadratum numerũ multiplicatum:quadratum efficere numerũ. Ra= dix item quæcũq; numeri quadrati duplata,et demũ in ſe ducta: quadruplum ſui producit quadrati. Rurſum,quã rationem habet radix ad radicẽ,eam habet & quadratus ad quadratũ numerũ:et é cõtra.unde ratio quadratorũ,ex rationeſuaꝝ radicum in ſe ducta generatur:etſi rationis quadratorũ radix fuerit nota,nota erit & ratio radicũ.Rationẽ hic uocamus, duorũ numerorũ inuicẽ comparatorũ habi tudinẽ:quã plærıq; proportionẽ adpellare conſueuerunt. Sed de his libro quarto.

Documenta notãda

Corolaria.

4 EXEMPLVM NOSTRO MORE DISCVRRAMVS: QVO SIN gula reddãtur lucidiora.Sit ergo numerus,cuius quadratam uis inuenire radicem 5308416. Eo itaq;,unà cum intercidentibus lineunculis , & ſubiectis in tranſuer= ſum parallelis(ueluti nuper expreſſimus,& ſuccedẽs deſcriptio manifeſtat)ordina to:inueſtigabis ultimũ numerꝝ,uerſus læuã totius oblati numeri regionẽ ſeparatũ

Exemplũ inuẽtiõis quadratæ radicis.

 in dextra

in dextra præcedētis tabellæ colūnula. quē nō præcisum offendes: accipies igitur 4,numerū proximò minorē.ad læuā cuius regionē,occurrent tibi 2:scribe ergo 2, sub 5,intra parallelas.Dicito postmodū, bis 2,faciunt quatuor:aufer 4 à 5,relinq̄tur unum.dele igitur 5:& suprascribito 1.Dupla consequēter 2,fient quatuor:scribe 4 infra lineas æquidistantes,in rectū ternarij immediatè præcedentis. Primo discursu cōpleto,rursum inuenias digitum,sub 0, & intra præfatas lineas collocādū:hoc modo.partire 13 per 4:& habebis pro quotiente 3,unitate relicta.quæ unà cū præcedenti tziphra 0,efficiet decē: à quibus quadratum ipsius ternarij poterit consequēter auferri.Inscribas ergo 3,sub 0:& dicito. quater 3, faciunt duodecim: aufer 12 à supra notatis 13,relinquetur unū.dele itaq; 13:& scribe 1,super 3.Deinde multiplica 3 in sese,consurgent nouem:tolle 9 à relictis 10,iterum manebit unitas. cancellabis ergo 10:& scribes 1,super 0.delebis & 4,duplatum prius inuentæ radicis numerum.finaliter duplabis utrunq; radicis digitū,utpote 23,fient quadraginta sex:quæ figurabis rursum infra lineas æquidistantes,ponendo 6 sub 8,& 4 sub ipsa tziphra 0. Deberes consequenter tertium inuenire digitum,sub immediatè præcedenti quaternario dextram uersus inscribendum.At quoniā duplato numero,utpote 46,supra respondēt solum 18, quæ per eadē 46 diuidi minimè possent:idcirco accipienda est tziphra 0,loco digiti(nā unitas superabundaret)& scribenda sub 4,intra iam dictas parallelas.quo facto,cancellabis 46,duplatū prius inuentæ radicis numerū:rursumq; duplabis 230,& resultabūt 460.hæc scribito sub præfatis lineis æquidistantibus:0 quidē sub unitate,6 autem sub quaternario,et 4 sub octonario totius numeri superioris elemento. Tandē partire numerū 1841, nuper duplato numero,uidelicet 460 respondentem, per eundem numerum 460: & generabuntur pro quotiente numero 4,unitate relicta.quæ unà cū 6,primo totius oblati numeri elemēto,faciet sedecim:à quibus quadratū eiusdem quaternarij poterit(ut requiritur)auferri.Scribe igitur 4,sub 6,intra lineas parallelas: & dicito primum.quater 4, efficiunt sedecim:aufer 16 à supra notatis 18, relinquentur duo.dele itaq; 18:& scribe 2,super 8.Postea dicito.sexies 4,faciūt uiginti quatuor: subtrahe 24,à supra respondentibus 24,nihilq; remanebit .cancellabis ergo 24:& tziphram 0,relinques intactam.quæ tam etsi primum duplati numeri sit elementū, nihil tamen(ut plærunq; diximus) producere nata est.Dicito tandē.quater 4,producūt sedecim:tolle igitur 16,à relictis 16, et nullū erit residuū.Vnde præassumptus numerus 5308416, quadratus est: & eius inuenta quadrata radix,2304. In cæteris eadem operare uia.

1	1	1	2				
5	3	0	8	4	1	6	Numerus propositus.
2		3		0		4	Radix quadrata.
	4	4	6	6	0		Dupli radicum numeri.
			4				

Corolarium.

Ex his facilè colligitur, numeri unico, aut duobus tantum elementis compræhēsi:radicem quadratam unico duntaxat elemento constare.Quòd si numerus, tria, uel quatuor contineat elementa:radix eiusdem duobus cōstabit elementis. Si autem præfatus numerus quinque, uel sex elementis repræsentetur: radix eius tria continebit elementa.& ita deinceps.

Alius modus inueniendi quadratā radicē subtilis & præcisus.

ALIVM, SVBTILEM QVIDEM ET PRAECISVM, INVEniendarum quadratarum radicum,libet adiungere modum : ut his ualeamus facere satis,qui fideliori coguntur nonnunquàm uti calculo. Proposito igitur quocunq; numero,cuius quadrata radix desyderatur:adde ipsi numero uersus dextrā quotquot uolueris tziphras,pari tamē numero distributas, utpote 00, aut 0000, uel 000000,& ita deinceps,binario semper obseruato tziphrarum incremento.

5

Resultātis,

Reſultantis inde numeri, quadratam extrahe radicem,ſecundum artem nuper ex- preſſam:neglecto prorſus(ſi adfuerit)ex operatione reſiduo. Tolle poſtmodum ab ipſa radice tot elemēta,quotus eſt dimidius adiunctarum tziphrarum numerus:et reliqua uerſus læuam,ſeruato pro integro radicis numero. Ablata deinde præfa- tæ radicis elementa, multiplicato per quem uolueris numerum articulum , prout libuerit partes eiuſdē integri denominare:utpote per 10,ſi in decimas: 20,ſi in ui- geſimas:30,ſi in trigeſimas:40,ſi in quadrageſimas:50, ſi in quinquageſimas : aut 60,ſi in ſexageſimas integri partes,ipſum uolueris reſoluere integrum. A produ- cto rurſum numero,auferto tot uerſus dextram elementa,quotus eſt præfatus di- midius additarū tziphrarum numerus: & reliqua manentia læuorſum elementa, ſcribe poſt integri iam inuenti numerum, pro prima eiuſdem fractione ab articu- lo multiplicante denominata. Iterum ſubtracta nuper elementa,per eundem ar- ticulū multiplica,& à producto numero tot,quot prius remoueantur uerſus dex- tram elementa:& relictum ad læuam numerum,iuxta priorem collocato fractio- nem, pro ſecunda eiuſdem integri fractione ab aſſumpto articulo denominata. Idquè toties facito: quouſquè tot tziphræ præciſè relinquantur, quot ſunt in ipſo dimidio additarum tziphrarum numero. Hoc enim ingenio,præciſam ſatis,pro additarum tziphrarum numero , eiuſdem oblati numeri, poteris extrahere radi- cem. Ex quo ſequitur , quanto plures tziphras oblato iunxeris numero : tanto præciſiorem eiuſdem numeri quadratam fore radicem.

Corolarium notandum.

6 DETVR IN EXEMPLVM,10 numerus:cuius radix quadrata deſyderetur. Ipſis itaquè 10,adde ſex tziphras:conſurget 10000000. cuius quidem nu- meri quadrata radix, per doctrinam antecedentem, inuenitur 3162 (uelut obiecta deſcriptio manifeſtat) remanentibus ex toto numero 1756: quæ neglecta, ſenſibilem non generabunt errorem. Tolle igitur tria prima eiuſdem radicis elemēta,hoceſt,162 (quo- niam dimidius additarum tziphrarum numerus,eſt ternarius)& reliquum elementum,utpote 3,ſeruato pro integro futuræ radicis numero. Multiplica poſt modum 162,per 60 (placet enim hūc eligere nume rum)producenturquè 9720.à quo numero tria rur ſum auferas elementa,uidelicet 720:& relictum quartū,ſcilicet 9,ſeruato pro pri- morum minutorum numero,poſt 3 integra dextram uerſus collocando. Rurſum ducito 720,in eundem numerum 60:& reſultabunt 43200.à quibus ſi dempſeris 200,hoc eſt,tria prima elementa,pro dimidio additarum tziphrarum numero:ſu pererunt 43,loco ſecundorum ſcribenda. Tandem multiplicato 200, per eadem 60: fient 12000. unde ſublatis tribus primis elementis non ſignificatiuis, ut- pote 000:reliqua duo elementa ſignificatiua,uidelicet 12, pro fractione tertiorum reponenda ſunt. Neque ultra procedendum eſt: quoniam nuper oblata tria elemē ta,ſunt non ſignificatiua , dimidio coniunctarum tziphrarum numero penitus ſi- milia. Colligētur ergo,pro deſyderata radice 3,9,43,12:id eſt,3 integra, 9 minuta, 43 ſecunda, & 12 tertia integri. Idem facito, & iudicato de cæteris quibuſcunq; numeris. Poſſes tamen , inuenta radice 3162, accipere 3 pro integris, ueluti ſupra fecimus:ſed 1 pro decima unius integri parte,6 autem pro ſex decimis eiuſ- dem partis decimæ, 2 tandem pro duabus decimis unius decimæ alterius decimæ partis integri,denaria numerorum obſeruata ratione.

Exemplum ſecundi modi extrahendarum radicum quadratarum.

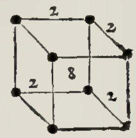
```
          1
        1 2 7
      3 3 4 8 5
    1 4 9 8 4 6 6
  1 0|0 0|0 0|0 0
-----------------
    3   1   6   2
-----------------
      6 6 2 3 2
          6
```

Notandum.

De cubicæ radicis inuentione. Caput.VIII.

Quid nam ſit cubicā extrahere radicem.

1 CVBICAM ALICVIVS NVMERI RADICEM EXTRAHERE, eſt numerū artificialiter indagare: qui bis in ſeipſum ductus, uel ſemel per ſeſe, & rurſum in productum multiplicatus, propoſitum (ſi cubus extiterit) efficiat numerum, aut maiorē integret cubum in oblato et minimè cubo numero compræhenſum. *Numerus cubus.* Numerus ergo cubus dicitur is, qui ex gemina alicuius numeri per ſeipſum multiplicatione, uel ex unico in ſeſe ductu, & ſemel in productum numerum generatur. *Radix cubica.* Radix ergo cubica nihil aliud eſt, quàm ipſe numerus ita multiplicatus, eundē cubum efficiens numerum. *Cubice multiplicare.* Inde cubicè multiplicare, eſt datum numerum in ſeſe bis, uel ſemel in ſeipſum, & rurſum in productum ducere. Quemadmodum ſi multiplicauero 2, in hunc modum. bis 2 bis, fiūt enim octo: aut dicēdo, bis 2 efficiunt quatuor, & bis 4 octo. Ipſe igitur numerus 8, cubus eſt: & 2 eiuſdem cubica radix. De ſimilibus idem habeto iudicium. Hic numerus cubus, ſolidus imaginandus eſt: ſex quadratis ſuperficiebus (inſtar taxilli) cōpræhēſus. ita ut primo ductu cuiuſpiam uumeri in ſeſe, quadratus & planus deſcribatur numerus: et rurſum ex ductu plani ſiue quadrati numeri, in præaſſumptum numerū, ſiue latus plani, ſolidus numerus adquirat. Velut obiecta præaſſumpti nuper exempli deſcriptio, utcunq; repræſentat: & de ſimilibus, reſpondenter intelligere potes.



Ars inueniendi cubicā radicem numerorum.

2 MODVS AVTEM INVENIENDI CVBICAM ALICVIVS NVmeri radicem, haud multum diſſimilis eſt ei, quem nuper de quadratis tradidimus numeris: Hoc in primis excepto, quòd elementa numeri, cuius uis habere cubicam radicem, à primo uerſus læuum & ultimū (intercidentibus lineunculis) trina ſeparantur. Præterea, digitus ſub læuo & ultimo repertus & locatus numero, cubicè multiplicatur: & facta producti numeri à ſuperiori ſubtractione, idem primus digitus triplatur, atq; reſultantis ex triplatione numeri primum elementum, infra lineas æquidiſtantes, ſub medio inter proximas lineunculas elemēto locandū eſt, cæteris (ut in quadratis) læuorſum ordine diſtributis. Secūdo poſtmodū inuentus digitus, unà cū priore, in triplatū ducitur numerꝰ, & ꝑductus inde numerus per ipſū digitū rurſum multiplicatur (quod nō obſeruatur in quadratis) deinde qui reſultat numerus, à ſuperiori reſpectu triplati ſigillatim uenit auferendus: reſiduo, cū ſupereſt, debitè ſupra notato. ipſe poſtmodum digitus in ſeſe cubicè ducitur: & facta producti numeri à ſupra relicto numero ſubtractione, ambo reperti digiti triplantur, conſurgentiſquè numeri primum elemētū, infra parallelas, ſub elemēto medio inter lineunculas uerſus dextrā immediatè præcedentes reponitur, cæteris (uelut antea) ſiniſtrorſum ordinatis. Inuento rurſum tertio digito, idē cū prius obtentis digitis in triplatū ducendus eſt, & productus numerus per ipſum digitum rurſum multiplicandus: ut tandem cubicè ductus, totus ſupra reſpondens deleatur numerus, uel quàm maxima poterit eiuſdem numeri pars. Similis tandem cum quarto, uel pluribus radicum digitis, diſcurſus obſeruetur: quatenus ſub primo totius numeri deueniatur elemento. *Documenta particularia notanda.* 3 Nec te prætereat, inuētos radicū digitos, ſub dextris elemētis eſſe locandos: qui uidelicet intercidentibus lineunculis, à toto ſeparantur numero.

Item, quotiens unitas pro digito ſuperabundauerit (quod euenire neceſſum eſt, quando numerus triplato ſupra poſitus, maior erit decuplo iam inuentæ radicis numero, per ipſum triplatum numerū multiplicato) tziphram 0, loco digiti notabis: & cancellato proximè triplato radicum numero, ipſam radicē ex præfata tziphra

& prius

& prius inuentis digitis resultantem triplabis, atq; primum triplati numeri digitũ, infra lineas æquidistantes, sub medio inter proximas lineunculas elemento dextrorsum collocabis, cæteris (ut prius) ad læuam suo ordine distributis. Quo peracto, ad reliquorum digitorum inuentionem, modo nuper expresso deueniendum est: quousque sub primo totius numeri perueneris elemento, & completam habueris desyderatæ radicis inuentionem. Nec mireris oportet, si facto uniuersali discursu, quod plærunq; superest residuum (ut in non cubicis solet euenire numeris) ipsam radicem excedat: paruus enim numerus cubicè multiplicatus, magnũ efficit numerum. Id autem residuum, à triplata radice denominatur.

4 Sola ergo difficultas esse uidetur, in radicalium digitorum inuentione: prolixum enim & tædiosum admodum esset, ab 1 ad 9, aut è contra sigillatim discurrere, ut congruus tandem inueniatur digitus. Non absentaneum itaq; duximus, tabellam consequẽter annectere, productos ex cubica digitorum multiplicatione numeros continentem: qua & digitos omnes cubicè multiplicare (quod passim est necessarium) & primum futuræ radicis numerum, in hunc modum poteris inuenire. Consydera igitur inter cubos eiusdem tabellæ numeros, quis eorum sit æqualis, aut proximò minor numero, qui uersus læuam totius oblati numeri regionem, ab incidente lineuncula ultimò separatur: nam digitus quem ad sinistrum eiusdem tabellæ reperies numerorum ordinem, erit pro desyderata radice sumẽdus.

Promptissima digitorũ cubicarum radicũ adinuentio.

	Digiti.		Cubi.
Semel	1	semel,	1
Bis.	2	bis.	8
Ter	3	ter.	27
Quater	4	quater.	64
Quinquies	5	quinquies	125
Sexies	6	sexies.	216
Septies.	7	septies.	343
Octies.	8	octies.	512
Nonies.	9	nonies.	729

Reliquos porrò digitos à primo, hac uenaberis arte. Finge te habere tziphram 0, pro reperiendo & optato digito: hoc est, decupla iam inuentum radicis numerum (iuncta nãq; tziphra 0, ad dextrum cuiusuis numeri limitẽ, ipsum decies auget numerum) & decuplatum numerũ, cũ primo radicis digito, uel iam inuentis digitis, & eadem tziphra 0 resultantẽ, duc in triplatum sub parallelis numerũ: & p productum, diuide numerum ipsi triplato supra positum. Nam quotiens ex hac diuisione numerus, semper erit digitus: & pro desyderato radicis digito consequenter accipiẽdus. Quòd si libeat ipsum digitum fidelius examinare: consydera an residuum quod absoluta relinquetur diuisione, unà cum elemento dextram uersus immediatè præcedenti, numerum componat maiorem, uel saltem æqualem numero, qui ex cubica ipsius digiti multiplicatione consurgit. Nam si secus euenerit: accipiendus esset digitus, unitate, uel ad summum binario minor, uelut in quadratis expressimus numeris.

5 PROPONATVR IN EXEMPLVM HIC NVMERVS, VTPOTE 12812904, cuius cubicam uelis habere radicẽ. Hoc itaquè numero (uelutí supra diximus, & subsequẽs indicat formula) unà cũ incidẽtibus lineũculis & subiectis in transuersum parallelis ordinato: quære 12, sinistrũ et ultimò distinctum numerũ, in dextro supra scriptæ tabellæ et cuborũ numerorũ ordine. quẽ quidẽ numerũ 12, nõ inuenies pcisum: accipies igitur 8, numerũ proximò minorẽ, & offendes è regione læua 2, primũ futuræ radicis digitũ. Scribe itaq; 2, sub binario ipsorum 12 supranotatorum, intra lineas æquidistãtes: & dicito. bis 2 bis, faciunt octo: aufer 8, à 12, supererunt quatuor. dele igitur 12, & scribe 4 super 2: postea tripla 2, dicendo. ter 2 efficiunt sex: subscribito 6, infra lineas parallelas, sub ea respondenter unitate, quæ octonarium dextrorsum immediatè præcedit. Consequenter finge te habere 0, loco succedentis ipsius radicis digiti, & unà cũ prius inuento digito fient 20: quæ per 6, nuper triplatum prius inuentæ radicis numerũ multiplicabis, pducenturq; 120.

Exemplum inuentionis cubicæ radicis.

Diuide itaq; numerum 481, ipsi triplato supra respondentem, per 120, & prouenient ex diuisione 3, pro secundo radicis digito sumenda: relictis 121, quæ unà cũ unitate dextrorsum antecedente faciunt 1211, à quo nũero cubus ipsius ternarij facilè poterit auferri. Scribe igitur 3, intra lineas æquidistantes, sub binario numeri 812, intra proximas lineũculas clausi: & ducito utrũq; radicis digitum, utpote 23, in 6 triplatum numerum, & producentur 138. quæ rursum multiplicabis per 3, fient 414: hæc auferes à 481, quæ respondent ipsi triplato numero, relinquentur 67. cãcellabis ergo 481, & supra scribes 67: uidelicet 7 super 1, & 6 super 8. Ducito tandẽ 3 cubice, dicendo, ter 3 ter, fient 27: tolle itaq; 27, à relicto nuper nũero 672, residuum erit 645. relictis ergo 6 intactis, dele 72, & supra notato 45: uidelicet 5 super 2, & 4 supra 7. Quo facto, tripla 23, fient 69: hæc scribe sub lineis parallelis, 9 quidem sub 0, & 6 sub 9 totius oblati numeri, cãcellato priori triplato numero, utpote 6. Inuestigandus est finaliter tertius radicis digitus, in hunc modum. Decupla 23 inuenta iam radicis elementa, iuncta tziphra 0 ad dextram, hoc modo 230: & ipsum decuplatum radicis numerum 230, multiplica per 69 nuper triplatum inuentæ radicis numerum, fient 15870. per hunc ergo numerum 15870, diuide numerum residuum eidem triplato numero supra respõdentem, utpote 64590, & habebis pro quotiente 4: remanentibus 1110, quæ unà cum 4 primo totius numeri elemento faciunt 11104, numerum multò maiorem, quàm sit numerus cubus ex cubica eiusdem quaternarij multiplicatione productus. Scribe igitur 4, intra easdem parallelas, sub 4 primo totius numeri elemento: & multiplica singulos inuentæ radicis digitos, uidelicet 234, in 69 nuper triplatum numerum, producenturquè 16146. hæc rursum multiplica per 4, consurgent 64584. aufer ergo 64584, à supra notato numero 64590, relinquentur tantummodo 6, quæ scribes super 0, reliquis elementis solito more deletis. Multiplica tandem 4 nuper inuentum radicis digitũ cubice, fient 64: hæc si à residuis 64 abstuleris, nihil relinquetur. Quare prius assumptus numerus 12812904, cubus est: & 234 eiusdem cubica radix. Idem de cæteris.

			4					
	4	6	7	5		6		
1	2 |	8	1	2 |	9	0	4	*Numerus propositus.*
	2			3			4	*Radix cubica.*
			6		6	9		*Tripli radicis numeri.*

Corolarium.

Ex prædictis sequitur, multò plures inueniri quadratos nũeros, quàm cubos: atquè ab 1, adusquè 1000000, pro unico numero cubo, decẽ inueniri quadratos.

Alius & præcisior modus inueniendi cubicã nũerorũ radicẽ.

6 VOLVMVS ET ALIVM SVBNECTERE MODVM: QVO RADIX cubica dati cuiuscunquè numeri, admodum præcisa reperietur. Oblato itaquè numero, cuius radicem uis habere cubicam: antepone ipsi numero tot tziphras uersus dextram, quot tibi placuerit, ternarijs tamen ordinibus distributas, utpote 000 ad minus, aut 000 000, uel 000 000 000, id est, tres, aut 6, uel 9, & ita consequenter, trino semper obseruato tziphrarum incremento. Consurgentis inde numeri cubicam extrahe radicem, iuxta modum nuper declaratum: residuo si contingat adesse, prorsus neglecto. Aufer postmodum, ab inuenta radice, tot uersus dextram elementa, quota est antepositarum tziphrarum tertia pars: & reliquum ad læuã numerũ, pro integrorũ radicis numero seorsum annotato. Sublata cõseqnter eiusdẽ radicis elemẽta, ducito in quẽ uolueris numerorum articulũ, pro libera futurarũ ptiũ integri denoĩatione: queadmodũ nũero quinto, ãtcedẽtis capitis sept. sigillatim expssimus. Rursum à producto nũero subtrahe tot elemẽta dextrorsum, quot sunt tziphræ in adiũctarum tziphrarũ tertia parte: & ea quæ seorsum manebũt elemẽta

notato

notato post inuentum integrorum numerum,pro prima integri fractione, eiusdẽ quippe denominationis cum accepto multiplicante,uel articulo numero. Per eundem iterum numerum articulum,subtracta nuper elementa multiplicato, remoueanturq; à producto numero tot, quot prius dextram uersus ablata sunt elemẽta:relictus enim ad læuam numerus, secundam eiusdem integri fractionem indicabit, à præfato articulo denominatam. Id autẽ toties obseruato, donec adæquatè tot relinquantur tziphræ uersus dextram auferẽdæ,quot fuerint in eadem antepositarum tziphrarum tertia parte. Hac enim uia,radix cubita,ueluti & quadrata, præcisa admodum & subtiliter inuenietur,iuxta compositarum tziphrarũ numerum. Vnde,uelut in quadratis,sequitur:tãto pcisiorẽ futuram oblati numeri radicẽ cubicã,quanto plures eidem numero tziphras dextrosum anteposueris.

Corolarium.

7 EXEMPLAREM discurramus calculum, in maiorem singulorum elucidationem. Sit igitur numerus propositus 30: cuius si cubicam & præcisam libeat inuenire radicem,facito in hunc modum. Adde nouem tziphras uersus dextram eidẽ oblato numero, fient 30000000000: cuius numeri radix cubica,secundũ artẽ nuper expressam, est 3107 (quemadmodum obiecta monstrat formula) relictis 6733957, quæ prorsus non curabis. Aufer itaquè tria prima eiusdẽ radicis elementa,utpotè 107 (nam tertia pars additarum tziphrarum,ternario constat numero) reliquum autem elementum, scilicet 3, seorsum scribe,pro integrorum futuræ radicis numero. Ducito postmodum 107, in 60 (ueluti fecimus in quadratis) resultabunt 6420, à quibus tria prima rursum auferas elementa, utpotè 420: & ultimum uersus læuam elementum,scribito post 3, uersus dextram,pro primorũ minutorũ numero. Multiplica rursum 420, per 60, fient 25200: à quo numero si abstuleris 200, tria scilicet elementa priora, relinquentur 25, quæ scribes pro secundis,ad dextrum ipsorum 6 minutorum. Demum 200 per eundem numerum 60 multiplicabis,producenturq; 12000: ablatis igitur tribus primis tziphris 000, superunt 12, loco tertiorum scribenda. Et quoniã nuper ablata tria producti numeri elementa sunt tziphræ,tertiæ parti additarum tziphrarum,numero pænitus æquales:non est ulterius procedendum. Ergo radix cubica ipsius oblati numeri 30, erit 3, 6, 25, 12: quæ 3 integra, 6 minuta, 25 secunda,& 12 tertia integri repræsentant. Hæc igitur de utriusque radicis inuentione,& uniuerso integrorum usu,sint satis.

Exemplum secundi modi extrahendarũ radicum cubicarum.

				6			3	9		
	3	2	1	9	7	3	4	3	5	7
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	3			1			0			7
			9		9	3	9	3	0	

De supradictorum capitum examine. Caput IX.

I PLVRES EXAMINANDI MODOS ACCEPIMVS, QVIBVS antecedẽtium capitum,uel traditarum operationum arithmeticarum ueritas nonnunquàm dignoscitur,aut supputantis error utcunque manifestatur:de quibus nõnulli adeò amplum fecere processum,ut ipsam Arithmeticam uideatur uel facilè superare. Primus examinis modus,fit per nouenariam unitatum subtractionem:quolibet elementorum numerorum seorsum, & per sese consyderato. Secundus obsoluitur per septenariam,sed binatim coniunctorum elementorum,earundem unitatum remotionem. Verum uterque falsus, imbecillisq; reperitur. possunt enim aliquotiens auferri uel addi 9, aut 7 cuiuis oblato numero,item tziphra 0 libere,uel ex errore interponi,uel ante locari:ex quibus

Nouenariæ, & septenariæ probationis reprobatio.

 necessario

necessariò sequetur arithmeticas operationes esse falsas, tametsi nouenaria, aut septemnaria probandi ratio uideatur esse bona. Solum igitur subsequi necessum est, hosce probandi modos esse ualidos, si bene fueris oparatus, at non è contra: quemadmodum ex arithmeticis (unde pendent) regulis, deducere facilè est. Præterea quisnam adeò rudis est arithmeticus, qui decies aliquam non fecerit additionem, subtractionem, aut aliam quamuis arithmeticam operationem prius, quàm septenariam examinandi rationem absoluerit? Vnde quàm importunè, quàm etiã inutiliter, quidam addiderit quinariam probandi, aut examinandi rationem: uel rudissimo redditur facilè manifestum. His itaquè consultò prætermissis, & curiosis magis, quàm ueris Aritmeticæ cultoribus derelictis: breuiores, & omnimoda falsitatis cauillatione carentes probãdi modos, tibi selegimus, quos paucis in præsentiarũ (ne supra scripta repetamus capita) describere nitemur. Si quis tamẽ prænominatas per 9, aut 7 examinandi rationes amauerit, consulat Arithmeticam Ioannis Silicei: quam ex corruptissimo exemplari, in suam primum redegimus harmoniam, tametsi quidam Orontiomastix, distributa prima libri impressione, labores nostros haud exiguos fuerit apertè, ac satis inciuiliter calũniatus: quasi non referat, authorẽ aliquẽ è tenebris in lucem primũ euocare, aut aliquot impressorũ erratula corrigẽdo (quæ uix à lynceo possent euitari castigatore) intermixtis onerare, ne dicã uiolare glossematibus. Sed de his alias: nostrũ prosequamur institutũ.

Additionis examẽ.

2 ADDITIONEM IGITVR, IN PRIMIS ITA PROBATO. SVBTRAhe ab adgregata omnium addendorum numerorum summa, quotlibet addendos numeros, unico dẽpto: cui si residuũ, quod facta subtractione manebit, fuerit æquale, bene operatus es, secus eueniente malè. Nam totus ipse numerus ex additione collectus, ipsis particularibus & addendis numeris æqualis esse debet: quare & in eosdem addendos numeros rursum disgregatus, singulos numeros adæquatè restituere necessum est.

Subtractionis probatio.

3 SVBTRACTIO, per additionem respondenter uenit examinanda: hoc modo. Adde relictum ex subtractione numerum, ipsi numero subtrahendo: & si collectus ex additione numerus, ei sit æqualis numero, à quo facta est subtractio, bona iudicetur operatio, sin autem falsa, & rursum iteranda. Quoniam numerus à quo facienda est subtractio, & subtrahendum & residuum compræhendit numerum: idcirco si subtractus & residuus coniungantur numeri, ipse numerus à quo subtractio facta est rursum debet integrari. In conuersam siue mutuam Additionis & Subtractionis probationem, hasce contemplare formulas: ad maiorem prædictorum euidentiam consequenter adiunctas.

Exempla.

Additio.			Subtractio.	
Addendi numeri.	3 7 5 2 1		Numerus à quo subtractio fit	5 6 4 4 5
	1 8 9 2 4		Numerus subtrahendus.	1 8 9 2 4
Addendorum summa.	5 6 4 4 5		Numerus remanens	3 7 5 2 1

Multiplicatio qualiter examinanda.

4 MVLTIPLICATIONIS PORRO VERITATEM HOC PACTO COgnosces. Diuide numerum qui ex multiplicatione resultat, per numerũ ipsum multiplicantem: nam si numerus quotiens ex diuisione procreatus, multiplicando sit æqualis numero, bene multiplicasti, ubi autem quotiens à multiplicando discrepauerit malè, renouanda igitur est multiplicatio. Quòd si præfatum numerum ex multiplicatione productum, diuiseris per ipsum numerum multiplicandum, debes habere pro quotiente multiplicantẽ (uersa uice) numerũ: si debitè fueris operatus.

Diuisionẽ

5 DIVISIONEM rursum, coadiuuante multiplicatione probabis: hac uia, multiplica numerũ quotiẽtem ex diuisione procreatum, per ipsum diuisorem numerum: & si resultans ex multiplicatione numerus (iuncto, cũ adfuerit, residuo) ipsi diuidẽdo numero sit æqualis, optimam iudicabis diuisionem, secus eueniẽte falsam, & rursum iterandam. Ratio huiuscemodi reciprocæ probationis, est hæc. quoniã in multiplicatione numerus multiplicandus toties accipitur, quot sunt unitates in numero multiplitante: in diuisione autẽ, numerus quotiẽs à diuidẽdo toties aufertur numero, quot in diuisore sunt unitates. unde fit, ut examinãdo multiplicationẽ per diuisionẽ, fiat ipsius numeri multiplicãdi restitutio: & è contra, diuisionem per ipsam probãdo multiplicationem, diuidendus rursum integretur numerus. Hæc autẽ omnia, ex subiectis formulis depræhendere, haud difficile est: quas in lucidiorem singulorum intelligentiam, prædictis annectere non duximus importunum.

De diuisionis probatione.

Exempla.

Multiplicatio.	
Numerus multiplicandus	2 0 7
Numerus multiplicans.	2 3
	6 2 1
	4 1 4
Numerus productus.	4 7 6 1

Diuisio.	
	1 2
Numerus diuidendus.	4 7 6 1
Numerus quotiens.	2 0 7
Numerus diuisor	2 3 3 3
	2 2

Secunda pars huius capitis, de examinatione radicum.

6 VTRIVSQVE AVTEM RADICIS INVENTIO, SOLA MVLTIplicatione uenit examinanda. In quadratis quidem numeris, ubi facta subtractione radicis, nullum superest residuum, in hunc modũ. Radicem inuentam per seipsam multiplica: nam collectus ex multiplicatione numerus, ei numero cuius radix inuestigatur, erit æqualis, si debitam adinueneris radicẽ. qui si discrepauerit ab eodem, radix iterum examinanda est. In exemplum, obiectam poteris examinare descriptionem: in qua numeri 5 4 7 5 6, radix quadrata est 2 3 4, quæ per sese multiplicata, præfatũ rursum integrat numerũ. Nã de ratione quadratæ radicis est, per quadratã sui ipsius multiplicationẽ, quadratum (cuius est radix) componere numerũ.

Quadratæ radicis examinatio.

Exemplum.

Inuentio quadratæ radicis.	
	1 2
	1 2 8 1
Numerus quadratus propositus.	5 | 4 7 | 5 6
Radix quadrata.	2 3 4
	4 4 6

Probatio, per multiplicationem.	
Radix quadrata multiplicanda.	2 3 4
Radix quadrata multiplicans.	2 3 4
	9 3 6
	7 0 2
	4 6 8
Numerus productus.	5 4 7 5 6

7 In numeris porrò minimè quadratis, ubi superest aliquod residuum, à duplata radice (ueluti numero tertio, septimi capitis expressimus) denominandum, ipsa radix hac uia examinanda est. Duc radicem integram in sese. deinde multiplica solum numeratorem, siue residuum ex operatione numerũ à duplata radice denominatũ, per ipsammet radicem integram bis, & collectum inde numerum partire per numerum denominatorem, ex duplata radice conflatum: nam generatus ex diuisione numerus, producto ex ductu radicis integræ numero iunctus (si benefeceris) oblatum integrabit numerũ. Sit datus numerus 17, cuius radix est 4: relicta unitate, quæ unum dicetur octauum, in hunc modum repræsentandum $\frac{1}{8}$. Dispositis igitur (quemadmodum sequitur) numeris: duc 4 radicis integra in sese, fient 16. deinde multiplica 1 superioris fractionis in eadem 4, fient 4, id est, 4 octaua. Rursum idẽ facito

De radice numerorum minime quadratorum.

Exemplum.

facito de 1 fractionis inferioris,fient ſimiliter 4 octaua. Quòd ſi 4 & 4 in unũ compoſueris numerum,reſultabunt octo octaua,hoc modo repræſentanda $\frac{8}{8}$,quæ unũ præciſe ualent integrum (8 nanque diuiſa per 8, dant 1 pro quotiente) cum 16 integris adiungendũ : ex quo præfatus numerus 17 integrabitur. Non eſt igitur denominator numerus à duplata radice conſurgens, ſcilicet 8, per ſeipſum multiplicandus : fieret enim $\frac{1}{64}$, id eſt,unum ſexageſimum quartum integri, quod euidentiſſimè ſuperabundaret.In hoc igitur radix ipſa peccare uidetur,eſt tamen ueritati proxima.Idem iudicato de cæteris. Ex quo ſequitur,unum tertium errorem unius nonæ partis integri generare, unum uerò quartum unius partis ſedecimæ, unum item quintum unius uigeſimæ quintæ, & unum ſextum unius trigeſimæ ſextæ partis eiuſdem integri:& ita de reliquis, ſuo ordine. Quòd ſi uelis cognoſcere,an radix inuenta,ſit radix maximi & quadrati numeri, in dato numero cõpræhenſi:ipſam radicem duplica, & producto adde unitatem. quoniam adgregatus inde numerus, maior eſſe debet reſiduo : ſi enim æqualis fuerit,aut eo minor, radix iterum examinanda eſt,& præmiſſum diſcurrendum examen.

Radix quadrata.	4 $\frac{1}{8}$ .4		
	4 $\frac{1}{8}$ .4	$\frac{8}{8}$	
	16		
	1		
	17	*Numerus propoſitus.*	

Corolarium.

Notandum.

Inuentæ radicis cubicæ probatio.

8 CVBICAE TANDEM RADICIS EXTRACTIONEM, PER cubicam ipſius radicis multiplicationem, non diſſimiliter examinabis:& ſi productus ex cubica radicis inuentæ multiplicatione numerus, ei ſit æqualis numero,cuius radix cubica proponitur extrahẽda,bene operatus es,quoties uerò contrarium acciderit,malè.Cubicæ nanq; radicis proprium eſſe uidetur, per cubicam ſuiipſius multiplicationem,cubum efficere numerum. Subiunximus in exemplum,numerum 12167,cuius radix cubica eſt 23, quæ per ſeſe multiplicata faciunt 529: hæc rurſum ducta in ipſam radicem,integrant 12167,oblatum numerum:uelut ipſæ quæ ſequuntur indicant operationum formulæ.

Exemplum.

Cubicis radicis extractio.

		4		2	
Numerus cubus.	1	2	1	6	7
Radix cubica.		2			3
				6	

Prima radicis multiplicatio.

Radix cubica		2	3
		2	3
		6	9
	4	6	
Numerus quadratus.	5	2	9

Secunda radicis multiplicatio.

Quadratus numerus.			5	2	9
Radix cubica				2	3
		1	5	8	7
	1	0	5	8	
Numerus cubus.	1	2	1	6	7

Regula pro numeris minimè cubis.

9 In numeris autem minimè cubis,cum uidelicet aliquod ex operatione manet reſiduum,à triplata radice (quemadmodum numero tertio, capitis octaui diximus) denominandum:ſic cubicam radicem examinabis. Duc cubicam & integram radicem in ſeſe cubicè.deinde multiplica ſolummodo numeratorem, hoc eſt,reſiduũ ex operatione numerum à triplata radice denominatum,per ipſam radicem integram, & productum numerum rurſum per eandem multiplicato radicem, conſurgentem inde numerum partire per numerum à triplata radice procreatum : quotiens enim ex diuiſione numerus, eidẽ numero ex cubica radicis integræ multiplicatione producto tandem adiunctus,propoſitum (modo non erraueris)debet integrare numerum. Verbi gratia,ſit numerus datus 29, cuius integra & cubica radix eſt 3,remanentibus duabus unitatibus,quæ duo nona dicuntur,hoc modo repræſentanda $\frac{2}{9}$. Duc igitur 3 in ſeſe cubicè, fient 27. deinde multiplica 2 per 3,fient 6:hæc rurſum per 3 multiplicato,conſurgent 18.quæ diuide per 9,prouenient

Exemplum.

uenient 2 integra: igitur ſi hæc 2 integra 27 adiunxeris integris, prius oblatum numerum 29 integrabis. Non diſſimiliter operaberis in cæteris. In his etiã, uelut in quadratis, deficit cubica multiplicandi ratio, tametſi radix inuenta ſit utcũque præciſa: quoniam ſi denominator, utpotè 9, in ſeipſum cubicè duceretur, fierent 729, quæ unum ſeptingenteſimum uigeſimum nonum repræſentãt integri, & in toto rurſum habundarent numero. De ſimilibus idem ſemper habeto iudicium. At ſi libeat inquirere, an extracta radix non cubi numeri, ſit radix maximi cubi in dato contenti numero: ipſi iã inuẽtæ radici adde 1, & productũ in ipſam ducito radicem, reſultantem inde numerum triplica, triplato demũ numero iungito rurſum 1. quoniam inde collectus numerus maior erit reſiduo, ſi debitam obtinneris radicem: quod ſi ſecus euenerit, alia radix magis exactè tibi diſquirenda eſt, & reliqua (ut prius) abſoluenda. Nec mutua prædictarum operationum, in examinanda ueritate coadiuuatio (etſi quodã modo uideatur circularis) à quopiam ſanæ mentis cauillanda eſt: quoniam fruſtra id fit per plura & imbecilliora, quod per pauciora certiſſimaquè poteſt abſolui. Finis autem noſter eſt, paucis & apertè uelle docêre: õni prorſus ambagine ſeu cauillatione, ambiguis relicta cauillatoribus. Conſulimus tamen, non alio utendũ eſſe probationis examine, quàm reiterato ſingulorum diſcurſu: demptis ad ſummũ radicibus. Multò nãque facilius eſſe uidetur, quamlibet arithmeticam operationem, per mentalem diſcurſum eiuſdem, ſiue repetitũ operationis exemplum examinare: quàm alterius capitis uel operationis officio, idem abſoluere.

Notandum. 10 *Concluſio.* *Probatio generalis notanda.*

LIBRI PRIMI ARITHMETICAE PRACTICAE

FINIS.

LIBER SECVNDVS ARITHMETICAE PRACTICAE, DE fractis secundum uulgares numeris, siue integrorum numerorum partibus aliquotis.

De ratione fractionum uulgarium, & earundem expressione. *Caput primum.*

Commoditas fractionum.

QVAM VTILIS, ET NECESSARIA VIdeatur esse fractorum numerorum exacta cognitio: ijs relinquimus iudicandũ, qui circa subtiliora Geometriæ, uel Arithmeticæ, aut ipsius Astronomiæ secreta uersantur. Cõstat enim uniuersam prædictarum disciplinarum commoditatẽ, fructúmue, ab expedito fractionum pendêre calculo: quem tanto delectabiliorem fatearis oportet, quanto fractionũ ars, integrorum doctrinam difficultate superat. Solẽt 2 igitur uulgares, omnesq́ꝫ rerũ perscrutatores (ut ad rem ipsam deueniamus) quicquid ab unitate denominatur, unũ totũ uel integrũ adpellare, siue illud realiter, uel abstractiuè, ad discretã, cõtinuámue referatur quãtitatem. Rursum idem integrum multifariam diuidere solent (est enim integrum in quotlibet frangibile partes) Primo quidem, in duas partes inuicẽ æquales: quarum quælibet medietas, uel unum secundum adpellatur integri. Secundo, ipsum integrum in tres partes itidem æquales distribuunt: & quælibet earum pars tertia, uel unum tertium integri dicitur. Postmodum, idem integrũ diuidunt in quatuor partes, inuicem pariter æquales: & quamlibet illarum uocant unum quartũ integri. Et ita consequenter, in quinta, sexta, septima, uel octaua: & deinceps quantumlibet, ipsum integrum libere distribuẽdo. Est igitur fractio, partis, aut partium integri assignata distributio. Sunt igitur fractiones eiusdem nominis inuicẽ æquales: utpote unum secundum alteri secundo, unum tertium cuilibet reliquo tertio, unum quartum cuilibet eiusdẽ integri quarto, & ita de reliquis. Hæ porrò integrorum nuper expressæ fractiones, uulgares ob id sunt adpellatæ: quoniã ipsis uulgaribus sunt familiares; & eisdem in uulgatis rerum utamur supputationibus, uel ad differentiam sexagenariarum fractionum, quæ solis mathematicis uidẽtur esse familiares, de quibus libro proximo. Physici tamen & mathematici, easdẽ fractiones partes uocant aliquotas, idq́ꝫ magis proprio nomine: utpote quoniam aliquotiens sumptæ ipsum cõponunt integrum. medietas enim bis sumpta, uel unum tertium ter acceptum, aut unum quartum quater repetitum, unum efficiunt integrum: & ita de reliquis in infinitum imaginatis, & succedentibus integrorum partibus. Vnde patet, continuã à discreta quãtitate in hoc discrepare, quoniã ipsius continui dabilis est pars maxima, nusquàm autem minima: in discretis uerò minima reperitur pars, utpote unitas omniũ radix numerorũ, at maxima nunquàm. dato enim quocunq́ꝫ numero, per continuã unitatis additionẽ, potes semper eundẽ efficere maiorẽ: omne uerò continuum, in semper diuisibilia, cõtinuè distribuitur,

Quid integrum. *Vulgata partitio integri.* *Fractionis diffinitio.* *Fractiones cur uulgares adpellatæ.* *Partes aliquotæ.* *Corolarium.*

VVLGATAS ITAQVAE FRACTIONES REPRAESENTA- 3 re, est partes aliquotas integri, per congruos numeros decenter exprimere. Ad huiuscemodi autem uulgarium fractionum expressionem, duo requiruntur numeri: quorum alter numerator, & reliquus denominator adpellatur. Officium numeratoris est, talium partium exprimere numerũ: denominatoris autem earundẽ partium

Vulgarium fractionum repraesentatio. *Numerator Denominator*

tium denotare qualitatē,hoc eſt,an tertiæ,quartæ, alteriúsue ſint denominationis.

Cū igitur aliquā prædictarū fractionū uolueris arithmeticè repræſentare: ipſū numeratorem,ſupra denominatorem numerum , interiecta lineuncula ſituabis,& utrunq́ꝫ per rectū exprimes numerū. Vt ſi uelis exprimere tria quarta, ita facito,

Numerator. $\frac{3}{4}$ Denominator. | duo uerò quinta,hoc modo $\frac{2}{5}$. quinque autē decima ſic $\frac{5}{10}$: & de cæteris integri partibus,reſpondenter intelligas .

Fractio ſimplex ſiue principalis.

Eiuſcemodi porrò fractionē,in qua uidelicet unicus occurrit numerator & denominator,ſimplicē,aut prīcipalē adpellare ſolemus: uelut $\frac{1}{3}$,uel $\frac{2}{4}$,aut $\frac{5}{6}$,unius integri,& his ſimiles,& ſeorſum acceptæ fractiones,quæ immediatè ſuum reſpiciūt integrum,per obliquum poſt ſuam ipſam fractionem ſemper exprimendum.

Fractionis ſubdiuiſio.

4 QVAELIBET inde ſimplex aut principalis integri fractio , cuiuſmodi eſt $\frac{1}{2}$, uel $\frac{1}{3}$,aut $\frac{1}{4}$ integri, & his quæcúnque ſimilis,in particulares & prioribus ſimiles ſubdiuiditur aliquando fractiones:ac ſi diſtributa fractio uicem obtineret integri. Ipſæ porrò fractiones,ſiue partes fractionis aliquotæ,ſecūdariæ, aut fractionis fractiones ueniunt adpellandæ:quæ ſuum non reſpiciunt integrum,niſi alia mediante fractione . In quarum fractionis fractionum repræſentatione,duo concurrūt & numeratores & denominatores.Primus autem numerator,cum ſubſcripto denominatore,per rectum uenit exprimendus: poſterior uerò & numerator & denominator,per obliquum,nulla inter ipſum poſteriorem numeratorē & reſpondentem denominatorem poſita lineuncula,quò facilius diſtinguantur à primis. Nam quemadmodum integra per obliquum exprimenda ſunt,ita & principalior integri fractio (quæ uicem, ut diximus,tenere uidetur integri) per obliquū ſimiliter exprimitur.Eam autem principaliorem nominamus fractionem,quæ rurſum diſtributa eſt,ſeu poſt quam immediatè exprimitur integrum. Verbi gratia,ſi uelles repræſentare quatuor tertia unius quinti integri,faciendū eſt hoc pacto $\frac{4}{3}\ \genfrac{}{}{0pt}{}{1}{5}$: uel unum ſecundum unius quarti integri,in hunc deſcribes modū $\frac{1}{2}\ \genfrac{}{}{0pt}{}{1}{4}$. duo autē quinta unius ſexti,ita repræſentabis $\frac{2}{5}\ \genfrac{}{}{0pt}{}{1}{6}$:idē facito de cæteris . Poſſunt igitur,

Fractiones fractionis,& earum repræſentatio.

Fractio principalior.

Fractio fractionis alterius fractionis fractio.

5 tametſi id rariſſimè contingat,eſſe duo,aut plures per obliquum exprimēdi & numeratores & denominatores:cum uidelicet fractionis fractio, eſt alterius fractionis fractio.In exēplum habes,duo tertia triū quartorū unius quinti integri,quæ in hūc modū ſunt repræſentāda $\frac{2}{3}\ \genfrac{}{}{0pt}{}{3}{4}\ \genfrac{}{}{0pt}{}{1}{5}$. nulla per obliquos numeratores & denominatores interpoſita lineūcula.Quòd ſi decē quarta unius ſexti unius tertij integri repræſentare uelles,id facies hoc pacto, $\frac{10}{4}\ \genfrac{}{}{0pt}{}{1}{6}\ \genfrac{}{}{0pt}{}{1}{3}$: de ſimilibus quibuſcūq́ꝫ propoſitis fractionum diſtributionibus,non aliter eſt iudicandum,

Numeratio,ſeu ualoris expreſſio uulgarium fractionū.

6 NVMERARE IGITVR , QVANTVM AD PRAESENS NEGOcium pertinet,eſt partis aliquotæ,aut partium aliquotarum integri,ſiue datæ fractionis ualorem,per repræſentatiuos exprimere numeros.Simplicis itáque fractionis ualorem,hoc depræhēdes ingenio. Vide an datæ fractionis numerator, denominatori ſit æqualis:nam tunc oblata fractio,unum præciſè ualet integrum.Quēadmodum ſunt hæ $\frac{2}{2}$, $\frac{3}{3}$, $\frac{4}{4}$, $\frac{5}{5}$: & ſimiles ſeorſum conſyderatæ fractiones,toties per numeratorem expreſſæ,quoties in eodem compræhenduntur integro .

Quòd ſi numerator maior fuerit denominatore:ipſa fractio tot æquiualet integris,quoties denominator integrè continetur in numeratore,atq́ꝫ tot eiuſdem denominationis fractiones præter integrum compræhendit,quot ſunt unitates in numeratore,ipſum denominatorem integrare minimè ualentes. Vt in hac fractione $\frac{4}{3}$, ubi 4 numerator ſemel cōtinet 3 denominatorem,& præter ipſa 3,unitatem: ideò prædicta fractio $\frac{4}{3}$, unum ualet integrum,& unum integri tertiū.Rurſum hæc fractio $\frac{10}{4}$, duo ualet integra,& duo integri quarta:propterea quoniā 10 numerator

merator bis continet 4 denominatorem, & duas eiusdẽ denominatoris unitates. Idẽ habeto iudicium de similibus. Porrò si denominator oblatæ fractionis numeratorẽ superet: eiuscemodi fractio non ualebit unum integrum, sed ab eodẽ integro tot eiusdem denominationis partibus deficiet, quot unitatibus ipse denominator numeratorem excedit. Ea tamen fractio cuius denominator est minor, uicinior est integro, quàm sit ea, cuius denominator est maior. Offeratur in exemplũ hæc fractio $\frac{3}{4}$, ubi 4 denominator superat 3 numeratorem unitate: idcirco talis fractio $\frac{3}{4}$, deficit ab integro per unum quartum. Item hæc fractio $\frac{6}{10}$, quatuor decimis ab integro distat: propterea quòd 10 denominator, superet 6 numeratorem quatuor unitatibus. De cæteris quibuscunq; fractionibus, eadẽ est habenda ratio.

De fractione fractionis.

7 DE FRACTIONE autem, quæ est alterius fractionis fractio, eadem ratio prorsus habenda est: facta solummodo ad principaliorem fractionem relatione, quemadmodum de fractione simplici, respectu integri iussimus obseruãdum. Neque opus est nouo discursu: nisi uolueris prædicta in uanum reiterare. Hoc unum tamen generale seruabis documentum: talem uidelicet fractionem nunquàm ualere integrum, sed ab eodem integro tanto magis deficere, quanto alterutrius uel utriusq; fractionis denominator maior extiterit. Nam $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{2}$, plus accedunt ad integrum, quam $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{3}$; & cetera.

De reductione prædictarum fractionum. *Caput* II.

Reduct. fractionum cæteris operationibus anteponẽda.

1 VNIVERSA VVLGARIVM FRACTIONVM PRACTIca, expeditaq; reliquarum succedentiũ operationum supputatio, ab ipsa reductione pendere uidetur: quoniam absoluta propositarũ fractionum reductione, facilè est uel ipsas inuicẽ addere, aut subtrahere mutuo, uel reliquas operandi rationes adimplere. Operæpretium ergo duximus, prius quàm ad reliqua deueniamus, exactam reductionis artem, cæteris anteponere fractionum operationibus.

Reductionis diffinitio in uulgatis fractionibus.

2 Reducere igitur in fractionibus uulgaribus, est oblatum integrorum numerum, in liberæ denominationis fractionem, uel è cõtra: cuiusuis item denominationis fractionem, in subtiliorem, aut grossiorem transmutare: nec non duas, pluresue diuersæ nomenclaturæ fractiones, in unam eiusdémue denominationis fractionẽ conuertere.

Quæ fractiones grossiores, & quæ subtiliores.

Grossiores solemus adpellare fractiones, quæ potentia maiores existunt, & minorem habent denominatorem: subtiliores autẽ, quæ à maiori denominantur numero, & potentia sunt minores. Verbi gratia, unũ secundum maius est uno tertio, & unum tertium uno quarto, & ita de reliquis: tametsi binarius denominator secundi, minor sit ternario à quo tertium denominatur, ac ipse ternarius minor existat quaternario, unde quartum suam obtinet denominationem. de cæteris idem respondenter censendum est. Inter fractiones autem quæ eiusdem sunt denominationis, illa maior dicitur, cuius numerator maior est: minor autem, quæ minorem habet numeratorem.

Quæ fract. maior, & quæ minor, quæ item æquales.

Omnes porrò fractiones, quæ similem inter suos numeratores & denominatores uidentur obseruare rationem, sunt adinuicem æquales, idem uidelicet in ualore repræsentantes: uelut sunt $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{6}{9}$, $\frac{10}{15}$, $\frac{12}{18}$, & similes, inter quas sesqualtera denominatoris ad numeratorem obseruatur habitudo. quemadmodũ enim 3 continet 2 semel, & dimidiam eiusdem binarij partem, ita & 6 se habet ad 4, & 9 ad 6, & 15 ad 10, atque 18 ad 12: quælibet igitur propositarum fractionum (si debitè consyderetur) duo tertia ualet integri. Idẽ iudicato de quibuscũq; similibus, inter quarũ numeratores & denominatores eadẽ ratio, uel habitudo seruatur: cuiusmodi sunt hæ, quæ sequũtur.

$\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{8}$, & $\frac{5}{10}$, ubi duplam, uel eiuſcemodi $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{3}{9}$, & $\frac{4}{12}$, in quibus triplam, denominator ad numeratorem uidetur obtinere rationem. Quod uelim diligenter animaduertas: ſi multiplicem operando cupias euitare laborem.

Qualiter integra ad ſimplicem fractionem reducenda.

3 IN PRIMIS ITAQVE CONTINGIT, INTEGRA, AD SIMplicem & uoluntariã (ut à leuioribus incipiamus) uelle reducere fractionẽ: quod, iuxta doctrinam ſexti capitis antecedentis, in hunc poteris abſoluere modũ. Oblatum integrorum numerum, duc in denominatorẽ fractionis, ad quam ipſa uis integra reducere: numerus enim ex tali multiplicatione productus, numeratorẽ datæ fractionis oſtendet. hunc porrò numeratorem, ſi ſuper ipſum denominatorẽ locaueris, poſita inter utrunq; lineuncula: optatum fractionis numerum, oblatis integris reſpondentem obtinebis. Exempli cauſa, dentur 4 integra ad ſeptima reducenda. multiplicabis igitur 4, per 7, fient 28: quæ locabis ſupra 7, hoc modo, $\frac{28}{7}$. concludes igitur 4 integra, 28 ſeptima continere. Idem fac de cæteris.

Exemplum.

Simplicis fractionis ad integra reductio

4 AT SI E DIVERSO ad integra, ſimplicem aliquam uolueris reducere fractionem: ita facito. Diuide numeratorem oblatæ fractionis, per denominatorem eiuſdem: & numerus quotiens indicabit, quot integra ipſa fractio propoſita reſtituat. Quòd ſi contingat, abſoluta diuiſione aliquod ſupereſſe reſiduum: id denominationem retinebit, à præaſſumptæ & reducendæ fractionis denominatore.

Dentur in exemplum, $\frac{28}{7}$ ad integra reducenda. partire itaq; 28, per 7, prouenient 4: concludas ergo præfata $\frac{28}{7}$, reſtituere præciſe 4 integra. Rurſum offerantur $\frac{30}{4}$, ad integra pariter reducenda. Diuide 30, per 4, habebiſq; pro quotiente numero 7 integra: remanentibus duabus unitatibus, quæ $\frac{2}{4}$ dicentur.

Exemplum.

Quoties autem numerator oblatæ fractionis, per denominatorem eiuſdem diuidi minimè poterit: iudicabis ipſam fractionem non ualere 1 integrũ, ſed tot partibus eiuſdẽ denominationis (cuius eſt ipſa fractio) ab integro deficere, quot unitatibus denominator numeratorem excedit. quemadmodum numero ſexto, primi capitis huius ſecũdi libri, nuper admonuimus, cum fractionũ ualorẽ exprimeremus.

Notandum.

De reductione fractionis ſimplicis ad aliam ſimplicem fractionem.

5 SECVNDO CVM FRACTIONEM ALIQVAM SIMPLICEM, in aliam itidem ſimplicem uolueris reducere fractionem: hãc generalem, & omniũ facillimam obſeruato regulam. Multiplica numeratorem ipſius reducẽdæ fractionis, per eum denominatorem, ad quem oblata fractio proponitur reducenda: & productum inde numerum, diuide per denominatorem eiuſdem reducendæ fractionis. nam quotiens ex diuiſione procreatus numerus, optatæ ſeu reductæ fractionis nnmeratorem oſtẽdet. Quòd ſi contingat aliquod ex diuiſione ſupereſſe reſiduum, id fractio fractionis adpellabitur: rectam ſumens denominationem à denominatore reducendæ fractionis, obliquam uerò ab ipſo denominatore in quem oblata fractio reducenda eſt.

Notandum

Hoc generale documentum pendere uidetur à regula quatuor proportionabilium, inferius libro quarto declaranda. Tres nanq; dati numeri cogniti ſunt, & ſolus quartus deſyderatur, uidelicet reductæ fractionis numerator, ad quem denominator propoſitus eam ſit habiturus rationem, quam habet denominator reducendæ fractionis ad ſuum numeratorem: id enim ad æqualitatem fractionum, aut æqualem in ualore repræſentationem eſt neceſſarium, quemadmodum antecedẽti numero ſecundo præmiſimus. Primus itaq; numerus eſt denominator ipſius reducendæ fractionis, ſecundus numerator eiuſdem, tertius uerò denominator propoſitus, ad quem oblatam cupis reducere fractionem. Duc igitur tertium in ſecũdum, uel è contra, & productum diuide per primum: & habebis quartum.

Exemplum.

Vt ſi uelis in exemplum reducere $\frac{2}{3}$, ad ſexta: ſenſus quæſiti idem

eſt,ac ſi diceres,integro in tria diuiſo,& eodem in ſex æqualia diſtributo,quot ex 6 partibus,duas ualent partes de tribus eiuſdem integri partibus,ita ut comparatio $\frac{2}{3}$ reſpectu integri,eadem ſit,quæ & deſyderatarum partiū ad 6 eiuſdem integri partes.Duc itaq; 2 in 6, aut è diuerſo,fient 12: hæc,diuide per 3, prouenient 4, ſcribenda ſuper 6, hoc modo $\frac{4}{6}$. ergo $\frac{4}{6}$ tantam integri portionem repræſētant,quantam & $\frac{2}{3}$. Cæterum eſto propoſitum reducere $\frac{5}{7}$, ad tertia: multiplica 5 per 3 , uel è contra,fient 15, quæ diuide per 7 , & habebis pro quotiente 2, relicta unitate,quæ $\frac{1}{7}\ \frac{1}{3}$, id eſt,unum ſeptimum unius tertij nominabitur. Igitur $\frac{5}{7}$, & $\frac{2}{3}$ cum $\frac{1}{7}\ \frac{1}{3}$ idem ſunt.

De reducenda fractione fractionis ad fractionem ſimplicē.

6 DEINDE SI FRACTIONEM FRACTIONIS, AD SIMPLICē placuerit reducere fractionē:id facies hac arte.Multiplica denominatores adinuicem,& communis efficietur denominator.duc ſimiliter alterum numeratorum in reliquum,& conſurgentem numerum communem facito numeratorem,ſupra iam obtentum denominatorem collocandum. Communem adpellamus denominatorem,qui proprios multarum fractionum denominatores compræhendit. Idē iudicato de numeratore communi. Proponantur exempli gratia $\frac{2}{3}\ \frac{1}{4}$, ad ſimplicem & occurrentem fractionem reducenda.Multiplica igitur 4, per 3, fient 12, communis denominator.poſtea ducito 1, in 2, fiunt 2 tātummodo: hæc ſcribe ſuper 12, in hunc modum $\frac{2}{12}$. Ergo $\frac{2}{3}\ \frac{1}{4}$, ualent $\frac{2}{12}$ integri:quæ breuius per $\frac{1}{6}$ repræſentantur.Modum autem abbreuiādi quamlibet fractionē, infra docebimus.

Communis denominator, & numerator.

Exemplum.

Documentum ubi plures obliqui numeratores & denominatores.

Verum ſi fractio fractionis propoſita,fuerit alterius fractionis fractio , hoc eſt, duos aut plures habuerit numeratores & denominatores per obliquum exprimēdos:facta duorum primorum reductione,productum in ſequentem tertium multiplicetur,& rurſum productum in ſuccedentem quartum,& ita conſequēter,pro contingēte numeratorum & denominatorum multitudine. Vt ſi uelles in exēplum,reducere ad fractionem unam ſimplicem $\frac{2}{3}\ \frac{2}{4}\ \frac{1}{6}$: duc primum 3 in 4, fiēt 12, & rurſum 12 in 6, conſurgent 72,communis denominator.Haud diſſimiliter multiplicabis 2 in 2, fient 4, & rurſum 4 in 1, & redibunt eadem 4: quæ pro cōmuni,ſupra 72, locabis numeratore.Ergo $\frac{2}{3}\ \frac{2}{4}\ \frac{1}{6}$, conuertuntur ad $\frac{4}{72}$,ſiue $\frac{2}{36}$, aut $\frac{1}{18}$. Eundem obſeruato modum,in cæteris quibuſcunq; ſimilibus.

Exemplum

Fractionem fractionis ad datam reducere fractionem.

7 QVOD SI LIBEAT fractionem itidem fractionis,ad liberam,& non cōtingentē reducere fractionem:modum operādi haud diſſimilem ab eo,quem præmiſſa numero quinto regula docet,obſeruabis.Duc itaq; propoſitum denominatorem,ad quem oblatam fractionis fractionem reducere placet , in numeratorem ipſius datæ fractionis,& productum diuide per communē denominatorem , qui ex mutua denominatorum eiuſdem fractionis multiplicatione conſurgit:& habebis numeratorem eiuſdem fractionis reducendæ,ſupra datum ſcribendum denominatorem.At ſi aliquod reſiduum ex ipſa relinquatur diuiſione,id fractio fractionis dicetur:cuius recta denominatio,à denominatore communi,ex mutua præfatorum denominatorum multiplicatione producto pendebit , obliqua uerò ab eo denominatore,in quem oblata fractionis fractio proponitur reducenda. Aperiamus exemplo quæ diximus: ſintq; præaſſumpta $\frac{2}{3}\ \frac{1}{4}$,reducenda ad duodecima.Duc igitur 12 in 2, fiēt 24, & 4 in 3, fiēt 12: partire 24, per 12, habebis pro quotiente 2, ſcribēda ſuper 12 propoſitum denominatorem. Ergo $\frac{2}{3}\ \frac{1}{4}$, reducūtur ad $\frac{2}{12}$, quæ ualent $\frac{1}{6}$. Dentur rurſum eadē $\frac{2}{3}\ \frac{1}{4}$ ad octaua reducēda.Multiplicabis igitur 8, per 2, fient 16, & 4 ſimiliter per 3, prouenient rurſum 12:diuides tandem 16, per 12, & quotiens erit 1, relictis 4 diuidendis, quæ $\frac{4}{12}\ \frac{1}{8}$ dicētur, & breuius repræſentantur per $\frac{2}{6}$, uel $\frac{1}{3}\ \frac{1}{8}$ integri.

Exemplum.

Hoc

8 : Hoc generale tamen seruabis documentum, tam pro fractione simplici (de qua numero quinto) quàm etiam pro fractione fractionis ad simplicem reducenda fractionem: uidelicet. Cum numerus ex denominatoris propositi, in numeratorem ipsius oblatæ fractionis multiplicatione productus, non poterit per proprium aut communem eiusdem reducendæ fractionis denominatorem, modo nuper expresso partiri: tunc huiusmodi fractionē scito non posse integrare unum singulare denominatoris propositi, hoc est $\frac{1}{3}$, si propositus denominator extiterit 3, uel $\frac{1}{4}$, si fuerit 4, & ita de reliquis. Exempli gratia, $\frac{2}{12}$ non possunt ad tertia reduci: bis enim 3 facerent 6, quæ non possunt diuidi per 12 concludēdum igitur $\frac{2}{12}$, non ualere $\frac{1}{3}$. Eadem ratione $\frac{2}{3}\ \frac{1}{4}$, non possunt ad quarta reduci: quoniam bis 4, efficiunt 8, quæ per communem denominatorem utpote 12, minimè diuidi possūt. Ergo $\frac{2}{3}\ \frac{1}{4}$, quemadmodum & $\frac{2}{4}\ \frac{1}{3}$ non ualent $\frac{1}{4}$ integri. Quapropter frustra niteris huiusmodi, similesq; facere reductiones: reducēdæ igitur sunt fractiōes, aut fractiones fractionum eiusce manerieri, ad fractiones subtiliores, quæ uidelicet à maiori denominantur numero.

Documentum notandum.

Exemplum.

9 SI AVTEM ACCIDERIT, ut fractio fractionis ad aliam itidem fractionis fractionem proponatur reducenda: operaberis in hunc modum. Reducito primum denominatores reducendæ fractionis in unum communem denominatorem, facta unius in alterum multiplicatione: idem facito, de propositis denominatoribus. Deinde multiplica ipsum denominatorem propositū ita reductum, in numeratorem reducendæ fractionis, & productum diuide per denominatorem cōmunem eiusdem oblatæ fractionis: & optatum numeratorem, ueluti supra diximus, obtinebis. Porrò cum aliquid ex diuisione relinquetur, id fractio fractionis alterius fractionis ueniet adpellandum, hoc est, duobus obliquis & numeratoribus & denominatoribus, præter rectum exprimetur: cuius recta denominatio sumetur à denominatore communi ipsius oblatæ fractionis, prima uerò obliquarū denominationum à recto, & reliqua ab obliquo denominatore, ad quē uis ipsam fractionem fractionis reducere pendebit. Accipiamus in exemplum $\frac{2}{4}\ \frac{1}{3}$, ad sexta $\frac{1}{2}$ conuertenda. Ducito itaq; primum 3 in 4, uel è contra, fient 12: similiter & 2 in 6, uel è diuerso, consurgent pariter 12. Deinde multiplicato 12 propositi denominatoris, per 2 numeratoris, fient 24: hæc partire per 12 communis denominatoris ipsius datæ fractionis, prouenient 2, nullo manente residuo, quæ scribes supra 6. Relinquitur igitur, $\frac{2}{4}\ \frac{1}{3}$ efficere $\frac{2}{6}\ \frac{1}{2}$ integri. Esto rursum, ad maiorē singulorum euidentiam, propositum uertere $\frac{3}{4}\ \frac{1}{3}$, ad quinta $\frac{1}{2}$, id est, unius secundi siue medietatis integri. Multiplices ergo primum 4 in 3, fient 12: item 5 per 2, fient 10. Duc iterū 10 in 3 numeratoris, consurgent 30: hæc partire per 12, prouenient ex diuisione 2, relictis 6, quæ per 12 diuidi nō possunt. Scribe igitur 2, supra 5, in hunc modum $\frac{2}{5}$: & relicta 6 uocato $\frac{6}{12}\ \frac{1}{5}\ \frac{1}{2}$, id est, 6 duodecima unius quinti unius secundi inregri, quæ breuius per $\frac{3}{6}$, uel $\frac{1}{2}\ \frac{1}{5}\ \frac{1}{2}$ respræsentantur.

Qualiter fractio fractionis in fractionis fractionem conuertatur.

Exemplum.

Aliud exemplum.

Idem uelim intelligas esse faciendum, si propositæ fractionum fractiones, plures habuerint denominatores per obliquum exprimendos: facta enim singulorum in unum communem reductione, ducēdo in tertium productum ex primis denominatoribus, idem operandi modus obseruetur.

10 Verū si accidat in huiusmodi fractionum cōuersione, duos similes adesse denominatores: eosdem prorsus relinques intactos, & operaberis cum reliquis denominatoribus per rectum uel obliquū exprimendis. Veluti si $\frac{2}{4}\ \frac{1}{3}$ proponerentur reducēda ad sexta $\frac{1}{4}$. Relinques igitur 4 rectum, & 4 obliquum denominatores: & multiplicabis 6 per 2, fient 12, quæ diuides per 3, & habebis 4, subscribēda supra 6, ut hic $\frac{4}{6}\ \frac{1}{4}$. Igitur inuenimus

Notandum.

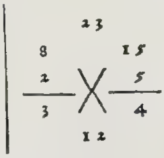
hac arte $\frac{2}{4}\ \frac{1}{3}$ conuerti in $\frac{4}{6}\ \frac{1}{4}$. Idem obſeruato de ſimilibus: & ſedula mente notato, ſi optaueris à nõ modica, operando, confuſione liberari.

Duarum fractionũ ad unam ſimplicem reductio.

11 CVM PORRO DVAE FVERINT OBLATAE FRACTIONES ſimplices, uariæ potiſſimum denominationis, ad unam ſimplicem fractionem pari modo reducendæ: talem obſeruato regulam. Multiplica primum unius denominatorem, per denominatorem alterius: & productum communem utriuſq; facito denominatorem. Duc poſtmodum numeratorem primæ fractionis, in denominatorem ſecundæ: & producetur numerator eiuſdem primæ fractionis. conſequẽter multiplica numeratorem ſecundæ fractionis, per denominatorem (intelligo proprium) ipſius primæ: fiet enim numerator eiuſdem ſecundæ fractionis. Hos tandẽ peculiares numeratores ſimul adde, ut communis inde ſurgat numerator: quẽ ſuper communem utriuſq; fractionis denominatorem locabis, interpoſita (ut ſolet) uirgula. Primus ergo numerator indicabit, quot partes eiuſcemodi denominationis contineantur in prima fractione: & particularis ſecũdæ fractionis numerator, quot in ſecunda.

Exemplum.

Sint exempli cauſa $\frac{2}{3}$ & $\frac{5}{4}$, ad unam ſimplicem fractionẽ reducenda. Multiplica igitur 3 denominatorem primæ fractionis, per 4 denominatorem ſecundæ, aut è contra, fient 12: quæ pro communi denominatore ſeruabis. Conſequenter 2 numeratorem primæ fractionis, ducito in 4 denominatorem ſecundæ, fient 8: hæc nota ſupra $\frac{2}{3}$. Rurſum ducito 5 numeratorem ſecundæ fractionis, in 3 denominatorẽ ipſius primæ, fient 15: quæ notabis ſuper $\frac{5}{4}$. Tandẽ hos peculiares utriſq; fractionis numeratores ſimul adde, conſurgẽt 23, ſcribẽda ſuper 12, in hunc modũ $\frac{23}{12}$. Cõcludes igitur $\frac{2}{3}$ & $\frac{5}{4}$ ad unã ſimplicem fractionem cõuerſa, efficere $\frac{23}{12}$: ex quibus 8 fiũt à $\frac{2}{3}$, & 15 à $\frac{5}{4}$. Non aliter facito de ſimilibus.

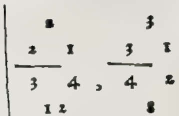


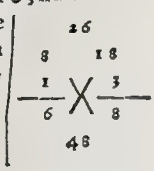
Duarum fractionũ fractiones qualiter ad ſimplicem reducantur fractionem.

12 CONSEQVENTER, SI VOLVERIS DVAS FRACTIONVM fractiones, ad unam ſimplicem conuertere fractionem: id in hunc abſoluito modũ. Reducatur in primis utraq; fractionis fractio, ad unam fractionem ſimplicem: per doctrinam numero ſexto huiuſce capitis expreſſam. Poſtmodum eaſdem fractiones ſimplices, in unam ſimplicem cõuertito fractionem, iuxta modum nuperrime declaratum: & deſyderatam fractionem obtinebis, utranq; fractionis fractionem in ualore repræſentantem.

Exemplum.

Exempli gratia, offerantur $\frac{2}{3}\ \frac{1}{4}$, & $\frac{3}{4}\ \frac{1}{2}$ ad ſimplicem fractionem reducenda. Conuerte itaq; primum ad unam ſimplicem fractionem $\frac{2}{3}\ \frac{1}{4}$: & ea reperies efficere $\frac{2}{12}$, quæ ualent $\frac{1}{6}$. Item ex conuerſiione $\frac{3}{4}\ \frac{1}{2}$ ad unam ſimplicem fractionem, fiunt $\frac{3}{8}$: quemadmodum ex numero ſexto præcedenti, & obiecta numerorum formula depræhendere facile potes. His abſolutis, reducito iterum $\frac{1}{6}$ & $\frac{3}{8}$, ad unam ſimplicem fractionẽ, per doctrinam antecedẽtis undecimi numeri, hoc quidem pacto. Duc 6 in 8, fiũt 48: quæ pro communi locabis denominatore. Deinde multiplica 1 in 8, fient tantum 8: hæc ſcribe ſupra $\frac{1}{6}$. Poſtea ducito 3 in 6, conſurgent 18: quæ notabis ſuper $\frac{3}{8}$. Collige tandẽ 8 & 18, peculiares oblatarum fractionum numeratores, reſultabunt 26, numerator ſcilicet cõmunis: quem ſcribes ſupra denominatorem 48, ut hic uides $\frac{26}{48}$. Cõcludendum igitur, $\frac{2}{3}\ \frac{1}{4}$ & $\frac{3}{4}\ \frac{1}{2}$ reduci tandem ad hanc ſimplicẽ fractionem $\frac{26}{48}$, quæ breuius per $\frac{13}{24}$ repræſentantur. Idem habeto iudicium de cæteris.



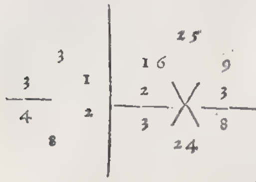


Haud

13 HAVD DISSIMILI VIA POTERIS SIMPLICEM ALIQVAM fractionem,unà cum fractione fractionis,ad unam ſimplicem cõuertere fractionẽ. Reducta enim fractione fractionis,ad unam fractionem ſimplicem,per doctrinam numeri ſeptimi huius capitis:eadem cum data ſimplici fractione,ad unam rurſum fractionem ſimplicem conuertatur,iuxta regulam undecimo numero huiuſce capitis expreſſam.conſurget enim fractio,utranq; & ſimplicem fractionem, & fractionem fractionis in ualore repræſentans. Offerantur ad clariorem ſingulorũ euidentiam $\frac{2}{3}$ & $\frac{3}{4}\ \frac{1}{2}$, ad unam ſimplicem reducẽda fractionem. Vertes igitur primum $\frac{3}{4}\ \frac{1}{2}$,ad unam ſimplicem fractionem,per eiuſdem ſeptimi numeri doctrinam:& probabis ipſa $\frac{3}{4}\ \frac{1}{2}$ efficere $\frac{3}{8}$. Rurſum per undecimi numeri documentum, uertito $\frac{2}{3}$ & $\frac{3}{8}$, ad unam ſimiliter fractionem ſimplicem: & experieris ea facere $\frac{25}{24}$,quæ 1 ualent integrum,& $\frac{1}{24}$.Idem facito de cæteris quibuſcunq; ſimilibus.

Si ſplex fractio cũ fract. one fractionis,qualiter ad ſimplicem reducatur fractionem.

Exemplum.



14 PRAETEREA, SI PLVRES DVABVS FRACTIONES SIMplices,ad unam ſimplicem proponantur conuertendæ : fiat primum duarum primarum,ad unam ſimplicem & communem reductio,eo quippe modo,quo præfato undecimo tradidimus numero.Deinde ipſa communis & ſimplex fractio, ad quam duæ primæ reductæ ſunt,unà cũ ſequenti & in ordine tertia fractione (nec refert quam primam,ſecundam,tertiámue feceris) ad unam ſimplicem & cõmunem fractionem ſimili uia reducatur.Rurſum eadem communis & ſimplex fractio,ad quam tres primæ fractiones conuerſæ ſunt,ad unam fractionem itidẽ uertatur ſimplicem.Id'q; deinceps continuetur,pro datarum reducendarúmue fractionum multitudine:non ſecus acſi duæ ſolummodo fractiones ſimplices, ad unam ſimplicem fractionem continuò proponerentur reducendæ. Placet exemplum adijcere.Sint itaq; $\frac{1}{2}$,& $\frac{3}{4}$, & $\frac{5}{6}$,conuertenda ad unam ſimplicẽ fractionem.Reducantur igitur primum, duæ primæ fractiones, utpotè $\frac{1}{2}$,& $\frac{3}{4}$, ad unam fractionem ſimplicem:& ſi præallegatum undecimi numeri documentum non prorſus ignoraueris,cõperies ipſas fractiones efficere $\frac{10}{8}$,ueluti obiecta numerorum indicat formula,ex quibus $\frac{10}{8}$, 4 fiunt ab $\frac{1}{2}$,& 6 à $\frac{3}{4}$. Per idẽ rurſus documẽtum undecimi numeri huiuſce capitis,reducito eadem $\frac{10}{8}$, unà cum ſuccedenti fractione,utpote $\frac{5}{6}$, ad unam ſimplicem fractionẽ : & modo non erraueris, colligentur ex hac ultima reductione $\frac{100}{48}$, quemadmodum ipſa deſcriptio numerorum hic ad maiorem elucidationem adiuncta demonſtrat.Concludẽdum igitur,$\frac{1}{2}$, & $\frac{3}{4}$ & $\frac{5}{6}$ integri,componere $\frac{100}{48}$: quæ 2 faciunt integra,& præterea $\frac{4}{48}$ ſiue $\frac{1}{12}$ eiuſdem integri,

Plures quam duas fractiones ſimplices ad unam ſimplicem conuertere.

Exemplum.





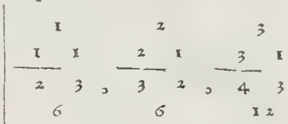
15 EODEM MODO CVM PLVRES QVAM DVAE FRACTIOnum fractiones,ad unam ſimplicem ſeſe offerent reducendæ fractionem, concludas fore procedendum.Quælibet enim fractionis fractio,ad unam ſimplicem fractionem ſeorſum reducenda eſt:ueluti ſeptimo docuimus numero.Deinde fractiones ex qualibet ſingulari reductione productæ,in unam tandem ſimplicem fractionem conuertantur:quemadmodum proximo numero ſufficiẽter expreſſimus.

Quo modo plures duabus fractionum fractiones,ad unã uertantur ſimplicẽ.

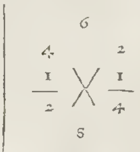
Exẽpli cauſa,proponantur reducenda ad unã fractionẽ ſimplicẽ $\frac{1}{2}\ \frac{1}{3}$ & $\frac{2}{3}\ \frac{1}{2}$, atq; $\frac{3}{4}\ \frac{1}{3}$. Conuertes itaq; primum, per regulam præallegati ſeptimi numeri,

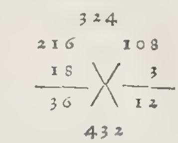
 quãlibet

quālibet fractionis fractionē seorsum & per sese consyderatā, ad unam fractionē simplicem: & inuenies $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ conuerti ad $\frac{1}{6}$, item $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{2}$ efficere $\frac{2}{6}$ atq; $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{3}$ reduci ad $\frac{3}{12}$: quemadmodum obiectæ singularum fractionum uidētur indicare descriptiones. Reducito postmodū $\frac{1}{6}$ & $\frac{2}{6}$ ad unam & communem fractionē simplicem, per doctrinam undecimo & sæpius allegato numero declaratā: offendesq; $\frac{1}{6}$ & $\frac{2}{6}$, reduci ad $\frac{18}{36}$, quæ ualent $\frac{1}{2}$. Si igitur ad unā rursum fractionem simplicem conuerteris $\frac{1}{2}$ & $\frac{3}{12}$ quæ ualent $\frac{1}{4}$: fient tandem $\frac{6}{8}$, quæ bræuius per $\frac{3}{4}$ repræsentantur. Idem obtinebis, sed nō tam leui calculo: si reduxeris immediatè $\frac{18}{36}$, unà cum $\frac{3}{12}$, ad unam simplicem & communem fractionem. consurgent enim absoluta reductione $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{4}{2}$: uelut obiecta, in faciliorem omnium intelligentiam adiuncta, formula manifestat. Hæc autem $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{4}{2}$, ad breuiorem mutata fractionem, efficiūt $\frac{3}{4}$. Multò igitur facilior esse uidetur breuiorū, q̄ prolixarū fractionum, ad unam fractionem simplicem, in hunc modum obseruata reductio.









Corolarium de reliquis integrorum & fractionum mixtis reductionibus.

16 EX HIS TANDEM FACILE COLLIGITVR, QVONAM MOdo integra cū simplici fractione, aut fractione fractionis, plures itē fractiones simplices, & fractionum fractiones, & reliquæ demū integrorū cum fractionibus, & fractionū inter se se combinationes (quæ ferè sunt innumeræ) ad unam simplicē fractionem, aut fractionē fractionis reducantur. Conuersis enim integris ad fractionem liberam, uel fractionū fractionibus in unam simplicem fractionē mutatis: facillimum est prouenientes inde fractiones simplices, unà cum datis simplicibus fractionibus, ad unam simplicem, aut fractionis reducere fractionem. quemadmodū superioribus documentis (quæ huic negocio uidentur facere satis) sigillatim expressimus. De his ergo satis. Admonemus tamē, in singulis arithmeticis operationibus, fractiones admodum esse fugiendas: eas potissimū, quæ plus à suo distare uidentur integro. Item sexagenariam cuiuslibet integri, aut fractionis, integri uicem obtinentis partitionem, cū partium aliquotarum multitudine, tum operādi facilitate præstare: ueluti succedenti libro tertio apertè monstrabitur.

Notandum.

De abbreuiatione fractionum, & partium aliquotarum inuentione. Caput III.

I CONTINGIT ALIQVANDO, IMO SAEPIVS EVENIre uidetur: ut reductæ integrorū fractiones, in prolixiores consurgāt operādo numeros, quàm ars ipsa requirat, uel usus indigeat facilitas. Vnde turpe admodū est, eiuscemodi fractiones per cōmunicātes adinuicem numeros, quorum uidelicet aliquis numerus est pars aliquota, repræsentare. Debent igitur similes integrorum fractiones ad eos reduci, aut per eos exprimi numeros, quos contra se primos, id est, quorum nulla est pars aliquota cōmunis, excepta unitate, uocare solemus. Ab ipsis demum, cōue quo diximus modo reductis fractionibus, debent & integra quotquot poterunt respondenter separari: quò minus onerosa relinquatur earundem fractionum operatio. Ipse autem collectus integrorum numerus, debet ad læuam relictæ fractionis adnotari: uel cum simul occurrente iungi integrorum numero. Durum est enim $\frac{4}{12}$ integri repræsentare: cum ea breuius per $\frac{2}{6}$, congruentius autem per $\frac{1}{3}$ exprimātur

Numeri communicantes.

Numeri contra se primi.

tur. Item $\frac{11}{4}$ fractim exprimere: quæ 3 ualent integra, & $\frac{1}{4}$ integri, hoc modo repræsentanda, 3 $\frac{1}{4}$. Idem censeto de similibus: quemadmodum ex proximo cap. 2. elicere facilè potes. Non absentaneum ergo duximus (prius, quàm ad reliqua deueniamus) edocere, quonam ingenio fractiones ueniant abbreuiandæ, & in eos quos oportet reducendæ sint numeros: deinde aliqua de inuentione partium aliquotarum dati cuiuscunque numeri, respondenter aperire.

De abbreuianda simplici fractione, regula generalis.

2 CVM IGITVR VOLVERIS, ALIQVAM SIMPLICEM ABbreuiare fractionem: id leuiter in hunc modum absolues. Diuide numeratorem, similiter & denominatorem ipsius datæ fractionis, per quàm maximum poteris numerũ, qui utriusq; & numeratoris & denominatoris sit pars aliquota: nã quotiẽs ex diuisione numeratoris ipsum numeratorem, & ex denominatoris partitione denominatorem abbreuiatæ fractionis indicabit. Repetantur in exemplũ reducta numero decimo quinto $\frac{3}{4}\frac{2}{3}\frac{4}{2}$, quæ in quàm breuissimam fieri poterit iubearis reducere fractionem. Horum itaq; numerorũ 324, & 432, maxima & communis pars aliquota, est 108. Diuide igitur primum 324, per 108, fient pro quotiente numero 3: quæ pro desyderato numeratore seruabis. Rursum per eundem numerũ 108, partire 432. & prouenient ex ipsa diuisione 4, ut obiectæ indicãt formulæ: hæc igitur 4 scribes sub prius inuento numeratore, in hũc modum $\frac{3}{4}$.

Exemplum.

	3 2 4		4 3 2
Numerator	3	Denominator.	4
	1 0 8		1 0 8

Vides igitur, quàm leuissimè $\frac{3}{4}\frac{2}{3}\frac{4}{2}$, reducantur ad $\frac{3}{4}$, qui quidem numeri 3 & 4, nullam partem aliquotam uidentur habere communem, præter unitatem: est igitur 108 utriusq; numeratoris scilicet & denominatoris pars aliquota maxima, unde & pro communi diuisore cõueniens. Hinc patet, $\frac{18}{36}$ abbreuiari in $\frac{1}{2}$: diuidendo utrunq;, numeratorem & denominatorem, per 18. Similiter & $\frac{20}{60}$ breuius repræsentari per $\frac{1}{3}$: atq; $\frac{10}{40}$, per $\frac{1}{4}$, & ita de similibus integrorũ fractionibus. Ex quibus rursum elicere potes, eas fractiones quæ magis accedunt ad integrum, & minoribus numeris figurãtur, facilioris esse abbreuiationis, quàm sint eæ, quæ abeodẽ integro sunt remotiores, & maioribus exprimuntur numeris.

Corolarium.

3 QVO AVTEM INGENIO, PRAEFATA COMMVNIS ET MAxima pars aliquota, ipsius datæ, & similis cuiuscunq; fractionis, in qua prolixiores maximè fuerĩt & numeratores & denominatores, inueniri possit: accipito paucis. Partire denominatorem ipsius oblatæ fractionis, per numeratorem eiusdem: & si nihil ex diuisione remanserit, ipse numerator propositum indicabit numerũ. At si quispiam numerus ex diuisione relinquatur, partire per ipsum relictum numerum, eum numerum quem prius fecisti diuisorem, & deinceps ita continuãdo, quousq; perueneris ad diuisionem, ex qua nihil relinquetur: huiusmodi nanq; diuisor ultimus, erit utriusq; pars aliquota maxima, & pro optato diuisore sumendus.

Maximam denominatoris & numeratoris partem aliquotam inuenire.

Sint primum exempli causa, oblata $\frac{18}{36}$. Quoniam igitur 36 diuisa per 18, nihil ex diuisione relinquunt: idcirco 18 est pars utriusq; maxima, & aliquota, per quam si diuidas 18, proueniet 1, & 36 per eadem 18 diuisa, dant pro quotiente 2: quæ debito more subscripta, faciunt $\frac{1}{2}$. Accipiantur rursum in exemplum, præfata $\frac{3}{4}\frac{2}{3}\frac{4}{2}$. Diuide igitur, iuxta nuper expressum documentũ 432, per 324: proueniet tantum 1, relictis 108, ut prima indicat formula. Per ipsa rursum 108, partire 324: fient pro quotiente 3, nullo manente residuo, uelut secunda formula monstrat. Igitur 108 est numerus qui desyderabatur,

Exemplum.

Aliud exemplum.

	0		
	1 0 8		
Denominator.	4 3 2	Numerator.	3 2 4
	1		3
Numerator.	3 2 4	Residuum.	1 0 4

Notandum. desydcrabatur,& pro cõmuni diuisore (uti supra fecimus)accipiendus. Quòd si numerator oblatæ fractionis,maior existat denominatore:auferenda sunt in primis integra,ueluti numero quarto antecedentis secundi capitis edocuimus. nã relictæ fractionis numerator,semper erit denominatore minor: dequibus facito, uti nunc præcepimus. Vt si proponerentur uerbi gratia $\frac{120}{48}$: hæc primum reduces ad 2 integra,& $\frac{24}{48}$,diuidendo 120, per 48. Ipsorum ergo $\frac{24}{48}$ partem aliquotam maximam inuenias,& ea erit numerator 24: per quem oblata $\frac{24}{48}$, conuertentur tandem ad $\frac{1}{2}$ integri.de similibus idem.

Regula numeri impares. CAETERVM, DATO QVOVIS NVMERO, SI QVOTQVOT habuerit partes aliquotas,pluacuerit inuenire:succedentia animaduertito documẽta.In primis itaq; notandum est,quemlibet imparem numerũ, carere partibus aliquotis à numero pari denominatis:utpotè secunda siuedimidia,quarta,sexta,octaua,decima,& similibus.Quoniam par numerus aliquotiens sumptus, parẽ semper efficit numerum. 4

Numerus Par. Par nanque numerus dicitur qui in duas partes æquales,absque unitatis fractione diuiditur:ueluti sunt 4,6,8,10,12,14,16,18,20,24,36,40, & his quotcunque similes numeri.

Numerus Impar. Impar autẽ uocatur numerus,qui non potest diuidi in duas partes æquales,,sine unitatis interruptione:cuiusmodi sũt hi numeri 3,5,7,9, 11,13,15,17,19,21,25,33,47, & reliqui similes.

Quod solus par habet secundam partem. Omnis itaq; par numerus habet medietatem,siue secundam partem aliquotam:impar uerò minimè.

Regula de partium aliquota[rum] ...gantia. Cum autẽ aliquis numerus alium metitur numerum,qui rursum alium numerum metiatur, qui dati numeri sit pars aliquota:quilibet horũ numerorũ, est pars aliquota ipsius dati numeri. Vt si 3 metitur 9,& 9 metiatur 27 partem aliquotã numeri 54: dico 3, & 9, quemadmodum & 27, esse partem aliquotam ipsius numeri 54: nempe 3 decima octaua, 9 autem sexta,& 27 secunda siue dimidia. 5

Quid sit numerare seu metiri numerũ. Numerus alium metiri dicitur numerum,quando aliquotiens sumptus ipsum numerum integrè componit.Idem etiã est numerare numerũ,quod & metiri.

Alia regula. Præterea,cũ aliquis numerus,est aliquota pars alterius numeri:quotiẽs numerus eiusdẽ numeri pars erit aliquota,à priori denominata numero. Vtpote,si 5 sit pars aliquota numeri 15: quoniã si ter acceperis 5,fient 15.igitur 3 q̃tiẽs numerus,eiusdẽ numeri 15 pars erit aliquota,à quinario denominata numero:queãdmodũ enim ter 5 faciunt 15, ita & quinquies 3.

Corolaria notãda. Ex his primũ sequitur,quòd omnis numerus carẽs tertia parte aliquota,caret & sexta,atq; nona:& quicunq; numerus habet nonã,habet & tertiam partẽ aliquotã.Quilibet rursum numerus carẽs quarta,caret cõsequẽter octaua:& qui habet octauam,habet etiã quartã,& dimidiã,queãdmodum habẽs quartã, dimidiã obtinet partẽ aliquotã. Omnis quoq; numerus carẽs quinta parte aliquota, caret respondẽter decima:& è cõtra,numerus habẽs decimã,habet etiã quintã, & dimidiã.Item quicũq; numerus par habet nonam,is habet & tertiã,& sextã, atq; cæteras huiusmodi partes numeri paris aliquotas:si autẽ id impari acciderit numero,habebit solũmodo tertiã,& sextã. Nullus itaq; numerus habet tertiã partẽ aliquotã,nisi quẽ metitur 3: aut quartã,præter eũ quẽ metitur 4: neq; quintam, aut sextã nisi metiatur à 5, uel 6. & ita de septima,octaua,nona, & reliquis partibus aliquotis. Quòd si numerus par diuidatur per 9, & remaneãt ex diuisione 6: talis numerus caret nona,sed habet tertiã,& sextã partẽ aliquotã. At si idẽ numerus par diuidatur per 8, & superabundẽt 4: huiusmodi numerus carebit octaua parte aliquota,sed habebit quartã.Idẽ de cæteris respõdenter uelim intelligas. 6

Regula animaduertenda. Omnis tandẽ numerus,quẽ non metitur aliquis digitorũ(excepta unitate,quæ cõmunis oĩm numerorũ est mẽsura)nõ habet partẽ aliquotã,præterquàm denominatã ab aliquo impariũ & cõpositorũ nũerorũ,quos sola metitur unitas,& primos adpellare 7

adpellare solemus: cuiusmodi sunt 11,13,17, & cæt. Quòd si uelis in promptu repe rire dato quocunq; numero, an possit adæquatè partiri per aliquem primorum nu merorum: confuge ad tabulam uniuersalem, seu proportionalem, quam libro proximo, in expeditiorem fractionum sexagenariarum practicam inseruimus. Propositum itaq; numerum diuide per 60: deinde inuestigato numerum quotientē ad læuum, remanentem uerò numerū ad dextrum ordinem numerorum, sub quo uo lueris numero primo, ad uerticē ipsius tabulæ reperto, distributorū. quos si offenderis præcisos, iudicabis oblatū numerū per eundē primū & uerticalē numerū fore diuisibilem, aliter nō: eundum est igitur ad alium numerum primum, & sub eo idem quod prius obseruandū. Sunt autem numeri primi, ad tabulæ uerticē occurrentes tantūmodo sedecim, ab 1, ad 59 compræhensi: utpote, 3,5,7,11,13,17,19,23, 29,31,37,41,43,47,53,59. Demus in exemplum numerum 169. hunc si diuidas per 60, colliges pro quotiente 2, remanentibus 49. inuestigētur itaq; 2 & 49, modo nuper expresso, sub aliquo numero primo, utpote 13: hos tandem offendes, in decimatertia linea. Concludas igitur 169, posse diuidi per 13. Eadem uia probabis, 529 diuidi posse per 23. Idem facito de reliquis.

Documentum notandum.

Exemplum.

8 ¶ RELIQVVM EST, VT SPECIALI DISCVRSV, VEL ARTIFICIO, doceamus inuenire, cuiuslibet numeri partes aliquotas, à binario usq; ad denariū numerū denominationē obtinentes: quo rudiores utcunq; facilitare ualeamus. Si uelis itaq; scire, an datus numerus habeat tertiā partem aliquotā (nā de secūda seu dimidia præcedenti numero quarto, generalem præmisimus regulā) adde singula elementa seorsum, & ueluti digiti cōsyderata. nā si collectum inde numerum ternarius metiatur, scito præfatum numerū tertiam habere partē aliquotā: secus eue niente, minimè. Vt si proponatur numerus 216: adde 6 cū 1, fient 7, quibus adiūgito 2, cōsurgent 9. et quoniā ternarius metitur 9: igitur datus numerus 216, habet tertiā partē aliquotā, utpote 72. Idē iudicabis de numero 162: nam 1, & 6, & 2 cōponunt similiter 9. Quòd si libuerit agnoscere, an propositus numerus quartam partē obtineat aliquotā: duplica secūdū elementū eiusdē numeri, hoc est, denas, seu primū articulū, et productū, adde primo elemēto siue digito ipsius oblati numeri. & si resultans inde numerus metiatur à quaternario, huiusmodi numerus habebit quartā: aliter nō. Iubemus autē nō attingere centenas, aut millenas, & reliquos articulos à primo: quoniā huiusmodi numeri cētenarij, & collecti cētenarū articuli, semper habent qnartā partē aliquotā. Detur in exēplū numerus 216. dupla igitur 1, fient 2, quibus adde 6, resultabunt 8: qui quidē octonarius numerus à quaternario metitur. igitur oblatus numerus 216, habet quartā partē aliquotam. Idē iudicabis de numero 288, & reliquis quibuscunq; propositis numeris. Ad inueniendū autē, an oblatus numerus, in quinq; partes aliquotas sit diuisibilis: cōsydera an ipse numerus sit articulus, aut cōpositus. Si nanq; fuerit articulus, ut 10, 20, 30, 40, 50, 100, 1000, is habet quintā: si autē datus numerus cōpositus extiterit, nunq̄ obtinebit quintā, nisi digitus, hoc est, primū ipsius numeri elementum fuerit, 5. cuiusmodi sunt hi numeri 15, 25, 35, 145, 1265, & similes quinario terminati. Quòd si abstuleris primū dati numeri, quintā habentis, elementū, & residuū duplaueris, iūcta unitate, si primū elementū fuerit 5: habebis uia admodū facili, quænā sit ipsius dati numeri quinta pars aliquota. Vt si uelis facere periculū de 225: tolle 5, relinquētur 22, hæc duplica fiēt 44, quibus adde 1, cōsurgēt 45, pnūciabis igitur 45, efficere quintā partē ipsius numeri 225: queādmodū & 64, quintā ītegrare partē numeri 320.

Peculiaris inuentio partiū aliquotarum dati cuiusuis numeri.

De tertia parte aliquota.

9 *De quarta.*

10 *De quinta parte aliquota.*

Notandum.

11 Si uolueris cōsequēter inuenire, an datus numerus habuerit sextā: quadrupla singulos articulos, et productos numeros adde simul, unà cū primo ipsius numeri elemento.

De sexta.

mento. Nam si resultans inde numerus metiatur à senario, cõcludes oblatũ numerũ sextam obtinere partem aliquotã: quod si secus euenerit, secus etiam iudicabis. Offeratur exempli causa numerus 138. quadruplabis igitur 1, fient 4, deinde 3, fient 12, quæ simul componunt 16, quibus adde 8, resultabunt 24. At quoniã 24, à senario metiri constat: concludendum igitur, propositum numerum 138, habere sextam partem aliquotam. Idẽ de cæteris. At si libeat inquirere, an oblatus quispiam numerus possideat septimam partem aliquotam: non est regula facilior ea, quam numero septimo nuper tradidimus, cum 7 sit numerus primus. Vt si uelles scire an 168 habeat septimam: diuides primum 168 per 60, fient 2 pro quotiente, remanẽtibus 48. quære itaq;, modo nuper expresso, 2 & 48 sub 7, in eadem succedenti tabula proportionali: quæ cum ibidem præcisè reperiantur, non dubitabis præfatum numerum 168, posse diuidi per 7, quare & habere septimam. 12

De septima numerorum parte.

De octaua.

Ad cognoscendum autem, an propositus numerus octauam possideat: dupla secundum ipsius numeri elementum, utpote denas, & quadrupla tertium, hoc est, cẽtenas, millenis intactis, & productos inde numeros adde simul, unà cum primo totius numeri elemento siue digito. Quoniam si resultãs numerus metiatur ab octonario, ipse datus numerus octauam partem aliquotam habebit: sin autem, carebit octaua. Hic iubemus millenas prorsus intactas relinqui: quoniam omnis millenarius numerus, octonario metitur numero, centies enim & uigesies quinquies 8, uel octies 125, conficiunt 1000 numerum. Accipiamus in exemplum 1368: dupla itaq; 6, fient 12, quadrupla deinde 3, fient rursum 12, quæ simul efficiunt 24, quibus si addideris 8, consurgent 32. Atqui 32 metiuntur ab 8: metietur igitur ipse octonarius præassumptum numerum 1368. sic de cæteris. Consequenter si uelis examinare, utrum datus numerus nonã partem possideat aliquotam: adde inuicem singula totius numeri elementa seorsum accepta, ueluti numero octauo pro reperienda tertia parte præcepimus. Nam si 9, resultantem metiatur numerum, metietur similiter & ipsum numerum datum. Esto in exemplũ propositus numerus 432. Adde igitur 4 & 3, fient 7, quibus rursum addito 2, prouenient 9. Sed nouenarius metitur 9: igitur 432 nonam partem aliquotam obtinebit, & consequenter tertiam, per corolarium sexti numeri. Finaliter si decimam alicuius numeri partem desyderaueris, hoc generale documentum obseruabis: utpote. Omnis articulus numerus, ueluti 10, 20, 30, 40, 50, 100, 1000, aut his similis, habet decimam, per diffinitionem articuli, capite primo libri primi declaratam: nullus uerò compositus numerus, sicuti nec digitus, in 10 partes æquales partibilis est. Quòd si uelis in promptu scire, quænam sit ipsius dati numeri pars decima: tolle solummodo primum totius numeri elementum, nam residuum decimã eiusdem numeri partem indicabit. Verbi gratia, offeratur numerus 120. tolle igitur 0, relinquentur 12: ergo 12 est decima pars eiusdem numeri 120. De succedentibus, atq; similibus numerorum partibus aliquotis, quæ sunt penè infinitæ, responde nter iudicabis: nam isthæc uidentur, etiam rudissimo, facere satis, quæ pro maioribus numeris, in quibus maior est difficultas, q̃ in paruis, specialiter tradidimus. 13 14 15

An datus numerus habeat nonam partẽ aliquotam.

De parte decima numerorum.

Notandum.

De uulgarium fractionum additione. Caput. IIII.

Additio fractionũ eiusdem habentium denominationem.

PRO GENERALI VVLGARIVM FRACTIONVM, etiam qualiumcunq; propositarum additione, hoc sanè quàm facillimum obseruabis documentum. Consydera, an propositæ et addendæ fractiones, eiusdem fuerint denominationis: ànue diuersam sortitæ sint nomenclaturam. Si primum acciderit: collige tantummodo numeratores 1

carundem

earundẽ fractionum adinuicem, & resultantem inde numerum, scribito pro numeratore, supra communem prædictarum fractionum denominatorem, interposita (ut solet) uirgula. Exempli gratia, sint $\frac{5}{8}$ & $\frac{7}{8}$, in unam summam colligenda. Adde igitur numeratores adinuicẽ, utpote 5 & 7, fient duodecim: scribe itaq; 12, super 8, communem utriusq; fractionis denominatorem, hoc modo $\frac{12}{8}$. ergo $\frac{5}{8}$, & $\frac{7}{8}$ simul iuncta, componunt $\frac{12}{8}$. Et quoniam numerator scilicet 12, maior est denominatore: idcirco si diuiseris 12 per 8, unum colligetur integrum, relictis $\frac{4}{8}$, quæ ualent $\frac{1}{2}$ integri. Huiusmodi nanq; fractiones semper ad integra sunt reducendæ: & quæ sunt remotiores ab integro, in eas uertendæ sunt fractiones, quæ ad ipsum integrum magis accedunt, & minoribus exprimuntur numeris. quemadmodum primo & secundo numero capitis antecedentis expressimus. turpe enim est scribere $\frac{12}{8}$, cum unum ualeant integrum, & $\frac{1}{2}$ integri. quod semel dictum uolumus: ne prius oportunè dicta, importuna citatione repetamus.

Exemplum.

Notandum.

2 CVM AVTEM IPSAE COMPONENDAE FRACTIONES VArios habuerint denominatores: reducãtur in primis ad unicum denominationis genus, illius uidelicet fractionis, ad cuius denominationem cæteræ facilius erunt conuertibiles; per doctrinam antecedentis secundi capitis. quo facto, componantur in unum singuli fractionum addẽdarum numeratores, & sub inde collecto numero communis locetur denominator, ueluti nuper admonuimus. Esto propositum in exemplum, addere simul $\frac{2}{3}$, & $\frac{5}{6}$. Quoniam igitur $\frac{2}{3}$, facilius uertũtur in sexta, quàm eadem $\frac{5}{6}$ conuerterentur in tertia: idcirco reduces ipsa $\frac{2}{3}$, ad sextorum denominationem, per quintum numerum præallegati secundi capitis antecedẽtis, fient $\frac{4}{6}$. Adde itaq; numeratores ad inuicem, utpote 4 & 5, consurgent 9: quæ scribes supra 6, communem utriusq; fractionis denominatorem, in hunc modum $\frac{9}{6}$. Concludendum igitur $\frac{2}{3}$, & $\frac{5}{6}$, simul iuncta efficere $\frac{9}{6}$: quæ ad unum integrum, & $\frac{1}{2}$ integri reducuntur. De similibus idem facito.

De fractionum additione uarios denominatores habentiũ

Exemplum.

3 AT SI FRACTIONES ADDENDAE MVLTIPLICES HABVErint inter sese denominatores (quod frequentius euenire solet) utpote quòd unius fractionis denominator, alterius sit pars aliquota: hoc summè notandum obseruabis documentum. Diuide maiorem denominatorem, per ipsum minorem, & per quotientem numerum, qui denotat quoties idem minor denominator in maiori cõtineatur, multiplica ipsum minorem denominatorem, unà cum proprio numeratore: eo nanq; modo, fractionem à minori numero denominatam, perquàm facili & ingeniosa uia, reduces ad denominatorem alterius. Adde postmodum numeratores adinuicem, & producto numero communem subscribito denominatorem: quemadmodum immediatè præcedenti numero primo præcepimus, & absoluta erit propositarum fractionum additio. Dentur ad maiorem quæ diximus elucidationem, $\frac{1}{3}$ & $\frac{2}{9}$ inuicem addenda. Igitur quoniam 3 minor denominator, continetur in maiori scilicet 9 ter: multiplicabis 3 per ternarium, fient 9. & rursum 1 per eundem ternarium, fient 3: quæ scribes supra 9, ut hic $\frac{3}{9}$. Erunt itaq; $\frac{2}{9}$ & $\frac{3}{9}$ simul adiungenda. adde igitur 2 & 3, fient 5, scribenda super alterutrum nouenarium: in hunc modum $\frac{5}{9}$. ergo $\frac{1}{3}$, & $\frac{2}{9}$ simul iuncta, efficiunt $\frac{5}{9}$. Similiter si proponantur colligenda $\frac{2}{5}$, & $\frac{3}{10}$: quoniam 10 continet 5 bis, idcirco multiplicabis 5 per 2, fient 10, similis cum priori denominator. Iterum per eundem binarium, multiplices 2 numeratorem ipsius minoris denominatoris, fient 4, scribenda super 10. erunt igitur $\frac{3}{10}$, & $\frac{4}{10}$ inuicem componenda. adde itaq; 3 & 4, numeratores, fient 7: hæc scribe super 10, pro desyderato numeratore, ut hic $\frac{7}{10}$. Concludendum igitur, $\frac{2}{5}$ & $\frac{3}{10}$ efficere $\frac{7}{10}$.

Documentum animaduertendũ, pro diuersis fractionib⁹ quarũ denominator unius est alterius pars aliquota.

Exemplum.

Aliud exemplum.

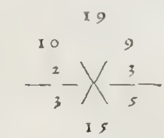
VERVM

Regula generalis pro reliquis fractio[illegible] tus denoīatores

4 VERVM SI CONTINGAT EASDEM FRACTIONES INuicem addendas, talibus constare, seu repræsentari numeris, ut altera in alteram, hoc est, alterius denominationem, absque fractione fractionis (quæ maximè fugienda est) non posset facilè conuerti, ut proposita tandem absoluatur additio: hæ tibi ueniunt ad unam simplicem fractionem reducendæ, per doctrinam undecimi, aut decimiquarti numeri præallegati secundi capitis huius libri. Omnis nanque, fractionum additio, reductio quædam esse uidetur, at non è contra: non enim reductio quælibet, pro additione sumenda est.

Exemplum.

Sint exempli causa $\frac{2}{3}$, & $\frac{3}{5}$ inuicem colligenda. Clarum est, neque $\frac{2}{3}$ in quinta, neque ipsa $\frac{3}{5}$ in tertia, absque remanente fractione fractionis posse conuerti. duc igitur 5 in 3, fient 15, pro denominatore communi. deinde 2, in 5, fient 10, scribenda super $\frac{2}{3}$. rursum ducito 3 in 3, fient 9, notanda super $\frac{3}{5}$. Igitur $\frac{2}{3}$ reducuntur ad $\frac{10}{15}$, & $\frac{3}{5}$ ad $\frac{9}{15}$. adde itaque 10 & 9, productos numeratores, consurgent 19 pro numeratore communi, scribenda super 15, in hunc modum $\frac{19}{15}$. Ergo $\frac{2}{3}$ & $\frac{3}{5}$ simul addita, producunt $\frac{19}{15}$: quæ unum faciunt integrū, & $\frac{4}{15}$ integri.



Corolarium, [illegible]

5 EVIDENS ITAQVE RELINQVITVR, QVOTIES PLVRES & diuersæ denominationis fractiones adinuicem, aut fractionum fractiones inter sese, uel cum simplicibus, aut mixtis fractionibus, item integra cum fractione, pluribusúe fractionibus, aut cum fractione fractionis, uel pluribus fractionum fractionibus addere fuerit operæpreci um: recurrendum esse ad præmissam, & sufficienter expressam reductionis artē. Nullā enim patieris addēdo difficultatē, modò prænominatum caput secundum sedula mente notaueris. neque opus est nouo, & ampliori discursu: cum præmemoratæ, & his quotcunque similes fractionum additiones, ab ipsa reductione pendere, imò nec discrepare uideātur. Addere etenim in huiusmodi fractionibus uulgaribus, nihil aliud est, quàm plures fractiones, in unam simplicem reducere, siue colligere fractionem.

De subtractione iam dictarum fractionum. Caput .V.

Subtractio fractionum [illegible] habentiū denominatorem.

1 IN SVBTRACTIONE VVLGARIVM FRACTIONVM, idem respondenter est obseruandum, quod in additione. Quoniam si duæ propositæ fractiones eiusdem fuerint denominationis, uolueris que alteram ab altera subtrahere, utpote minorem à maiori: numerator ipsius minoris & subtrahendæ fractionis, auferendus est à maioris fractionis numeratore, à qua uidelicet (quemadmodum in integris) debet ipsa subtractio fieri, & sub residuo communis utriusque, siue peculiaris alterutrius fractionis denominator collocandus, interiecta solito more lineuncula. Hic maiorem uocamus fractionem, cuius numerator maior est: minorem uerò, & subtrahēdam, quæ minorem habet numeratorem. Item quemadmodum in integris solemus obseruare numeris, duæ solum occurrunt in subtractione fractiones, estque minor à maiori semper auferenda: quoniam æqualis ab æquali frustrà, & maior á minori nunquàm subtrahitur.

Exemplum.

Exempli gratia, proponantur $\frac{2}{4}$, auferenda à $\frac{3}{4}$. Subtrahes itaque 2 à 3, relinquetē 1, cui subscribito 4, in hunc modū $\frac{1}{4}$. Igitur si $\frac{2}{4}$ tollantē à $\frac{3}{4}$, relinquetur $\frac{1}{4}$ integri. Eodē modo si $\frac{1}{5}$ auferantē à $\frac{4}{5}$, relinquetur $\frac{1}{5}$: quēadmodum $\frac{5}{12}$ oblata à $\frac{7}{12}$, relinquunt $\frac{2}{12}$, quæ ualent $\frac{1}{6}$ integri.

Prima regula pro fractionibus uarios denominatores habentibus.

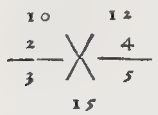
2 AT SI PROPOSITAE ET MVTVO SVBTRAHENDAE fractiones, diuersos habuerint denominatores: altera earum (prout facilior sese obtulerit commoditas) in denominationē alterius conuertatur, per quintum numerū

secundi

ſecundi capitis, aut tertium numerum antecedentis capitis quarti. deinde minoris & ſubtrahendæ fractionis numerator, à numeratore maioris auferatur, & ſub manente reſiduo, communis ſcribatur denominator: ueluti præcedenti numero ſigillatim expreſſimus. Dentur in exemplum $\frac{3}{5}$, ab $\frac{8}{10}$ auferenda. Reduces itaque primum $\frac{8}{10}$ ad quinta, fient $\frac{4}{5}$: ſubtrahes poſtmodum 3 à 4, relinquetur 1, cui ſubſcribes 5, ut hic $\frac{1}{5}$. Ergo ſubtractis $\frac{3}{5}$ ab $\frac{8}{10}$, relinquitur $\frac{1}{5}$ integri. Haud diſſimiliter ſi $\frac{5}{9}$ à $\frac{2}{3}$ proponantur auferenda: reduces in primis $\frac{2}{3}$ ad nona, fient $\frac{6}{9}$, à quibus demum auferes $\frac{5}{9}$, relinquet $\frac{1}{9}$, id eſt, unum integri nonũ. ſic de reliquis.

Exemplum.

3 CVM AVTEM ALTERA PROPOSITARVM FRACTIOnum non poterit facilè conuerti in alterius denominationem, utpote maior in denominationem minoris, uel ipſa minor in maioris denominationem: utraq; ad unã ſimplicem reducatur fractionem, per undecimum numerum eiuſdem ſecundi capitis. deinde fiat minoris numeratoris à maiori ſubtractio, reſiduo ſupra communẽ denominatorem collocato; quemadmodum ſupra diximus. Vt ſi uelis exempli cauſa, ſubtrahere $\frac{2}{3}$ à $\frac{4}{5}$, reduces in primis $\frac{2}{3}$ & $\frac{4}{5}$ ad unam fractionem ſimplicem, & communem denominationem, multiplicãdo denominatores adinuicem, & denominatorem unius in alterius denominatorem: quemadmodum ſuo loco diximus, & obiecta formula monſtrat. Vertẽtur igitur ipſa $\frac{2}{3}$ & $\frac{4}{5}$ ad quindecima: ex quibus 10, fient à $\frac{2}{3}$, & 12 à $\frac{4}{5}$. Aufer itaque 10, à 12, relinquentur 2, quibus ſubſcribes 15, communem utriuſq; fractionis reductæ denominatorem, ſic $\frac{2}{15}$. Concludes itaq; $\frac{2}{3}$ ſubtracta à $\frac{4}{5}$, relinquere $\frac{2}{15}$. Idem de ſimilibus quibuſcunq; fractionibus.



Regula ſecunda ad idem generalis.

Exemplum.

4 VERVM SI AB INTEGRO, VEL DATO QVOPIAM INTEgrorũ numero, auferẽda ſit aliqua fractio, quoniam 1 integrum, tot ſimilibus æquiualet fractionibus, quot ſunt unitates in ſubtrahendæ fractionis denominatore: idcirco numeratorem datæ fractionis auferes ab eiuſdem fractionis denominatore, reſiduumq; ſuper eundem rurſum locabis denominatorem, cancellato prius, uel tandem integro. Vtpote ſi iubearis ſnbtrahere $\frac{5}{7}$ à duobus integris, ſubtrahe 5 à 7, non ſecus ac ſi eadem $\frac{5}{7}$ à $\frac{7}{7}$ (quæ unum ualent integrum) proponerẽtur auferenda, relinquentur 2: quæ rurſum ſcribito ſupra 7, hoc modo $\frac{2}{7}$, auferaſq; 1 ab ipſis duobus integris. Relinquentur ergo facta ſubtractione, 1 integrum, & $\frac{2}{7}$ integri. Non alienum habeto iudicium de cæteris.

De ſubtractione fractiõis ab integro

5 EX HIS, ET PRAEDICTIS OMNIBVS RELINQVITVR manifeſtum, quoties integra, & ſimplices fractiones, aut fractiones fractionum, à pluribus fractionibus, uel integris, aut mixtis ſeu fractionum fractionibus, & cæteras eiuſcemodi fractionum mixturas, à quibuſcunq; fractionum generibus, ſubtrahere fuerit operæprecium: ad reductionis artem prius eſſe recurrendum. hoc eſt, ſingula fractionum genera, tam ea ſcilicet à quibus ſubtractio facienda eſt, quàm etiam auferenda, ad unicam ſimplicem eiuſdemq; denominationis fractionem fore conuertenda: deinde abſoluenda eſſe omnia, ad ſubtractionis artem (eo quo nunc diximus modo) pertinentia.

Corolarium de reliquis integrorũ & fractionũ mixturis ſiue generibus inuicem ſubtrahendis.

De earundem fractionum multiplicatione. Caput. VI.

1 QVEMADMODVM IN INTEGRIS ITA ET IN FRActis integrorum numeris, multiplicatio uon minimam ipſius artis uidetur obtinere partem: idcirco ſingula multiplicationis diſcrimina, inter fractos accidentia numeros, diſcurrere non erit importunum.

Sit ergo

Regula generalis notanda.

Sit ergo prima & uniuerſalis hæc regula. Propoſitis quibuſcunq; fractionibus per ſe ſe, uel in alias quaſcunq; fractiones multiplicandis: ducãtur in primis numeratores inter ſeſe, & optatæ fractionis numerator generabitur. Rurſum denominatores adinuicem multiplicentur: fietq; productæ fractionis denominator, ſub præfato numeratore ponendus, interiecta ſolito more lineuncula.

Exempl. multiplica... fractionis simplicis per fractionẽ ſimplicem.

2 Eſto primum in exemplum ſimplex fractio, per ſimplicem multiplicanda fractionem: utpote $\frac{4}{5}$, per $\frac{2}{3}$. Duc itaq; numeratores adinuicem, ſcilicet 4 in 2: fient 8, numerator optatus. deinde multiplica denominatores, hoc eſt, 5 per 3: conſurgent 15, quæ pro denominatore ſub eiſdem 8 collocabis, interpoſita uirgula, ut hic $\frac{8}{15}$. Ergo $\frac{4}{5}$ per $\frac{2}{3}$, uel è contra multiplicata, producunt $\frac{8}{15}$.

De fractiõe fractionis per fractionem fractionis multiplicanda.

3 Sed offeratur fractio fractionis, per fractionem itidem fractionis multiplicanda: utpotè $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{4}$, per $\frac{3}{5}$ $\frac{1}{2}$. Duc igitur 2 in 1, fient 2, & rurſum 2 in 3, prouenient 6, quæ tandem per 1 multiplicata non augẽtur: ergo 6 erit numerator productæ fractionis. Conſequenter multiplica 3 per 4, fient 12, quæ rurſum duc in 5, conſurgent 60, hæc tandem per 2 multiplicata efficient 120: quæ pro denominatore fractionis optatæ, ſub prius obtento numeratore, utpote 6, reſpondenter annotabis. Igitur ex hac multiplicatione prouenient $\frac{6}{120}$: quæ abbreuiata reducuntur ad $\frac{1}{20}$ integri.

De multiplicatione fractionis simplicis per fractionem fractionis.

4 Eodem modo, ſi fractio ſimplex, in fractionem fractionis ſiue mixtam, aut è contra proponeretur multiplicanda, faciẽdum eſſe iudicabis. Vt ſint uerbi gratia $\frac{4}{5}$ $\frac{1}{3}$, quæ oporteat ducere in $\frac{3}{4}$ integri, uel è diuerſo. Dic igitur, quater 1 faciunt 4, & ter 4 efficiũt 12: quæ pro numeratore ſeruabis. poſtea dicito, quinquies 3 faciunt 15, quater autem 15 componunt 60, pro denominatore generatæ fractionis, ſub 12 præobtento numeratore locanda, in hunc modum $\frac{12}{60}$: quæ ad breuiorem redacta fractionem, per $\frac{1}{5}$ integri repræſentantur. Nec alienum habendum eſt iudicium, de quibuſcunq; mixtis fractionibus adinuicem multiplicandis.

Multiplicatio simplicis fractionis per fractionẽ ſimplicem & fractionẽ fractionis.

5 Nec diſſimiliter eſt operandum, cum fuerit aliqua ſimplex fractio cum fractione fractionis, in fractionem ſimplicem: aut ſimplex fractio, per ſimplicem fractionem, unà cum fractione fractionis multiplicanda. Vtpote ſi $\frac{2}{3}$ & $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{2}$ per $\frac{4}{5}$ integri, aut è contra uelles multiplicare. Bis enim ter faciunt 6, & quater 6 efficiunt 24: quæ productum indicant numeratorem. inſuper ter 4 faciunt 12, bis autem 12 efficiunt 24, quinquies demum 24 producunt 120, pro denominatore, ſub præfatis 24, in hunc modũ annotanda $\frac{24}{120}$: quæ ad breuiorem conuerſa fractionẽ ualent $\frac{1}{5}$ integri. Idẽ cenſeto de ſimilibus.

De reliquis multiplicationis inter fractiões cõbinatiõibus.

6 Reliquas autem ſimplicium, atq; mixtarum fractionum occurrentes in multiplicatione combinationes ſigillatim explicare, ſuperuacaneum iudicamus: utpote quæ ex prædictis facilè compræhẽdi poſſunt. Siue enim fractionem ſimplicem cũ fractione fractionis, in fractionem etiam ſimplicem & fractionem fractionis, uel plures & ſimplices fractiones, per plures itidem fractiones ſimplices, aut demum fractiones fractionũ tã per ſeſe, quàm per ſimplices fractiones multiplicare fuerit operæprecium: ſemper eſt facienda numeratorum atq; denominatorum, tam per rectum quàm per obliquum expreſſorũ, inter ſeſe multiplicatio, quẽadmodũ multiplici nuper declarauimus exemplo: tranſeamus igitur ad reliqua.

Integra per ſimplicem fractionem qualiter multiplicanda.

7 CVM AVTEM PROPONENTVR INTEGRA PER SIMplicem fractionem, uel è contra multiplicanda: ducendus eſt integrorum numerus in numeratorem ipſius datæ fractionis, & productum ſcribendum ſuper denominatorem eiuſdem fractionis. Exempli cauſa, ſint $\frac{3}{7}$ per 4 integra, uel è contra multiplicanda. duc igitur 4 in 3, fient 12: quæ ſcribe ſupra 7, in hunc modum $\frac{12}{7}$. Ergo $\frac{3}{7}$ per 4 integra, uel è diuerſo multiplicata, producunt $\frac{12}{7}$: quæ unum ualent integrum, & $\frac{5}{7}$ integri. Si enĩ diuiſeris 12 per 7, proueniet 1 integrũ pro quotiẽte

numero,

numero,relictis 5 integri septimis. quæ quidem diuisio semper erit obseruãda,quoties productus ex multiplicatione numerator maior fuerit eiusdem fractionis denominatore:ut ꝓducta,simul & reducta fractio cõsurgat.Idẽ iudicato de cæteris.

8 Quód si integra per fractionẽ fractionis proponantur multiplicanda,in qua uidelicet duo sunt numeratores et denominatores:duc primum numeratores & denominatores inter sese,modo sæpius expresso. deinde per antecedentem regulam, multiplica numeratorem communem,per datum integrorum numerum : et si ꝓductus numerus fuerit maior communi denominatore, diuide ipsum per eundem communem denominatorem,ex mutua particularium denominatorum multiplicatione productum.nam inde resultantem,& ad integra reductam fractionem habebis. Dentur in exemplum $\frac{2}{5}$ $\frac{1}{3}$,per 15 integra multiplicanda. Duc igitur primum 2 in 1,fient 2,communis scilicet numerator. rursum ducito 5 in 3,fient 15:quæ communem pariter indicabunt denominatorem. Multiplica postmodũ 15 integra per 2,fient 30:quæ partire per 15, hoc est,denominatorem, prouenient 2 integra præcisè,absq; relicta fractione.Idem fac de similibus quibuscũq; fractionũ fractionibus,per quẽuis integrorum numerum, uel è contrario multiplicandis.

Integrorum p fractionẽ fractionis multiplicatio.

Exemplum.

9 Verum, si integra cũ fractione,per integra uolueris multiplicare:duc prius integra in sese,& nota productum integrorum numerum. deinde multiplica integra fractione carentia per ipsius fractionis numeratorem,iuxta doctrinam septimi numeri immediatè præcedentis:& consurgentem inde numerum adde reseruato integrorum numero. Vt si uelles exempli gratia multiplicare 5 per 4 integra, & $\frac{2}{3}$ integri,uel è contra:duc 4 in 5, fient 20. rursum duc ipsa 5 in 2 numeratorem datæ fractionis,fient 10 tertia,quæ ualent 3 integra, & $\frac{1}{3}$ integri:adde itaque ea cum ipsis 20 integris,consurgent 23 integra,& 1 integri tertium.tantum igitur ex hac multiplicatione producetur.

Integra cũ fractione qualiter p integra multiplicanda.

Exemplum.

10 Vel aliter, reduc integra fractioni adiacentia ad idem genus commune cum eadem fractione sua: deinde operare per doctrinam septimi numeri immediatè præcedentis. Repetatur antecedens exemplũ:ubi 4 integra per 5 & $\frac{2}{3}$ integri proposuimus multiplicanda. Duc igitur 4 in 3,fient 12 tertia:quibus adde $\frac{2}{3}$, consurgent $\frac{14}{3}$. hæc ducito in 5 integra, cõsurgẽt $\frac{70}{3}$: quæ 23 ualent integra,et $\frac{1}{3}$ integri. ueluti ꝑ aliũ modũ inuenimus.

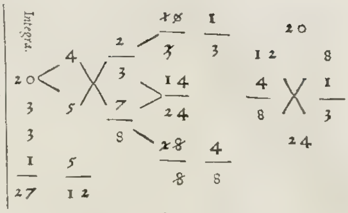
Alius modus.

11 Cum autem integra unà cum simplici fractione, per integra & fractionem itidem simplicem multiplicanda proponentur : duc in primis alterum integrorum numerum per reliquum, & subscribe productum. Deinde multiplica numeratorem fractionis multiplicandæ,per integra multiplicantia. idem quoq; facito de numeratore fractionis multiplicantis per integra multiplicanda, per antecedentis numeri septimi documentum:& productos inde numeros(subtractis, atque prioribus adiunctis integris)adde simul,si fractiones extiterint similes. quòd si fuerint dissimiles,pone cuiuslibet numeratorem supra denominatorem propriũ: & eas in unam reducito fractionem,per undecimum numerum secundi capitis huius libri. Tandem multiplicato unam prædictarum fractionum in reliquam, per documentum primi,& exemplum secundi numeri huius capitis:& consurgentem inde fractionem,adde priori & nuper relictæ fractioni(nam eundem habebit denominatorem)subductis semper integris,prioribus tandem adiungendis. Nam hoc modo productum ex multiplicatione numerum,ex integris & fractione resultantem obtinebis. Obijciantur exẽpli causa,4 integra & $\frac{2}{3}$ integri, per 5 integra & $\frac{7}{8}$ multiplicanda. Duc itaque primum 4 in 5, fient 20: quæ scribe seorsum. deinde 4 in 7, fient $\frac{28}{8}$: quæ 3 ualent integra, cum 20 integris adiũgenda,& $\frac{4}{8}$ integri. Multiplica postmodum 5 per 2,fient $\frac{10}{3}$: quæ 3 rursum ualent

De integrorum cũ fractione,per integra cum fractione multiplicatione.

Exemplum.

ualent integra prioribus addenda, & $\frac{1}{3}$ integri. Relicta consequenter $\frac{4}{8}$ & $\frac{1}{3}$ integri, ad unã simplicem reducito fractionem: prouenient $\frac{20}{24}$ integri. Tandem multiplica $\frac{7}{8}$ per $\frac{2}{3}$, fient $\frac{14}{24}$: quæ unà cum $\frac{20}{24}$ efficiũt $\frac{34}{24}$. à quibus unum auferatur, & prioribus addatur integrum: & relinquentur $\frac{10}{24}$, quæ breuius repræsentantur per $\frac{5}{12}$. Colligentur ergo ex proposita multiplicatione 27 integra & $\frac{5}{12}$ integri. Idem de similibus.



Alius modus facilior præcedente.

12 Poteris et alia, multoq; breuiori & faciliori uia, idẽ respõdẽter absoluere: reducẽdo utrunq; integrorum numerum, & ad suam adiungendo fractionem. facta nanque reductione, si altera consurgentium inde fractionum per reliquam multiplicetur, iuxta regulam primo & secundo numero huius capitis expressam: debitus ex proposita multiplicatione nascetur numerus. Repetantur in exemplum præfata 4 integra & $\frac{2}{3}$, per 5 integra et $\frac{7}{8}$ multiplicanda: quò facilius operationũ agnoscatur respondentia. ex 4 igitur integris & $\frac{2}{3}$, fient $\frac{14}{3}$, & ex 5 integris & $\frac{7}{8}$ cõsurgent $\frac{47}{8}$. Itaque si multiplicaueris $\frac{47}{8}$ per $\frac{14}{3}$, uel è contra, producentur $\frac{658}{24}$: quæ 27 ualent integra, & $\frac{10}{24}$, breuius per $\frac{5}{12}$ repræsentata. Nõ aliter facito de cæteris.

Exemplum.

Corolarium de reliquis integrorũ & fractionũ cõbinationibus inuicẽ multiplicandis.

13 Ex his omnibus facilè colligitur, cæterarum combinationum, tam simplicium quàm etiam mixtarum fractionum (quæ fractiones fractionum appellantur) cum integris ducendarum multiplicatio, utpote integrorum cum fractione & fractione fractionis, uel pluribus fractionibus, per integra cũ fractione & fractione fractionis, pluribusuè fractionibus mixtis aut simplicibus: atq; eiuscemodi integrorum & fractionum mixtarum combinationum. Quarum omnium peculiarem repetere multiplicationem, tediosum potius & superuacaneum, quàm utile uel necessarium indicamus. De his itaque satis.

De diuisione prædictarum fractionum. *Caput. VII.*

Regula generalis omniũ facillima.

1 PRO MVTVA VVLGARIVM FRACTIONVM DIVIsione, siue maior per minorem, aut minor per maiorem sit diuidenda fractionẽ: hanc generalem, & omnium facillimã accipito regulam. Propositis duabus quibuscunq; simplicibus fractionibus, quarum altera per reliquam diuidi iubetur: ducatur numerator diuidendæ fractionis in denominatorem diuidentis, & productũ pro quotientis seruato numeratore. Deinde multiplicetur numerator ipsius diuidentis per denominatorem eiusdem diuidendæ fractionis: & productum facito denominatorem, sub præobtento numeratore (interposita de more uirgula) collocandum. Cum igitur maior per minorem diuiditur fractionem: producta fractio demonstrat, quoties eadem minor in maiori fractione continetur. Si autem minor per maiorem diuidi iubeatur: ipsa pro quotiẽte generata fractio respondenter indicabit, quotam partem, siue partes maioris & diuidentis fractionis ipsa minor & diuidenda compræhendat.

Notandum.

2 Dentur primum in exemplum $\frac{2}{3}$, per $\frac{1}{2}$ diuidenda. duc igitur 2 in 2, fient 4: quæ pro generatæ fractionis numeratore seruabis. deinde multiplica 1 in 3, fient 3: hæc scribe sub 4, pro denominatore eiusdem productæ fractionis, sic $\frac{4}{3}$. Et quoniam numerator scilicet 4, semel cõtinet denominatorem utpote 3, & tertiam eius partem: cõcludas diuidẽdam & maiorem fractionem, utpote $\frac{2}{3}$, semel cõtinere minorem & diuidẽtem, uidelicet $\frac{1}{2}$ & insuper tertiam eiusdẽ secundi partẽ. Idẽ iudicato de cæteris.

At si

3 At si uersa uice $\frac{1}{2}$ per $\frac{2}{3}$, minor scilicet per maiorem fractionem diuidi iubeatur: absoluta eo quo diximus modo numeratorum & denominatorum multiplicatione, generabuntur pro quotiente $\frac{3}{4}$. Vnde sequitur, minorem & diuidendam fractionem, tres quartas ipsius maioris & diuidentis tantummodo continere. Neque alienum habendum est iudicium, de quibuscunque similibus.

De diuisione minoris & simplicis fractionis p maiorem.

4 Vnde si fractio fractionis, per aliam fractionis fractionem diuidenda proponatur: utraque in simplicem primo reducatur fractionem, deinde fiat alternata numeratorum & denominatorum multiplicatio: quemadmodum præcedens admonet regula. Offerantur exempli causa $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{4}$ per $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{5}$ diuidenda. Prima fractionis fractio reducetur ad $\frac{2}{12}$, & secunda ad $\frac{3}{20}$. duc itaque 2 in 20, fiet 40: & 3 in 12, cõsurget 36; sub eisdẽ 40 collocãda, in hunc modum $\frac{40}{36}$. Ergo pro quotiente generantur $\frac{40}{36}$: quæ abbreuiata faciunt $\frac{10}{9}$: hoc est 1, & $\frac{1}{9}$. quapropter inferatur $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{4}$, uel $\frac{2}{12}$, continere $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{5}$ siue $\frac{3}{20}$ semel, & nonam insuper eorundem partem.

Qualiter fractio fractionis, per fractionis fractionem diuidenda sit.

5 Si autem $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{5}$ per $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{4}$, hoc est, $\frac{3}{20}$ per $\frac{2}{12}$ uerso diuidantur ordine: fient p quotiente $\frac{36}{40}$, quæ breuius per $\frac{9}{10}$ repræsentantur. Ex quo sequitur, minorẽ & diuidendam fractionem, hoc est, $\frac{3}{4}$. $\frac{1}{5}$ uel $\frac{3}{20}$, continere tantummodo nouem decimas ipsius diuidentis & maioris fractionis, utpote $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{4}$ uel $\frac{2}{12}$. Eadem uia operandum est in quibuscunque similibus.

Diuisio minoris fractionis fractionis p maiorem.

6 Manifestum itaque relinquitur, quàm facile sit, cæteras fractionum combinationes alternatim diuidere. utpote fractionem fractionis, per fractionem simplicẽ: uel è contra. item simplicem fractionem cum fractione fractionis, per simplicem & fractionem itidem fractionis. duas quoque pluresue simplices, aut mixtas fractiones, per duas, aut plures mixtas, simplicesue fractiones: & quæ sũt huiusm odi. Reductis enĩ singulis tã diuidẽdis q̃ diuidẽtibus fractionibus, ad unicã & simplicẽ fractionẽ: cætera iuxta præcedẽtis regulæ tenorem, respõdenter sunt adimplenda.

Corolariũ de reliquis fractionũ in diuisiõe cõmixturis

7 CVM AVTEM INTEGRA PER SIMPLICEM FRACTIOnem proponentur diuidenda: multiplica denominatorem fractionis in sese, & productum rursum per integrorum ducito numerum. aut (si uelis) multiplicato ipsius fractionis denominatorem per integra, & productum in eundem rursum ducito denominatorem: & habebis numeratorẽ quotientis ex diuisione fractionis. Quòd si denominatorem ipsius fractionis, per numeratorem eiusdem multiplicaueris; producetur eiusdem quotientis denominator, sub præfato numeratore notandus.

De integrorũ diuisiõe p fractionẽ simplicem.

Exempli gratia, sint 5 integra diuidenda per $\frac{3}{4}$. duc igitur 4 in sese, fient 16: quæ rursum multiplica per 5, consurgent 80. uel ducito 4 in 5, fient 20: hæc iterũ multiplicato per 4, prouenient itidem 80, quæ pro quotientis numeratore seruabis. postea ducito 4 in 3, fient 12, scribenda sub 80 pro denominatore: in hunc modũ $\frac{80}{12}$.

Exemplum.

8 Idem, sed multò leuius obtinebis, si integra ad simile genus fractionis cum diuidente reduxeris, utpote ad quarta: deinde absolueris reliqua, per præmissam regulam generalem. Nam 5 integra uertentur in $\frac{20}{4}$: quæ si diuiseris iuxta regulæ tenorem per $\frac{3}{4}$, fient similiter pro quotiente $\frac{80}{12}$. quæ breuius per $\frac{20}{3}$, aut si uelis 6, & $\frac{2}{3}$ repræsentantur: denotantia propositam & diuidentem fractionem, sexies cõtineri in ipsis diuidendis 5 integris, & præter ea $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$, quæ ualent $\frac{2}{4}$ siue $\frac{1}{2}$ integri. De quibuscunque similibus idem facito.

Alius modus facilior præcedẽte.

9 Verum si è diuerso fractionem aliquam simplicem, per integra diuidere fuerit operæprecium: multiplica denominatorẽ ipsius fractionis per integra, & producto suprascribe numeratorẽ eiusdẽ fractionis. Vt si uelles eadẽ $\frac{3}{4}$, per ipsa 5 integra diuidere: duc 4 in 5, fient 20. quibus suprascribe 3, cõsurgent pro quotiente $\frac{3}{20}$: quæ ualent $\frac{9}{10}$ $\frac{1}{6}$, uel $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{5}$. Aut si uelis, reducito (ueluti nuper admonuimus) 5 integra

Qualiter fractio per integra diuidatur.

Alius modus.

ad fractionem eiusdem generis cum ipsa diuidenda, utpote ad quarta: fient $\frac{20}{4}$. per quæ diuide $\frac{3}{4}$, secundum doctrinam primæ & uniuersalis regulæ: fient pro quotiente $\frac{12}{80}$, quæ ualent $\frac{3}{20}$ integri, per priorem diuidendi modum adinuenta. Vnde concluditur, diuidendam fractionem continere solummodo nouem decimas unius sextæ partis, uel tres quartas unius quintæ propositorum 5 integrorum.

Corolariũ de integris cũ simplici uel mixta fractione diuidendis.

11 Hinc patet, si integra cum simplici fractione uel cum fractione fractionis, per integra, uel fractionem simplicem, aut fractionem fractionis, alternatim proponantur diuidenda: qualiter sit operandum. Reductis nanque fractionum fractionibus ad simplicem fractionem, atque integris ad idem genus cum simul occurrente fractione conuersis: cætera omnia non aliter, quàm supra monstrauimus sunt adimplenda. Neque opus est reiterato exemplorum discursu: ni forsitan ante dicta prorsus ignoraueris. quód si tua euenerit negligentia: summum uidetur esse remedium, ut singula diligentius animaduertas.

Exemplũ diuisionis integrorũ cũ fractione, uel fractiõe fractionis per integra cũ fractione uel fractione fractionis.

12 Idem quoque faciendum esse non ignores, si integra cum simplici fractione, uel fractione fractionis, per integra itidem cum fractione simplici, aut fractione fractionis, siue cum utrisque diuidere iubearis. Vt si uelles ad maiorem omnium euidentiam, diuidere 3 integra & $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{2}$, per 2 integra & $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{3}$: sic facito. Ex prima & diuidenda fractione fractionis fient $\frac{2}{6}$, quæ ualẽt $\frac{1}{3}$ integri: ex secunda autem & diuidente resultant $\frac{3}{12}$, quæ breuius per $\frac{1}{4}$ integri repræsentantur. Igitur idem proponitur, ac si integra & $\frac{1}{3}$, per 2 integra & $\frac{1}{4}$ offerrentur diuidenda. Reduc itaque 3 integra ad tertia, fient $\frac{9}{3}$. quæ unà cum $\frac{1}{3}$, efficiunt $\frac{10}{3}$. Rursum conuertito 2 integra ad quarta, consurgent $\frac{8}{4}$: quibus si addideris $\frac{1}{4}$, resultabunt $\frac{9}{4}$. Diuide igitur $\frac{10}{3}$ per $\frac{9}{4}$, secundum primam & uniuersalem regulam: & nascentur pro quotiente $\frac{40}{27}$, hoc est, 1 & $\frac{13}{27}$. Vnde relinquitũ euidens, fractionẽ ipsam diuidendã continere semel diuidentẽ, atque eiusdẽ $\frac{13}{27}$.

Alia regula adnotanda.

13 EST & alia regula, non prorsus aspernanda: in hunc obseruanda modum. Multiplica denominatorem unius fractionis, per denominatorem alterius: & productum communem uocato denominatorem. deinde multiplica ipsum communẽ denominatorem per integra diuidenda, & producto adde numerum, qui ex ductu numeratoris diuidendæ fractionis in denominatorem diuidentis generatur: nam consurgens inde numerus, optatæ fractionis numerator uenit appellandus, ex parte diuidenda procreatus. Ducito postmodum præfatum communem denominatorem in integra diuidentia, & producto adiungito numerum ex ductu numeratoris ipsius diuidentis fractionis in denominatorem diuidendæ procreatum: is enim qui tandem adgregabitur numerus pro quotientis denominatore uenit accipiendus, ex reductione partis diuidentis proueniens.

Exemplum.

Repetantur in causam exempli præfata 3 integra & $\frac{1}{3}$, per 2 integra & $\frac{1}{4}$ diuidenda: quo magis elucescat operationum respondentia. Duc itaque primum 3 in 4, fient 12, communis denominator, Deinde multiplica 12 per 3 integra, fiẽt 36: quibus adde 4, ex ductu 4 in 1 resultãtia, ꝓuenient 40, pro quotiẽtis numeratore ex ipsa diuisione seruanda. Consequenter duc ipsa 12 in 2 integra, fient 24: quibus adiungito 3, ex ductu 3 in 1 procreata, resultabnnt 27, sub præfatis 40 pro denominatore notanda. Igitur ex hac diuisione fiunt pro quotiente $\frac{40}{27}$, ueluti superius inuenimus: quæ rursum ualent 1 & $\frac{13}{27}$. Idem intelligito de similibus.

Corolarium.

14 Ex prædictis omnibus & præcedenti capite facilè colligitur, fractiones ex multiplicatione productas, minores esse multiplicantibus, atque multiplicandis fractionibus: quotientes autem ex diuisione procreatas, & diuidendas & diuidentes superare fractiones.

De utriusque

De utriusq; radicis inuentione in ipſis fractionibus. Caput VIII.

De quadrata radice fractionum inuenienda.

1 AD HABENDAM IN PRIMIS QVADRATAM OBLATAE cuiuſcunq; fractionis radicem, ad ſeptimum caput libri primi recurrẽdum eſt: ubi generalem quadratarum radicum inuentionẽ, duobus & quidem certioribus modis aperuimus. Sed quoniam in fractionũ uulgarium expreſſione duo ſemper occurrunt numeri, utpote numerator & denominator: utriuſq; radix quadrata ſeorſum accipienda eſt. Nam radix numeratoris, erit numerator: & ipſius denominatoris radix, denominator quadratæ radicis eiuſdem oblatæ fractionis. Offerantur exempli cauſa $\frac{4}{9}$. Radix igitur numeratoris eſt 2, & denominatoris 3: ſcribe itaq; 2 ſuper 3, interpoſita uirgula, hoc modo $\frac{2}{3}$. Ergo radix quadrata $\frac{4}{9}$, eſt $\frac{2}{3}$. Sed demus in exemplum fractionem minimè quadratam, cuiuſmodi ſunt $\frac{5}{11}$. Radix itaq; numeratoris, ſcilicet 5, erit 2 & $\frac{1}{4}$: & ipſius denominatoris radix, utpotè 11, erit 3 & $\frac{2}{6}$, uel $\frac{1}{3}$, per primum modum ipſius nuper allegati ſeptimi capitis libri primi. unde collecta radix erit $\frac{2}{3}$ & $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$: quæ non eſt uera radix eorundem $\frac{5}{11}$ (nam ipſam in non quadratis per numeros inuenire, eſt impoſſibile) ſed ueritati utcunq; propinqua, quemadmodum ibidem annotauimus. Vnde ſi præciſiorem eorundem $\frac{5}{11}$ libeat inueſtigare radicem: utere ſecundo modo quinto numero eiuſdem ſeptimi capitis expreſſo, adcommodatis quotquot uolueris tziphris, pari tamẽ numero diſtributis, ſintq; uerbi gratia ſex. Abſolutis itaq; ſingulis ibidem elucidatis, offendes radicem numeratoris 2 2 3 6, & ipſius denominatoris 3 3 1 6: quæ quidem $\frac{2}{3}\frac{2}{3}\frac{3}{1}\frac{6}{6}$ per articulũ 60 diſtributa, dant pro radice numeratoris 2, 14, 9, 36, hoc eſt, 2 integra, 14 minuta, 9 ſecunda, & 36 tertia, quæ non faciunt præciſè 2, & $\frac{1}{4}$, ſed deficiunt 50 ferè ſecunda: pro denominatoris autem radice 3, 18, 57, 36, id eſt, 3 integra, 18 minuta, 57 ſecunda, & 36 tertia, quæ non faciunt 3 & $\frac{1}{3}$ deficit enim 1 minutũ, & 2 circiter ſecunda.

Exemplum in quadratis fractionibus.

Exemplum in non quadratis, per primum modum.

Aliud exemplum nõ quadratæ radicis, per ſecundum modũ.

2 TERTIVM libet annectere modum, uulgaribus tantummodo fractionibus familiarem, & pro non quadratis principaliter excogitatũ. Propoſita igitur quacunq; fractione, cuius quadratam iubearis extrahere radicem: mutuato quemcunque uolueris numerum, & ipſum multiplica per oblatæ fractionis denominatorẽ, productumq; futuræ radicis denominatorem facito. Deinde præfatum numerum mutuatum ducito in ſeipſum, & quadratum eiuſdem multiplicato per denominatorem ipſius datæ fractionis, rurſumq; productum in numeratorem eiuſdem fractionis ducito, conſurgentis demũ numeri quadratam extrahito radicẽ, per doctrinã præallegati ſeptimi capitis libri primi: nã ea radix, erit numerator ipſius optatæ radicis, ſupra denominatorẽ ſolito more notandus. Vel (& idem redibit) facito de numeratore, quod de ipſo denominatore, & uice uerſa iuſſimus obſeruandum. Duc igitur eundẽ numerũ mutuatum, in propoſitæ fractionis numeratorẽ: & productũ pro futuræ radicis numeratore ſeruato. Deinde quadratũ ipſius mutuati numeri multiplicato per numeratorẽ eiuſdẽ fractionis, & productũ rurſum ducito in ipſius oblatæ fractionis denominatorẽ, reſultantiſq; tãdem numeri quadratã (uelut prius) extrahito radicẽ: quoniam ipſa erit præfatæ radicis denominator. Accipiãtur rurſum in exemplum præfata $\frac{4}{9}$: ſitq; numerus mutuatus 60. in quem duc 9, fiẽt 540: quæ nota ſeorſum pro futuræ radicis denominatore. duc poſtmodum 60 in ſeſe, fient 3600: quæ multiplica per 9, prouenient 32400. hæc rurſum ducito in 4, conſurgent 1 2 9 6 0 0: quorum radix quadrata eſt 360, quæ pro numeratore, ſupra 540, in hunc modum collocabis $\frac{360}{540}$.

Alius modus reperiendarum quadratarum radicum fractionibus peculiaris

Idem aliter.

Exemplũ in quadratis, ſecundum primã partem huius tertij modi.

D 2 Hanc

Hanc porrò ſic inuentam radicem, ſi ad breuiorē reduxeris fractionem, diuidendo numeratorem 360, atq; denominatorem 540, per maximam utriusq; partem aliquotam (utpote 180) colligentur præciſè $\frac{2}{3}$ pro radice: qualem ſuperius, per uulgatum modum offendimus. Repetantur ſimiliter, ad maiorem ſingulorum euidentiam, ipſa $\frac{5}{11}$: ſitq; idem mutuatus numerus 60. Duc igitur 60 in 5, fient 300: quæ pro futuræ radicis obſeruabis numeratore. Cōſequenter quadratum de 60, ſcilicet 3600 duc in 5, fient 18000: quæ rurſum multiplica per 11, producentur 198000. quorum radix quadrata ueritati propinquior eſt 445: quæ ſub 300 pro denominatore locabis, hoc pacto $\frac{300}{445}$. Tanta igitur eſt radix quadrata eorundem $\frac{5}{11}$, ueritati (quantum ars ipſa patitur numerorum) admodum proxima: quam ſi ad breuiorem reduxeris fractionem, offendes eandem radicem efficere $\frac{60}{89}$, & hæc demum $\frac{60}{89}$ uerti ad $\frac{2}{3}$ & $\frac{2}{89}$ $\frac{1}{3}$. Idem reſpondenter cenſendum & obſeruandum eſt de cæteris quibuſcunque quadratis, aut non quadratis integrorum fractionibus.

Secundū exemplum de [illegible] p [illegible] tertiū modū.

De cubicæ radicis in fractionibus inuentione.

3 PRO CVBICAE AVTEM RADICIS PRAEDICTArum fractionum inuentione, haud diſſimili uia procedendum eſt. Propoſita nanque fractione, cuius radicem uelis habere cubicam: utriuſque numeri, ſcilicet numeratoris & denominatoris eiuſdem fractionis, cubicam ſeorſum extrahito radicem, per doctrinam octaui capitis eiuſdem primi libri, ubi duplicem pariter modum inueniendarum cubicarum radicum tradidimus. Quoniam radix cubica numeratoris, erit numerator: & cubica ipſius denominatoris radix, denominator futuræ, & optatæ radicis cubicæ. Eſto exempli gratia $\frac{8}{27}$, quorum radix cubica deſyderetur. Radix itaque numeratoris cubica erit 2, & denominatoris 3: ſcribe igitur 2 ſupra 3, & conclude radicem cubicam eorundem $\frac{8}{27}$ eſſe $\frac{2}{3}$. Si nanque $\frac{2}{3}$ in ſeipſa ducantur, producent $\frac{4}{9}$: quæ rurſum per $\frac{2}{3}$ multiplicata, reſtituunt $\frac{8}{27}$. Rurſum offerantur $\frac{10}{29}$, fractio uidelicet minimè cubica. Radix itaque numeratoris, utpote 10, erit 2, & $\frac{2}{6}$, quæ ualent $\frac{1}{3}$: & ipſius denominatoris radix, ſcilicet 29, erit 3, & $\frac{2}{9}$, per primum & uulgatum modum eodem octauo capite libri primi declaratum. Igitur collecta radix eſt $\frac{2}{3}$ & $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{3}$: quæ quidem radix non eſt præciſa, quoniam in non cubicis, uelut in minimè quadratis, ueram obtinere radicem, eſt impoſſibilè, ſaltem per numeros. Si præciſiorem itaque oblatæ fractionis $\frac{10}{29}$ uelis obtinere radicem: obſeruato ſecundum inueſtigandi modum, quem numero ſexto ipſius octaui capitis libri primi tradidimus. Nam ſi utriq; numero 6 antepoſueris tziphras, & ſingula ibidem expreſſa executioni debitè mandaueris: radix numeratoris erit 215, & ipſius denominatoris 307. Ipſa porrò $\frac{215}{307}$ per articulum 60 reſpondenter extenſa, generant pro radice numeratoris 2, 9, 0, hoc eſt, 2 integra, & 9 minuta, quæ non complent 3 & $\frac{1}{3}$, deficiunt enim 11 minuta: pro ipſius uerò denominatoris radice dant 3, 4, 12, id eſt, 3 integra, 4 minuta, & 12 ſecunda, quæ non efficiunt 3 & $\frac{12}{9}$ ſuperius inuenta, ſed ab eiſdem per 10 ferè minuta deficiunt. Idem fiat de cæteris quibuſcunque ſimilibus.

Exemplū in cubicis fractionibus.

Exemplū in non cubicis p primū modū.

Aliud exemplū nō cubicæ radicis per ſecundum modum.

4 ALIVM (uelut in quadratis) ſubiungere modum, nō erit importunum: quo datæ cuiuſcunq;, utpote cubicæ aut non cubicæ fractionis, cubicam poſſis obtinere radicem, ipſi ueritati pro numerorum tolerantia propinquiſſimam. Oblata itaque ſimplici quacunque fractione, cuius radicem cubicam cogaris inuenire: mutuato numerum aliquem pro tuæ unluntatis arbitrio, & per eundem

Tertius modus inueniēdi cubicā fractionū radicem, ualde præciſus.

multiplica

multiplica denominatorem oblatæ fractionis, productūq; facito inueſtigandæ radicis denominatorem. Ipſum deinde mutuatum numerum ducito in ſeſe cubicè, hoc eſt ſemel in ſeipſum, & rurſum in productum, & inde prouenientem cubum multiplicato rurſum cubicè per denominatorem ipſius datæ fractionis, numerūq; productum in eiuſdem fractionis numeratorem ducito, & illius qui tandem reſultabit numeri cubicam accipito radicem, per idem caput octauum libri primi: quā radicem reponito pro radicis numeratore, ſupra denominatorem. Aut ſi uelis (nam idem erit) cōuerte numeratoris officium in officium denominatoris, & è cōtra: hoc eſt, mutuatum numerum ducito in datæ fractionis numeratorem, productūq; ſtatue numeratorem deſyderatæ radicis. Poſtmodum cubum ipſius mutuati numeri per oblatæ fractionis numeratorem cubicè multiplicato, ducendo cubū eiuſdem mutuati numeri per ipſum numeratorem, & rurſum productum per eūdem numeratorem multiplicando, prouenientem conſequenter numerum in denominatorem propoſitæ fractionis ducito, atq; reſultantis inde numeri cubicā ſimiliter extrahito radicem. Nam ipſa erit optatæ radicis denominator. Offerantur rurſum exempli cauſa, prius accepta $\frac{8}{27}$, ut alternata uideatur operationum reſpōdentia: ſitq; mutuatus numerus 6. Duc itaq; 27 in 6, fient 162: quæ ſeruato pro futuræ radicis denominatore. Poſtea ducito 6 in ſeſe cubicè, producētur 216: quæ primum ducito in 27, fient 5832. & rurſum 5832 per 27 multiplicato, conſurgēt 157464: quæ tandem multiplicata per 8, efficiunt 1259712. quorum radix cubica eſt 108: quam reponito ſupra 162, pro numeratore radicis eiuſdem oblatæ fractionis, hoc modo $\frac{108}{162}$. Hæc autem $\frac{108}{162}$ ad breuiorem ſolito more conuerſa fractionem, reducuntur ad $\frac{2}{3}$: quæ pro radice cubica eorundem $\frac{8}{27}$ ſuperius adinuēta fuere. Addamus & exemplum in non cubicis, per ultimam uiam eiuſdem tertij modi. repetantur itaq; $\frac{10}{29}$, ſitq; idem numerus 6 mutuatus: in quē ducito 10, fient 60, quæ reſeruabis in numeratorem futuræ radicis. deinde cubum ipſorum 6, utpote 216, cubicè multiplica per ipſum oblatæ fractionis numeratorē ſcilicet 10, reſultabūtq; ex primo ductu 2160, ex ſecundo autem 21600: quæ tādem multiplicato per 29, & producentur 626400. quorum radix cubica eſt 85: quæ ſub 60 pro denominatore locabis, ut hic $\frac{60}{85}$. quæ abbreuiata reducuntur ad $\frac{12}{17}$, & ipſa $\frac{12}{17}$ uertuntur in $\frac{2}{3}$ & $\frac{2}{17}$ $\frac{1}{3}$. de cæteris idem.

Alia eiuſdem modi practica.

Exemplum quadratæ radicis, p primā uiā tertij modi.

Exēplū in nō cubicis, p ſecundā partē tertij modi.

5. Ex prædictis omnibus ſequitur, tam in non quadratis, quàm minimè cubis fractionibus, quadratam aut cubicam oblatæ fractionis radicem, per adiunctum tertium modum adinuētam, tanto præciſiorem eſſe, ueritatiq; proximiorem: quanto mutuatus numerus maior extiterit. Sequitur etiam propoſitas quaſcunque tam ſimplicium quàm etiam mixtarum fractionum, uel integrorum cum fractionibus combinationes, ad unicam & ſimplicem fractionem fore reducēdas prius, q̄ earundem quadratam uel cubicam radicem inueſtigare proponas; quemadmodū in cæteris obſeruauimus ſupputationum operationibus.

Primū corolarium.

Corolariū ſecundū.

SECVNDI LIBRI ARITHMETICAE PRACTICAE, FINIS.

LIBER TERTIVS
ARITHMETICAE PRACTICAE,
De fractis itidem numeris: sed iuxta mentem Astronomorum, per sexagenariam partium successionem distributis.

De ratione, ac expressione fractionum Astronomicarum. Caput .I.

Cur sexagenarius numerus à mathematicis electus est.

CONSVEVERVNT ASTRONOMI, ac in uniuersum Mathematici, in cœlestium motuum, aliarum quoq; rerum supputationibus, sexagenaria numerorum uti distributione: utpote, quoniã sexagenarius numerus huic negocio cõmodior esse uidetur, propter numerosam partium aliquotarum eiusdem numeri multitudinem. Habet enim sexagenarius numerus secũdam partem aliquotam, utpote 30, tertiam scilicet 20, quartam 15, quintam 12, sextã 10, decimam 6, duodecimam 5, quindecimam 4, uigesimam 3, trigesimam 2, & sexagesimam partem aliquotam quæ est unitas: quod alteri cuipiam intra centum non uidetur euenire numero. Cum igitur uniuersus astronomorum calculus, circa motuum cœlestium inuestigationem potissimum uersetur, cœlestia autem corpora circularem (uelut infra deducetur) sint adepta figuram, quæ motu itidem circulari suapte nutura moueri conuincitur: necessum fuit, præfatum calculum astronomicum, ad ipsum circulum supputando referre. Per circulum (etsi infra proprio diffiniatur loco) intelligimus figuram planam, unica linea, quæ circunferentia eiusdem circuli dicitur, terminatã: in cuius medio punctum indiuisibile signatur, centrum ipsius circuli nominatum, à quo omnes rectæ lineæ ad circunferentiam eiusdem circuli productæ sunt æquales. 1

Fractiones astronomicæ ad circulũ relatæ.

Quid circulus.

Circuli in fractiões distributio.

Quemlibet itaque circulum, etiam quantumcunq; paruum siue magnum, in cœlestibus, elementaribusue corporibus, aut ubiuis liberè imaginatum, in 6 primum æquales partes præfati mathematici distribuunt: quæ tota, discretius autem signa uocantur. Signum ergo nihil aliud est, quàm sexta pars circuli. Quodlibet inde signum in 60 frangũt æqualia, integra seu gradus appellata. Est igitur gradus sexagesima pars ipsius signi: suntq; in toto circulo 360 gradus, sexies enim 60 efficiunt 360. Rursum quemlibet gradum in 60 partes æquales subdistribuũt: quæ prima, uulgariter autem minuta dicuntur. Primum ergo siue minutũ, est sexagesima gradus, uel integri particula. Quodlibet inde minutum in 60 diuidunt æqualia: quæ secunda nominantur. Vnde per secundum intelligimus, ipsius minuti partem sexagesimam. Consequenter secundum quodlibet in 60 frangitur tertia. Tertiũ quoque in 60 quarta. Quartum in 60 quinta. Quintum in totidem sexta. & ita deinceps, sexagenaria distributione semper obseruata: raro tamẽ, imò ferè nunquàm in astronomicis aut geographicis supputationibus deuenitur usque ad decima. 2

Signum.

Gradus.

Minutum.

Secundum.

Tertium. &c.

De collectis signorũ fractionibus quæ maiores appellãtur

Animaduertendũ est præterea, quemadmodũ à signis per sexagenariã subdiuisionẽ, præfatæ circuli fractiones minuẽdo descẽdũt: ita ex eisdẽ signis sursum ascẽdẽdo, cõtrarius ordo fractionũ colligitur. ex 60 nanq; signis unũ cõponitur primũ, siue minutum: atq; ex 60 minutis unũ colligitur secundũ. ex 60 uerò secundis unũ respondẽter efficitur tertium: necnon ex 60 tertijs unũ quartũ. & ita consequẽter, quãtũlibet ultra progrediendo. Quæ quidẽ hoc modo collectæ fractiones, maiores 3

appellantur

appellantur, & in cõſtructionem tabularum aſtronomicarum (ut ex Alphõſinis uidere licet) principaliter occurrunt: propter ipſius ſexagenariæ diſtributionis cõmodam ſucceſſionem. Præmemoratæ uerò circuli partitiones, ab eiſdẽ ſignis deorſum ordinatæ, fractiones minores dictæ ſunt: quibus uulgariter, & frequentius uti cõſueuimus. Ex ipſis autẽ minoribus fractionibus, quæ nomine ſunt maiores, potẽtia minores exiſtũt: uolo dicere, unum minutũ maius eſſe ſecũdo, & unum ſecũdũ maius tertio, & ita de reliquis, tametſi à minori denominẽtur numero. Secus eſt iudicãdum de maioribus, à ſignis ſurſum aſcendẽdo collectis fractionibus: nam minutuum maius eſt ſigno, & ſecundum maius minuto, atq; tertium maius ſecundo, & cõſequenter ita de reliquis. quemadmodũ ex ſuppoſita collectione uel diſtributione ſexagenaria deducere facilè eſt.

Fractiones minores.

De extrinseca potestate fractionum astronomicarum

4 At quoniã finis aſtronomicæ ſupputationis eſſe uidetur, motus ſyderũ ad circulũ Zodiacum, uel Eclypticã, hoc eſt uiam ſolarẽ, immediatè referre, & in reſpõdẽtem in eadẽ Eclyptica nos tandẽ inducere locum. Circulus autem Zodiacus, uel Eclyptica, ſeu uia ſolaris (nam hæc idem ſunt) ad proprium motum ipſius ſolis, intra unius anni completum interuallum deſcribitur: qui quidem annus in 12 diuiditur menſes, 12 notabilioribus in his inferioribus, ad motum ipſius Solis, accidẽtibus effectuum trãſmutationibus reſpõdẽtes. Idcirco ut alternata mẽſium & ſignorum & reliquorũ accidẽtium obſeruetr reſpondentia, præfatum circulũ Zodiacum, & alium quẽlibet ad motũ cœleſtiũ corporũ deputatum, in 12 ſolemus diuidere ſigna: frangẽdo quodlibet ſignum ſupra declaratum in 2, quæ ſigna minora ſiue communia, ad differentiam maiorum uocitamus. Vnde ſignum commune ſiue minus erit duodecima pars circuli, & ex 30 tãtummodo gradibus integrabitur: duodecies enĩ 30 cõponũt 360, aſſignatũ nuper graduum numerũ. Cæteræ autẽ graduũ & fractionũ ſubdiuiſiones, præmiſſam inter ſeſe rationem obſeruabunt, eadem ſexagenaria diſtributione retenta.

Finis astronomici calculi.

Circulus zodiacus

Signum communiter acceptum.

5 His utcũq; prælibatis, illud primum in omni prædictarum fractionum operatione ſeruandum eſt: ut inter ipſas fractiones aſtronomicas, quæ potentia ſunt maiores, uerſus læuam congruis elementis ſiue numeris exprimantur collocenturùe, reliquis utpote ſubtilioribus ad dextram ſuo ordine diſtributis, quolibet earundẽ fractionum genere propria denominationis inſcriptione ſemper ornato. Similes item ſub ſimilibus reponantur, eo quippe modo, ut quæ eandem ſortitæ ſunt nomenclaturam ſibi mutuo reſpondeant: utpote ſigna ſignis, gradus gradibus, minuta minutis, & reliqua reliquis, ſeruato ſingulorum ordine. Vnde cum fractionum genus aliquod intermedium abfuerit, utpote gradus cum ſecundis, nullis intercidentibus minutis, uel huiuſmodi: locus eiuſdem generis unica uel gemina tziphra uenit occupandus, quo facilius reliqua inter ſeſe diſtinguantur genera. quemadmodum ex ſuccedentibus uidere licebit.

De astronomicarum fractionum expressione

De fractionum aſtronomicarum additione. Caput. II.

1 PRIVS QVAM ALIQVA PROPOSITARVM FRActionum aſtronmicarum operatio, ſupputatioùe mandetur executioni, illud potiſſimum ſeruandum admonemus: ut oblata ſigna minora, ad maiora reducantur, ex duobus minoribus unum maius colligẽdo ſignum, & ſuperabundantes gradus, unum maius ſignum integrare non ualentes, ſuccedentibus adiungendo gradibus. ut nuper expreſſa ſexagenariæ diſtributionis obſeruatio cõtinuetur, quæ nõ minimã operãdo uidetur præſtare facilitatẽ. Abſolutis nanq; ſingulis operationibus, eadem ſigna maiora poteris (ſi uelis) ad minora ſiue cõmunia rurſum cõuertere ſigna: quodlibet ſignum maius in duo uerſa

Obseruandum ante fractionum astronomicarum operationem

uice diuidendo,& ex 30 gradibus unum respondenter colligendo signum. Cum **2** igitur fractiones astronomicas inuicē addere fuerit operæprecium: facta signorū eo modo quo nunc diximus reductione,disponito singula fractionū genera,quēad modū numero quinto antecedētis primi capitis annotauimus.Postmodū à dextris & subtilioribus fractionum generibus operationē incipias,ad sinistra & grossiora sigillatim procedendo:singulorū generum unitates,postea denas,solito & capite secundo libri primi sufficienter expſſo more cōgregando,resultātibus inde numeris sub interiecta lineuncula respōdēter annotatis. Quoties tamē alicuius generis denæ in plures 5 resultauerint:pro quibuslibet 6 denis,unitas succedētibus immediati generis unitatibus est adijcienda.nam cuiuslibet generis quælibet unitas,proximè sequētis generis 60 ualet unitates:unde fit,ut quotlibet singulorū generum 60 unitates,in proximo & læuorsum antecedēti genere,per solam unitatē repræsententur,adeò ut maximus cuiuscunq; fractionis numerus nunquàm excedat 59. Quòd si operatione finita signa creuerint in plura 5, debent toties auferri 6 signa, quoties id fieri permittitur,relictis tātummodo signis paucioribus 6, circulum nō integrantibus:ni forsitan operationis propositio contrarium obseruare compellat, quemadmodum in Alphonsinarum,& similium tabularū solet euenire canonibus.

SINT IN EXEMPLVM PRAEDICTORVM, 6 signa communia, **3** 23 gradus,35 minuta, & 32 secunda,addenda 9 signis itidem communibus,15 gradibus, 40 minutis,& 18 secundis. 6 itaque signa communia uertentur in 3 signa maiora,& ipsa 9 communia signa,4 maiora cōficient:relictis 30 gradibus,qui unà cum gradibus 15,efficient 45 gradus. uelut inferius posita descriptio monstrat. Dic igitur primum, à secundorum unitatibus exordiendo,2 & 8 faciunt decem: subscribe itaque tziphram 0,dena mentaliter obseruata. Hanc postmodum unitatum collectam denam, succedentibus denis pro unitate coniungas: dicens. 1 & 3 faciunt quatuor,& 1 efficiūt 5:subnotabis ergo 5,suo loco. Deinde ad minuta perueniendo,dicito. 5 & 0 sunt tantummodo quinque:subscribito 5, & rursum dicito,3 & 4 faciunt septem: subnota 1,& detineto 6,quæ ualent 60 minuta. Pro ipsis autem 6 minutorum denis,traducito ad succedentes gradus unitatem:dicendo. 1 & 3 faciunt quatuor,& 5 restituunt nouem: scribito 9 sub primo graduum elemento,& interiecta lineuncula,& dicito consequenter. 2 & 4 componunt sex: nihil ergo subscribas, sed detineto 6 denas eorundem graduum unum maius signū integrantes. Tandem ad signa deueniendo, iungito unitatem succedentibus signorum unitatibus,pro 6 denis ex collectione graduum nuper obseruatis:hoc pacto. 1 & 3 faciunt quatuor, & 4 efficiunt octo:à quibus debes semel auferre 6, & relicta 2 signa respōdenter subnotare. Resultabūt igitur ex ꝓpositorū numerorum additione,2 signa maiora,9 gradus,15 minuta, & 50 secunda: quæ quidem 2 signa, 4 minora seu communia signa restituunt.

Signa maiora.	*Gradus.*	*Minuta.*	*Secunda.*
4	45	40	18
3	23	35	32
2	9	15	50

De subtractione prædictarum fractionum. *Caput.III.*

SVBTRACTIO AVTEM FRACTIONVM ASTRONOmicarum,in hunc modum uenit absoluenda. Disponantur in primis **1** singuli propositarū fractionum numeri,uelut ars ipsa requirit, & nuper declarauimus. fractiones itaque subtrahēdæ inferiorem solito more possideant ordinē,sub quibus transuersalis producatur lineūcula: signis utriusq; ordinis(si cōmunia extiterint) ad maiora signa prius trāsmutatis.deinde à minori

fractionum

fractionū genere operationē initiādo, inferiores unitates, postea denæ, à supioribus eiusdē generis unitatibus et denis sigillatim auferātur, residuo cū superfuerit respō dēter subnotato: quēadmodū capite 3, libri 1, pro integrorū additione tradidimus.

2 Porrò cum ipsæ denæ subtrahēdarum fractionum, à superioribus & eiusdē generis denis subtrahi non poterunt (quod sæpius euenire solet) aufer ipsum denarū numerum à 60: & residuum unà cum elemento superiori iunctum respondenter subscribito, infra lineam transuersalem. Aut si uelis, eidem superiori numero adde 60: & à composito numero subtrahendum denarum auferto numerum, subnotato (ueluti nuper admonuimus residuo. Ratione autem ipsorum 60, altero duorū modorum superiori denarum additorum numero, iungenda est unitas, dextro succedentis & subtrahendi generis elemento: & consurgens inde numerus, à supra respondenti consequenter auferendus. Vel (& idem est) tolle mētaliter unitatem ab unitatibus proximi & superioris uersus læuam generis: & à residuo numero, subtrahendas eiusdem generis aufer unitates. Quod si in eodem genere superiori nulla fuerit unitas, utpotè articulo existēte numero: mutuetur unitas à sinistro eiusdē generis elemento, quæ 10 in dextro ualebit unitates. Si autem locus eiusdem superioris generis caruerit numero, & tziphris solum occupetur: recurrendū est ad genus fractionis proximò maius, uersus læuam. à quo mutuabis unitatē, quæ ad eūdem succedētis & dextri generis traducta locū, 60 ualebit unitates: à quibus subtrahendus (ueluti nūc expressimus) auferatur numerus. similisq; discursus obseruetur, quoties id necessum fuerit.

Documenta cū inferiores denæ, à superioribus auferri non possunt.

3 Demum si contingat subtrahendarum fractionum signa, non posse à superiori signorum auferri numero: integrum mutuabis circulū, hoc est, 6 signa maiora, & ab ipsis unà cum occurrentibus signis, propositam absolues subtractionem, residuis infra lineā respondēter subnotatis. In astronomicis nanq; supputationibus, minorē fractionū numerū, à maiori cogimur plærūq; subtrahere numero: unde necessum est, integrā circuli rursū mutuare reuolutionē, quæ in additione reijcitur.

Notandum pro subtractione signorum.

4 OFFERANTVR EXEMPLI CAVSA, 3 SIGNA MAIORA, 15 gradus, minuta 00, & 30 secunda: à quibus oporteat auferre 4 signa itidem maiora, 20 gradus, 12 minuta, & 25 secunda. A minoribus igitur, utpotè secundis, subtractionem initiabis. Et quoniam 5 à tziphra 0 nō possunt auferri: adde 10 ipsi 0, fient solum decem. à quibus subtrahe 5, relinquētur quinq;: scribe igitur 5, sub interposita lineuncula. Adde consequenter unitatem inferiori & proximè sequenti uersus læuam elemento, utpotè binario, fient tria. igitur si 3 subtrahātur à tribus, nihil relinquetur: nihil ergo subscribendum est. Ad minuta consequenter deueniēdo, 2 rursum à tziphra 0 subtrahi non possunt: adde itaq; 10 eidem 0, fient tantūmodo decem. à quibus subtrahe 2, relinquentur octo: subnotabis igitur respondenter 8. Succedenti postmodum & inferiori eiusdem generis unitati adde 1, fient 2, quæ rursum à superiori tziphra 0 minimè possunt auferri: iūgito itaq; 6 denas eidem tziphræ 0 locum denarum occupanti, & manebunt 6, non augmentato numero. ab ipsis ergo 6 tolle 2, relinquentur quatuor: scribe sub linea & respondenti limite 4. Succedenti autem tziphræ 0, locum unitatum subtrahendorum graduū occupanti, adde rursum unitatem: quam aufer consequenter à supra respondētibus 5 gradibus, remanebunt quatuor, in rectum subscribenda. Et quoniam 2 ab unitate supra posita subtrahi minimè possunt: adde rursum 6 denas ipsi unitati denarū eorundem graduum, fient septem. igitur si 2 auferantur à 7, relinquentur quinq;: subreponito 5, infra lineam trāsuersalem. Subtrahēdorum tādem signorum unitatibus, utpotè 4, iūgito consequēter unitatem, fient quinq;: quæ nō possunt à tribus

Exemplum subtractionis fractionum astronomicarum.

ſignis auferri.mutuanda itaq; ſunt 6 ſigna maiora,quæ unà cum eiſdem tribus facient 9:à quibus ſi dẽpſeris 5, ſupererũt quatuor. ſubnotabis ergo 4, ſuo loco: & relinquentur ex præfata ſubtractione 4 ſigna, 54 gradus, 48 minuta,& 5 ſecunda. Hæc autẽ ad communem ſignorum acceptionẽ redacta,efficiunt 9 ſigna minora, 24 gradus, 48 minuta,& 5 ſecunda.Idem reſpondenter facito de cæteris quibuſcunq; ſimilibus.

Signa maiora.	Gradus.	Minuta.	Secunda.
3	15	00	30
4	20	12	25
4	54	48	5

De earundem fractionum multiplicatione, *Caput* IIII.

VNIVERSA FRACTIONVM ASTRONOMICARVM difficultas,& quæ maximè ſolet ſtudioſos à ſecretioribus mathematicarum alienare præceptis:in ſuccedentibus operationibus, utpotè multiplicatione,diuiſione,& utriuſq; radicis inuentione,cõſiſtere uidetur. In quorum tamen ſtudioſorum gratiam,ſingula adeò breuiter, & apertè nitemur abſoluere:ut neſcias uter ſit facilior,an ſimplicium numerorũ, an prædictarum fractionum operandi modus. 1

Conſyderanda, in fractionum aſtro. multiplicatione.

Vt rem igitur paucis exordiamur: duo ſunt in fractionum aſtronomicarum multiplicatione conſyderanda.Primum eſt,denominatio producti ex quauis fractionum multiplicatione numeri: Alterum,ipſe multiplicandi modus,quem duplici & admodum facili uia deſcribemus. 2

Den[illegible] [illegible] [illegible]

AD FACILIOREM primi elucidationem,ſubiectam ordinauimus tabellam.In quam ſi lateraliter ingrediaris,hoc eſt,ſi denominatorem multiplicãdæ fractionis in ſupræma & tranſuerſali linea,multiplicantis uerò in extrema & ſiniſtra (uel è contra)perquiras,& introrſum ab utroq; rectiſſimè progrediendo,communem animaduertas angulum:ibidem productæ fractionis denominationem offendes. 3

Exemplum.

Vt ſi libeat in exemplum agnoſcere,qualis numerus producitur ex ductu quartorũ in tertia: accipe quarta ad uerticem tabellæ,& tertia in extrema & læua colũnula,à quibus introrſum recta te conferas uia: offendes enim in angulo communi 7.cõcludes igitur, quarta per tertia multiplicata,efficere ſeptima.

Gradus	Decima.	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]ta	Quinta.	Quarta.	Tertia.	Secũda.	Minuta
Minuta	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2
Secunda	12	11	10	9	8	7	6	5	4	
Tertia	13	12	11	10	9	8	7	6		
Quarta	14	13	12	11	10	9	8			
Quinta	15	14	13	12	11	10				
Sexta	16	15	14	13	12					
Septima	17	16	15	14						
Octaua	18	17	16							
Nona.	19	18								
Decima	20									

Tabella denominationum productarum in multiplicatione fractionum.

Notandum.

Summatim igitur habes, ex ductu ſignorum in ſigna,fieri ſigna:& ſignorum in gradus,itidem ſigna redire. Itẽ ex graduum per gradus multiplicatione,prouenire gradus:& graduum per ſigna,reſtitui pariter gradus.Ex ductu uerò cuiuſpiã fractionis in ſigna,uel in gradus, eiuſdem denominationis fractionem generari:ſeruata ſemper denominatione tam integrorum,quàm fractorum numeri.Ex ſignorum uerò multiplicatione per fractionem,fiunt gradus:ſicut ex ductu graduum per fractionem,eiuſdem nomenclaturæ fractio producitur. Sunt autem hæc omnia de maioribus ſignis intelligenda: propter ſexagenariam illam continuandam inter fractiones circuli diſtributionẽ. Porrò cum fractio per eiuſdem,alteriuſue generis fractionẽ multiplicatur, fractio producitur ex utriuſq; multiplicantis & multiplicandæ fractionis ſimul adgregato denominatore nominata:ut ex nuper accepto licet exemplo cernere.

Ad ſecundum

Multiplicatio simplicis fractionis per aliā fractionē simplicem.

4 AD SECVNDVM CONSEQVENTER DEVENIENDO, CONtingit ipsas fractiones astronomicas, dupliciter inuicem multiplicari. aut enim sola fractio, in eiusdem, alteriúsue generis fractionem ducitur: uel plures, et diuersorum generum fractiones adinuicem multiplicantur. Primum absoluere quàm facilè est, per quartum caput libri primi: est enim duarū tantūmodo fractionum eadem, ac simplicium numerorum adimplenda multiplicatio, dēpta productæ fractionis denominatione. Vt si uolueris exempli gratia, multiplicare 40 minuta per 50 secunda, producentur 2000, quæ tertia dicentur: quoniam 1 denominator minutorum, & 2 secundorum denominator efficiunt 3, à quibus productus denominatur numerus. Quòd si eadem 2000 tertia per 60 diuiseris, reducentur ad 33 secūda, & 29 tertia: si ea quæ sexto capite ipsius primi libri diximus, diligenter annotaueris.

Exemplum.

Primus modus multiplicandi diuersa inter sese fractionū genera.

5 CVM AVTEM plures, diuersorumq́; generum fractiones adinuicem proponentur multiplicandæ: id primū absoluere poteris uia reductionis, quam præallegato capite sexto libri primi sufficienter elucidauimus, unà cum eiusdem primi libri capite quarto. Reduces igitur utrunq; propositarum fractionum ordinem, tā scilicet multiplicandum, quàm etiam multiplicantem, ad minimum fractionis genus in eodem ordine compræhensum: per sexagenariam antecedentium maiorum fractionum continuatam multiplicationem. Deinde multiplicabis unum resultantium numerorum in reliquum: consyderata ipsius producti numeri denominatione. quemquidem productum numerum, per obseruatam rursum sexagenariā diuisionem, poteris tandem in sua, uel inde resultantia conuertere fractionum genera. Exempli causa, proponantur 15 minuta, & 20 secunda, per 10 tertia, & 12 quarta multiplicanda. Duc itaq; 15 minuta in 60, fient 900 secūda: quæ unà cum 20 secundis, efficiunt 920. Similiter multiplica 10 tertia per 60, fient 600 quarta: hæc autem 12 quartis adiuncta, faciunt 612. Igitur si tandem multiplicaueris 920 secūda, per 612 quarta, producentur 5 6 3 0 4 0 sexta: nam secunda ducta in quarta generant sexta. Vnde si rursum eadem 5 6 3 0 4 0 sexta continuo per 60 diuiseris, donec pro quotiente occurrat numerus minor 60: colligentur ex propositarū fractionum multiplicatione, 2 tertia, 36 quarta, & quinta 24. Eodem modo facito, si plura & adinuicem multiplicanda proponantur fractionum genera.

Exemplum.

De secundo prædictarum fractionum multiplicādi modo.

6 ALIVM, MVLTO QVIDEM EXPEDITIOREM, ET OMNIum facillimum, multiplicādi libet annectere modum, quo eosdem fractos celerius ferè, quàm integros poteris inuicem multiplicare numeros: per auream illam proportionalem tabularum astronomicarum tabulam, quam in hunc finem, & reliquarum subtiliorum operationum expeditionem, in maximum quoq; laboris subleuamen, studiosè collegimus, & in hunc modum, adusq; 60 numerū in sese multiplicatum producendo cōposuimus. In primis capitales & transuersales duplauimus numeros, productis inde numeris, eosdem rursum capitales adiungēdo: idq́; semper continnauimus, donec finem sexagesimi obtinuerimus ordinis. quoties autem resultantes ex continuata capitalium additione numeri, ad 60, uel ultra deuenerunt: pro quolibet sexagenario numero, unitatem læuorsum collocauimus, residuo suo loco dimisso, uel posita ibidem tziphra 0, cū ipso producto numero per 60 diuiso, nullum contigit esse residuum. Probabis itaq; præfatos numeros eiusdē tabulæ proportionalis (potissimum dextros) rationabilem quandam habere successionem, & seruare inter sese proportionatum ordinem: quæ te ad cognitionem erroris (si commissus fuerit) uel ad expeditiorem ipsius tabulæ compositionē facilitabunt. Contingit itaq; (ut paucula de ratione numerorum eiusdem tabulæ præmittamus) præfatam, uelut & quamlibet aliam tabulam, dupliciter ingredi: lateraliter,

Compositio tabulæ proportionalis immediate succedētis.

Generalia ad usū eiusdē tabulæ pertinentia.

lateraliter,& areatim.& in utroq; congressu duo sese offerunt in area numeri,uariam cum lateralibus obtinentes denominationem:prout operationum, & introitualium numerorum exigit diuersitas.Lateraliter intramus tabulam,quando alter numerorum ad uerticem, reliquus autem in latere reperitur:ut productus ex eisdem numerus,ad communem utriusq; cōcursum occurrat.Areatim uerò dicimus intrare tabulam,cum alter propositorum numerorū in area tabulæ, reliquus autem in alterutro laterū accipitur:ut desyderatus numerus in reliquo tādem inueniatur.Per lateralem igitur ingressum,productum ex multiplicatione: per arealē autem,quotientem ex diuisione solemus inuestigare numerum.

Lateralis Ingressus tabularum Arealis.

De arealium numerorum ipsius tabulæ denominatione.

8 Quantum igitur ad multiplicationis uidetur spectare negocium,scitote dextrum quemlibet in area occurrentem numerum illius esse denominationis , quam inuicem multiplicatæ fractiones producere natæ sunt:ita ut sinistri numeri quælibet unitas, 60 repræsentet unitates ipsius dextri, unde proximè maioris denominationis est ipso dextro.Vt si ducantur in exemplū lateraliter 15 quarta in 10 tertia,& offendātur ad communem utriusq; cōcursum duo numeri, utpotè 2 & 30: ipse dexter numerus 30 à septimis denominabitur,& 2 sinister erit sextorum , nā quarta multiplicata per tertia producūt septima.Si enim per quartum caput libri primi ducerentur 15 quarta in 10 tertia,producerētur 150 septima: quæ primo intuitu habes hic reducta ad 2 sexta,& 30 septima. Ergo (ut redeā unde digressus) si dexter numerus sit minutorum,sinister erit graduum.item cū dexter fuerit graduum,ipse sinister signa maiora repræsentabit.

Exemplum.

9 HIS PRAELIBATIS , quoties diuersa fractionum genera,per tabulā uolueris intersese multiplicare:dispone primum numeros in abaco, obseruata singulorum generum respondentia,unà cum denominationum titulis debitè supra notatis.Postmodum à dextris & minoribus operationem initiando,quodlibet genus multiplicandarum fractionum,in quodlibet multiplicantium sigillatim multiplicetur:intrando lateraliter congruam ipsius tabulæ paginam cum utriusq; fractionis numeratore,altero ad uerticem utpotè minori,altero scilicet maiori ad læuum & extremale latus inuento.& occurrentes in area ad communem utriusq; cōcursum numeri,ex singulis fractionum ductionibus prouenientes,sub propriæ denominationis titulo reponātur:quorum dexter (ut sæpius diximus) illius semper est denominationis,quam oblatæ fractiones inuicem multiplicatæ producunt.Singulæ tandem ex particularibus fractionum multiplicationibus productæ fractiones, in unum colligantur fractionum ordinem,sub interposita rursum lineūcula:resultabit enim numerus,ex tali multiplicatione productus.

Ars multiplicandi fractiones diuersas inter sese,iuxta secundum modum per tabulam proportionalem.

10 SINT IN EXEMPLVM 10 gradus,18 minuta,& 15 secūda, multiplicāda per 4 gradus, 5 minuta,& 3 secūda.His ut admonuimus ordinatis , duc primū 15 secunda in 3 secunda,præfatam lateraliter intrando tabulam,fient 0, 45, id est, 45 quarta:scribe ergo 45, sub quartorum titulo. Postea multiplica per eundē lateralem ingressum 18 mi.per ipsa 3 secunda , producentur 0, 54, id est, 54 tertia: subscribe igitur 54, in loco tertiorum.Ducito tandē lateraliter in tabulam 10 gra. in eadem 3 secunda,fient 0, 30, hoc est, 30 secunda (gradus enim ducti in fractionem,restituunt fractionem eiusdem generis) scribas itaq; 30,sub titulo secundorū,

Exemplum multi[illegible] per tabulam proportionalem.

Rursum ducito lateraliter 15 secunda in 5 mi.& offendes in areali concursu 1, 15,id est 1 secundum,& 15 tertia:pone igitur 1 sub secundis,& 15 sub tertiorum titulo.Consequenter ducantur 18 mi.in eadē 5 mi.producentur 1, 30, hoc est, 1 minutum,& 30 secunda:hæc scribito sub propriæ denominationis inscriptione. Demum per eundem lateralem ingressum ducantur 10 gra.in eadem 5 mi.consurgēt 0,50.

o, 50, id eſt, 50 tantum minuta: quæ repones ſuo loco. Poſtremo ipſa 15 ſecũda ducantur in 4 gra. colligentur 1, o, utpotè 1 tantummodo minutum: ſubſcribito ergo 1, ſub minutis. Deinde multiplica per lateralem ingreſſum 18 minuta per 4 gradus, fiet 1 gradus, & 12 minuta: hæc ſuo ſcribito ordine. Tandem lateraliter ducito in tabulam 10 gradus in eoſdem 4 gradus, & offẽdes produci o, 40, id eſt 40 tantummodo gradus, ſub graduum titulo collocandos. Quòd ſi demũ ſingulas fractiones, ex particularibus fractionum multiplicationibus generatas, per doctrinam ſecundi capitis huius tertij libri, ſub interiecta rurſum lineuncula, in unũ collegeris ordinem: habebis ex propoſitarum fractionum multiplicatione 42 gradus, 5 minuta, 2 ſecũda, 9 tertia, & 45 quarta. Ipſi porrò 42 gradus, 1 commune ſignum, & 12 gradus efficiunt: qui unà cum ipſis 5 gradibus, reſtituunt 17 gradus. Hæc de multiplicatione ſint ſatis.

Gradus.	Minuta.	Secunda.	Tertia.	Quarta.	
10,	18,	15.			Fractiones multiplicandæ.
4,	5,	3.			Fractiones multiplicantes.
		o ╲	o —	45	
	o —	30	54		
	1 ╲	1 —	15		
o —	50	30			Fractiones productæ.
1 ╲	1 —	o			
40	12				
42,	5,	2,	9,	45.	Summa.

SEQVITVR PROMISSA, ET VVLGATA tabula proportionalis, non ſolum multiplicationibus & diuiſionibus, inuentionibúſue radicum: ſed omnibus aſtronomicis calculationibus indifferenter accommoda.

Per eundem Orontium accuratiſſimè ſupputata.

QVADRATI LATERA

TABVLA PROPORTIONALIS.

LATE	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	0 1	0 2	0 3	0 4	0 5	0 6	0 7	0 8	0 9	0 10	0 11	0 12	0 13	0 14	0 15
2	0 2	0 4	0 6	0 8	0 10	0 12	0 14	0 16	0 18	0 20	0 22	0 24	0 26	0 28	0 30
3	0 3	0 6	0 9	0 12	0 15	0 18	0 21	0 24	0 27	0 30	0 33	0 36	0 39	0 42	0 45
4	0 4	0 8	0 12	0 16	0 20	0 24	0 28	0 32	0 36	0 40	0 44	0 48	0 52	0 56	1 0
5	0 5	0 10	0 15	0 20	0 25	0 30	0 35	0 40	0 45	0 50	0 55	1 0	1 5	1 10	1 15
6	0 6	0 12	0 18	0 24	0 30	0 36	0 42	0 48	0 54	1 0	1 6	1 12	1 18	1 24	1 30
7	0 7	0 14	0 21	0 28	0 35	0 42	0 49	0 56	1 3	1 10	1 17	1 24	1 31	1 38	1 45
8	0 8	0 16	0 24	0 32	0 40	0 48	0 56	1 4	1 12	1 20	1 28	1 36	1 44	1 52	2 0
9	0 9	0 18	0 27	0 36	0 45	0 54	1 3	1 12	1 21	1 30	1 39	1 48	1 57	2 6	2 15
10	0 10	0 20	0 30	0 40	0 50	1 0	1 10	1 20	1 30	1 40	1 50	2 0	2 10	2 20	2 30
11	0 11	0 22	0 33	0 44	0 55	1 6	1 17	1 28	1 39	1 50	2 1	2 12	2 23	2 34	2 45
12	0 12	0 24	0 36	0 48	1 0	1 12	1 24	1 36	1 48	2 0	2 12	2 24	2 36	2 48	3 0
13	0 13	0 26	0 39	0 52	1 5	1 18	1 31	1 44	1 57	2 10	2 23	2 36	2 49	3 2	3 15
14	0 14	0 28	0 42	0 56	1 10	1 24	1 38	1 52	2 6	2 20	2 34	2 48	3 2	3 16	3 30
15	0 15	0 30	0 45	1 0	1 15	1 30	1 45	2 0	2 15	2 30	2 45	3 0	3 15	3 30	3 45
16	0 16	0 32	0 48	1 4	1 20	1 36	1 52	2 8	2 24	2 40	2 56	3 12	3 28	3 44	4 0
17	0 17	0 34	0 51	1 8	1 25	1 42	1 59	2 16	2 33	2 50	3 7	3 24	3 41	3 58	4 15
18	0 18	0 36	0 54	1 12	1 30	1 48	2 6	2 24	2 42	3 0	3 18	3 36	3 54	4 12	4 30
19	0 19	0 38	0 57	1 16	1 35	1 54	2 13	2 32	2 51	3 10	3 29	3 48	4 7	4 26	4 45
20	0 20	0 40	1 0	1 20	1 40	2 0	2 20	2 40	3 0	3 20	3 40	4 0	4 20	4 40	5 0
21	0 21	0 42	1 3	1 24	1 45	2 6	2 27	2 48	3 9	3 30	3 51	4 12	4 33	4 54	5 15
22	0 22	0 44	1 6	1 28	1 50	2 12	2 34	2 56	3 18	3 40	4 2	4 24	4 46	5 8	5 30
23	0 23	0 46	1 9	1 32	1 55	2 18	2 41	3 4	3 27	3 50	4 13	4 36	4 59	5 22	5 45
24	0 24	0 48	1 12	1 36	2 0	2 24	2 48	3 12	3 36	4 0	4 24	4 48	5 12	5 36	6 0
25	0 25	0 50	1 15	1 40	2 5	2 30	2 55	3 20	3 45	4 10	4 35	5 0	5 25	5 50	6 15
26	0 26	0 52	1 18	1 44	2 10	2 36	3 2	3 28	3 54	4 20	4 46	5 12	5 38	6 4	6 30
27	0 27	0 54	1 21	1 48	2 15	2 42	3 9	3 36	4 3	4 30	4 57	5 24	5 51	6 18	6 45
28	0 28	0 56	1 24	1 52	2 20	2 48	3 16	3 44	4 12	4 40	5 8	5 36	6 4	6 32	7 0
29	0 29	0 58	1 27	1 56	2 25	2 54	3 23	3 52	4 21	4 50	5 19	5 48	6 17	6 46	7 15
30	0 30	1 0	1 30	2 0	2 30	3 0	3 30	4 0	4 30	5 0	5 30	6 0	6 30	7 0	7 30
31	0 31	1 2	1 33	2 4	2 35	3 6	3 37	4 8	4 39	5 10	5 41	6 12	6 43	7 14	7 45
32	0 32	1 4	1 36	2 8	2 40	3 12	3 44	4 16	4 48	5 20	5 52	6 24	6 56	7 28	8 0
33	0 33	1 6	1 39	2 12	2 45	3 18	3 51	4 24	4 57	5 30	6 3	6 36	7 9	7 42	8 15
34	0 34	1 8	1 42	2 16	2 50	3 24	3 58	4 32	5 6	5 40	6 14	6 48	7 22	7 56	8 30
35	0 35	1 10	1 45	2 20	2 55	3 30	4 5	4 40	5 15	5 50	6 25	7 0	7 35	8 10	8 45
36	0 36	1 12	1 48	2 24	3 0	3 36	4 12	4 48	5 24	6 0	6 36	7 12	7 48	8 24	9 0
37	0 37	1 14	1 51	2 28	3 5	3 42	4 19	4 56	5 33	6 10	6 47	7 24	8 1	8 38	9 15
38	0 38	1 16	1 54	2 32	3 10	3 48	4 26	5 4	5 42	6 20	6 58	7 36	8 14	8 52	9 30
39	0 39	1 18	1 57	2 36	3 15	3 54	4 33	5 12	5 51	6 30	7 9	7 48	8 27	9 6	9 45
40	0 40	1 20	2 0	2 40	3 20	4 0	4 40	5 20	6 0	6 40	7 20	8 0	8 40	9 20	10 0
41	0 41	1 22	2 3	2 44	3 25	4 6	4 47	5 28	6 9	6 50	7 31	8 12	8 53	9 34	10 15
42	0 42	1 24	2 6	2 48	3 30	4 12	4 54	5 36	6 18	7 0	7 42	8 24	9 6	9 48	10 30
43	0 43	1 26	2 9	2 52	3 35	4 18	5 1	5 44	6 27	7 10	7 53	8 36	9 19	10 2	10 45
44	0 44	1 28	2 12	2 56	3 40	4 24	5 8	5 52	6 36	7 20	8 4	8 48	9 32	10 16	11 0
45	0 45	1 30	2 15	3 0	3 45	4 30	5 15	6 0	6 45	7 30	8 15	9 0	9 45	10 30	11 15
46	0 46	1 32	2 18	3 4	3 50	4 36	5 22	6 8	6 54	7 40	8 26	9 12	9 58	10 44	11 30
47	0 47	1 34	2 21	3 8	3 55	4 42	5 29	6 16	7 3	7 50	8 37	9 24	10 11	10 58	11 45
48	0 48	1 36	2 24	3 12	4 0	4 48	5 36	6 24	7 12	8 0	8 48	9 36	10 24	11 12	12 0
49	0 49	1 38	2 27	3 16	4 5	4 54	5 43	6 32	7 21	8 10	8 59	9 48	10 37	11 26	12 15
50	0 50	1 40	2 30	3 20	4 10	5 0	5 50	6 40	7 30	8 20	9 10	10 0	10 50	11 40	12 30
51	0 51	1 42	2 33	3 24	4 15	5 6	5 57	6 48	7 39	8 30	9 21	10 12	11 3	11 54	12 45
52	0 52	1 44	2 36	3 28	4 20	5 12	6 4	6 56	7 48	8 40	9 32	10 24	11 16	12 8	13 0
53	0 53	1 46	2 39	3 32	4 25	5 18	6 11	7 4	7 57	8 50	9 43	10 36	11 29	12 22	13 15
54	0 54	1 48	2 42	3 36	4 30	5 24	6 18	7 12	8 6	9 0	9 54	10 48	11 42	12 36	13 30
55	0 55	1 50	2 45	3 40	4 35	5 30	6 25	7 20	8 15	9 10	10 5	11 0	11 55	12 50	13 45
56	0 56	1 52	2 48	3 44	4 40	5 36	6 32	7 28	8 24	9 20	10 16	11 12	12 8	13 4	14 0
57	0 57	1 54	2 51	3 48	4 45	5 42	6 39	7 36	8 33	9 30	10 27	11 24	12 21	13 18	14 15
58	0 58	1 56	2 54	3 52	4 50	5 48	6 46	7 44	8 42	9 40	10 38	11 36	12 34	13 32	14 30
59	0 59	1 58	2 57	3 56	4 55	5 54	6 53	7 52	8 51	9 50	10 49	11 48	12 47	13 46	14 45
60	1 0	2 0	3 0	4 0	5 0	6 0	7 0	8 0	9 0	10 0	11 0	12 0	13 0	14 0	15 0

RAPTINV.

AREALES NVMERI.

AREALES NVMERI.

RALES.

TABVLA PROPORTIONALIS.

LATE	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1	0 16	0 17	0 18	0 19	0 20	0 21	0 22	0 23	0 24	0 25	0 26	0 27	0 28	0 29	0 30
2	0 32	0 34	0 36	0 38	0 40	0 42	0 44	0 46	0 48	0 50	0 52	0 54	0 56	0 58	1 0
3	0 48	0 51	0 54	0 57	1 0	1 3	1 6	1 9	1 12	1 15	1 18	1 21	1 24	1 27	1 30
4	1 4	1 8	1 12	1 16	1 20	1 24	1 28	1 32	1 36	1 40	1 44	1 48	1 52	1 56	2 0
5	1 20	1 25	1 30	1 35	1 40	1 45	1 50	1 55	2 0	2 5	2 10	2 15	2 20	2 25	2 30
6	1 36	1 42	1 48	1 54	2 0	2 6	2 12	2 18	2 24	2 30	2 36	2 42	2 48	2 54	3 0
7	1 52	1 59	2 6	2 13	2 20	2 27	2 34	2 41	2 48	2 55	3 2	3 9	3 16	3 23	3 30
8	2 8	2 16	2 24	2 32	2 40	2 48	2 56	3 4	3 12	3 20	3 28	3 36	3 44	3 52	4 0
9	2 24	2 33	2 42	2 51	3 0	3 9	3 18	3 27	3 36	3 45	3 54	4 3	4 12	4 21	4 30
10	2 40	2 50	3 0	3 10	3 20	3 30	3 40	3 50	4 0	4 10	4 20	4 30	4 40	4 50	5 0
11	2 56	3 7	3 18	3 29	3 40	3 51	4 2	4 13	4 24	4 35	4 46	4 57	5 8	5 19	5 30
12	3 12	3 24	3 36	3 48	4 0	4 12	4 24	4 36	4 48	5 0	5 12	5 24	5 36	5 48	6 0
13	3 28	3 41	3 54	4 7	4 20	4 33	4 46	4 59	5 12	5 25	5 38	5 51	6 4	6 17	6 30
14	3 44	3 58	4 12	4 26	4 40	4 54	5 8	5 22	5 36	5 50	6 4	6 18	6 32	6 46	7 0
15	4 0	4 15	4 30	4 45	5 0	5 15	5 30	5 45	6 0	6 15	6 30	6 45	7 0	7 15	7 30
16	4 16	4 32	4 48	5 4	5 20	5 36	5 52	6 8	6 24	6 40	6 56	7 12	7 28	7 44	8 0
17	4 32	4 49	5 6	5 23	5 40	5 57	6 14	6 31	6 48	7 5	7 22	7 39	7 56	8 13	8 30
18	4 48	5 6	5 24	5 42	6 0	6 18	6 36	6 54	7 12	7 30	7 48	8 6	8 24	8 42	9 0
19	5 4	5 23	5 42	6 1	6 20	6 39	6 58	7 17	7 36	7 55	8 14	8 33	8 52	9 11	9 30
20	5 20	5 40	6 0	6 20	6 40	7 0	7 20	7 40	8 0	8 20	8 40	9 0	9 20	9 40	10 0
21	5 36	5 57	6 18	6 39	7 0	7 21	7 42	8 3	8 24	8 45	9 6	9 27	9 48	10 9	10 30
22	5 52	6 14	6 36	6 58	7 20	7 42	8 4	8 26	8 48	9 10	9 32	9 54	10 16	10 38	11 0
23	6 8	6 31	6 54	7 17	7 40	8 3	8 26	8 49	9 12	9 35	9 58	10 21	10 44	11 7	11 30
24	6 24	6 48	7 12	7 36	8 0	8 24	8 48	9 12	9 36	10 0	10 24	10 48	11 12	11 36	12 0
25	6 40	7 5	7 30	7 55	8 20	8 45	9 10	9 35	10 0	10 25	10 50	11 15	11 40	12 5	12 30
26	6 56	7 22	7 48	8 14	8 40	9 6	9 32	9 58	10 24	10 50	11 16	11 42	12 8	12 34	13 0
27	7 12	7 39	8 6	8 33	9 0	9 27	9 54	10 21	10 48	11 15	11 42	12 9	12 36	13 3	13 30
28	7 28	7 56	8 24	8 52	9 20	9 48	10 16	10 44	11 12	11 40	12 8	12 36	13 4	13 32	14 0
29	7 44	8 13	8 42	9 11	9 40	10 9	10 38	11 7	11 36	12 5	12 34	13 3	13 32	14 1	14 30
30	8 0	8 30	9 0	9 30	10 0	10 30	11 0	11 30	12 0	12 30	13 0	13 30	14 0	14 30	15 0
31	8 16	8 47	9 18	9 49	10 20	10 51	11 22	11 53	12 24	12 55	13 26	13 57	14 28	14 59	15 30
32	8 32	9 4	9 36	10 8	10 40	11 12	11 44	12 16	12 48	13 20	13 52	14 24	14 56	15 28	16 0
33	8 48	9 21	9 54	10 27	11 0	11 33	12 6	12 39	13 12	13 45	14 18	14 51	15 24	15 57	16 30
34	9 4	9 38	10 12	10 46	11 20	11 54	12 28	13 2	13 36	14 10	14 44	15 18	15 52	16 26	17 0
35	9 20	9 55	10 30	11 5	11 40	12 15	12 50	13 25	14 0	14 35	15 10	15 45	16 20	16 55	17 30
36	9 36	10 12	10 48	11 24	12 0	12 36	13 12	13 48	14 24	15 0	15 36	16 12	16 48	17 24	18 0
37	9 52	10 29	11 9	11 43	12 20	12 57	13 34	14 11	14 48	15 25	16 2	16 39	17 16	17 53	18 30
38	10 8	10 46	11 24	12 2	12 40	13 18	13 56	14 34	15 12	15 50	16 28	17 6	17 44	18 22	19 0
39	10 24	11 3	11 42	12 21	13 0	13 39	14 18	14 57	15 36	16 15	16 54	17 33	18 12	18 51	19 30
40	10 40	11 20	12 0	12 40	13 20	14 0	14 40	15 20	16 0	16 40	17 20	18 0	18 40	19 20	20 0
41	10 56	11 37	12 18	12 59	13 40	14 21	15 2	15 43	16 24	17 5	17 46	18 27	19 8	19 49	20 30
42	11 12	11 54	12 36	13 18	14 0	14 42	15 24	16 6	16 48	17 30	18 12	18 54	19 36	20 18	21 0
43	11 28	12 11	12 54	13 37	14 20	15 3	15 46	16 29	17 12	17 55	18 38	19 21	20 4	20 47	21 30
44	11 44	12 28	13 12	13 56	14 40	15 24	16 8	16 52	17 36	18 20	19 4	19 48	20 32	21 16	22 0
45	12 0	12 45	13 30	14 15	15 0	15 45	16 30	17 15	18 0	18 45	19 30	20 15	21 0	21 45	22 30
46	12 16	13 2	13 48	14 34	15 20	16 6	16 52	17 38	18 24	19 10	19 52	20 42	21 28	22 14	23 0
47	12 32	13 19	14 6	14 53	15 40	16 27	17 14	18 1	18 48	19 35	20 22	21 9	21 56	22 43	23 30
48	12 48	13 36	14 24	15 12	16 0	16 48	17 36	18 24	19 12	20 0	20 48	21 36	22 24	23 12	24 0
49	13 4	13 53	14 42	15 31	16 20	17 9	17 58	18 47	19 36	20 25	21 14	22 3	22 52	23 41	24 30
50	13 20	14 10	15 0	15 50	16 40	17 30	18 20	19 10	20 0	20 50	21 40	22 30	23 20	24 10	25 0
51	13 36	14 27	15 18	16 9	17 0	17 51	18 42	19 33	20 24	21 15	22 6	22 57	23 48	24 39	25 30
52	13 52	14 44	15 36	16 28	17 20	18 12	19 4	19 56	20 48	21 40	22 32	23 24	24 16	25 8	26 0
53	14 8	15 1	15 54	16 47	17 40	18 33	19 26	20 19	21 12	22 5	22 58	23 51	24 44	25 37	26 30
54	14 24	15 18	16 12	17 6	18 0	18 54	19 48	20 42	21 36	22 30	23 24	24 18	25 12	26 6	27 0
55	14 40	15 35	16 30	17 25	18 20	19 15	20 10	21 5	22 0	22 55	23 50	24 45	25 40	26 35	27 30
56	14 56	15 52	16 48	17 44	18 40	19 36	20 32	21 28	22 24	23 20	24 16	25 12	26 8	27 4	28 0
57	15 12	16 9	17 6	18 3	19 0	19 57	20 54	21 51	22 48	23 45	24 42	25 39	26 36	27 33	28 30
58	15 28	16 26	17 24	18 22	19 20	20 18	21 16	22 14	23 12	24 10	25 8	26 6	27 4	28 2	29 0
59	15 44	16 43	17 42	18 41	19 40	20 39	21 38	22 37	23 36	24 35	25 34	26 33	27 32	28 31	29 30
60	16 0	17 0	18 0	19 0	20 0	21 0	22 0	23 0	24 0	25 0	26 0	27 0	28 0	29 0	30 0

LATE RA QVADRA TINI RALES

AREALES NVMERI.

AREALES NVMERI.

TABVLA PROPORTIONALIS.

LATERA

	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
1	0 31	0 32	0 33	0 34	0 35	0 36	0 37	0 38	0 39	0 40	0 41	0 42	0 43	0 44	0 45
2	1 2	1 4	1 6	1 8	1 10	1 12	1 14	1 16	1 18	1 20	1 22	1 24	1 26	1 28	1 30
3	1 33	1 36	1 39	1 42	1 45	1 48	1 51	1 54	1 57	2 0	2 3	2 6	2 9	2 12	2 15
4	2 4	2 8	2 12	2 16	2 20	2 24	2 28	2 32	2 36	2 40	2 44	2 48	2 52	2 56	3 0
5	2 35	2 40	2 45	2 50	2 55	3 0	3 5	3 10	3 15	3 20	3 25	3 30	3 35	3 40	3 45
6	3 6	3 12	3 18	3 24	3 30	3 36	3 42	3 48	3 54	4 0	4 6	4 12	4 18	4 24	4 30
7	3 37	3 44	3 51	3 58	4 5	4 12	4 19	4 26	4 33	4 40	4 47	4 54	5 1	5 8	5 15
8	4 8	4 16	4 24	4 32	4 40	4 48	4 56	5 4	5 12	5 20	5 28	5 36	5 44	5 52	6 0
9	4 39	4 48	4 57	5 6	5 15	5 24	5 33	5 42	5 51	6 0	6 9	6 18	6 27	6 36	6 45
10	5 10	5 20	5 30	5 40	5 50	6 0	6 10	6 20	6 30	6 40	6 50	7 0	7 10	7 20	7 30
11	5 41	5 52	6 3	6 14	6 25	6 36	6 47	6 58	7 9	7 20	7 31	7 42	7 53	8 4	8 15
12	6 12	6 24	6 36	6 48	7 0	7 12	7 24	7 36	7 48	8 0	8 12	8 24	8 36	8 48	9 0
13	6 43	6 56	7 9	7 22	7 35	7 48	8 1	8 14	8 27	8 40	8 53	9 6	9 19	9 32	9 45
14	7 14	7 28	7 42	7 56	8 10	8 24	8 38	8 52	9 6	9 20	9 34	9 48	10 2	10 16	10 30
15	7 45	8 0	8 15	8 30	8 45	9 0	9 15	9 30	9 45	10 0	10 15	10 30	10 45	11 0	11 15
16	8 16	8 32	8 48	9 4	9 20	9 36	9 52	10 8	10 24	10 40	10 56	11 12	11 28	11 44	12 0
17	8 47	9 4	9 21	9 38	9 55	10 12	10 29	10 46	11 3	11 20	11 37	11 54	12 11	12 28	12 45
18	9 18	9 36	9 54	10 12	10 30	10 48	11 6	11 24	11 42	12 0	12 18	12 36	12 54	13 12	13 30
19	9 49	10 8	10 27	10 46	11 5	11 24	11 43	12 2	12 21	12 40	12 59	13 18	13 37	13 56	14 15
20	10 20	10 40	11 0	11 20	11 40	12 0	12 20	12 40	13 0	13 20	13 40	14 0	14 20	14 40	15 0
21	10 51	11 12	11 33	11 54	12 15	12 36	12 57	13 18	13 39	14 0	14 21	14 42	15 3	15 24	15 45
22	11 22	11 44	12 6	12 28	12 50	13 12	13 34	13 56	14 18	14 40	15 2	15 24	15 46	16 8	16 30
23	11 53	12 16	12 39	13 2	13 25	13 48	14 11	14 34	14 57	15 20	15 43	16 6	16 29	16 52	17 15
24	12 24	12 48	13 12	13 36	14 0	14 24	14 48	15 12	15 36	16 0	16 24	16 48	17 12	17 36	18 0
25	12 55	13 20	13 45	14 10	14 35	15 0	15 25	15 50	16 15	16 40	17 5	17 30	17 55	18 20	18 45
26	13 26	13 52	14 18	14 44	15 10	15 36	16 2	16 28	16 54	17 20	17 46	18 12	18 38	19 4	19 30
27	13 57	14 24	14 51	15 18	15 45	16 12	16 39	17 6	17 33	18 0	18 27	18 54	19 21	19 48	20 15
28	14 28	14 56	15 24	15 52	16 20	16 48	17 16	17 44	18 12	18 40	19 8	19 36	20 4	20 32	21 0
29	14 59	15 28	15 57	16 26	16 55	17 24	17 53	18 22	18 51	19 20	19 49	20 18	20 47	21 16	21 45
30	15 30	16 0	16 30	17 0	17 30	18 0	18 30	19 0	19 30	20 0	20 30	21 0	21 30	22 0	22 30
31	16 1	16 32	17 3	17 34	18 5	18 36	19 7	19 38	20 9	20 40	21 11	21 42	22 13	22 44	23 15
32	16 32	17 4	17 36	18 8	18 40	19 12	19 44	20 16	20 48	21 20	21 52	22 24	22 56	23 28	24 0
33	17 3	17 36	18 9	18 42	19 15	19 48	20 21	20 54	21 27	22 0	22 33	23 6	23 39	24 12	24 45
34	17 34	18 8	18 42	19 16	19 50	20 24	20 58	21 32	22 6	22 40	23 14	23 48	24 22	24 56	25 30
35	18 5	18 40	19 15	19 50	20 25	21 0	21 35	22 10	22 45	23 20	23 55	24 30	25 5	25 40	26 15
36	18 36	19 12	19 48	20 24	21 0	21 36	22 12	22 48	23 24	24 0	24 36	25 12	25 48	26 24	27 0
37	19 7	19 44	20 21	20 58	21 35	22 12	22 49	23 26	24 3	24 40	25 17	25 54	26 31	27 8	27 45
38	19 38	20 16	20 54	21 32	22 10	22 48	23 26	24 4	24 42	25 20	25 58	26 36	27 14	27 52	28 30
39	20 9	20 48	21 27	22 6	22 45	33 24	24 3	24 42	25 21	26 0	26 39	27 18	27 57	28 36	29 15
40	20 40	21 20	22 0	22 40	23 20	24 0	24 40	25 20	26 0	26 40	27 20	28 0	28 40	29 20	30 0
41	21 11	21 52	22 33	23 14	23 55	24 36	25 17	25 58	26 39	27 20	28 1	28 42	29 23	30 4	30 45
42	21 42	22 24	23 6	23 48	24 30	25 12	25 54	26 36	27 18	28 0	28 42	29 24	30 6	30 48	31 30
43	22 13	22 56	23 39	24 22	25 5	25 48	26 31	27 14	27 57	28 40	29 23	30 6	30 49	31 32	32 15
44	22 44	23 28	24 12	24 56	25 40	26 24	27 8	27 52	28 36	29 20	30 4	30 48	31 32	32 16	33 0
45	23 15	24 0	24 45	25 30	26 15	27 0	27 45	28 30	29 15	30 0	30 45	31 30	32 15	33 0	33 45
46	23 46	24 32	25 18	26 4	26 50	27 36	28 22	29 8	29 54	30 40	31 26	32 12	32 58	33 44	34 30
47	24 17	25 4	25 51	26 38	27 25	28 12	28 59	29 46	30 33	31 20	32 7	32 54	33 41	34 28	35 15
48	24 48	25 36	26 24	27 12	28 0	28 48	29 36	30 24	31 12	32 0	32 48	33 36	34 24	35 12	36 0
49	25 19	26 8	26 57	27 46	28 35	29 24	30 13	31 2	31 51	32 40	33 29	34 18	35 7	35 56	36 35
50	25 50	26 40	27 30	28 20	29 10	30 0	30 50	31 40	32 30	33 20	34 10	35 0	35 50	36 40	37 30
51	26 21	27 12	28 3	28 54	29 45	30 36	31 27	32 18	33 9	34 0	34 51	35 42	36 33	37 24	38 15
52	26 52	27 44	28 36	29 28	30 20	31 12	32 4	32 56	33 48	34 40	35 32	36 24	37 16	38 8	39 0
53	27 23	28 16	29 9	30 2	30 55	31 48	32 41	33 34	34 27	35 20	36 13	37 6	37 59	38 52	39 45
54	27 54	28 48	29 42	30 36	31 30	32 24	33 18	34 12	35 6	36 0	36 54	37 48	38 42	39 36	40 30
55	28 25	29 20	30 15	31 10	32 5	33 0	33 55	34 50	35 45	36 40	37 35	38 30	39 25	40 20	41 15
56	28 56	29 52	30 48	31 44	32 40	33 36	34 32	35 28	36 24	37 20	38 16	39 12	40 8	41 4	42 0
57	29 57	30 24	31 21	32 18	33 15	34 12	35 9	36 6	37 3	38 0	38 57	39 54	40 51	41 48	42 45
58	29 58	30 56	31 54	32 52	33 50	34 48	35 46	36 44	37 42	38 40	39 38	40 36	41 34	42 32	43 30
59	30 29	31 28	32 27	33 26	34 25	35 24	36 23	37 22	38 21	39 20	40 19	41 18	42 17	43 16	44 15
60	31 0	32 0	33 0	34 0	35 0	36 0	37 0	38 0	39 0	40 0	41 0	42 0	43 0	44 0	45 0

QVADRA — AREALES NVMERI. — QVADRATI NVMERI

AREALES NVMERI.

TABVLA PROPORTIONALIS.

	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
1	0 46	0 47	0 48	0 49	0 50	0 51	0 52	0 53	0 54	0 55	0 56	0 57	0 58	0 59	1 0
2	1 32	1 34	1 36	1 38	1 40	1 42	1 44	1 46	1 48	1 50	1 52	1 54	1 56	1 58	2 0
3	2 18	2 21	2 24	2 27	2 30	2 33	2 36	2 39	3 42	2 45	2 48	2 51	2 54	2 57	3 0
4	3 4	3 8	3 12	3 16	3 20	3 24	3 28	3 32	2 36	3 40	3 44	3 48	3 52	3 56	4 0
5	3 50	3 55	4 0	4 5	4 10	4 15	4 20	4 25	4 30	4 35	4 40	4 45	4 50	4 55	5 0
6	4 36	4 42	4 48	4 54	5 0	5 6	5 12	5 18	5 24	5 30	5 36	5 42	5 48	5 54	6 0
7	5 22	5 29	5 36	5 43	5 50	5 57	6 4	6 11	6 18	6 25	6 32	6 39	6 46	6 53	7 0
8	6 8	6 16	6 24	6 32	6 40	6 48	6 56	7 4	7 12	7 20	7 28	7 36	7 44	7 52	8 0
9	6 54	7 3	7 12	7 21	7 30	7 39	7 48	7 57	8 6	8 15	8 24	8 33	8 42	8 51	9 0
10	7 40	7 50	8 0	8 10	8 20	8 30	8 40	8 50	9 0	9 10	9 20	9 30	9 40	9 50	10 0
11	8 26	8 37	8 48	8 59	9 10	9 21	9 32	9 43	9 54	10 5	10 16	10 27	10 38	10 49	11 0
12	9 12	9 24	9 36	9 48	10 0	10 12	10 24	10 36	10 48	11 0	11 12	11 24	11 36	11 48	12 0
13	9 58	10 11	10 24	10 37	10 50	11 3	11 16	11 29	11 42	11 55	12 8	12 21	12 34	12 47	13 0
14	10 44	10 58	11 12	11 26	11 40	11 54	12 8	12 22	12 36	12 50	13 4	13 18	13 32	13 46	14 0
15	11 30	11 45	12 0	12 15	12 30	12 45	13 0	13 15	13 30	13 45	14 0	14 15	14 30	14 45	15 0
16	12 16	12 32	12 48	13 4	13 20	13 30	13 52	14 8	14 24	14 40	14 56	15 12	15 28	15 44	16 0
17	13 2	13 19	13 36	13 53	14 10	14 27	14 44	15 1	15 18	15 35	15 52	16 9	16 26	16 43	17 0
18	13 48	14 6	14 24	14 42	15 0	15 18	15 36	15 54	16 12	16 30	16 48	17 6	17 24	17 42	18 0
19	14 34	14 53	15 12	15 31	15 50	16 9	16 28	16 47	17 6	17 25	17 44	18 3	18 22	18 41	19 0
20	15 20	15 40	16 0	16 20	16 40	17 0	17 20	17 40	18 0	18 20	18 40	19 0	19 20	19 40	20 0
21	16 6	16 27	16 48	17 9	17 30	17 51	18 12	18 33	18 54	19 15	19 36	19 57	20 18	20 39	21 0
22	16 52	17 14	17 36	17 58	18 20	18 42	19 4	19 26	19 48	20 10	20 32	20 54	21 16	21 38	22 0
23	17 38	18 1	18 24	18 47	19 10	19 33	19 56	20 19	20 42	21 5	21 28	21 51	22 14	22 37	23 0
24	18 24	18 48	19 12	19 36	20 0	20 24	20 48	21 12	21 36	22 0	22 24	22 48	23 12	23 36	24 0
25	19 10	19 35	20 0	20 25	20 50	21 15	21 40	22 5	22 30	22 55	23 20	23 45	24 10	24 35	25 0
26	19 56	20 22	20 48	21 14	21 40	22 6	22 32	22 58	23 24	23 50	24 16	24 42	25 8	25 34	26 0
27	20 42	21 9	21 36	22 3	22 30	22 57	23 24	23 51	24 18	24 45	25 12	25 39	26 6	26 33	27 0
28	21 28	21 56	22 24	22 52	23 20	23 48	24 16	24 44	25 12	25 40	26 8	26 36	27 4	27 32	28 0
29	22 14	22 43	23 12	23 41	24 10	24 39	25 8	25 37	26 6	26 35	27 4	27 33	28 2	28 31	29 0
30	23 0	23 30	24 0	24 30	25 0	25 30	26 0	26 30	27 0	27 30	28 0	28 30	29 0	29 30	30 0
31	23 46	24 17	24 48	25 19	25 50	26 21	26 52	27 23	27 54	28 25	28 56	29 27	29 58	30 29	31 0
32	24 32	25 4	25 36	26 8	26 40	27 12	27 44	28 16	28 48	29 20	29 52	30 24	30 56	31 28	32 0
33	25 18	25 51	20 24	26 57	27 30	28 3	28 36	29 9	29 42	30 15	30 48	31 21	31 54	32 27	33 0
34	26 4	26 38	27 12	27 46	28 20	28 54	29 28	30 2	30 36	31 10	31 44	32 18	32 52	33 26	34 0
35	26 50	27 25	28 0	28 35	29 10	29 45	30 20	30 55	31 30	32 5	32 40	33 15	33 50	34 25	35 0
36	27 36	28 12	28 48	29 24	30 0	30 36	31 12	31 48	32 24	33 0	33 36	34 12	34 48	35 24	36 0
37	28 22	28 59	29 36	30 13	30 50	31 27	32 4	32 41	33 18	33 55	34 32	35 9	35 46	36 23	37 0
38	29 8	29 46	30 24	31 2	31 40	32 18	32 56	33 34	34 12	34 50	35 28	36 6	36 44	37 22	38 0
39	29 54	30 33	31 12	31 51	32 30	33 9	33 48	34 27	35 6	35 45	36 24	37 3	37 42	38 21	39 0
40	30 40	31 20	32 0	32 40	33 20	34 0	34 40	35 20	36 0	35 40	37 20	38 0	38 40	39 20	40 0
41	31 26	32 7	32 48	33 29	34 10	34 51	35 32	36 13	36 54	37 35	38 16	38 57	39 38	40 19	41 0
42	32 12	32 54	33 36	34 18	35 0	35 42	36 24	37 6	37 48	38 30	39 12	39 54	40 36	41 18	42 0
43	32 58	33 41	34 24	35 7	35 50	36 33	37 16	37 59	38 42	39 25	40 8	40 51	41 34	42 17	43 0
44	33 44	34 28	35 12	35 56	36 40	37 24	38 8	38 52	39 36	40 20	41 4	41 48	42 32	43 16	44 0
45	34 30	35 15	36 0	36 45	37 30	38 15	39 0	39 45	40 30	41 15	42 0	42 45	43 30	44 15	45 0
46	35 16	36 2	36 48	37 34	38 20	39 6	39 52	40 38	41 24	42 10	42 56	43 42	44 28	45 14	46 0
47	36 2	36 49	37 36	38 23	39 10	39 57	40 44	41 31	42 18	43 5	43 52	44 39	45 26	46 13	47 0
48	36 48	37 36	38 24	39 12	40 0	40 48	41 36	42 24	43 12	44 0	44 48	45 36	46 24	47 12	48 0
49	37 34	38 23	39 12	40 1	40 50	41 39	42 28	43 17	44 6	44 55	45 44	46 33	47 22	48 11	49 0
50	38 20	39 10	40 0	40 50	41 40	42 30	43 20	44 10	45 0	45 50	46 40	47 30	48 20	49 10	50 0
51	39 6	39 57	40 48	41 39	42 30	43 21	44 12	45 3	45 54	46 45	47 36	48 27	49 18	50 9	51 0
52	39 52	40 44	41 36	42 28	43 20	44 12	45 4	45 56	46 48	47 40	48 32	49 24	50 16	51 8	52 0
53	40 38	41 21	42 24	43 17	44 10	45 3	45 56	46 49	47 42	48 35	49 28	50 21	51 14	52 7	53 0
54	41 24	42 18	43 12	44 6	45 0	45 54	46 48	47 42	48 36	49 30	50 24	51 18	52 12	53 6	54 0
55	42 10	43 5	44 0	44 55	45 50	46 45	47 40	48 35	49 30	50 25	51 20	52 15	53 10	54 5	55 0
56	42 56	43 52	44 48	45 44	46 40	47 36	48 32	49 28	50 24	51 20	52 16	53 12	54 8	55 4	56 0
57	43 42	44 39	45 36	46 33	47 30	48 27	49 24	50 21	51 18	52 15	53 12	54 9	55 6	56 3	57 0
58	44 28	45 26	46 24	47 22	48 20	49 18	50 16	51 14	52 12	53 10	54 8	55 6	56 4	57 2	58 0
59	45 14	46 13	47 12	48 11	49 10	50 9	51 8	52 7	53 6	54 5	55 4	56 3	57 2	58 1	59 0
60	46 0	47 0	48 0	49 0	50 0	51 0	52 0	53 0	54 0	55 0	56 0	57 0	58 0	59 0	60 0

AREALES NVMERI.

AREALES NVMERI.

De ipsarum fractionum astronomicarum diuisione. Caput V.

Consyderãda in diuisione fractionum astronomicarum.

DVO SVNT IN FRACTIONVM ASTRONOMICARVM diuisione,quemadmodum & in multiplicatione consyderanda. Primum est denominatio quotientis,ex particulari fractionum diuisione generata:aliud enim atq; aliud fractionum genus in diuisione,uelut & in multiplicatione producitur. Reliquum est,ipse diuidẽdi modus:quẽ rursum duplici uia conformiter absoluemus.primo facta singulorum generum tã diuidentium,quàm etiam diuidẽdarum fractionum reductione,ad minimum genus in utroq; contẽtum ordine:deinde per tabulam proportionalem immediatè præcedẽtem,modo certè admodũ facili,& celeritate calculi gaudentibus,nõ iniucũdo. 1

Inuentio denominationis quotientum in diuisione fractionũ.

IN FACILEM PRIMI declarationem,subiectam ordinauimus tabellã. Inuestigabis igitur denominatorẽ ipsius diuidendæ fractionis in supræmo & trãsuersali denominationum ordine, diuidentis uerò in læuo & extremali,uel è cõtra, prout commodius acciderit,& ab utroq; introrsum recta procedas uia,donec cõmunem utriusq; concursum attigeris: quoniam in eo denominatorem quotiẽtis offendes. Verbi gratia,si uelis agnoscere quale genus fractionis prouenit ex diuisione quartorum per septima:inuenias denominationẽ quartorum in sinistro latere ipsius tabellæ & septimorũ nomenclaturã ad uerticẽ:reperies enim in cõmuni utriusq; concursu 3,productã ex proposita diuisione fractionem denominantia. 2

Exemplum,

Gradus	Decima.	Nona.	octaua.	septima.	Sexta	quinta.	quarta	Tertia.	Secũda.	minuta
Minuta	9	8	7	6	5	4	3	2	m.	g.
Secunda	8	7	6	5	4	3	2	m.	g.	
Tertia	7	6	5	4	3	2	m.	g.		
Quarta	6	5	4	3	2	m.	g.			
Quinta	5	4	3	2	m.	g.				
Sexta	4	3	2	m.	g.					
Septima	3	2	m.	g.						
Octaua	2	m.	g.							
Nona.	m.	g.								
Decima	g									

Tabella denominationum quotientum ex diuisione fractionum prouenientium. 3

Corolarium notandum.

Ex quibus facilè deducitur, signa per signa (intellige semper maiora) diuisa, restituere signa: sicuti gradus per gradus distributos,pariter efficere gradus.Itẽ ex diuisione signorũ per gradus,prouenire gradus:quemadmodum ex partitione graduum per eadem signa,restitui pro quotiente gradus. Quoties autẽ signa uel gradus,per aliquam diuiduntur fractionem,aut è cõtra fractio per signa uel gradus distribuitur:restituitur fractionis numerus, à proposita fractione denominatus.Cum porrò fractio per fractionem,alterius tamẽ generis diuiditur,fit pariter fractio:sed ab eo denominata numero,qui subtracto denominatore maioris à minoris denominatore relinquitur.ueluti si tertia proponantur diuidenda per septima,fient quarta:si enim 3 auferantur à 7, relinquentur 4. Vnde tandem relinquitur euidens,quamlibet fractionem per aliam eiusdem generis fractionem distributam,producere gradus:utpote,cùm tertia per tertia,uel quarta per quarta diuidi iubentur,uelut ipsa tabella demonstrat.Illum tamen fractionis numerum,pro diuidendo congruentius accipiendum admonemus,cui extrinseca denominatio maior est:& pro diuidente,qui minorem potentia sortitus est denominationem.

QVANTVM AD SECVNDVM PRINCIPALE, CONTINGIT in primis fractionem aliquam,per eiusdem alteriusue generis diuidi fractionem, uel plura fractionum genera,per plures itidem partiri fractiones: quorum utrunque duplici,& admodum facili uia, adimplere docebimus. Cum igitur aliqua fractio,

fractio,per aliam eiusdem,alteriusue generis fractionẽ diuidi iubetur: id nõ aliter absolues,quàm pro integrorum diuisione,capite quinto libri primi tradidimus. Si uelles itaq; diuidere 1800 minuta,per 30 gradus,inuenies pro quotiente 60 minuta:nam fractio diuisa per gradus,relinquit similem pro quotiente fractionem.

Particularis fractionum astronomicarum inter sese diuisio.

Exemplum.

5 Singulorum autem generum predictarum fractionum inter sese faciendam diuisionem,per arealem ingressum in antecedentem tabulam proportionalem,multò leuius poteris absoluere:in hunc quippe modum. In supræmo & transuersali lateralium numerorum ordine,numerum diuidentis inuenito fractionis:sub quo rectissimè descendendo,numerum diuidendæ fractionis inuestigato,in dextro quidẽ arealium numerorum ordine. quem si præcisum offenderis,ab eodem in sinistram lateralium numerorum columnam recta procedas uia.nam quem ibidem reperies numerum,quotientem propositæ diuisionis appellabis:illius quippe denominationis,quam propositæ & inuicem diuidendæ fractiones producere natæ sunt. Offerantur exempli gratia 56 minuta,per 14 tertia diuidenda. Inuentis itaq; 14 ad uerticem primæ paginæ ipsius tabulæ proportionalis: sub eisdẽ 14 rectissimè descendendo comperies 0,56, sola tziphra sinistrum locum occupante.ab ipsis ergo 56, si ad sinistrum & extremalem lateralium numerorũ ordinẽ recta deueneris uia, offendes 4. & quoniam minuta per tertia diuisa,producunt secunda:concludes ex diuisione 56 minutorum,per 14 tertia,prouenire 4 secũda. Idem facito de cæteris.

Quo pacto eædem fractiones per tabulam sigillatim diuidantur.

Exemplum.

6 Poteris etiam non minus facilè,duas simul occurrentes & inuicem succedentes fractiones,per unius generis fractionem diuidere:utpote gradus cum minutis, uel minuta cum secundis,aut secunda cum tertijs, & similes fractionum combinationes,per liberum quodcunq; fractionis genus.tuncq; repertus in sinistro latere pro quotiente numerus,illius erit denominationis, quam producit grossior & sinistra fractio,per oblatam & diuidentẽ fractionem distributa. Exẽpli causa esto propositũ diuidere gradus 12, & 30 minuta,per minuta 15. Inuentis igitur 15, in frõtispicio primæ paginæ ipsius tabulæ proportionalis,ab ipsis 15 deorsum rectissimè descendas,offendes enim præcise 12, 30: à quibus si ad læuum lateralium ordinem,recto perrexeris tramite,reperies 50. & quoniam sinister & potentia maior numerus est 12 graduum,gradus autem per minuta distributi restituunt minuta: idcirco ex proposita diuisione,ueniunt pro quotiente numero 50 minuta.

Duarum fractionũ, per unicam diuisio. secundum eãdem tabulam.

Exemplum.

7 Item haud dissimiliter easdem binas & succedentes fractiones,per duo inuicem pariter succedentia fractionum genera diuidere poteris:in hunc quippe modum. Vtrunq; diuidentium fractionum numerum,non in uertice,sed in sinistro lateralium ordine,simul inuenito (nam multò facilior erit operatio,si utraq; diuidentiũ fractionũ in eadẽ facie tabulæ cõperiatur) & ab eisdẽ uersus dextram recta progrediendo uia,compara numeros in eadem columna è regione euiuslibet occurrẽtes,quousq; diuidendas uideas integrari fractiones,iungendo uidelicet dextrum & grossiori fractioni respondentem,cum sinistro illius qui subtiliori respondet numerum: hoc nanq; peracto,capitalis eiusdẽ columnæ numerus pro quotiẽte uenit accipiendus,qui eam obtinebit denominationem,quæ ex diuisione grossioris & diuidẽdæ fractionis,per grossiorem ipsius diuidentis generatur. Sint in exemplum 30 minuta & 48 secunda,diuidenda per secunda 15, & tertia 24. Compertis itaq; primum 15 & 24,in sinistro lateralium ordine primæ paginæ eiusdẽ tabulæ proportionalis,ab utroq; dextram uersus rectissimè procedendo,offendes in eadẽ colũna, regione quidẽ ipsorũ 15, 0.30, & sub his in rectũ eorundẽ 24, 0. 48:quæ si modo nuper expresso cõiunxeris,faciẽt 30.48, diuidendarũ fractionũ numeratores. accipies igit̃ pro quotiẽte,numerũ ad uerticẽ eiusdẽ colũnæ simul occurrẽte, utpote 2.

Qualiter per eãdem tabulam proportionalem eædem binæ fractiones,per duo fractionum diuidantur genera.

atqui minuta, diuisa per secunda, generant minuta: inferas itaq; ex proposita diuisione, uenire pro quotiente numero 2 minuta.

Documentũ quando numeri non præcise reperiuntur in eadẽ tabula proportionali.

8 CVM PORRO diuidendum sub diuidente præcise nõ poteris inuenire numerum, minorem accipito propinquiorem: & quotiẽtem obseruato numerum, ad uerticem eiusdem columnæ simul occurrentem. Accipito postmodum differentiã inter ipsum minorem propinquiorem, & propositum numerum diuidendum: quã sub præfato diuidente fractionum numero rursum animaduertas. ea autem inuẽta, uerticalem eiusdem columnæ pro secundo quotiente sumito numerum, proximè succedentis denominationis cum primo. quòd si huiusmodi differentiam præcise non inueneris: similem rursum cũ differentia ipsius differentiæ discursum iterabis, tertium ipsius quotientis accipiendo numerum, proximè subtilioris nomenclaturæ cum præobtento secundo. nam (ut semel dictum sit) obtenta denominatione primò generatæ fractionis, reliquarum denominatio suum seruat ordinem: quod non in diuisione tantummodo, sed in reliquis operationibus uenit obseruandum.

Exemplum.

Esto uerbi gratia propositum diuidere 12 gradus & 59 minuta, per minuta 40. Inuenies itaq; primum 40, ad uerticẽ tertiæ paginæ ipsius tabulæ proportionalis, sub quibus rectè descendendo, minorem & propinquiorem offendes numerum, utpote 12. 40: è quorum regione læua, in ipso lateralium ordine, occurrẽt pro primo quotiente numero 19, quæ sæpius expressa ratione minuta dicentur. Accipito postmodum differentiam, quæ est inter 12. 40, & 12. 59, utpote 19 minuta: quam differentiam rursum curabis inuentam sub eisdem 40. at cum non sit præcise reperibilis, accipiendus est numerus proximò minor, scilicet 18 minuta, & 40 secunda: è sinistra quorum regione, colliges 28, quæ secunda ueniunt appellanda. Rursum accipito differentiam ipsorum 19 minutorum, & 18 minutorum cum 40 secundis, uidelicet 20 secunda: quæ tandem sub præfatis 40 minutis inuestigato: quibus præcise repertis, offendes in eodem sinistro lateraliũ ordine 30, quæ tertia denominabis. Prouenient igitur ex proposita diuisione, 19 minuta, 28 secũda, & 30 tertia.

Aliud exemplum.

Dentur rursum ad maiorem singulorum elucidationem, gradus 6, minuta 40, secunda 25, diuidenda per 10 minuta, & 20 secunda. Inuentis itaque 10 & 20, in præmemorato lateralium ordine & congruente pagina (accidet autẽ in tertia, pro sumpto nunc exemplo) offendes ad dextram ipsorum regionem numerum proximò minorẽ ipso diuidendo, utpotè 6. 20 sursum, & 12. 40 deorsum, quæ præmisso modo simul iuncta, repræsentant 6 gradus, 32 minuta, & 40 secũda: accipito igitur pro quotiente, numerum ad uerticem eiusdẽ columnæ simul occurrentem, utpote 38, à minutis denominanda. Deinde sume differentiam inter diuidendum, & ipsum proximò minorem numerũ: quam experieris esse minutorũ 7, & 45 secundorum. hanc rursum differentiam è recta regione utriusq; diuidentium inuestigato: & inuenies in rectum ipsorum 10, & in eadem tabulæ pagina 7. 30, & sub his ad rectam lineam cum 20, respondere 15. 0, quæ simul solito more collecta, efficiunt 7 minuta, & 45 secunda, præfatam antecedentium numerorũ differentiam. Concurrẽtem igitur ad uerticem eiusdem columnæ sumito numerũ, utpote 45, quæ secunda dicentur, & post 38 minuta pro secundo quotientis genere sunt reponẽda. Cõcludes itaq;, ex præmissa diuisione generari 38 mi. & 45 secũ.

Ars diuidẽdi quoscunq; numeros diuersis fractionibus integratos, per eãdem tabulam proportionalem.

9 EX PRAEDICTIS OMNIBVS COLLECTIM INTELLECTIS relinquitur manifestum, quonam pacto datus etiam quãtuscunq; fractionum astronomicarum numerus, per alium quemuis fractionum numerũ pluribus generibus integratũ, diuidi non minus facilè possit: adminiculo uidelicet ipsius præmemoratæ tabulæ proportionalis. Idẽ itaq; faciendũ est, de singulis ꝑpositarũ fractionũ generibus inter sese: quod de quibuslibet integrorꝫ numerorꝫ elemẽtis capite 5. lib. 1, respondenter
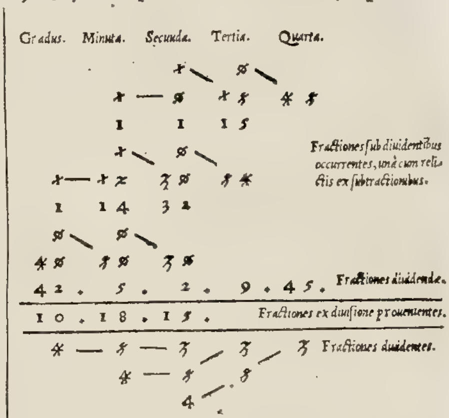
respondenter iussimus obseruandum,neq; opus est nouo documento:nisi uolueris prædicta,exemplis etiam declarata,in uanum repetere.

10 Dentur igitur (ne te longiori uerborum detineamus ambagine) 42 gradus, 5 minuta, 2 secunda, 9 tertia, & 45 quarta,diuidenda per 4 gradus, 5 minuta , & 3 secunda.Singulis itaq; diuidendi generibus suo ordine distributis,proprijsq; denominationum ornatis inscriptionibus:trahe sub ipso diuidendarum fractionũ ordine,duas lineas æquidistantes,intra quas prouenientes ex diuisione fractiones locabuntur.Deinde scribito diuisorem,sub eisdem æquidistantibus lineis: eo quippe modo,ut grossior diuisoris numeri fractio,grossiori respondeat ipsius diuidẽdi,& reliquæ reliquis,gradatim uersus dextram ordinatis.Locabis igitur 4 gradus sub 42 gradibus,& 5 minuta sub 5 minutis,atq; 3 secunda,sub 2 secundis. Postmodũ inuentos cura tres ipsius diuisoris numeros,utpote 4, 5, 3, ad uerticem primæ paginæ eiusdem tabulæ proportionalis,& sub ipsis lineatim discurrẽdo inuestiga numeros,qui sæpius expresso more coniuncti, & in eadem linea concurrentes, integrent numerum ipsi diuisori supra positum, uel maximam quam poterunt eiusdem numeri partem. Videbis ergo primum,an sub 4 inueniantur 42 gradus:qui cum non sint adæquatè reperibiles,idcirco sumes 0. 40, numerum proximò minorem,& quæ in eadem linea ipsis 5 & 3 subrespondent,utpotè 0. 50,sub 5, & 0. 30,sub 3. ad læuam quorum regionem, offendes inter laterales numeros 10: primum uidelicet quotientis numerum.Et quoniam ex diuisione graduum per gradus (qui sunt grossiores utriusq; numeri fractiones) fiunt pariter gradus : erit ipse numerus 10,à gradibus denominandus,scribendusq; sub graduum titulo, intra lineas æquidistantes.Ipsos autem numeros 40,50,30, unà (si uelis) cum antecedẽtibus tziphris,suis locis respondenter annotabis,super ipsum diuidendum numerum,utpotè 40 super 42 gradus,50 super 5 minuta , & 30 super 2 secunda: nam quem ordinem seruant diuidentium fractionum numeri (cuiusmodi sunt 4.5.3) eundem retinent numeri sub eisdem in tabula respondenter inuenti. His ita præparatis,subtrahe suprascriptos 40 gradus,& 50 minuta,atque 30 secunda , à subrespondentibus numeris,per tertium caput huius libri:& relinquentur facta subtractione,gradus 1, minuta 14, & 32 secunda,quæ rursum supra notabis,deletis quorum facta est subtractio numeris. Hoc primo discursu peracto, reiterabis diuisorem,singulos eiusdem numeros ad proximum uersus dextram traducendo genus:priori diuisore cancellato.Rursumq; sub eisdem numeris 4.5.3, in eodem supræmo lateralium ordine repertis,supra positos,& ex facta subtractione relictos inuestigabis numeros:facta semper ad potentia maiorem comparatione, qui succedentium semper uidetur esse regula.Et quoniam sub eisdem 4, unus gradus & 14 minuta inueniri præcisè non possunt:accipiendus est numerus proximò minor, uidelicet 1. 12, & in eadem linea sub 5 & 3 respondentes,utpotè 1. 30, & 0. 54.in læuo autem eiusdem lineæ termino,sese offerent 18: quæ minuta dicentur, scribẽda post 10 gradus,intra lineas æquidistantes,pro secundo quotientis numero. Singulos item sub diuisoribus inuentos numeros , scilicet 1. 12,1. 30, & 0. 54, supra scribito suo ordine,ponendo dextrum antecedentis,cum sinistro proximè sequentis ordinis:quemadmodum succedẽs numerorum descriptio mõstrat.Quibus absolutis,subtrahe singulos nuper inuentos numeros , à subrespondentibus singulis fractionum numeris,duobus simul occurrentibus subtrahendarum fractionũ numeris,in unum coaceruatis:& remanebunt completa subtractione, 1 minutũ, 1 pariter secundum,15 tertia,& 45 quarta,quæ tandem annotabis supra eosdem subtractos & primum cancellatos numeros,pro debita singulorum respondentia.

Exemplum.

 Consequenter

Consequenter renouato (ut prius) diuisore, accipito sub eisdem numeris ipsius diuisoris 4, 5, 3: numerum, relicto nuper numero (si potes) æqualem, offendes autem sub 4: 1, 0. & in eadem linea sub 5: 1, 15. sub ipsis uerò tribus: 0, 45. quæ solito, & superius expresso more cōiuncta, repræsentant 1 minutū, 1 secundū, 15 tertia, & 45 quarta: quãtus scilicet est numerus, ex proximè facta subtractione relictus. Scribe itaqꝫ præfatos & sub diuisoribus nuper inuentos numeros, super eūdem relictū ex proxima subtractione numerum, prout singulorū ordo requirit: & lateralē numerū, ad læuū eiusdē lineæ terminum simul occurrentē, utpotè 15, scribito intra lineas, sub titulo secūdorum. Supra scriptos autē numeros, à subrespōdentibus tandem auferto numeris, & nihil relinquetur: unde propositus fractionum numerus, per ipsum diuisorem adæquatè diuisus est. Habes igitur pro quotiente, 10 gradus, 18 minuta, & 15 secunda. De cæteris idem.



Alius diuidendi modus earundem fractionum astronomicarum, sine tabula.

POTERIS ETIAM ALIA VIA EVNDEM, IMO ET ALIVM quemuis oblatum fractionum numerum, per ipsum uel alium quēcunqꝫ diuisorē, respondenter diuidere: facta primū utriusqꝫ ordinis, diuidendi scilicet & diuisoris numeri reductione, ad minimū suæ fractionis genus, per continuatā sexagenariā multiplicationē, quemadmodum capite sexto libri primi generaliter expressimus. Reliqua enim ad ipsam diuisionem pertinentia, non aliter sunt postmodum absoluenda: q̄ pro integrorū diuisione, capite quinto eiusdem libri primi declarauimus. Animaduertenda tamen est, ipsius quotiētis numeri denominatio: quam ex secūdo & tertio numero huiusce capitis elicere poteris. Itē si uelis ipsum numerū quotientem, ad sexagenariam fractionū rursum conuertere distributionē, id facito per doctrinā præallegati sexti capitis eiusdē primi libri: ipsum quotientē numerū, & reliquos 60 maiores, per eundē numerum 60 cōtinuè diuidēdo. Sed hæc plus, q̄ satis.

Exemplum.

Repetamus in exemplū præfatū numerū 42 graduū, 5 minutorū, 2 secūdorū, 9 tertiorū, & 45 quartorū: per eundē qui prius numerū, utpote 4 gradus, 5 minuta, & 3 secūda diuidendū. Ex diuidēdis itaqꝫ fractionibus, eo quē nūc expressimus modo reductis, fiūt 545407785 quarta. Ex diuisoris autē reductione, proueniūt 14703 secūda: ueluti subiectæ numerorū, & ipsarū reductionum indicāt formulæ, ad maiorē singulorū elucidationem respondēter adiunctæ. Nam minimum genus diuidendarum fractionū est quarta, & ipsarum diuidentium est secūda: ad quæ propositi debent, ante diuisionem, conuerti numeri.

Gradus	42
	60
Minuta.	2520
Minuta.	5
Summa minutorum.	2525
	60
Secunda.	151500
Secunda.	2
Summa secundorum.	151502
	60
Tertia.	9090120
Tertia.	9
Summa tertiorum.	9090129
	60
Quarta.	545407740
Quarta.	45
Summa quartorum	545407785

Gradus.	4
	60
Minuta.	240
Minuta.	5
Summa minutorum.	245
	60
Secunda.	14700
Secunda	3
Summa secundorū.	14703

Quibus

Quibus obsolutis, diuide præfata 5 4 5 4 0 7 7 8 5 quarta, per eadem 1 4 7 0 3 secunda, iuxta doctrinam quinti capitis ipsius primi libri, instar integrorũ numerorum: & habebis pro quotiente numero 3 7 0 9 5 secũda. nam quarta, diuisa per secunda, restituũt secunda. Quòd si præfata 3 7 0 9 5 secũda, diuiseris per 60: fiẽt proquotiente 618 minuta, relictis 15 secũdis. Rursum si 618 minuta, per eadem 60 diuiseris: prouenient 10 gradus, remanentibus 18 minutis. Colligẽter itaq; ex propositarum fractionum diuisione, 10 gradus, 18 minuta, & 15 secunda: quemadmodum per antecedentem modum, coadiuuante tabula proportionali nuper offendimus. Idem de cæteris.

De quadratæ radicis inuentione, in eisdem fractionibus. *Caput VI.*

1 OMNES FERE, QVI DE FRACTIONIBVS ASTRONOmicis tractauerunt, & quadratæ, & cubicæ radicis inuentionem, uelut forsitam nimium difficilem, aut subticuisse, uel obscurè nimis, perperámue tradidisse facilè constat. Conabimur itaq;, in astronomicis fractionibus, utriusq; radicis inuentionem facillimam restituere. Primo facta singulorum generum propositarum fractionũ, ad unicum reductione: deinde (idq; leuius multò) per antecedentem proportionalium numerorum tabulam, ut ipsius tabulæ numerosam commoditatum declaremus amplitudinem.

2 SINT IGITVR (ut primum adgrediamur) 1 signum maius, 25 gradus, 37 minuta, 27 secunda, 2 tertia, & 24 quarta: quorum radicem iubearis inuenire quadratam. Hæc primũ reducito ad minimæ fractionis denominationem, utpotè ad quarta: hoc modo. 1 signum maius, ualet 60 gradus: qui unà cum 25 gradibus, efficiunt 85. Hos igitur 85 gradus si multiplicaueris per 60, fient 5 1 0 0 minuta: quibus adde minuta 37, resultabũt 5 1 3 7. Hæc rursum 5 1 3 7 minuta ducito in 60, prouenient 3 0 8 2 2 0 secunda: quæ unà cum secundis 27, conficiunt 3 0 8 2 4 7. Quæ quidem 3 0 8 2 4 7 secunda iterum per 60 multiplicata, unà cũ 2 tertijs respondenter adiunctis, producunt 1 8 4 9 4 8 2 2 tertia. Tandem si eadẽ 1 8 4 9 4 8 2 2 tertia per 60 multiplicaueris, & producto iunxeris quarta 24, præassumptus numerus ad 1 1 0 9 6 8 9 3 4 4 quarta reducetur. Horum itaq; 1 1 0 9 6 8 9 3 4 4 quartorum, per doctrinã septimi capitis libri primi, quadratam extrahe radicem: quam offẽdes esse 3 3 3 1 2. queadmodum obiecta descriptio manifestat. Et quoniam operæpreciũ est, ipsam radicem in sese multiplicatam, præfatum quartorũ integrare numerum, nulla autem fractio

Ars, cum exemplo, extrahendi quadratã fractionũ astro. radicẽ, sine tabula.

```
          1 1
        2 7 3 1
    2 2 0 8 9 3 2
  1 1 | 0 9 | 6 8 | 9 3 | 4 4     Numerus quadratus.
    3     3     3     1     2 .   Radix quadrata.
      6 6—6 6—6 6 -2              Radices duplatæ.
          6 6—6
```

in seipsam ducta facit quarta, ni fuerint secunda: idcirco 3 3 3 1 2 nuper inuẽtus radicis numerus, à secundis denominationem obtinebit. Demũ si præfata 3 3 3 1 2 secunda diueseris per 60, prouenient 5 5 5 minuta: relictis 12 secundis. Rursum eadem 5 5 5 minuta diuide per 60, producentur 9 gradus: remanẽtibus 15 minutis. Concludas igitur 1 signum, 25 gradus, 37 minuta, 27 secunda, 2 tertia, & 24 quarta, habere pro quadrata radice 9 gradus, 15 minuta, & 12 secunda.

3 SVPEREST AD SECVNDVM PERVENIRE MODVM, QVO præassumpti, & dati cuiusuis alterius fractionũ numeri, quadrata radix, per tabulã proportionalem inuestigatur. Repetatur itaque nuper oblatus numerus, scilicet 1 signum, 25 gradus, 37 minuta, 27 secunda, 2 tertia, & 24 quarta: ut regulam,

Modus inueniendi quadratam prædictarum fractionum radicem, per tabulã proportionalem.

unà cum exemplo,ad faciliorem omnium intelligentiam diſcurramus.Ipſum ergo numerum in abaco,ſuo diſponito ordine, & proprijs ſingulorum generum nominibus ornato:ſubiectis in tranſuerſum lineis æquidiſtantibus,futuram radicem ſolito more recepturis. Quibus ita præparatis,inueſtiga inter quadratos numeros ipſius tabulæ proportionalis,euidentioribus lineunculis ſeparatos, & diagonalem obſeruantes ordinem,ipſum nuper oblatum numerum,cuius quadratam cupis inuenire radicem:quem non potes præcîſum offendere.accipies igitur numerũ proximò minorem,in prima tabulæ pagina ſeſe offerentem,utpote 1, 21:quæ 1 ſignũ, & 21 gradum repræſentant.Scribe igitur 1 ſuper 1, & 21 ſupra 25: & numerum ad uerticem,aut læuam regionem ipſius quadrati ſimul occurrentem, utpote 9, ſcribito ſub eiſdem 25 gradibus,intra lineas æquidiſtantes,pro primo radicis numero.Subtrahe poſtmodum 1 & 21, ab 1 & 25: & relinquentur 4 gradus, reſpõdenter ſupra notandi,cancellatis prioribus numeris.Dupla tandem ipſos 9 gradus radicis,fiẽt 18 gradus:hos reponito ſub eiſdẽ 9 gradibus,infra lineas æquidiſtãtes.

Exemplum primæ radicis.

Hoc primo diſcurſu peracto,inueſtiga 18 gradus,duplatum nuper inuentæ radicis numerum,in ſiniſtro lateralium ordine:à quo uerſus dextram recta procedito uia,donec reſiduum offenderis numerum:iuncto quadrato, in longum eiuſdem columnæ ſimul occurrente numero.Inuentis ergo 18 in ſiniſtro latere primæ paginæ,non totum reſiduum offendes numerum, ſed proximò minorem, uidelicet 4 gradus,& 30 minuta:in quorum rectum, occurrent ſimul inter quadratos 3, 45, quæ 3 minuta & 45 ſecunda ueniunt appellanda.quoniam dextrum prius inuenti numeri genus,eiuſdem ſemper eſt denominationis cum ſiniſtro conſequenter occurrentis numeri genere,& è contra.Adde igitur præfatos numeros ſolito more, dextrũ uidelicet primi cũ læuo ſecundi ordinis,fient 4 gradus,33 minuta,& 45 ſecunda:quæ ſupra relictum annotabis numerum,obſeruata ſingulorum cũ ſuo genere reſpondentia.Deinde accipito numerum ad uerticem eiuſdem columnæ concurrentem,pro ſecunda radice, utpotè 15, quæ minuta dicentur (ſunt enim eiuſdẽ ſemper denominationis cum 30 dextro numero, è regione 18 nuper inuento) ſcribenda ad dextram ipſorum 9 graduum.Subtrahæ poſtmodũ 4 gradus 33 minuta,& 45 ſecunda,à ſubreſpondentibus 4 gradibus, 37 minutis,& 27 ſecundis, & relinquentur 3 minuta,& 42 ſecunda:quæ ſupra notabis,deletis quorum facta eſt operatio numeris.Duplabis tandem ipſa 15 minuta radicis,fient 30, ſub eiſdem 15 minutis infra lineas collocanda.Si autem eueniret,ut ipſa minuta duplata ſexagenarium exuperarent numerum:pro quibuslibet 60 minutis unitatem prius duplatis gradibus adiunges,renouato eodem graduum numero.idem & de ſecundis ad minuta,& reliquis ſuccedentibus obſeruando fractionibus.

Exemplum ſecundæ radicis. 4

Notandum.

Ad tertiæ conſequenter deueniendo radicis inuentionem, utrunq; duplatæ radicis numerum,utpotè 18 gradus & 30 minuta,iuuenito in præfato lateralium numerorum ordine:& conſydera numeros cum reſpondenti quadrato in eadem columna ſimul occurrentes,an ſolito more coniuncti,reſiduum poſſint integrare numerum.Offẽdes itaq; primum è dextra regione ipſorum 18 graduum, 3 minuta, & 36 ſecunda:è directo autem ipſorum 30 minutorum ſeſe offerunt 6 ſecunda, & tertia 0, & quadratus in eadem columna ſimul occurrens numerus,eſt 2 tertia,& 24 quarta,quoſquidem numeros,ſi nuper expreſſo modo, & uelut obiecta monſtrat formula,in unum collegeris ordinem,reſultabunt 3 minuta, 42 ſecunda, 2 tertia, & quarta 24, ſupra reſiduũ numerũ ſigillatim annotãda:prout ſingulorũ

Tertiæ radicis exemplum. 5

Mi.	Secun.	Ter.	Quar.
3 —	36		
	6 —	0	
		2 —	24
3	42 .	2 .	24.

uidetur

uidetur optare denominatio. Concurrentem autem ad uerticem eiuſdem columnæ numerum, utpote 12, ſcribes intra lineas, ſub titulo ſecundorum, pro tertio radicis numero. Quòd ſi nuper inuentos & ſupra notatos numeros, à ſubreſpondentibus & reſiduis abſtuleris numeris, per ſæpius allegatum caput tertium huius libri: nihil tandem relinquetur. concludendum igitur præaſſumptum numerum eſſe quadratum, & quadratam habere radicem 9 gradus, 15 minuta, & 12 ſecunda: qualem per uiam reductionis, ſine adiumento ipſius tabulæ proportionalis, nuper inueniſti. Vtrum igitur horum modorum malueris, tuo relinquimus arbitrio.

	Signa.	Gradus.	Minuta.	Secunda.	Tertia.	Quarta.
			3 —	42		
		4	3 .	42	2 —	24
		4	33 —	45		
	2 —	22				
Nũer° quadra	1 .	25 .	37 .	27 .	2 .	24
Radix quadrata.		9	15	12		
Radices duplatæ.		18	30			

De cubica iam dictarum fractionum aſtronomicarum radice. *Caput.VII.*

1 CVBICAM OBLATI CVIVSCVNQVE FRACTIONVM aſtronomicarum numeri radicem, duplici quemadmodum & quadratam, inuenire poteris arte. In primis, facta ſingularum fractionum ad minimum genus ſui ordinis reductione: Secũdo, & multò quidem faciliori uia, adminiculo ipſius tabulæ proportionalis. Quorum omnium exempla, cum regulis ſimul examinabimus: quo ſingula rudioribus fiant lucidiora.

Primus modus extrahẽdi cubicã fra. aſtro. radicẽ, ſine tabula.

2 AD PRIMVM fœliciter accedendo: Sint gradus 27, minuta 55, ſecunda 3, tertia 44, quarta 21, quinta 6, & 1 ſextum: quorum omnium cubicam iubearis inuenire radicem. Reducantur itaque primum ſingula fractionum genera, ad minimè fractionis denominationem, uidelicet ad ſexta, per doctrinam ſexti capitis libri primi, & quemadmodum duodecimo numero quinti, & ſecundo ſeptimi capitis immediatè præcedentis, exemplari diſcurſu monſtrauimus: & ex ipſa reductione conſurgent 1302528459961 ſexta. Horum ergo, per artem octaui capitis ipſius primi libri, cubicam extrahito radicem: quemadmodum de integris ſolemus facere numeris. Ea autem erit (ut ipſa te ſupputatio docebit, & ſuccedens numerorum indicat formula) 10921, quæ ſecunda ueniunt appellanda. Quoniã de ratione cubicæ radicis eſſe uidetur, ut in ſe ducta, & rurſum per productum multiplicata, eum cuius eſt radix componat numerum. Nulla autem fractio in ſe ducta, rurſumq́ per productam multiplicata fractio nẽ efficit ſexta, niſi fuerint ſecunda: ut ex præcedẽti capite quinto uidere facilè eſt. Nam ſecunda per ſeſe multiplicata faciunt quarta, & rurſum quarta ducta in ſecunda reſtituunt ſexta: ad quam ſextorum denominationem, oblatum fractionum reduximus numerum.

					3								
				7	4	5	7						
				8	2	9	9	7	7	2			
Nũer° cubicus.	1	3	0	2	5	2	8	4	5	9	9	6	1
Radix cubica.	1			0			9			2			1
Radices triplatæ.			3		3	0	3	2	7	2	7	6	
								3					

Diuide tãdem ipſa 10921 ſecunda per 60, fient pro quotiente 182 minuta: uno tantum ſecundo relicto. quæ quidem 182 minuta ſi rurſum per 60 diuiſeris, prouenient 3 gradus: remanẽtibus duobus minutis. Inferas igitur, præaſſumpti numeri radicem cubicam eſſe 3 gradus, 2 minuta, & 1 ſecundum.

Alius modus inueniẽdi cubicã fract. aſtro. radicẽ per tabulã proportionalem.

3 RELIQVVM EST, VT EANDEM CVBICAM FRACTIONũ aſtronomicarũ radicẽ, coadiuuãte tabula proportionali, inueſtigare doceamus.

 Repetatur

Repetatur nuper assumptus numerus, utpote 27 gradus, 55 minuta, 3 secũda, 44 tertia, 21 quarta, 6 quinta, & 1 sextum: quem numerum dispone super abaco ad hoc præparato, unà cum suprascriptis singulorum generum nomenclaturis, & ductis sub eodem numero lineis æquidistantibus, intra quas optata locabitur radix.

[illegible] dicis.

Accede postmodum ad primam tabulæ paginam, & inter cubos numeros apparentioribus lineunculis sparsim distinctos, inuestiga numerum, ipso dato numero proximò minorem (non posses enim offendere præcisum) is autem erit 0,27, quæ solos 27 gradus repræsentabunt. Ad uerticem quoq; eiusdem columnæ sese offerent 3, pro primo radicis numero: quæ tres gradus significabunt. sunt enim ipsa 3, eiusdem nominis cum 27: gradus enim quadratè aut cubicè multiplicati, semper restituunt gradus. Scribe ergo 27, supra 27 gradus, & 3 sub eisdem gradibus, sed intra lineas æquidistantes. aufer deinde 27, à subrespondentibus 27 gradibus, & nihil relinquetur: dele igitur utrunq; numerum 27, & tripla 3 gradus, fient 9 gradus: quos infra lineas, sub eorundem graduum titulo tandem reponito.

Secundæ radicis examinatio.

4 Ad secundum radicis ueniendo numerum, inuẽtos cura præfatos 27 gradus, in sinistro lateralium ordine eiusdem primæ paginæ: & ad dextram ipsorum regionem, inuestiga numerum residuo (demptis scilicet præfatis 27 gradibus) proximò minorem, quem experieris esse 54 secunda: ad quorum uerticem offendes 2, quæ minuta dicentur, intra lineas æquidistantes, pro secundo radicis numero collocanda. Scribe similiter 54, supra 55 minuta: hic enim numerus 54 (ut singula clarius intelligas) æquiualet ei numero, qui ex ductu trium graduum in 9 triplatos, & rursum ex multiplicatione producti in ipsa 2 minuta generatur. Duc igitur consequenter ipsa 2 minuta radicis in 9 gradus triplatos coadiuuãte tabula, fient 18 minuta: quæ rursum multiplica per ipsamet 2 minuta, consurgent 36 secunda, super 3 secunda respondenter annotanda. Accipe rursum numerum cubum, in eadem columna cum 54 minutis & duobus secundis occurrentem, utpote 0,8: quæ 8 tertia ueniunt appellanda, scribendaq; super tertia 44. repræsentant enim numerum, qui ex cubico duorum minutorum ductu producitur. Subtrahas itaque tandem præfata 54 minuta, 36 secunda, & 8 tertia, ab eisdem 55 minutis, 3 secundis, & 44 tertijs: & relinquentur 27 secunda, & 36 tertia, quibus suo loco supra notatis, cancellatisq; prioribus numeris: triplabis ipsa 2 minuta radicis, fient 6, quæ sub lineis respondenter notanda sunt.

Discursus tertij numeri radicalis.

5 Consequenter, inuenito rursum præfatos 27 gradus, in eadem prima tabulæ pagina, & lateralium numerorum columna: & ad dextram ipsorum regionem inuestigato uumerum, relicto nuper ex operatione præcedenti numero proximò minorem. offendes ergo 27 secunda, scribenda super relicta 27 secunda: & in eadem columna concurrentem uidebis unitatem, pro tertio radicis numero, suo loco reponendam, quæ 1 dicetur secundum. Est autem numerus 27 nuper inuẽtus, qui ex ductu trium graduum radicis in 9 triplatos, & producti per 1 secũdum multiplicatione consurgit. Duc ergo cõsequẽter 2 minuta radicis in 9 gradus triplatos, fient 18 minuta. Item multiplica tres gradus per 6 minuta triplata, efficientur pariter 18 minuta: quæ unà cum prioribus 18 minutis faciunt 36. ipsa porrò 36 minuta, per 1 secũdum tandem multiplicata, uertẽtur in 36 tertia: super relicta 36 tertia respondẽter annotanda. Ducito postmodum 1 secundum radicis in 9 gradus triplatos, fient 9 secunda: non augmento, sed mutato tantummodo numero. Item multiplica 2 minuta per 6 minuta triplata, prouenient 12 secunda: quæ unà cum antecedentibus 9 secundis, constituunt secunda 21. Hæc tandem multiplicata per 1 secundum, uertuntur in quarta: supra remanentia 21 quarta itidem conscribẽda.

Rursum

Rurſum ducito 1 ſecundum in eadem 6 minuta triplata, fient 6 tertia: quæ tandẽ per ipſum ſecundum multiplicata, uertuntur in quinta, ſuper relicta 6 quinta, reſpondenter annotanda. Accipito tandem cubum numerum, in eadem columna cum 27 minutis, & uno ſecundo radicis occurrentem, utpotè 0. 1, id eſt, 1 ſextum, ſuper relictum ſextum, haud diſſimiliter ſcribendum: eſt enim cubus numerus, ex ipſo ſecundo radicis cubicè multiplicato productus.

	Cradus.	Minuta.	Secunda.	Tertia.	Quarta.	Quinta.	Sexta.
			27 —	36			
			27 .	36	21 —	6 —	1
	27	54 —	36 —	8			
Nu. cubus.	27 .	55 .	3 .	44 .	21 .	6 .	1
	3 .	2 .	1	Radix cubica.			
	9	6		Radices triplatæ.			

8 Quòd ſi demum collecta & ſupraſcripta fractionum genera, à ſingulis ſubreſpondentibus fractionum generibus, ſuo abſtuleris ordine, nihil relinquetur: quare propoſitus numerus cubus eſt iudicandus, & ipſius cubicam radicem eſſe trium graduum, duorum minutorum, & unius ſecundi, quemadmodum nuper offendimus. Hæc igitur de fractionibus ſexagenarijs uel aſtronomicis, ſint ſatis: quæ ſi ſemel exactè callueris, & ſecretioribus mathematicarum archanis utcũq; delecteris, te (crede mihi) eiſdem uigilantius inſudaſſe non pigebit.

Conluſio.

TERTII LIBRI
ARITHMETICAE
PRACTICAE
FINIS.

LIBER QVARTVS

ARITHMETICAE PRACTICAE

de ratione atq; proportione quantitatum, inuicem comparatarum: deq; præſtantioribus regulis, cuiuis Arithmetico, Geometræ, uel Aſtronomo neceſſarijs.

De ratione, atq; proportione quantitatum, & ſpeciebus utriuſq; principalioribus. *Caput. I.*

Propriũ quãtitatis

Quæ ſint inuicem cõparabilia.

QVANTITATIS PROPRIVM ESSE DIF- 1 finit Ariſtoteles, ſecũdum ipſam æquale, uel inæqua- le dici: omnis enim diſcreta, cõtinuàue quantitas, al- teri itidem continuæ, aut diſcretæ relata quantitati, ea maior aut minor reperitur, uel eidem exiſtit æqua lis. Sola autem uniuoca ſunt inter ſeſe comparabi- lia, utpote numerus numero, ſonus ſono, tempus tem pori, cõtinuum ſeu magnitudo, eiuſdem generis ma- gnitudini ſiue continuo, quemadmodum linea lineæ, ſuperficies ſuperficiei, ſolidum ſolido, & quæ ſunt eiuſcemodi: nã inter ea q̃ diuerſorũ exiſtunt generũ, nulla uidet̃ accidere cõparatio.

Rationis diffinitio

Arithmetica.

Ratio Harmonica.

Geometrica.

Ratio geometrica ꝓprie dicitur ratio

Cõmunicãtes & rationales magnitudines.

R̃onalis habitudo.

RATIO igitur, eſt duarum eiuſdem generis adinuicem comparatarum quantita 2 tum habitudo determinata. Hæc autem potiſſimum reperitur, inter numeros abſo lutè conſyderatos, & Arithmetica ratio nominatur: uel inter numeros ſonoros, id eſt, ad ſonorum harmoniam relatos, & harmonica dicitur (de qua alibi tractandũ) aut deniq; inter magnitudines, à numero & materia ſeorſum abſtractos, & Geo- metrica ratio uenit appellanda. At quoniam quæcunq; rationes inter ipſos offen duntur numeros, eædem & in ſingulis continuorum ſolẽt inueniri generibus, è cõ trario autem id minimè contingit, cum infinita ſint inter continua rationum di- ſcrimina, quæ numerorum nõ patitur natura: idcirco geometrica ratio principatũ obtinere, propriùmue nomen rationis uſurpare uidetur. Eſt igitur de Geometrica ratione principalis habenda conſyderatio. Omnes itaque adinuicem compara- 3 tæ magnitudines, quarum utranq; communis aliqua magnitudo, ſeu pars metitur aliquota, communicantes ſiue commẽſurabiles, atq; rationales eſſe dicũtur: & quæ inter ipſas reperitur habitudo, rationalis itidem uocitatur. Cuiuſmodi ſunt omnes numeri à binario in infinitum compræhenſi, quos in uniuerſum metitur unitas, cer tam inter ſeſe rationem uel habitudinem obtinẽtes: omnes item cõtinuæ, & ad nu meros relatæ magnitudines, quarum ratio uel habitudo determinatis exprimitur numeris. Quæ autem ſub communem alicuius magnitudinis, ſeu partis aliquo tæ mẽſuram nõ cadunt, incommunicantes, aut incommenſurabiles, irrationales quoq; magnitudines appellantur: inter quas contingens ratio uel habitudo, irratio nalis ſurdàue reſpondenter dicitur, utpote quæ nullo poteſt exprimi numero, & propterea tum ipſi naturæ, tum nobis relinquitur ignota. Quemadmodum eue- nire ſolet inter radices non quadratorum, aut minimè cubicorum numerorum, & ipſos cum inuicem comparantur numeros: inter quoq; diagonium, & latus cu- iuſuis quadrati geometrici, & quæ ſimilis uidentur eſſe diſpoſitionis. Omnis er 4 go arithmetica ratio, uidetur eſſe rationalis: geometrica uerò, rationalem & irra- tionalem perſcrutatur magnitudinum habitudinẽ. Singulæ quoq; rationes eidem

Incõmunicãtes irrationales'que magnitudines.

Irrationalis habitudo, quæ ſurda ratio dicitur.

Corollarium

generi

generi continuorum accidentes,utpote lineis,accidunt & reliquis omnibus continuorum generibus,utpote superficiebus,atq; solidis:at de numeris secus est iudicãdum.In primis itaque,de rationali magnitudinum habitudine tractabimus:postea irrationalem suo loco discutere nitemur.

5 COMMVNICANTIVM igitur magnitudinũ ratio,quæ rationalis uocatur habitudo,aut æqualitatis,aut inæqualitatis nomẽclaturam adipiscitur. Aequalitatis, quoties duarum inuicem æqualium magnitudinum fit comparatio. Inæqualitatis uerò,cum uel maior magnitudo minori comparatur, & maioris inæqualitatis ratio dicitur:aut cum minor ad maiorem refertur magnitudinem, & ratio minoris inæqualitatis appellatur. Vtraque rursum,maioris uidelicet & minoris inæqualitatis ratio,in quinque species principaliter subdistribuitur: tres quidem simplices,quæ sunt multiplex, superparticularis, & superpartiens, & duas compositas,quas multiplicem superparticularem, & multiplicem superpartientem appellare solemus.

æqualitatis. Ratio maioris. Inæqualitatis minoris.

6 Multiplex itaque maioris inæqualitatis ratio dicitur,cũ maior magnitudo minorem pluries,quàm semel adæquatè cõpræhẽdit: quod si bis acciderit dupla,si ter tripla,si quater quadrupla,& ita deinceps nominatur. Superparticularis autem ratio fit,quoties maior magnitudo continet minorem semel, & partẽ insuper eiusdem minoris aliquotam:quæ si fuerit $\frac{1}{2}$,huiusmodi ratio sesqualtera, si $\frac{1}{3}$ sesquitertia,si autem fuerit $\frac{1}{4}$ sesquiquarta, & sic in infinitum appellãda est. Superpartiens uerò ratio dici solet,cum maior magnitudo minorem itidem semel compræhendit,& aliquam præterea ipsius minoris partem nõ aliquotã: quæ quidem ratio,partim à numeratore, partim quoq; à denominatore eiusdem partis nõ aliquotæ,peculiarem sortitur nomenclaturam. Nam si fuerint $\frac{2}{3}$ ipsius minoris, eadem ratio superbipartiens tertias dicetur, si $\frac{3}{4}$ supertripartiens quartas, si uerò $\frac{4}{5}$ superquadripartiens quintas:& deinceps pro earundem partium uarietate peculiariter nuncupabitur. Multiplex deinde ratio superparticularis efficitur,quoties magnitudo maior pluries,quàm semel ipsam minorem compræhendit,& partem eiusdem minoris aliquotam:unde partim à multiplici, partim etiam à superparticulari ratione(ex quibus consurgit)denominatur.utpote si maior comparatarum magnitudinum bis contineat ipsam minorem,& $\frac{1}{2}$ eiusdem, tunc huiusmodi ratio dupla sesqualtera dicetur, si ter & $\frac{1}{3}$ tripla sesquitertia, si quater & $\frac{1}{4}$ quadrupla sesquiquarta:& sic in infinitum uenit appellanda,Multiplex tandem superpartiens ratio nominatur,cum ipsa maior magnitudo minorem pluries itidem continet,& partem insuper eiusdem nõ aliquotam:quæ rursum partim à multiplici,partim quoq; à superpartiente ratione (ex quibus componitur)nomẽ obtinebit. Vt si bis maior minorem compræhendat magnitudinem,& $\frac{2}{3}$ eiusdem minoris, eiuscemodi ratio dupla superbipartiens tertias uocabitur, si ter & $\frac{3}{4}$ tripla supertripartiens quartas,si quater & $\frac{4}{5}$ quadrupla superquadripartiens quintas: & sic consequenter de similibus,pro uaria multiplicis & superpartientis occurrente rationis dispositione.

Ratio multiplex. Rõ supparticularis. Rõ superpartiens. Multiplex superparticularis. Multiplex superpartiens

7 Species autem minoris inæqualitatis eædem sunt, ac inter eosdem solent euenire terminos,cum præmemoratis speciebus maioris inæqualitatis:uariato solummodo terminorum ordine,comparando uidelicet minorem magnitudinem ipsi maiori,iuncta huiusmodi syllaba sub.fiet itaque submultiplex,sub superparticularis subsuperpartiens: & ita de reliquis tam simplicibus,quàm etiam cõpositis rationũ speciebus. queadmodũ ex prædictis colligere haud difficile est.

De speciebus rationũ minoris inæqualitatis.

8 Ad quorum omnium maiorem elucidationem, & in particularem singulorum exemplũ,subiectam ordinauimus numerorum descriptionem:ad cuius læuam species rationis multiplicis distinximus, ad dextram autem superparticularis, atque superpartiẽtis rationis species sunt annotatæ. non quidem omnes, sed pro ipsius

Succedentis figuræ seu tabulæ declaratio.

descriptionis

deſcriptionis capacitate,quam potes(ſi plures optaueris) quantumlibet liberè continuare.Cum igitur inferiores ſuperioribus comparaueris numeros, maioris inæqualitatis rationes habebis:ſi uerò ijdem ſuperiores inferioribus comparentur,minoris inæqualitatis rationes uerſo uidebis ordine.

¶ Species rationis multiplicis.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
11	22	33	44	55	66	77	88	99	110

Dupla. Tripla. Quadrupla. Quincupla. Sexupla. Septupla. Octupla. Nonupla. Decupla. Undecupla.

Sesquialtera. Sesquitertia. Sesquiquarta. Sesquiquinta. Sesquisexta. Sesquiseptima. Sesquioctaua. Sesquinona. Sesquidecima.

¶ Multiplicis superparticularis et multiplicis superpartientis species.

Proportionis diffinitio.

HIS, AD FACILIOREM SVCCEDENTIVM INTELLIGENtiam prælibatis, de proportionibus conſequenter differamus.Proportio eſt duarum, pluriumúe rationum , aut differentiarum inuicem comparatarum ſimilitudo , in tribus ad minus terminis conſtituta. Omnes itaque diſcretæ,continuæúe quantitates,inter quas eadem ratio,uel æqualis differentia reperitur,proportionales eſſe dicuntur. Proportionum alia arithmetica,alia geometrica,alia uerò harmonica nuncupatur. Arithmetica proportio eſt, comparatorum inuicem numerorum, eadem obſeruata differẽtia:ut inter hos numeros 8,6,4.nam quemadmodũ octonarius,ſenarium binario ſuperat:ita ſenarius , eodem binario quaternarium excedit.Differentiam igitur appellamus, exceſſum,quo maior quantitas minorem ſuperat:uel quo minor uincitur à maiori. Geometrica uerò proportio eſt, accidentium inter comparatas inuicem magnitudines rationum ſimilitudo : ueluti ſi dupla duplæ,aut tripla triplæ,uel eiuſcemodi ratio comparetur. Vtpote,ſi dicamus, quemadmodum 8 ad 4,ita 6 ad 3:uel quàm rationem habent 27 ad 9,eandẽ ſeruant 9 ad 3,& 3 ad unitatem. Harmonica tandem proportio eſt,quæ nec in differentiarum,nec in rationum ſimilitudine conſiſtit: ſed efficitur,cum tribus oblatis terminis,quam rationem habet maximus ad minimum,eandem obſeruat differentia maximi ſupra medium , ad differentiam medij ſupra minimum.Vt inter hos uideẽ accidere numeros 6,4,3.nã quẽadmodum ſenarius ad ternarium duplam obtinet rationem: ita & binarius differentia ſenarij & quaternarij,ad unitatem, quæ eſt eiuſdem quaternarij ſupra ternarium differentia. Hinc facilè patet , arithmeticam proportionem à geometrica : & harmonicam ab utraque diſcrepare. At quoniam geometrica proportio,ſola inter cæteras peculiari nomine proportionis uenit appellanda, eædem quoque cæteræ nup expſſæ pportiones, noſtro negocio parũ cõferre uidentur:idcirco reliquis in pſentiarũ cõſulto ptermiſſis,de ſola geometrica pportiõe tractabimus.

Proportionalia, quæ. *Arithmetica proportio.* *Differentia.* *Geometrica proportio.* *Harmonica proportio.* *Corollarium.*

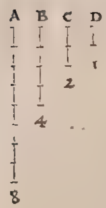
6 , 4 , 3 .
2 1

9

PROPORTIO itaque geometrica , uel continua,aut diſcontinua reperitur. Continuam diximus euenire proportionem: quoties propoſitis quotlibet eiuſdem generis quantitatibus, omnium antecedentium ad proximè conſequentes , eadem obſeruatur rationis habitudo . Vt quemadmodum ſe habet prima ad ſecundam , ita ſecunda ad tertiam , & tertia ad quartam , & deinceps quantumlibet: in hunc quippe modum , ut prima antecedentis tantummodo , ultima uerò conſequentis, fungantur

Proportio geometrica continua.

10



fungantur officio. Vt in magnitudinibus, ſicut A ad B, ita B ad C, & C ad D. Vel in numeris, quemadmodum ſe hebent 8 ad 4, eodem modo & 4 ad 2, atq; 2 ad unitatem: ubique enim dupla ratio continuatur. Idem iudicato de quibuſcunque ſimilibus.

Cõſtat igitur continuam proportionem in tribus ad minus terminis fore conſtitutam. Item genere diuerſa, non poſſe continua proportione ligari. Adde quòd continuè proportionalium quãtitatum æquè multiplicia aut ſubmultiplicia, cõtinuam pariter obſeruant inter ſeſe proportionem. Et è contra, quantitates quarum æque multiplicia aut ſubmultiplicia continua proportione ligantur, continuè proportionalia dicenda ſunt. Propoſitis nanq; rurſum numeris 8, 4, 2, 1, ſi tripli uerbi gratia ſingulorum accipiantur numeri, utpote 24, 12, 6, 3, hi ſimiliter duplam inter ſeſe rationem obtinebunt. Eadem quoq; rationum ſimilitudo ſeruabitur, inter ſubmultiplices: quemadmodum ex præfatis numeris elicere facilè potes, per conuerſam terminorum comparationem. Idem etiã iudicabis, de ſingulis eorundẽ cõtinuè proportionaliũ differẽtijs, ſuo inuicẽ ordine cõparatis: uelut obiecta numerorum deſcriptio monſtrat.

27, 9, 3, 1,
18 6 2

Quam enim rationem habent 27 ad 9, & 9 ad 3, atq; 3 ad 1: eam retinent 18 ad 6, atq; 6 ad 2 (nam utrobiq; tripla) atqui 18, eſt differentia primi ad ſecundum, 6 autem ipſius ſecundi ad tertium: & 2 eiuſdem tertij ad ultimum.

Corolarium notãdũ

11 DISCONTINVA uerò proportio geometrica dicitur: cũ propoſitis quatuor, pluribusùe quantitabus, prima ad ſecundam eam habet rationem, quam tertia ad quartam, & quinta ad ſextam: & conſequenter ita, pro datarum quantitatũ multitudine. eo quippe modo, ut conſequens primæ rationis, non fiat antecedens proximè ſuccedẽtis ſecundæ rationis: neq; ſimiliter conſequens ipſius ſecundæ, tertiæ rationis efficiatur antecedens: ut in continuis diximus euenire proportionibus. ſed omnes impari numero diſtributæ, antecedentes tãtummodo nominentur: ſub pari autem cadentes ordine, cõſequentes. Vt exempli cauſa, ſicut E magnitudo ad F magnitudinem, ita G ad H. uel in numeris, quemadmodum 12 ad 8, ita 6 ad 4: utrobiq; enim ſeſqualtera ratio competitur. Hinc ſequitur, diſcõtinuam proportionem quatuor ad minus requirere terminos, atq; inter quantitates genere diuerſas indifferenter inueniri: propter cõſequentis primæ rationis, ab antecedente ſecundæ diſcontinuationem. Poſſumus itaq; dicere, ſicut E ad F, ita 6 ad 4, aut quemadmodum 12 ad 8, ſic G ad H. Omnium præterea quãtitatum diſcontinua proportione diſpoſitarum, æquè multiplicia aut ſubmultiplicia primæ & ſecundæ, cum æquè multiplicibus tertiæ & quartæ, & reliquis ſi occurrant: eadem ratione proportionantur. Et uice uerſa, quotlibet quantitates quarum æquè multiplicia primæ & ſecundæ, cum æquè multiplcibus tertiæ & quartæ, & cæteris occurrẽtibus, eadem ratione fuerint proportionata: ſunt inter ſeſe diſcõtinuè proportionabiles. Quemadmodum obiecta numerorũ deſcriptio monſtrat: in qua prius acceptorum numerorum 12, 8, 6, 4, tripli ſunt accepti, utpote 36, 24, 18, 12, ſubdupli autem 6, 4, 3, 2. Sicut igitur 12 ad 8, & 6 ad 4: ita 36 ad 24, & 18 ad 12, atq; 6 ad 4, & 3 ad 2, & cætera.



Multiplices tripli.	36	24	18	12
Diſcontinue ꝓportionati.	12 —	8	6 —	4
Subdupli.	6	4	3	2

Proportio geometrica, diſcontinua.

Corolarium notatu dignum.

12 EX PRAEDICTIS omnibus, per contrariam ſingulorum interpretationem colligitur, quantitatum neque continuè, neque diſcontinuè proportionalium diffinitio.

Diſproportio quantitatum.

diffinitio. Quoniam ſi prima quantitatū maiorem, aut minorem rationem habuerit ad ſecundam, quàm tertia obtineat ad quartam: huiuſmodi comparatio, ſiue rationum habitudo, diſproportio nominatur, & ipſæ quantitates diſporportionales, uel improportionales adpellantur. Diſproportionalium itaq; quātitatum æquè multiplicia, aut ſubmultiplicia primæ & ſecundæ, maiorem, minorémue rationem obtinebunt, quàm æquè multiplicia, uel ſubmultiplicia tertiæ & quartæ. Quód ſi æquè multiplicia aut ſubmultiplicia primæ & ſecundæ magnitudinis maiorē, aut minorem obtineāt inter ſeſe rationem, quàm æquè multiplicia uel ſubmultiplicia tertiæ & quartæ: infertur uerſa uice, propoſitas quantitates eſſe diſproportionales. Quorum exempla dare, ſuperfluum exiſtimamus: utpote, quæ per cōtrariam proportionalium habitudinem elici facilè poſſunt.

Cōditio diſproportionalium.

SVPEREST tandem, paucula de proportionum ſpeciebus, in medium adducere: quæ nihil aliud eſſe uidentur, quàm uariæ terminorum acceptiones, inferēdiue modi, ex continua aut diſcontinua proportione deducti, ad faciliorem intelligentiam quinti elementorum Euclidis, unà cum prædictis rationum & proportionum deſcriptionibus, haud parum conducentes. 13

Permutata ratio.

In primis itaq; ſeſe offert pmutata ratio. Dicit autē ratio permutata, cū antecedēs primæ, cōparat ad antecedēs ſecūdæ rationis, tanq; ad cōſequēs, & cōſequēs ipſius primæ tanquàm antecedens, ad conſequens eiuſdem ſecūdæ: id eſt, cum uterque terminus primæ rationis fit antecedens, & uterq; terminus ſecundæ uertitur in officium cōſequentis. Vt ſi A ad B fuerit ſicut C ad D, ex eo inferamus, ergo ſicut A ad C, ita B ad D: & ita de cæteris.

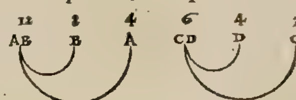


Conuerſa ratio.

Cōuerſa uerò ratio, eſt antecedētium in cōſequentia, & conſequentiū in antecedētia tranſmutatio. Vtpote, ſi fuerit eadem ratio A ad B, quæ C ad D: & à contraria terminorum acceptione concludamus, igitur ſicut B ad A, ita D ad C. In permutata ergo, atq; conuerſa ratione, tam antecedentia quàm etiam conſequentia, ſecundum ſubſtantiam manent eadem.

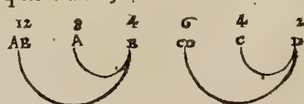
Cōuerſio rationis, aut euerſa ratio.

Cōuerſio autē rationis, quā euerſā rationē itidē nūcupamus, eſt cōparatio cuiuslibet antecedētis ad differētiā, qua idē antecedēs ſuū excedit cōſequēs. Queadmodū ſi dixerimus ſi A B ad B eā habet rationē, quā C D ad D: ergo A B ad A differētiā, erit ueluti C D ad differētiā C. Eſt autē A exceſſus A B, ſuper ipſum B: & C differētia, qua C D ſuperat ipſum D.



Coniuncta aut compoſita ratio.

Eſt & alia rationū cōparatio, quæ cōpoſita, ſeu coniuncta ratio dicitur. Cōpoſita ratio eſt acceptio cuiuslibet antecedentis, unà cum conſequente proprio, ad ipſum conſequens. Veluti ſi eadem ſit ratio A ad B, quæ C ad D, in hunc modum intulerimus: igitur ſicut A B cōpoſita ad B, ita C D cōpoſita ad ipſam D, quemadmodum obiecti ſupra literas indicant numeri.



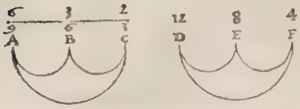
Diuiſa, ſeu diſiuncta ratio.

Huic cōtraria eſt diſiūcta, ſeu diuiſa ratio. Eſt enī cōparatio differentiarū cuiuslibet antecedētis ſupra ſuū cōſequēs, ad ipſum conſequēs. Vtpote, ſi tota A B ad B eā obſeruet rationē, quā tota C D ad D, inferat ex eo: igit queadmodū A ad B, ita C ad D. patet itaq;, in euerſa, cōpoſita, atq; diuiſa ratione, terminos eoſdē ſecūdū ſubſtātiā minimè remanere: tametſi nihil ſumat extrinſecū.

Aequa ratio.

Aequa tandem ratio nominatur, quoties duobus quantitatum ordinibus æquali multitudine diſtributis, eademquè rationum proportione colligatis, prima alterutrius ordinis ſe habet ad eiuſdem ordinis ultimā, ueluti prima reliqui ordinis ad ultimā

ad ultimam eiuſdem: aut ſi uelis, per mediorum ſubtractionem, extremorum ratio eadem utrobique reperitur. Exempli gratia, ſint primi ordinis quãtitates A, B, C, ſecundi uerò D, E, F: ſintq; A, B & D, E ſeſqualtera, B C uerò et E F, dupla, uel A B, & E F dupla, B C autẽ atq; D E ſeſqualtera rationis habitudine proportionatæ. Si



igitur A ad B, ſicut D ad E, & B ad C, uelut E ad F, uel A ad B, ſicut E ad F, & B ad C, ueluti D ad E: ſubſumatur, ergo ſicut A ad C, ita D ad F. Prædictas ſex rationum acceptiones, ſpeciesùe proportionum, demonſtrat Euclides quinto geometricorum elementorũ: ad quem, ſi plura deſyderes, confugere poteris. Hæc enim ſunt principaliores, & noſtro ſuſcepto negocio ſatis utcunq; facientes, rationum atq; proportionum diffinitiones: quare de his in præſentiarum eſto ſatis.

De additione, atq; ſubtractione duarum quarumcunq; rationum adinuicẽ: ſeu de productione rationis, ex duabus quibuſuis rationibus generatæ. Caput. II.

1 NON PARVVM VIDETVR ADFERRE IVVAMEN IIS, qui circa magnam Ptholemæi conſtructionem (quam uocant Almageſtum) ſepiuſculè uerſantur, in promptu cognoſcere: quæ nam ratio ex duabus quibuſuis oblatis, & inuicem adiunctis, mutuóue ſubtractis quantitatum rationibus componatur. potiſſimum quum per regulam ſex proportionalium magnitudinum, ab eodem Ptholemæo ſubtiliter excogitam, & à nobis in proximum clarius elucidandam, operæprecium ſit, eaſdem ſex quantitates inuicem proportionales, ad quaternarium reducere numerum: & in uſum illius conuertere regulæ, quæ tribus oblatis numeris, quartum docet inuenire proportionalem. quemadmodum proximo capite, ipſam quatuor proportionalium ex primendo regulam, ſigillatim manifeſtum efficiemus.

Duarũ rationum in unã compoſitio. qualiter facienda.

2 IN PRIMIS ITAQVE, generatam ex duabus quibuſcunq; rationibus inuicem adiunctis doceamus inuenire rationem: ſitq; hæc generalis & ſemper obſeruanda regula. Propoſitis duabus quibuſuis quantitatum rationibus, in unam rationem componendis, ducito primum terminum unius, in primum alterius terminum: & productum facito primum terminum conſurgentis inde rationis. Deinde multiplicato ſecũdum alterutrius terminum, per terminum ſecundũ reliquæ: productumq; ſtatuatur ſecũdus eiuſdem compoſitæ rationis terminus. Nã hoc modo cõſurgẽtẽ ex duabus ꝓpoſitis rationẽ habebis: ab eo ſemper denominãdã numero, q̃ ex utriuſq; ꝓpoſitaꝝ rationũ inter ſeſe multiplicatis denominatoribus cõponet.

Exempl[i] primũ de multipliciũ rationũ additione.

3 Sint primum in exemplum duæ rationes multiplices, A quidem ad B dupla, & C ad D tripla: ex quarum compoſitione, reſultantem cogaris habere rationem. Duc igitur A in C, aut è contra: & fiat E numerus, quem ſubſcribito, pro primo ipſius producendæ rationis termino. Deinde multiplicato B in D, uel è diuerſo: & conſurgat numerus F, pro ſecundo eiuſdem productæ rationis termino collocandus. Cõcludas itaq;, rationem A ad B, unà cum ratione C ad D: efficere rationem E ad F. Atqui ratio A ad B dupla, C autẽ ad D tripla ſuſcepta eſt: igitur ſi multiplicaueris 2, ipſius duplæ rationis denominatorem, per 3 denominatorem ipſius triplæ, fient 6 denominator eiuſdem compoſitæ rationis. quapropter E ad F ſextuplã dicetur habere rationem, ex additione duplæ cum tripla conſtitutam. Ex his facilè patet, ex duabus rationibus duplis, generari quadruplam; ex duabus autem triplis, nocuplã; ex binis uerò quadruplis, ſedecuplam, &c.

A .	4	—	2	. B.	Dupla.
C .	9	—	3	. D.	Tripla.
E .	36	—	6	. F.	Sextupla.

Secundũ exemplum de rationibus superparticularibus inuicem addendis.

Dentur rursum in exemplũ duæ rationes superparticulares, utpote G ad H sesqualtera, & K ad L sesquitertia. Duc igitur G in K, & fiat M: itẽ H in L, et cõsurgat N. Erit itaque M primus terminus, N autem secundus ipsius cõpositæ rationis M, N: quam duplã esse cõstat. si enim $1\frac{1}{2}$ denominator sesqualteræ rationis, ducatur in $1\frac{1}{3}$ denominatorẽ sesquitertiæ, per doctrinã undecimi numeri sexti cap. libri secũdi: fient 2, à quibus dupla ratio denominatur. Hinc relinquitur euidẽs, curnam diapente cõsonãtia iuncta cum diatessaron, diapason cõsonantiam (quã duplam solemus adpellare) cõponant: nã diapente in sesqualtera, diatessaron uerò in sesquitertia ratione cõsistit. Colligitur etiã ex prædictis, duas rationes sesqualteras, duplã sesquiquartã efficere rationẽ: duas uerò sesquitertias, cõponere superseptipartientem nonas. 4

Correlarium.

Sesqualtera.	G 3	2 H
Sesquitertia.	K. 4	3. L
Dupla.	M. 12	6. N

Exemplũ tertiũ, de rationũ suppartientium additione.

Proponãtur iterum, in maiorẽ singulorũ euidentiam, duæ superpartientes inuicẽ addẽdæ rationes: scilicet O ad P superbipartiẽs tertias, & Q ad R supertripartiẽs quartas. Duco itaq; primũ, O in Q, & fit S primus terminus: deinde P in R, efficit T secũdus terminus cõpositæ rationis S ad T, quæ est dupla superundecupartiens duodecimas. si enĩ duxeris $1\frac{2}{3}$ denominatorẽ superbipartiẽtis tertias, in $1\frac{3}{4}$ à quibus supertripartiens quartas denominatur: prouenient 2 & $\frac{11}{12}$, quæ productæ rationis denominationem ostendunt. Sequitur ergo, duas superbipartientes tertias, duplã superseptipartientẽ nonas componere rationem. duas uerò supertripartientes quartas, reddere triplã sesquisedecimam. Item ex sesqualtera cum superbipartiente tertias, duplam sesqualteram confici rationem. Atq; ex sesquitertia, & supertripartiente quartas, cõsurgere duplam sesquitertiã. de cæteris idẽ iudicato. 5

Correlarium.

Superbipartiẽs tertias.	O. 5	3. P
Supertripartiẽs quartas	Q. 7	4 R
Dupla superundecupartiẽs duodecimas	S. 35	12 T

Probabis etiam, quoties duæ rationes minoris æqualitatis, aut una maioris & altera minoris æqualitatis inuicem componuntur: semper generari rationẽ utraq; minorem. uelut ex præassumptis exemplis elicere haud difficilè potes: uertendo primos cuiuslibet rationis terminos in secundos, & è contra, tam simul addendarũ rationum, quàm etiam earum quæ ex eisdem productæ seu compositæ sunt.

De mutua rationũ subtractione.

CVM AVTEM RATIONEM A RATIONE SVBTRAHERE FVErit operæpciũ (rationẽ intelligas uelim, non omnem indifferẽter à qualibet: sed minorẽ tantũ à maiori) ut differẽtiæ ratio, qua maior ipsam minorẽ uidetur excedere ratione innotescat: in hunc facito modum. Collocato minorem & subtrahẽdam rationem, sub ipsa maiore, à qua uidelicet subtractio facienda est. ducito postmodũ primum superioris rationis terminum, in secundũ terminũ inferioris & subtrahendæ rationis: & productum futuræ, seu relictæ, aut generatæ rationis facito primũ terminũ. ducito cõsequenter secundũ eiusdẽ superioris rationis terminũ, in primũ ipsius inferioris: productumq; statuatur secundus terminus eiusdem relictæ seu generatæ rationis. Hæc autem ex huiuscemodi subtractione generata ratio, ab eo semper uenit denominanda numero, qui ex diuisione denominatoris ipsius maioris rationis, per denominatorem minoris & subtrahendæ rationis generatur. 6

Regula generalis

[illegible]

Demus exemplũ in multiplicibus: sitq; A ad B ratio tripla, à qua duplã rationẽ, quæ est C ad D, iubeamur auferre. Ordinatis itaque, ueluti nunc diximus terminis, duco A in D: & fit E, primus ipsius relictæ rationis terminus. Duco rursum B in C: & consurgit F, secundus eiusdem rationis terminus. Tandẽ quoniã triplæ denominator est ternarius & ipsius duplæ binarius: si 3 diuidantur per 2, pueniẽt $1\frac{1}{2}$, id est, unũ et dimidiũ, quæ sesqualteræ rationis denominatorẽ ostẽdũt. Cõcludẽdũ igitur, duplã rationẽ à tripla subductã, relinquere sesqualterã: aut si uelis, triplam rationem ipsam 7

Tripla.	A. 9	╳	3 B
Dupla.	C 4		2 D.
Sesqualtera.	E 18	—	12 F

duplam

8 duplã ſeſqualtera ſuperare.nõ aliter iudicãdũ de cæteris. Offerãtur rurſum in exemplũ duæ rationes ſuperparticulares:utpote,G ad H ſeſqualtera,& K ad L ſeſquitertia,ab eadẽ ſeſqualtera ratione tollenda. Repoſitis igiť ſuo ordine terminis,ducať in primis G in L:et fiat M. Rurſum H per K multiplicet:ſitq́ꝫ ꝓductũ N. Aio itaqꝫ,rationẽ G ad H,rationẽ ipſius K ad L,hoc eſt,ſeſqualterã ipſam ſeſquitertiã,ea quæ eſt M ad N ratione ſuperare:quam ſeſquioctauã eſſe,relinquitur manifeſtũ. Quoniam ſi $1\frac{1}{2}$ ſeſqualteræ denominator,per $1\frac{1}{3}$ denominatorẽ ſeſquitertiæ diuidať,per doctrinã ſeptimi capitis antecedẽtis ſecundi libri:ꝓuenient $1\frac{1}{8}$, à quibus ſeſquioctaua ratio denominať.quod etiã obiecti cũ literis uidẽtur indicare numeri. De cæteris idem.

Exemplũ ſecũdũ de ſuperparticularib⁹.

Seſqualtera.	G.3	╳	2 H
Seſquitertia.	K.4		3 L
Seſquioctaua.	M 9	—	8.N

9 At ſi ſuperpartientẽ,à ſuperpartiente uelis auferre rationẽ:non aliter operaberis. Exempli cauſa,eſto O ad P ratio,ſupertripartiens quartas:à qua ratio Q ad R ſuperbipartiens tertias ſubducenda ſit. Duc itaqꝫ O in R: & producatur S.deinde P in Q:& fiat T. Qualẽ igitur rationem habebit S ad T, eadẽ ratione ſupertripartiens quartas,hoc eſt,O ad P,ſuperat ſuperbipartientem tertias,quæ eſt ipſius Q ad R:ea autẽ erit ſeſquiuigeſima. Nã ſi $1\frac{3}{4}$ ſupertripartientis quartas denominator, diuidatur, per $1\frac{2}{3}$ denominatorem ipſius ſuperbipartientis tertias:fient pro quotiente $1\frac{1}{20}$, à quibus relicta,ſeu generata ratio uenit denominanda. De quibuſcunq́ꝫ ſimilibus idem habeto iudicium:ſiue ſimplices inter ſeſe rationes,aut ſuperparticulares, atqꝫ ſuperpartientes itidem inter ſeſe, uel ſuperparticulares aut ſuperpartientes à ſimplicibus, ſiue ſuperparticulares à ſuperpartientibus auferendæ proponantur.

Exemplum tertiũ, in ſuppartientibus.

Suptriptiẽs quartas	O.7	╳	4 P
Supbiptiẽs tertias.	Q 5		3 R
Seſquiuigeſima	S 21	—	20.T

10 Hinc ſequitur,ſi multiplicẽ à ratione multiplici,uel ſuperparticularẽ à ſuperparticulari,aut ſuperpartientem à ſuperpartiente, eiuſdem tamen denominationis ſubduxeris:prouenire,ſeu generari rationem æqualitatis. Vtpote,ſi duplam à dupla, ſeſqualteram à ſeſqualtera,ſuperbipartientem tertias,à ſuperbipartiẽte tertias, aut eiuſcemodi rationem auferre iubearis.quemadmodum ſubiectæ, in maiorem omnium elucidationem,uidentur indicare deſcriptiones.

Corolarium.

Dupla.	8.	╳	4.	*Seſqualtera.*	9.	╳	6.	*Superbipartiens tertias.*	10.	╳	6.
Dupla,	4.		2.	*Seſqualtera.*	6,		4.	*Superbipartiens tertias.*	5.		3.
Aequalitatis	16.	—	16.	*Aequalitatis.*	36.	—	36.	*Aequalitatis.*	30.	—	30.

Sequitur etiam, duplã a quadrupla ratione ſubductã, relinquere duplã: Si uerò ſeſqualtera, ab ipſa dupla ſubducatur,generabitur ſeſquitertia. Itẽ ſuperbipartiẽtẽ tertias,à tripla ratione ſublatã,ꝓducere ſuperquadripartientẽ quintas:quẽadmodũ ſeſquitertia,à ſupertripartiente quartas ablata, relinquit ſuperquĩtupartiẽtẽ ſedecimas.et ita de reliquis quibuſcunq́ꝫ rationũ combinationibus,inuicem auferendis.

11 QVOD SI minorem & ſubtrahendã ſupraſcripſeris rationẽ, inuerſo ſcilicet ordine,obſeruaueriſq́ꝫ p̃miſſam numerorũ alternatim factã multiplicationẽ:cõuerſa etiam rationis cõparatio produceť,utpote,minoris inæqualitatis.ut quẽadmodũ minor & ſupraſcripta ratio,præcedit ipſam maiorem:ita primus, qui producetur numerus,minor erit ſecundo. Mõſtrabitur ergo ſolũ,differentiæ ratio, qua minor exceditur à maiore:quoniã maiorem à minori ſubtrahere rationẽ, eſt impoſſibile.

Notandum.

Id autem facilè licebit experiri,ſi trium præcedentiũ exemplorũ,ſeptimo,octauo, & nono numeris deſcriptorꝫ terminos inuerſo notaueris ordine, maiorẽ ſubſcribẽdo rationẽ.ex primo enĩ ꝓduceť ſubſeſqualtera, ex ſcđo ſubſeſquioctaua,ex tertio uerò ſubſeſquiuigeſima:ueluti ſubſcriptæ eorũdẽ exẽplorꝫ indicãt formulæ.

Dupla.	C.4	╳	2.D	*Seſquitertia.*	K.4	╳	3.L	*Superbipartiens tertias.*	Q 5	╳	3.R
Tripla.	A.9		3 B	*Seſqualtera.*	G.3		2.H	*Supertripartiens quartas.*	O 7		4.P
Subſeſqualtera.	F.12	—	18.E	*Subſeſquioctaua.*	N.8	—	9.M	*Subſeſquiuigeſima.*	T.20	—	21.S

De aurea quatuor proportionalium numerorum regula. *Caput. III.*

19. noni Euclidis.

DEMONSTRATVR DECIMANONA PROPOSITIONE noni elementorũ Euclidis, qualiter tribus datis numeris, quartus inuestigetur ꝓportionalis. Hinc orta est aurea illa, et nunquã satis laudata, quatuor proportionalium regula, de tribus aut trium numerorũ uulgariter adpellata: quæ quantæ cõmoditatis existat, ĳs iudicandũ relinquimus, qui aut uulgares, aut mathematicas supputationes, uel utrasq; tractare consueuerunt. Vix enim difficultas, inter ꝓportionales inuenitur numeros, quæ huiusce regulæ nõ absoluat beneficio. **1**

Fons regulæ quatuor proportionaliũ

Quatuor igitur numeris inuicẽ ꝓportionalibus datis, ut quã rationẽ primus habet ad secundũ, eã obseruet tertius numerus ad ipsum quartum: Si quispiã eorundẽ numerorũ fuerit ignotus, ipsum (reliquorũ adminiculo) inuenire facilè est, in hũc qui sequit̃ modũ. Sint dati numeri A, B, C, D, sicut quidẽ A ad B, sic esto C ad ipsum D: sitq; primũ alter extremorũ ignotus, utpote D ultimus, & in ordine quartus. **2**

Regula generalis, cũ exemplo quando quart⁹ ignoratur numerus.

Si hunc agnoscere uelis, duc unũ intermediorũ numerorũ in reliquũ, utpote, B in C, uel ècõtra, et ꝓductũ diuide ꝑ primũ, hoc est, per A, extremorũ reliquũ: & ipsum quartũ proportionalẽ obtinebis.

8 . 12 . 10 . 15 .
A — B . C — D .

Debent autem ipsi numeri ita proponi, uel exprimi: ut primus et tertius re atq; nomine cõueniant, secũdus pariter cũ acquisito quarto. Vt si A, uerbi gratia fuerit 8, B 12, C uerò 10: in hunc modũ quæstio formãda est. Si 8 dent, seu ualeant, aut producãt 12, quot eiuscemodi dabũt, producẽt, aut ualebũt 10, eisdẽ 8 similes? Duc igitur 12 in 10, uel ècõtra, producentur 120: quæ si diuiseris per 8, fient pro quotiente 15, cum ipsis 12 re & nomine conuenientia. ad quem numerum 15, talem geometricã rationem 10 habere uidentur, qualẽ 8 seruãt ad 12: utrobiq; enim subsesquialtera. Ergo si 8 ulnæ dati panni, ualeant 12 francos: 10 ulnæ eiusdẽ panni ualebũt frãcos 15. Aut si in 8 horis, data rota duodecies circunducatur: in 10 horis, eadem rota 15 circuitiones absoluet. non aliter, de cæteris quibuscunq; similibus, similiterq; propositis, numeris iudicandum est.

Quid si primus ignoretur numerus.

Sed esto reliquus extremorũ numerorũ ignotus, uidelicet A, primus in ordine: sitq; propositũ eundẽ primũ inuestigare numerũ. Quoniam numeri inuicẽ proportionales, conuersim quoq; proportionales existũt: sicut igitur D ad C, ita B ad A. Disponantur itaq; numeri, ordine cõuerso: uelut obiecta descriptio monstrat. **3**

15 . 10 . 12 . 8 .
D — C . B — A .

Dein obseruetur operandi modus, qui per regulam generalem nuper expressus est, ducendo B in C, uel ècõtra, & productum diuidẽdo per ipsum D: fiet enim A numerus, qui desyderabatur. Supposita nanq; præfata numerorum cum literis respondentia, si 12 per 10 multiplicentur, consurgent (uelut prius) 120: quæ diuisa per 15, dant pro quotiente 8. ad quem octonarium numerum, 12 eam rationem obseruant, quam 15 ad 10: nam ubique sesqualtera. Idem ergo fit, ac si numerus secundus per tertium multiplicaretur, & productus diuideretur per ipsum ultimum, siue quartum. sed conuertenda est in hunc modum ratio terminorum, & ita proponenda quæstio: ut ignotus numerus, in quartum semper incidat locum, & operandi uia, à præmissa generali non discedat regula.

De secundo numero ignoto.

Quod si alter intermediorum ignoretur numerorum, utpote, secundus B litera insignitus, anteponenda est secunda ratio ipsi primæ, hoc est, duo posteriores numeri, ante primum læuorsum collocandi sunt: ut idem secundus ignotus, quartum possit obtinere locũ, uelut hic annotauimus. **4**

10 . 15 . 8 . 12 .
C — D . A — B .

Si enim A ad B, ueluti C ad D (quemadmodum supponit regula) igitur sicut C ad D, ita A ad ipsum B. Quibus ita præparatis, multiplica D per A, hoc est, 15 per 8, uel è diuerso: fient rursum 120. quæ diuide per C, hoc est, 10: & habebis 12,

in locum

in locū ipsius B reponenda. S autem ad 12, eam rursum habent rationem, quā 10 ad

5 15: uidelicet subsesqualteram. Si tandē numerus tertius desyderetur: erit & terminorū, & rationum cōuersio facienda, prius quàm per generalē opereris regulā, quemadmodum præcedentibus tertio & quarto numeris iussimus obseruari, & obiecta uidetur indicare formula. Et repetitis in maiorem singulorum euidentiam, qui prius accepti sunt numeris, multiplicetur D per A, & productum per B diuidatur: et proueniet C. Si enim duxeris 15 in 8, & prouenientem inde numerum (qui rursum erit 120) diuiseris per 12: prouenient 10. Idem ergo facis, alterutro mediorum numerorum ignoto, ac si unū extremorū duceres in reliquum: & productum diuideres per cognitum numerum intermedium. At quemuis acciderit ignorari, siue desyderari numerum: sic semper conuertendi, atque proponēdi sunt ipsi cogniti numeri, ut is qui desyderatur, in ultimum seu quartum possit incidere locum, & per uniuersalem regulam obtineri, quemadmodum supra notauimus. Ex præfato quatuor exemplorum discursu facilè patet, quàm indissolubilis sit inter ipsos quatuor proportionales numeros fraternitas: cum illorum quouis indifferenter ignoto, is trium cognitorum adminiculo generetur, sitq; non solum primus ad secundum, uelut tertius ad quartum, sed etiam primi ad tertium eadem ratio, quæ secundi ad ipsum quartum reperiatur.

12.	8.	15.	10.
B	A	D	C

Quando tertius ignoratur nume.

Corolarium

6 NOTANDVM est tamen, ubi facta (ueluti iussimus) diuisione, aliquod superfuerit residuū ipso diuisore minus: illud in subtiliorem reducendum esse numerū, & prouenientē inde numerū rursum per ipsum primū fore diuidendū, idq; toties continuandū, quousq; nihil ex diuisione relinquat. Exempli causa, si 4 libræ saccari emātur 15. duodenis, uelis autē scire quāti emētur 7 libræ eiusdē saccari: duc 15 in 7, fiēt 105, quæ diuide per 4, & habebis pro quotiente 26 duodenos, unitate ex diuidēdo remanēte numero. Et quoniā unus duodenus 12 denarios ualere phibet, relictā unitatē in 12 conuerte denarios: quos rursum diuide per 4, & prouenīet 3. Cōcludas igitur, optatū numerū quartū cōtinere 26 duodenos, & tres denarios.

Documentum quando superest aliquid ex diuisione.

Exemplum.

Ex quo rursum colligitur, ipsum numerū primò diuidēdū, ex ductu secūdi numeri in tertiū, uel ècōtra generatū, in subtiliorē fore resoluēdū numerū, quoties fuerit ipso diuisore, hoc est, primo numero minor, ut p ipsū primū diuidi facilè possit.

Corolariū notādū

7 Adde q̄ si quispiam trium cognitorū numerorū, uel ipsorum quilibet, fuerit ex integris & fractionibus compositus: facienda est cuiuslibet talium numerorum reductio, ad unicum fractionis genus prius, q̄ incipias operari per regulam. ea tamē obseruatione, ut primus & tertius, eandem sortiantur denominationem. Vtpote, si data rota in 4 diebus, & 4 horis, perficiat 5 reuolutiones, uelis autem agnoscere, quoties eadem rota in 10 diebus integris circunducatur: Resolue prius 4 dies in horas, per caput sextum primi libri, fient horæ 96 (dies enim 24 horas compræhendit) quibus adde 4 horas, consurgent horæ 100, pro primo numero. Et quoniā oportet numerum tertium, cum ipso primo, re, atq; nomine conuenire: conuertito pariter 10 dies in horas, erūtq; 240. Duc itaq; 240, per 5, fient 1200: quæ diuide per 100, et habebis p quotiēte 12, optatū reuolutionū numerum, & in ordine quartum.

Documētū pro numeris ex integris et fractionibus compositis.

Exemplum.

8 HVIC REGVLAE FINEM IMPONEREMVS, NISI CALCVlus astronomicus eandē regulā passim uideret exoptare, potissimū in partiū pportionaliū inuētione: quā p uulgatā illā, et p̄missā antecedēti proximo lib. proportionalē tabulā expeditius multò, imò citius ferè dicto inuenire seu uenari docebimus.

Vsus regulæ quatuor pportionalium p tabulā proportionalem.

Cōtingit itaq;, tabulas astronomicas lateraliter, uel areatim ingredi (quēadmodū septimo numero, quarti capitis, libri tertij annotauimus) et neutro plærūq; cōgressu ppositi integrè reperiunt numeri: unde pportionādæ sunt numerorū differētiæ.

Inuētio partis pro[illegible] per lateralē [illegible] tabularum.

Areales quidem,ſi lateraliter ingrediaris: tunc enim quærenda eſt pars proportio nalis differentiæ ipſorum arealium numerorum ,inter quos deſyderatus proximè compræhenditur numerus,ſecundum rationem minutorum lateralibus gradibus adiacentium,ad 60 minuta uni gradui debita. Sint in exemplum 24 ſecunda,quorum proportionatam uelis habere partem,in ea ratione,qua ſe habẽt 55 minuta ad 60.Inuenias itaque primum 24 ſecunda, ad uerticem ſecundæ paginæ ipſius tabulæ proportionalis,ipſa uerò 55 minuta in læuo & extremali latere: offendes enĩ in angulo communi 22.0,id eſt,22 ſecunda tantummodo(nam minuta ducta in ſecũda,faciunt tertia: cuiuſmodi denominationem dexter in area repertus obtinet numerus,& ſiniſter proximò groſſiorem) igitur 22 ſecunda quartũ efficiẽt numerꝝ: ad quẽ 24 ſecũda eam rationẽ habẽt,quã 60 minuta,ad minuta 55.de cæteris idẽ.

10 Si autem libuerit,ad maiorem omnium expreſſionem, inueſtigare partem proportionalẽ 20 ſecundorũ & 30 tertiorũ, in ea ratione qua ſe habent 35 minuta ad 60:accipe 20 ſecunda,ad uerticẽ paginæ ſecundæ pmemoratæ tabulæ proportionalis,& in laterali & ſiniſtro numerorum ordine 35 minuta, & offendes ad cõmunẽ utriuſq; angulũ 11 ſecũda,& 40 tertia.Sumito rurſum in eodẽ capite ipſius ſecũdæ paginæ 30 tertia,et ad eundẽ ſiniſtrum & extremalẽ numerorꝝ ordinẽ præfata 35 minuta:cõperies enim in angulo cõmuni 17 tertia,et 30 quarta.hæc ſi more ſolito prius inuẽtis 11 ſecũdis, & 40 tertijs adiunxeris:cõſurgẽt 11 ſecũda, 57 tertia,& 30 quarta. ad q̃,pportionatã rationẽ habẽt 20 ſecũda,et 30 tertia:ut minuta 60,ad pfata 35 minuta.

Secunda.	Tertia.	Quarta
11	40	
	17	30.
11 .	57 .	30 .

11 At ſi forſitan cum eiſdem 35 minutis, adhæreant ſecunda ,utpote 40 ; intrabis primum lateraliter ipſam tabulam proportionalem,cũ 20 ſecundis,& 35 minutis. poſtmodum cum eiſdem 35 minutis,& 30 tertijs,uti nuper obſeruaſti:& colligentur præfata 11 ſecunda,57 tertia,& 30 quarta. Quibus abſolutis, intrabis rurſum lateraliter cũ 20 ſecundis,ad caput ipſius paginæ ſecundæ occurrentibus, & præfatis 40 ſecundis,in ſiniſtro & deſcendenti lateraliũ ſeſe offerentibus ordine: nã in areali cõcurſu reperies 13 tertia,& 20 quarta(dexter enim numerus , ut ſemel repetitũ ſit,illius ſemper eſt denominationis,quã lateraliũ cõiuncti denominatores efficiũt) Intra poſtmodũ lateraliter cũ 30 tertijs,in ipſius paginæ ſecũdæ frõtiſpicio repertis,& eiſdẽ 40 ſecũdis,in eodem ſiniſtro latere cõcurrentibus:et ad cõmunem utriuſq; concurſum offendes 20.0,id eſt,20 tantũmodo quarta.Hæc autem omnia,ſi unà cum prius inuentis 11 ſecundis,57 tertijs,& 30 quartis,in unam collegeris ſummã:reſultabunt 12 ſecũda,11 tertia,& 10 quarta, optatus proportionalis numerus. Ad quem ita collectum numerum,20 ſecunda,& 30 tertia,eandem habent rationem:quam 60 minuta,ad 35 minuta,& 40 ſecunda.

Secunda.	Tertia.	Quarta.
11	57	30
	13	20
		20—0
12 .	11 .	10

12 CVM AVTEM AREATIM aliquam intraueris tabulam , & præciſos nõ offenderis numeros:tunc accipienda eſt pars proportionalis de 60 minutis, uni gradui lateralium numerornm reſpondentibus,in ea quippe ratione , qua ſe habet differentia ipſius oblati,& proximè minoris numeri arealis, ad differentiam duorum arealium numerorum,datum proximè includentium numerum , hoc eſt , ad differentiam proximè maioris, atque proximè minoris numeri. Vocamus autem differentiam,reſiduum numerum, qui ſubtracto minori à proximè maiori numero relinquitur:ſiue is fuerit graduum,aut minutorum tantummodo,uel minutorꝝ & ſecundorum,ex ſolisùe ſecundis,aut tertijs,uel aliter integratus.

Quid numerorum differentia.

Dentur in exemplum præfata 60 minuta,quorum proportionatam iubearis inuenire partem:in ea quidem ratione,quam habent 12 minuta , ad minuta 45 .

Igitur

Igitur 45 primus erit numerus, 12 ſecundus, tertius autem 60. Accipias itaque primum 45 ad uerticem tertiæ paginæ ipſius tabulæ proportionalis: ſub quibus in eadem columna inueſtigato 12, areatim intrando. Quibus ad læuum ipſius columnæ ordinem, hoc modo ſeſe offerentibus 12,0: occurrēt tibi ad latus ſiniſtrum eiuſdem paginæ (modo recta perambulaueris linea) 16, quæ minuta dicētur, eandem habentia rationem ad 60, quam 12 ad 45 minuta. Idem igitur habes (ſed leniori multò, ac expeditiori calculo) ac ſi multiplicares 60 minuta per 12, & productum, utpote, 720 ſecunda, diuideres per minuta 45, ſemper enim reſtituentur pro quotiente 16 minuta.

14 Eſto rurſum propoſitū inuenire partē proportionalem de 60 minutis, in ea ratione qua ſe habent 15 minuta, & 24 ſecunda, ad minuta 28. Inuentis ergo 28, ad caput ſecūdæ paginæ ipſius tabulæ proportionalis: ſub ipſis 28 rectiſſimè deſcendendo offendes tandem 15.24 præciſé. à quibus, ad ſiniſtrum et extremū numerorū ordinē, ſi recto pueneris tramite: occurrēt tibi 33 minuta, ad quæ 60 eandem rationē obſeruāt, quam 28 minuta ad minuta 15, & ſecūda 24.

Aliud exemplū altero numerorū mixto, ſed reperibili exiſtente.

15 Sint itē, maioris euidentiæ cauſa, binæ numerorū differentiæ, utpote, maior 35 minutorū, minor uerò minutorū 18, & ſecūdorū 54: placeat autē inueſtigare ſimilem partē de 60 minutis, prout ſe habēt 18 minuta, & 54 ſecunda, ad ipſa 35 minuta. Occurrētibus itaq; 35 minutis in frōtiſpitio tertiæ paginæ ſæpius expſſæ tabulæ proportionalis, ſub eiſdē recta diſcedēdo linea, nō potes adæquatè reperire 18. 54: accipies igitur numerū proximò minorē, utpote, 18, 40, è quorū læua & extrema regione, uidebis 32 minuta. Quibus obſeruatis, aufer 18 minuta, & 40 ſecunda, à pfatis 18 minutis & 54 ſecundis: & relicta differētia, erit 14 ſecundorū. His 14 ſecūdis rurſum ſub præfatis 35 minutis pciſè repertis: offendes læuorſum, in deſcendēte lateraliū numerorū ordine 24, quæ ſecūda ueniunt adpellanda. quibus ſi 32 minuta ſolito more cōiunxeris: reſultabunt 32 minuta, & 24 ſecuda, pro deſyderato proportionali numero. Sunt igit ipſa 32 minuta, & 24 ſecunda, tota pars de minutis 60: quota pars ſunt 18 minuta, et 54 ſecūda, de 35 minutis.

Exemplū quando altera differentiarū uaria eſt, neque ſunt præciſe reperibiles numeri.

16 Operæpreciū tandē ſit, pportionatā aſſumere partē de 60 minutis: iuxta rationē, quam habent 15 minuta, & 30 ſecūda, ad minuta 20, & ſecūda 40. Tametſi 20, & 40, in trāſuerſo capitaliū numerorꝫ ordine reperiātur: nō tamē eodē intuitu, uel in eadē facie utrūq; cōſpicere facilè eſt (quod ad faciliorē requiritur opationē) idcirco pfatos numeros 20, & 40, in læuo & extremali deſcēdentium latere curabis inuentos, congruentis ad hoc paginæ: à quibus dextram uerſus recta procedas uia, donec in eadem colūna occurrant tibi numeri, qui iuncto dextro ſupræmi cum ſiniſtro infimi, componant 15,30, id eſt, 15 minuta, & 30 ſecunda. In tertia itaque pagina præmemoratæ tabulæ proportionalis, è dextra regione ipſorum 20, offendes inter areales numeros 15,0: è recta autem regione ipſorum 40, ſub eiſdem 15,0, ſeſe offerēt 30,0: qui quidem numeri, nuper expreſſo modo coniuncti, faciunt minuta 15, & 30 ſecunda. Vnde ſi ad uerticem eiuſdem columnæ, in qua præfatos numeros 15.0, & 30,0 reperiſti, oculos direxeris: uidebis 45 minuta, eum quem obtabas numerum, eiuſdem quippe rationis ad 60 minuta comparatus, cuiuſmodi ſunt 15 minuta, & 30 ſecunda, reſpectu 20 minutorum, & 40 ſecundorum. Idem facito de cæteris.

Exemplum cū utraque numerorū differētia mixta eſt.

17 Ex his facilè colligitur, tabulam proportionalem intrādam eſſe lateraliter: quoties ipſæ tabulæ, quibus eadem proportionalis tabula, ad reperiendā partē proportionalem ſuffragatur, laterali practicātur ingreſſu. Qꝫ ſi præfatæ tabulæ areatim ingrediantur: & ipſa quoq; proportionalis tabula, areatim intranda eſt. Addé ꝙ per lateralem ingreſſum in ipſam tabulam proportionalem, multiplicantur ſolūmodo numeri, abſque producti diuiſione, per arealem uerò introitum diuiduntur,

Corolaria notatu digna.

nulla præcedēte multiplicatione. Adeò ut productus ex ductu tertij in secundum numerus, non sit rursum per 60 diuidendus: neq; secundus per tertium, uel ècōtra multiplicandus prius, quàm productum diuidatur per 60. Horum uidetur esse ratio, quoniam dum lateraliter ingreditur, 60 primus est numerus, & ideò diuisor, per conditionem ipsius regulæ: dum autem areatim intratur, ipse numerus 60 est in ordine tertius. Suppletur itaque diuisio, in ingressu laterali, & in areali multiplicatio: per solam numerorum transpositionem. Quoniam multiplicare per 60 (intelligo semper de fractionibus astronomicis) est oblatos numeros, in proximæ denominationis genus læuorsum transmutare: utpote, minuta in gradus, secunda in minuta, tertia consequēter in secunda, & cæt. Diuidere autem per 60, est ipsos numeros, ad proximè subtiliorem denominationē sigillatim traducere: uidelicet gradus in minuta, minuta in secunda, & secunda in tertia, & cæt. Solum igitur consyderandæ sunt, uel lateralium, uel arealium numerorum denominationes: quemadmodum quarto, & quinto capitibus libri tertij, sufficienter admonuimus. Nec mireris oportet, si primus aut secundus numerus, sit plærunq; minutorum, tertius autem, uel inuentus quartus secundorum, alteriúsue generis: quoniam minuta nihil aliud sunt, quàm secunda per sexagenarium collecta numerum, ipsa uerò secunda minuta uidentur esse disgregata. De cæteris respondenter iudicandum est. Est igitur uirtualis denominationis obseruata respondentia. Reducendi tamen essent numeri (ueluti supra docuimus) ad unicam denominationem, utpote, primus cum tertio, uel secūdus cū acquisito quarto: si per uulgatū usum regulæ quatuor ꝓportionalium, nō autē per ipsam tabulā ꝓportionalē, in talibus contingeret operari.

Multiplicare.

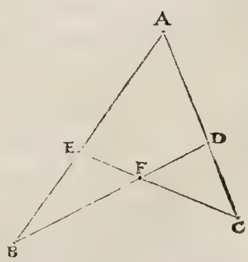
Quid sit per 60.

Diuidere.

De regula sex quantitatum inuicem proportionalium, eiusq; differentijs & usu multiplici. Caput. IIII.

NULLA INTER RATIONALES QUANTITATES PRAEstantior inuenitur regula, præcipuè quæ ad cælestium motuum inuestigationem tãtæ uideatur esse commoditatis: cuiusmodi est ea, quam sex proportionalium quantitatum adpellare solemus, ab ipso Ptolemæo primum excogitata. Demonstrauit itaque Ptholemæus (ut rem paucis attingamus) capite duodecimo libri primi suæ magnæ constructionis (quam uocant almagestum) si duæ lineæ rectæ, cuiusmodi sunt A B, & A C, ex eodem puncto A demittantur, datum compræhendentes angulum qui B A C, & à reliquis earundem linearum terminis, utpote, B & C, duæ aliæ rectæ lineæ B D, & C E, in easdem lineas alternatim reflectantur, in eodem sese intersecantes pūcto, scilicet F: quòd ratio B A, ad A E, componitur ex duabus rationibus, utpote, ratione B D, ad D F, & ratione F C, ad C E. Itē quòd ratio B E, ad E A, ex duabus itidem rationibus integratur: ex ratione quidem B F, ad F D, & ratione D C ad C A. Quemadmodum nona, atque decima propositione primi libri Epithomatis Ioannis Regiomontani, in præfatam ipsius Ptholemæi constructionem, geometrico discursu facilè deducitur. Hinc orta est illa sex ꝓportionaliū quãtitatū regula. Ex p̄fata nãq; Ptolemæi demōstratione relinquit̄ euidēs, dabiles esse sex q̄titates inuicē ita ꝓportionatas: ut ratio primæ ad secūdã, cōposita sit ex rationibus tertiæ ad quartã, & quintæ ad sextã. Porrò ex hac præostensa rationis cōpositione, 17 utiles generantur

Ptholemæi demonstratio.



Io. Regiomontanus.

Regula sex quantitatum.

nerātur rationū cōpoſitiones:quæ unà cū ipſa radice,ſunt numero 18. Ptholemæus autem duabus tantūmodo,et præallegato loco demonſtratis rationum compoſitionibus,contentus fuit:utpote,quæ ſuo negocio uidebantur facere ſatis. Volumus itaq;,cæteras rationum cōbinationes,modoſúe poſſibiles,inter quaſcunq; ſex quātitates,eo quo nūc diximus modo proportionatas accidētes,ſigillatim aperire: quo ipſa clarius eluceſcat regula,& in eorum gratiam,quibus uſus eiuſdem regulæ ſex proportionalium qnantitatum,continget eſſe neceſſarius.

Primus & ſecūdus modus de rationum compoſitione inter ſex proportionales quantitates.

2 DATIS IGITVR SEX QVANTITATIBVS (VT AB IPSO PRImo,& radicali modo ſumamus exordium) quarum ratio primæ ad ſecundam,cōpoſita ſit ex rationibus tertiæ ad quartam,& quintæ ad ſextam: Ex eo primū infertur ſecundus modus,utpote,quòd eadem ratio primæ quantitatis ad ſecūdam, ex ratione tertiæ ad ſextam,atq; ratione quintæ ad quartam itidem generatur. Suſcipiantur enim,ad maiorem ſingulorum euidentiam,ſex numeri ita ſe habentes inuicem,ueluti prima & radicalis nuper allegatæ rationis cōpoſitio præſupponit: ſintq; huiuſmodi.

Sex numeri proportionales.

Primus,	Secundus	Tertius,	Quartus,	Quintus,	Sextus.
1,	2,	3,	4,	6,	9.

Primus igitur ad ſecundum numerum, hoc eſt,1 ad 2, ſubduplam obtinet rationē. tertius autē ad quartū, utpote, 3 ad 4, ſubſequitertiam:& quintus ad ſextum, 6 uidelicet ad 9, ſubſeſqualteram. Atqui ex ratione ſubſeſquitertia,unà cum ſubſeſqualtera,ſubdupla ratio conſurgit:quemadmodum ex ſecūdo capite huius libri,& obiecta numerorum deſcriptione facilè manifeſtatur. Tertius rurſnm ad ſextum, hoc eſt, 3 ad 9, ſubtriplam:quintus autem ad quartum, 6 uidelicet ad 4,ſeſqualteram uidetur habere rationē. Subtripla uerò,& ſeſqualtera, ſubduplam ſimiliter rationem conſtituunt: ueluti ſecunda numerorum formula monſtrat. Vtrobiq; enim conſurgit numerus 18, ad 36 numerum comparatus.

Probatio ſecundi modi.

Subſequitertia.	3 — 4
Subſeſqualtera.	6 — 9
Subdupla.	18 — 36

Subtripla.	3 — 9
Seſqualtera.	6 — 4
Subdupla.	18 — 36

Modus tertius.

3 TERTIO autem modo,ratio primæ quantitatis ad tertiā, ex ratione ſecūdæ ad quartā, & ratione quintæ ad ſextā cōponitur,Ex præmiſſis nāq; ſex numeris clarum eſt,primum ad tertium,hoc eſt, 1 ad 3, ſubtriplam obtinere rationem.ſecūdi autem ad quartum,ſubdupla: & quinti ad ſextū,ſubſeſqualtera ratio comperitur. Quòd ſi per doctrinam antecedentis ſecundi capitis, ſubduplam & ſubſeſqualteram in unā,cōpoſueris rationē, conſurget ſubtripla:quemadmodum propria numerorum uidetur indicare deſcriptio.

Subdupla.	2 — 4
Subſeſqualtera.	6 — 9
Subtripla.	12 — 36

Modus quartus.

4 QVARTO, ratio eiuſdem primæ quantitatis ad ipſam tertiam, ex binis rurſum integratur rationibus:ipſius nempe ſecundæ ad ſextam, & ratione quintæ ad quartam.Secundus enim numerus ad ſextum, 2 uidelicet ad 9, ſubquadruplam ſeſqualteram:quintus autem ad quartum,id eſt, 6 ad 4, ſeſqualteram rationem obſeruat. quæ quidem duæ rationes, iterum ſubtriplam rationem conſtituunt:ut ex obiecta numerorum deſcriptiuncula patet.

Subquadrupla ſeſqualtera.	2 — 9
Seſqualtera.	6 — 4
Subtripla.	12 — 36

Modus quintus.

5 QVINTO uerò modo,ratio primæ quantitatis ad quintam,reſultat ex compoſitione rationis eiuſdem ſecundæ ad ſextam,& ipſius tertiæ ad quartam. Primus nanq; numerus,ſcilicet 1, ad quintum: utpote 6, rationem habet ſubſextuplam. Porrò inter 2 & 9, id eſt, ſecundum & ſextum numerum,ſubquadruplam ſeſqualterā: inter uerò tertium & quartum, hoc eſt, 3 ad 4, ſubſeſquitertiam

Subquadrupla ſeſqualtera.	2 — 9
Subſeſquitertia.	3 — 4
Subſextupla.	6 — 30

 tertiam

tertiam constat inueniri rationem. Ipsa uerò subsextupla, ex eadem subquadrupla sesqualtera, & subsesquitertia ratione cõflatur: quoniam 2 in 3 faciũt 6, ex ductu autem 9 in 4, cõsurgunt 36, subsextuplam ad 6 obtinentia rationem: uelut hæc indicat formula.

Subquadrupla sesqualtera	2 — 9
Subsesquitertia	3 — 4
Subsextupla	6 — 36

Modus sextus. 6

SEXTO, ratio eiusdem primæ quantitatis ad ipsam quintam, constituitur pariter ex ratione secundæ quantitatis ad quartam, & tertiæ ad ipsam sextam. Secundus etenim numerus ad quartum, subduplam: tertius autem ad sextum, subtriplã rationem obseruat. quæ quidem rationes simul iunctæ, præfatam rationẽ subsextuplam (quæ inter eundem primum & quintũ offenditur numerũ) rursum integrare uidẽtur: quemadmodum obiecta numerorum descriptio monstrat.

Subdupla.	2 — 4
Subtripla.	3 — 9
Subsextupla.	6 — 36

Modus septimus. 7

SEPTIMO, autem compositionis modo fit, ut ratio secundæ quãtitatis ad quartam, resultet ex binis rationibus, primæ quidem ad tertiam, & sextæ ad quintam. Constat enim inter præassumptos numeros, 2 ad 4 subduplam obtinere rationem. 1 autem ad 3, hoc est, primus ad tertium numerũ, subtriplã: & 9 ad 6, sextus uidelicet ad quintum, sesqualteram rationẽ habere uidetur. quæ quidem binæ rationes debito more coniunctæ, subduplam efficiunt: uelut calculus ipse manifestat.

Subtripla.	1 — 3
Sesqualtera.	9 — 6
Subdupla.	9 — 18

Modus octauus. 8

OCTAVO sequitur, rationem eiusdem secundæ quantitatis ad eandem quartã, generari ex ratione primæ ad quintam, atque ratione ipsius sextæ ad tertiam.

Clarum est 1 ad 6, id est, primum ad quintum numerum, subsextuplã habere rationem: 9 autem ad 3, utpote sextus ad tertium, triplam. Hæ porrò simul iunctæ rationes, cõponunt rursum subduplam: qualis inter secundum & quartum, 2 scilicet ad 4 reperitur.

Subsextupla.	1 — 6
Tripla.	9 — 3
Subdupla	9 — 18

Modus nonus. 9

NONO subsequitur modo, quòd ratio præmemoratæ secundæ quantitatis ad sextam, generatur ex rationibus primæ ad tertiam, & quartæ ad quintam. Nam ex præfatis numeris facilè colligitur, eundem secundum numerum ad sextum, hoc est, 2 ad 9, subquadruplam sesqualteram obseruare rationem. 1 autem ad 3, primus uidelicet ad tertium numerum, subtriplam: 4 rursum ad 6, id est, quartus ad ipsum quintum, subsesqualteram rationem obseruant. Atqui subtripla & subsesqualtera, eandem rationem subquadruplam sesqualteram euidentissimè componunt.

Subtripla	1 — 3
Subsesqualtera.	4 — 6
Subquadrupla sesqualtera	4 — 18

Modus decimus. 10

DECIMO relinquitur euidens, eandem secundam quantitatem ad sextam, rationem habere similiter compositam ex ratione primæ ad quintam, & quartæ ad ipsam tertiam. Primus enim datorum numerorum ad quintum, 1 uidelicet ad 6, subsextuplã: quartus autẽ ad tertium, sesquitertiam uidetur obtinere rationem. Quòd si subsextuplam unà cum sesquitertia ratione iunxeris, resultabit præfata ratio subquadrupla sesqualtera: quam 2 ad 9, hoc est, primum ad sextum diximus habere numerum.

Subsextupla.	1 — 6
Sesquitertia.	4 — 3
Subquadrupla sesqualtera	4 — 18

Modus undecimus. 11

VNDECIMO, ratio tertiæ quantitatis ad quartam, generatur ex ratione primæ ad secundam, & ratione sextæ ad ipsam quintam. Ex eisdem nanque numeris fit manifestum, tertium ad ipsum quartũ, 3 uidelicet ad 4, subsesquitertiã obseruare rationem. Primus autem ad secũdum, hoc est, 1 ad 2, subduplam: atque sextus ad quintum, utpote, 9 ad 6, sesqualteram rationem obtinet. Subdupla uerò & sesqualtera, eandem subsesquitertiam rarationem constituunt: uelut adiuncta te docebit formula.

Subdupla.	1 — 2
Sesqualtera.	9 — 6
Subsesquitertia.	9 — 12

Modus duodecimus. 12

DVODECIMO consequenter elicitur modo, eandem rationem ipsius tertiæ quantitatis ad quartam, ex ratione primæ ad quintam, et sextæ ad secundam itidẽ

integrari

integrari. Subſextupla nanque ratio, quæ inter primum & quintum numerum, hoc eſt, 1 ad 6, offenditur, unà cum ratioue quadrupla ſeſqualtera, quam habet ſextus numerus ad ſecundum, utpote, 9 ad 2, ſæpius expreſſo more coniunctæ: reſtituunt præfatam rationem ſubſeſquitertiam, inter ipſum tertium, & quartum accidentem numerum.

Subſextupla.	1 — 6
Quadrupla ſeſqualtera.	9 — 2
Subſeſquitertia.	9 — 12

13 DECIMOTERTIO manifeſtatur, quòd ratio eiuſdem tertiæ quantitatis ad ſextam, ex binis quoque rationibus colligitur: ex ratione quidē primæ ad ſecundā, & quartæ ad quintam. Id autem ex prius datis oſtenditur numeris. 3 enim ad 9, hoc eſt, tertius ad ſextum numerum, ſubtriplam rationem obſeruat. porrò inter primum & ſecundum, ſubdupla: quarti autem ad quintum numerum ſubſeſqualtera offenditur ratio. Itaque ſi ſubduplā, & ſubſeſqualterā ſimul adiunxeris, ſubtripla ratio cōſurget.

Modus tredecim⁹.

Subdupla.	1 — 2
Subſeſqualtera.	4 — 6
Subtripla.	4 — 12

14 DECIMOQVARTO conſequitur ordine, eandem rationem tertiæ quantitatis ad ſextam, ex ratione primæ ad quintam, atque ratione quartæ ad ſecundā rurſum generari. Primus enim numerus ad quintum, hoc eſt, 1 ad 6, ſubſextuplam: quartus uerò ad ſecundum, utpote, 4 ad 2, duplam uidetur habere rationem. Quæ quidem ſimul iunctæ rationes, ſubtriplam itidem conficiunt rationem: quæ inter ipſum tertium & quartum reperitur numerum. Hæc autem omnia ex præſenti numerorum indicantur ſupputatione.

Decimusquartus modus.

Subſextupla.	1 — 6
Dupla.	4 — 2
Subtripla.	4 — 12

15 DECIMOQVINTO, Ratio quartæ quantitatis ad ſuccedentem quintam, conſurgit ex ratione ſecundæ ad primam, & ratione tertiæ ad ſextam quantitatē. Ex datis enim ſex proportionalibus numeris clarum eſt, ipſum quartum ad quintum numerum, 4 uidelicet ad 6, ſubſeſqualteram habere rationem.
At ſecundus ad primum, 2 quidem ad 1, duplam: tertius autem ad ſextum, hoc eſt 3 ad 6, ſubtriplam rationem obſeruat. Quòd ſi duplam & ſubtriplam ſimul addideris, conflabitur ſubſeſqualtera: ut ex obiecta licet uidere formula.

Modus quindecim⁹.

Dupla.	2 — 1
Subtripla.	3 — 9
Subſeſqualtera.	6 — 9

16 DECIMOSEXTO ſubſequitur, quòd eadem ratio quartæ ad quintam, componitur itidem ex ratione ſecundæ quantitatis ad ſextam, & tertiæ ratione ad ipſam primam. Quod ita per eoſdem eluceſcit numeros, quoniam ſecundum ad ſextum numerum, hoc eſt, 2 ad 9, ſubquadruplam ſeſqualteram: tertium uero ad primum, 3 ſcilicet ad 1, triplam conſtat obtinere rationem. Subquadrupla autem ſeſqualtera, unà cum tripla, ſubſeſqualterā rationem integrare uidentur: qualis inter quartum & quintum, hoc eſt, 4 & 6, offenditur numerum.

Modus decimus ſextus.

Subquadrupla ſeſqualtera.	2 — 9
Tripla.	3 — 1
Subſeſqualtera.	6 — 9

17 DECIMO AVTEM SEPTIMO neceſſum eſt euenire modo, ut quinta ad ſextam quantitatem, rationem habeat compoſitam, ex rationibus primæ ad ſecundam, & quartæ ad ipſam tertiam. Quoniam 6 ad 9, quintus uidelicet ad ſextū numerum, ſubſeſqualteram habere rationem crebro diximus. Hæc autem conficitur ex dupla, quæ eſt inter primum & ſecundum: & ſeſquitertia, quam obſeruat quartus numerus ad tertium. Si nanque duxeris 1 in 4, fient 4: ex ductu uerò 2 in 3, peruenient 6. porrò 4 ad 6, ſubſeſqualtera ratione ligatur.

Modus decimus ſeptimus.

Subdupla.	1 — 2
Seſquitertia.	4 — 3
Subſeſqualtera.	4 — 6

18 VLTIMO, & in ordine decimo octauo licet inferrre modo, præfatam rationem quintæ ad ſextam quantitatem, ex ratione primæ ad tertiam, atque ratione quartæ ad ſecundam tandem integrari. Nam (ut eiſdem ſemper utamur numeris) 1 ad 3 ſubtriplam: 4 autē ad 2, duplam rationem habet. Ex ratione autem ſubtripla, unà cum

Modus decimus octauus

cum ipſa ratione dupla, eadem ſubſeſquáltera ratio generatur: quam inter 6 & 9, hoc eſt, quintum & ſextum prædicimus accidere numerum. Idē iudicato de quibuſcunq; ſex numeris inuicem ita proportionatis, ut primus & à Ptholemæo demonſtratus modus oſtēdit: necnon de cōtinuis etiam quibuſcunq; magnitudinibus, ſimilem inter ſeſe rationum obſeruantibus compoſitionem.

Subtripla.	1 — 3
Dupla.	4 — 2
Subſeſquáltera	4 — 6

PRAETER HOS 18 MODOS VTILES, QVIBVS INTER quaſcunque ſex inuicem proportionatas quantitates, ratio duarū primarum ex binis rationibus reliquarum quatuor generatur, alios offendere eſt impoſſibile. Cæteræ enim rationū combinationes inter præaſſumptos numeros reperibiles, utpote, ratio primi ad quartum, eiuſdemue primi ad ſextum, item ſecundi ad tertiū uel ad quintum, necnon ratio tertij ad quintum, & quarti ad ſextum (non ſunt autem plures numero) eandem legem ſeu regulæ conditionem minimè poſſunt obſeruare: ut à duabus quibuſcunque cæterorum quatuor numerorum rationibus componantur. Quemadmodum tu ipſe, per eorundem numerorum diſcurſum, auxilio præcedentis ſecundi capitis experiri facilè potes. 19

CONGRVVM itaq; duximus, in maiorem ſingulorum elucidationē, eoſdē 18 modos ſigillatim nuper expreſſos, per aſſumptos numeros proportionales, utpote 1, 2, 3, 4, 6, 9, in ſuccedentem perſtringere tabellā. In qua quidem tabella, ſingulos eo modo locauimus, & in ſuum ordinē repoſuimus numeros, prout ipſa regula, uel rationū uidetur optare compoſitio. 20

TABVLA 18 MODORVM poßibilium, quibus inter 6, proportionales numeros, ratio duorum primorum ex binis rationibus reliquorum quatuor integratur.

Modi combinationum utiles.	O[illegible] numerorum.						Modi inutiles.
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	Quartus	Quintus	[illegible]	
Primus modus	1	2	3	4	6	9	
Secundus.	1	2	3	9	6	4	
Tertius.	1	3	2	4	6	9	
[illegible]	1	3	2	9	6	4	
	1	4	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	Primus
Quintus.	1	6	2	9	3	[illegible]	
Sextus.	1	6	2	4	3	9	
	1	9	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	Secundus.
	2	[illegible]	0	0	0	[illegible]	Tertius
Septimus	2	4	1	3	9	6	
Octauus.	2	[illegible]	1	[illegible]	9	3	
	2	6	0	0	0	0	Quartus.
Nonus.	2	9	1	3	4	6	
Decimus.	2	9	1	6	4	3	
Vndecimus	3	4	1	2	9	6	
Duodecimus	3	4	1	6	9	2	
	3	6	0	0	0	0	
Decimuſtertius.	3	9	1	2	4	6	Quintus.
Decimuſquartus	3	9	1	6	4	2	
Decimuſquintus	4	6	2	1	3	9	
Decimuſſextus.	4	6	2	9	3	1	
	4	9	0	0	0	0	Sextus.
Decimuſſeptimus.	6	9	1	2	4	3	
Decimuſoctauus.	6	9	1	3	4	2	

Tabulæ declaratio.

In prima itaq; & læua ipſius tabellæ columnula, primi locātur numeri ad numeros ſecundæ colūnulæ ſigillatim referendi: quorum ratio, ex ratione numerorum tertiæ columnæ ad numeros quartæ, atq; ratione numerorum ſuccedentis quintæ columnæ ad numeros ſextæ componitur. Adeò ut facilè pateat, qui numeri inter eoſdem ſex proportionales fungātur officio primi, quiue ſecūdi, aut tertij, ſiue quarti, uel quinti, aut deniq; ſexti. Inſerti quoq; ſunt numeri, quorum ratio nullam patitur aliorum rationis combinationem. Sed hæc plus, quàm ſatis: quoniā ipſa tabella primo intuitu per ſeſe fit adeò manifeſta, ut ampliori non uideatur indigere declaratione.

RELIQVVM EST IGITVR, uſum eiuſdem regulæ ſex proportionalium elucidare quantitatum: ut ijs facilior pateat aditus, qui circa magnam ipſius Ptholemæi conſtructionem, aliáue ſimilia uerſantur opera. 21

Datis igitur quibuſcūq; ſex numeris inuicem ita proportionatis, ut ratio duorum oblatorum, compoſita ſit ex binis rationibus cæterorum quatuor: ſi quiſpiam eorundem ſex numerorum fuerit ignotus, per aliorum cognitionem in hunc modū poterit inueniri.

22 Sit primum sextus numerus ignotus,duc itaq; secundum in tertium,& productum diuide per primum:quotiētem rursum ex diuisione numerum, duc in quintum,productumq; diuide per quartum, & habebis eundem sextum numerum.

Modus inueniendi sextum numerum ignotum.

Resumantur in exēplum prius assumpti sex numeri proportionales, iuxta primum modū distributi,scilicet 1,2,3,4,6,9: sitq; 9 desyderatus numerus.Duc igitur 2 in 3, fiēt 6: quæ diuide per 1, redibūt iterū 6. hæc rursum ducito in 6, quintum scilicet numerum,consurgent 36: quæ diuisa per 4, dant pro quotiente 9.

Exemplum.

23 Si autem quintus ignoretur:duc primum in quartum , & productū diuide per tertium.quod ex hac tandem diuisione procreatur , duc iterū in sextum numerū, & productum diuide per secundum:& quintum obtinebis numerum.

Quando quintus ignoratur numerus regula.

Exempli causa,ignoretur numerus 6. Duc itaq; 1 in 4, fient tantummodo 4: quæ diuide per 3, prouenient 1 & $\frac{1}{3}$.hæc rursum multiplica per 9, consurgēt 12: quæ diuisa per 2, generant 6, numerum qui desyderabatur.

Exemplum.

24 At si quartus fuerit nicognitus numerus:ducendus est secundus in tertium , & productum diuidendum per primum.quotiens inde numerus per quintum multiplicandus est,& resultans diuidendus per ipsum numerum sextum.

Ars inueniendi quartū numerum.

Vtpote, sit 4 incognitus numerus . duces ergo 2 in 3, fient 6 : quæ diuides per 1, manebunt 6 (quoniam unitas, neq; in multiplicatione, neque in diuisione auget numerum) hæc per quintum, hoc est 6, multiplicabis numerum, consurgent 36: quæ si diuiseris per 9, habebis pro quotiente & optato numero 4.

Exemplum.

25 Verum si tertius ignotus sit:hunc ita curabis inuentum.duc primum in quartū numerum,productumq; diuide per secundum.eum autē qui ex huiuscemodi partitione nascetur numerum,duc rursum in sextum: & prouenientem inde numerū diuide per quintū. Ignoretur enim tertius,utpote 3. Duco igitur 1 in 4, fiunt solummodo 4: quæ diuido per 2, & 2 itidē generantur.hæc iterū multiplico per 9, cōsurgunt 18:quæ tandē diuisa per 6, dāt 3 pro quotiēte & prius ignoto numero.

Inuentio tertii numeri ignoti.

Exemplum.

26 Quòd si desyderetur secundus numerus,ita facito.duc primum in quartum,& productum inde numerum partire per tertium:prouenientem rursum numerum ducito in sextum,productumq; diuidito per quintum,& habebis secundum.

De secundo numero etiam ignoto.

Ex præassumptis nanque sex numeris,2 est secūdus:quem si per alios uelis inuenire, in hunc procedito modum.Ducatur 1 in 4, fient solum 4: quæ diuide per 3, nascentur 1 & $\frac{1}{3}$. ducito rursum 1 & $\frac{1}{3}$ in 9, resultabunt 12: hæc diuisa per 6, generant 2, optatum numerum secundum,

Exemplum.

27 Tandem si primus ignotus fuerit numerus,is ita per alios colligatur.Multiplicetur secundus per tertium,& productus per quartū diuidatur:generatus inde numerus per quintū rursum multiplicetur,productusq; numerus diuidatur per ipsū sextum,relinquetur enim primus,

Qualiter primus numerus obtinēdus.

Duc itaq; (ne à præassumptis discedamus numeris) 2 in 3, fient 6: quæ diuisa per 4,dant 1 & $\frac{1}{2}$. hæc rursum multiplicata per 6, producunt 9: quæ per 9, hoc est,sextum diuisa numerum,restituunt 1, primum & desyderatum inter acceptos proportionales numerum.

Exemplum.

28 Eosdem quoq; numeros,per aliquem cæterorum 17 modorum præcedentium ordinatos,haud dissimili uia curabis inuentos:necnon datos quoscunq; sex numeros,simili rationum proportione inuicem colligatos.

O F

LIBRI QVARTI ET VLTIMI, TOTIVSQVE ARITHMETICAE PRACTICAE, ORONTIO FINEO DELPHINATE AVTHORE FINIS.

VIRESCIT VVLNERE VIRTVS

ORONTII FINEI DELPHINATIS DE GEOMETRIA LIBRI DVO.

LIBER PRIMVS DE VNIVERsalioribus ipsius Geometriæ rudimentis: ad intelligentiam Euclidis, & eorum quæ sequuntur operum Isagogicus.

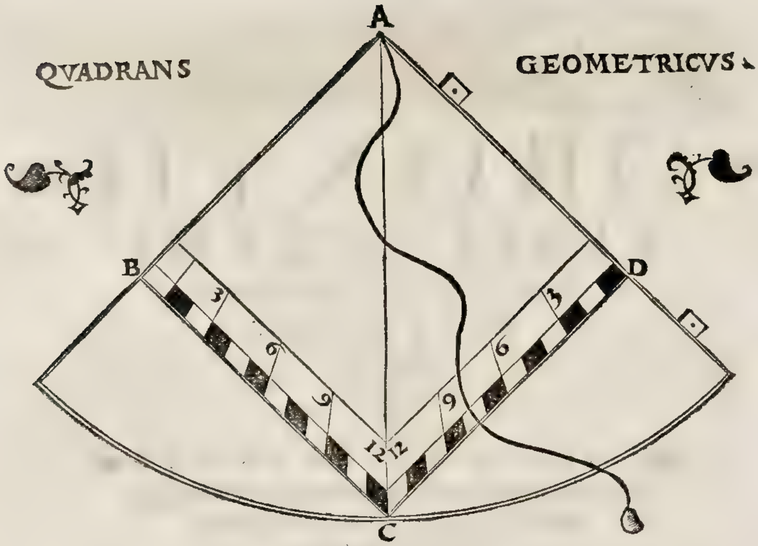
LIBER SECVNDVS, DE PRActicis longitudinum, planorum, & solidorum, hoc est, linearum, superficierũ, & corporũ mensionibus, alijsue mechanicis, ex demonstratis Euclidis elemẽtis corolarius: ubi de quadrato geometrico, & uirgis, seu baculis mensorijs.

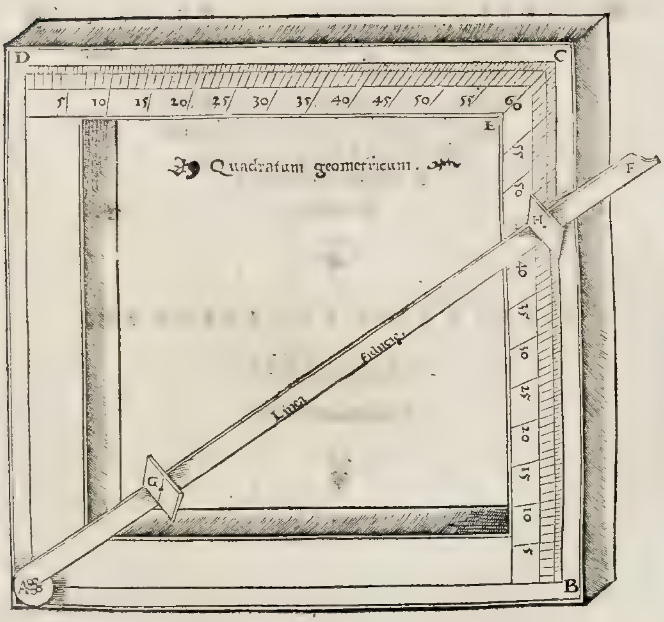
LVTETIAE PARISIORVM.

M. D. XXX.

Virescit uulnere uirtus.

QVADRANS GEOMETRICVS.





ORONTII FINEI DELPHINATIS, DE GEOMETRIA LIBRI, II.

LIBER PRIMVS DE VNIVERSALIORIBUS ipſius Geometriæ rudimentis: ad intelligentiam Euclidis, & eorum quæ ſequuntur operum Iſagogicus.

De diffinitione, & excellentia Geometriæ, *Præfatio.*

1 NON INCOMMODVM IVDICAVIMVS, ſtudioſe lector, poſt Arithmeticæ praxim, inſigniora Geometriæ tradere rudimenta, utpote, quæ non modo ſuccedentibus noſtris geographicis uel aſtronomicis operibus, paſſim ſeſe offerunt accommoda: uerumetiam uniuerſo mathematicarum ſtudio uidentur admodum neceſſaria. Adde quòd ſubtiles illas elementorum Euclidis demonſtrationes, & labyrintheos figurarum anfractus, poterunt utcunq; facilitare. 2 Eſt itaq; Geometria (ut rem ipſam attingamus) quæ magnitudinum, figurarum, & terminorum in his exiſtentium, rationes indicat: affectiones inſuper, uariaſq; poſitiones, & motus hæc concernentes. Quæ rurſum à ſigno, ſiue puncto diuiſionis experte deducta, ad ſolidas uſq; tranſgreditur figuras: & multiformia ipſarum diſcrimina, compoſitiora ſimplicioribus comparans, ad eorúmque recurrens principia, ſubtili examine perpenſat. Hæc inquàm dialecticis obuoluta præceptis, cum magis uariantibus, à præuia ſibi diſciplina ſumptis utatur principijs: cæteris ſcientijs (dempta Arithmetica, cuius principia ſua excellunt ſimplicitate) certior, ac examinatior eſſe uidetur. Cognoſcit enim propter quid, & quia eſt, circum intellectilia uerſans, ſenſilia tamen attingendo: ſententia nanq; animi, cum ſuas aſpectu debiliter amplectatur rationes, à ſenſibus cognitionem ipſarum tentat abducere: aliam ab ea quæ inſpicitur concipiendo figuram, & circum aliam demonſtrationes oſtentans.

Euclidis elemēta. *Quid Geometria.* *Geometriæ certitudo.*

3 Fructus porrò Geometriæ, ſtudio quàmmaximus eſt: nam hæc (ut in pauca cōferam) nos mundos, exercitatos, ac inſtructos efficit: ueram perfectamq; reliquarū diſciplinarum cognitionem, omnium pariter ingenuarum inuentionum tradit originem. Vnde non iniuria, opus de mercuriali traditione demanans, antiquitus fuit appellata.

Geometriæ cōmoditas.

4 Cuiuslibet autem diſciplinæ proprium eſſe uidetur, ſua præmittere fundamenta, ſiue principia: adeò tamen clara, uel aperta, ut nulla prorſus uideantur indigere

Principia diſciplinarum præmittenda.

 probatione.

probatione, ut ex ipsis per sese notis principijs, ad ea quæ ipsamet consequuntur principia, ab illis ue deriuantur, subtili discursu peruenire, & eorum dumtaxat ualeamus reddere rationem. Ipsius itaque Geometriæ principia primum examinemus oportet: deuenturi consequenter ad reliqua.

De ratione principiorum geometricorum. *Caput. I.*

Triplex rō principiorū geom.

TRIPLICEM ESSE PRINCIPIORVM DIFFERENTIAM, apud omnes, etiam uulgariter eruditos, in confesso est. Diuiduntur enim principia, in diffinitiones, postulata, & communes sententias, quas Græci axiomata, nostri uerò effata solent adpellare: quibus suffragantur hypotheses. 1

Diffinitiō.

Officium diffinitionis in Geometria, uelut & in quauis alia disciplina, est rerum naturas, terminorúmue proprietates exprimere: ne ab ignotis, ad magis ignota, pcedamus. Oportet enim prius agnoscere, quid circulus, quid triangulum, quidnam ue sit quadrangulum, quàm eorundem accidentia, uel passiones intelligamus. 2

Postulatum.

Postulatum autem nuncupamus, cum id quod dicitur aut proponitur, incognitum fuerit, neq; ab auditore statim cōcessum: assumitur tamē in rationē principij, & tandē admittitur. Vt ab omni pūcto in omne punctum rectam lineam ducere. 3

Effatum seu communis sententia.

Cum uerò quidpiam per sese cognitum fuerit, & probabile, assumptúmque in ordinem principij: id Axioma, uel effatum, aut communis sententia dicitur. Cuiusmodi est, Omne totum est sua parte maius. Sunt enim axiomata uel effata, omnibus communia, id est, scita communiter ab omnibus. 4

Hypothesis.

Hypothesis tandē esse perhibetur, cum eius quod proponitur, audiens non habuerit cognitionem, q̄ per sese fidem facere possit: ueruntamen id ita propositū admittit, & assumēticōcedit, utpote, q triangulum Isosceles, uel Ambligonium, sit huiusmodi figura, generali cognitione, sine præuia disciplina non capimus. 5

Problema. Theorema.

Ex his itaque collectim intellectis principijs, Problemata, & Theoremata generantur. Sunt autem problemata, propositiones ambiguæ, sciscitationésue, omnes figurarum affectiones comprehendētes. Theoremata uerò, sunt præceptionis utcunque participia, sola inspectione quæ singulis accidunt figuris ostendentia, quæ propositiones itidem nominantur. Ipsas igitur propositiones in geometricis elementis, ita uidemus inuicem discrepare: ut non possit ignorari eorundem problematum à theorematis aperta differentia, & mutua singulorum inter sese & problematum & theorematum subministratio, adeò ut ex antecedentibus, omnis subsequentium uideatur pendere comprobatio: quatenus rursum ad ipsa deueniatur principia, quēadmodū ex elementorū Euclidis uolumine facilè manifestatur. 6

Euclides.

Igitur cū in succedentibus nostris operibus mathematicis decretum sit, & cœlestia, & elementata rimari corpora, omne uerò corpus quantum, figuratum, & terminatum existat: à figura, & eam constituentibus, omnémue quantitatem terminantibus, non importunè sumemus exordium. 7

De figura, & eius terminis. *Caput. II.*

Figuræ diffinitio. Terminus.

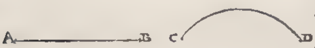
FIGVRA EST QVANTITAS TERMINO, uel terminis clausa. Terminus autem uocitatur, quod cuiuslibet rei quantæ finis est. Omnis enim quantitas finita est, atque terminata (loquor de continua) cuius termini sunt puncta, lineæ, atque 1

superficies

ſuperficies.lineæ quidē & ſuperficies immediatè,& per ſe primo:puncta uerò mediatè,& minimè primo.quemadmodum ex ſuccedentibus accipere licebit.

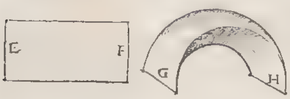
2 PVNCTVM id uocamus,quod partiri non poteſt,ſeu cuius pars nulla eſt,à cōtinuo (cuius principiū eſſe dicit) imaginariè ſeparatū.Ex cuius intelligibili fluxu, non ſecus ac ſi ueſtigium relinqueret,linea ſecundum mathematicos cauſari deſcribitur:longitudinem dimenſionum primariam acquirendo. *Punctum.*

3 LINEA igitur,eſt illatabilis longitudo,latitudine craſſitieq́ʒ priuata:cuius limites ſunt puncta,quæ etiam à nonnullis ſigna uocitantur.Recta dicitur linea,quæ à puncto in punctum breuiſſimè ducitur,extrema medijs rectè, æqualiterq́ʒ connectens:ut ſuccedens lineæ figuratio A B. Obliqua autem linea nuncupatur,quæ per contrariam ipſius rectæ diffinitionem accipitur, utpote,qua media extremis directè nō occurrūt: quemadmodum obiecta protractio linealis C D. *Linea Recta. obliqua.*

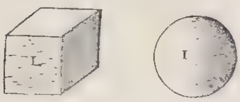


Ex lineæ poſtmodum abſtracto defluxu,ſuperficies reſpondenter deſcribitur:latitudinem dimenſionum ſecundam,cum prius obtenta longitudine,conſequenter adipiſcendo.

4 SVPERFICIES enim dicitur,quæ longitudinem latitudinemq́ʒ tantum habet,omnium ſolidorum terminatiua:cuius extrema ſunt lineæ. Plana uocatur ſuperficies,quæ ſuas æqualiter interiacet lineas, ſeu quæ per totam rectam lineam accommodatur, eandem ubiqʒ tangendo: cuiuſmodi eſt E F. Curua autem ſuperficies eſt,quæ in contrarium ipſius planæ diffinitur: qualē tibi repræſentat G H. Ex ſuperficiei deniqʒ fluxu,ipſum ſolidum ab eiſdem mathematicis imaginatur phātaſticè cauſari,craſſitudinem,ſeu profunditatem,cum prius acquiſitis longitudine atqʒ latitudine finaliter obtinēdo: eo quippe modo,ut ipſa craſſitudo ſiue profunditas ſit dimenſionum ultima. *Plana ſuperficies Curua*



5 SOLIDVM itaqʒ,dicitur corpus trina dimēſione contētum,longitudine uidelicet, latitudine, atqʒ craſſitie ſeu profunditate reſultans, unica ſuperficie,pluribúſue ſuperficiebus immediatè terminatum.quemadmodū repræſentare uidentur,obiectæ corporum deſcriptiones I, L: I quidem unica tantummodo ſuperficie, L uerò pluribus conſtans ſuperficiebus. *Quid ſolidum*



De generali figurarum differentia:planarum quoque tam ſimplicium, quàm mixtarum deſcriptione. Caput III.

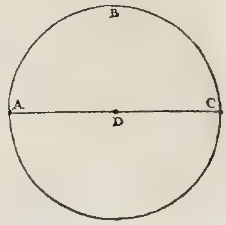
1 FIGVRARVM IGITVR ALIAS PLANAS, ET SVPERficiales:alias uerò ſolidas,ſiue corporeas eſſe neceſſum eſt.

2 PLANAE figuræ ſunt,quæ omnes ſuas lineas in eadē plana ſuperficie uidentur habere.quarum quædam ſunt ſimplices,quædam compoſitæ.Simplices ſunt,quæ unico clauduntur limite:uel quæ non conſtāt ex lineis. Compoſitæ uerò ſunt,quæ ex lineis eiuſdem,alteriúſue generis componuntur: id eſt,quæ aut pluribus rectis,aut pluribus obliquis,uel recta & obliqua (quæ propriè mixtæ poſſunt adpellari) lineis terminantur. Primum ergo de ſimplici figura,poſtea de mixtis,ſeu compoſitis tractandum.Porrò inter ſimplices & planas figuras,unica inuenitur regularis:utpote circulus,ita diffiniendus. *Simplices. Figuræ planæ Cōpoſitæ.*

3 CIRCVLVS eſt figura plana ſuperficialis,unica linea (quæ circunferentia dicitur) terminata: in cuius medio punctum adſignatur, centrum eiuſdem circuli *Circuli diffinitio.*

nominatũ,à quo,ad ipſam circũferentiam omnes quæ ducuntur rectæ lineæ ſunt inuicem æquales. Id eſt, de ratione circuli uidetur eſſe, quòd unica circunferentiali claudatur linea,ex ſuis omnibus partibus æqualia faciente circa medium, ſiue cẽtrum interualla:ut repræſentat circulus A B C. Fit autẽ circulus,cum in plano recta quædam linea, extremorum altero intra manente fixo circũducitur,quouſq; unde ferri cœperat ibidem quieſcat:utpote,ſi linea A D, à pũcto A in B, & à B in C, rediens tandem in A, circa centrum D, circũduci penſetur. Vnde pendet illud poſtulatum.Omni centro & interuallo circulum deſcribere.

Circuli deſcriptio mathematica.



Diameter circuli.

4 Recta uerò linea per circuli centrum acta,ad eiuſq; circunferẽtiam utrinq; ſuos adplicans limites, DIAMETER, ſiue dimetiens circuli nuncupatur:qualis eſt linea A C, per D centrum educta.Suntq; omnes eiuſdem circuli dimetiẽtes inuicem æquales:quemadmodum ex mathematica circuli deſcriptione,facilè deducitur.

Semicirculus.

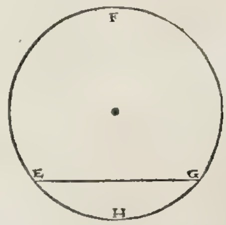
5 SEMICIRCVLVS ergo,quẽ græci uocant hemicyclium,dicitur figura plana,ex diametro,& abſciſſa circuli ſemicircunferentia compræhenſa : ueluti figura A B C, ex dimetiente A C, & ſemicircunferentia A B C, antecedẽtis circuli cauſata. Continet enim ſemicirculus,& diametrum,& cẽtrum ipſius circuli,atq; præciſam circunferentiæ medietatem.

Maior. Sectio circuli. Minor.

6 Porrò figura plana,ex recta linea diametro minore,& circunferentiæ parte aut maiore,aut minore ſemicirculo cõtenta, SECTIO uocatẽ circuli. MAIOR quidem adpellata,ſi ex præfata recta linea,& portione circunferentiæ ſemicirculo maiore cauſetur, cẽtrumq; ambiat circuli:uelut eſt figura E F G, ex recta F G, & parte circunferentiæ ſemicirculo maiore E F G cõpræhenſa.hæc à græcis hapſis nuncupatur. MINOR autem efficitur ipſa ſectio circuli,cum ex ſectione circunferẽtiæ ſemicirculo minore,& eadẽ recta clauditur linea: qualis eſt figura E H G, eadẽ recta E G, & portione circunferẽtiæ E H G terminata.Idẽ uelim iudices de cæteris.

Chorda circuli. Arcus.

7 Ipſa tandem recta linea E G, omnis quippe linea recta per circulum, ſed per eius centrum minimè ducta, CHORDA nuncupatur:portio autem circunferentiæ, ab eadem chorda compræhenſa, ARCVS ſolet adpellari.cuiuſmodi ſunt præfatæ circunferẽtiæ partes E F G, & E H G. Conſequens eſſet,rectilineas deſcribere figuras.Atqui earundem figurarum potiſſima differentia penes angulorum attenditur uarietatẽ:dcirco ſuccedens caput de angulus,interſerẽdum fore iudicamus.



De Angulis,tam planis quàm etiam ſolidis. Caput IIII.

Quid angulus.

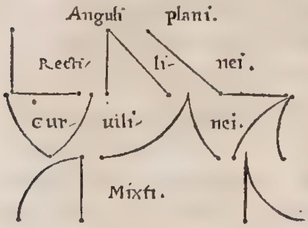
1 DICITVR ITAQVE ANGVLVS MVTVVS DVARVM LInearũ contactus,ſiue ad alterutrã inclinatio:non igitur area (ut plærīq; malè iudicant) ab eiſdẽ incluſa lineis:ſed ea tantũmodo particula,quæ ab ipſarum linearum inclinatione cauſatur, aut (ſi uelis) talis inclinationis habitudo.

Angulus planus.

2 PLANVS ANGVLVS, eſt duarum linearum in plano ſeſe tangentium, & non in directo iacentium inclinatio mutua, ſiue contactus. cum ſcilicet neutra

neutra linearum in rectitudinē protēditur, ſed altera ſuo nutu producta, alterius ad idem punctum coitio fit: in hūc quippe modum, ut ipſe planus angulus, à lineis in eadem plana ſuperficie concurrentibus, effici cogitetur.

3



Angulus rectilinæus.

RECTILINAEVS porrò angulus, dicitur is, qui ex rectis conficitur lineis.

Curuilinæus.

CVRVILINAEVS autē nominatur angulus, qui ex obliquarum linearū inclinatione cauſatur.

Mixtus.

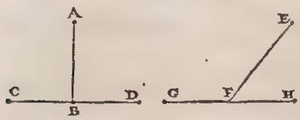
MIXTVS uerò, qui ex rectæ cū obliqua ſurgit inclinatione. Quorum omnium exemplarem collibuit annectere deſcriptionem: quo minus erudítis, ſatis ex omni parte faciamus.

4

Angulus.

RECTVS autē angulus eſſe dicitur, qui à recta, ſuper rectam incidente lineam, & æquales angulos utrobiq; faciente cauſatur. nam æqualium angulorum uterq; rectus eſt: ſuntq; recti omnes inuicem æquales, ſtātes in indiuiſibili. Ipſa porrò ſic incidens linea perpēdicularis adpellatur. Cuiuſmodi ſunt anguli A B C, & A B D, à recta linea A B, ſuper rectam lineam C D, perpendiculariter incidente cauſati.

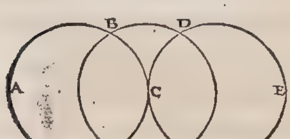
5



Acutus angulus.
Obtuſus.

ACVTVS uerò angulus minor eſt recto. Huic contrarius eſt OBTVSVS, utpote, qui recto ſemper maior eſt: & obliquus plærunq; nominatur. Fiunt enim, cum recta linea ſuper rectā conſiſtens lineam, non incidit perpendiculariter, & angulos facit inæquales: quorum minor acutus dicitur, maior autem obtuſus. Vnde patet, hos angulos uarios & inæquales eſſe inter ſeſe, propter uariam atq; multiplicem incidentis lineæ rectæ diſpoſitionem. In exemplū habes angulos, E F G quidem obtuſum, & acutum E F H: à recta E F, ſuper rectam G H, minimè perpendiculariter incidente cauſatos. Et hæ tamtummodo ſunt tres ſpecies angulorum rectilinæorum: nunc igitur de curuilinæis pauca.

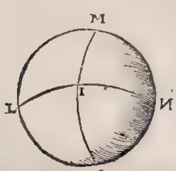
6



Angulus curuilinæus planus.

CVRVILINAEVS porrò angulus efficitur aut in eadem plana ſuperficie, uel in curua. In plana quidē ſuperficie curuilinæi dicūtur eſſe anguli, qui ex mutuo duorum circulorum in eodē plano, & non in diuerſis conſtitutorū, uel tactu, uel interſectione cauſantur. Cuiuſmodi ſunt anguli B C D, C D G, aut C G F, & his ſimiles, ex mutuis circulorum A B C, C D E, & B D F, in pūctis B, D, F, G factis interſectionibus, tactúue in C, compræhenſi. In curua autem ſuperficie, curuilinæi propriè fieri dicuntur anguli, cum ex mutuis circulorū ſuper ſphærici corporis (de quo paulò poſt) extrinſecus terminatiua ſuperficie conſtitutorū, cauſantur interſectionibus: unde & ſphærales anguli communiter adpellantur. Quos utcunq; repræſentare uidētur anguli L I M, & N I O, atq; his quotcunq; ſimiles, à circūferentijs L N, & M O, ſuper obiectum ſolidum ſphæricum L M N O, in pūcto I ſe ſe diuidentibus effecti. Quorū ſphæralium angulorū, ea quæ planis ipſis & rectilinæis cōtingit angulis, uidetē euenire diuerſitas: datur enim inter ſphærales angulos rectus, acutus, & obtuſus. quemadmodū ex ſcientia triangulorum ſphæricorū relinquitur manifeſtū.

Angulus ſphæralis.



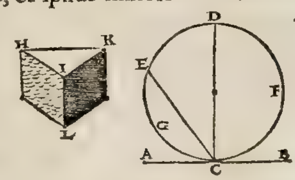
MIXTVS consequenter angulus (quem ex rectæ cum linea curua surgere diximus inclinatione) solum in plano reperitur,& in duas tantummodo differentias principaliter separatur. Aut enim ex cõtactu lineæ rectæ cũ circunferẽtia causatur circuli:& angulus contingentiæ nominatur,omniũ acutorũ minimus, id est, omni acuto rectilinæo minor. Cuiusmodi est angulus B C F, ex parte circũferentiæ C F, & recta B C, eandem circunferentiam D F C, in puncto C contangente resultans. Vel fit ipse mixtus angulus,ex concursu,mutuaue lineæ rectæ circulum utrobiq; contangẽtis inclinatione:& augulus sectionis nominatur. Qui si fiat in semicirculo, is omni acuto maior,sed recto minor est:ut angulus C D E, aut C D F, & his similes auguli. Si aũt in maiori circuli sectione,à chorda & cõpræhẽsa circunferẽtiæ parte causetur,recto maior erit:eoq; tanto maior, quanto reliquus in minori circuli sectione contingens minor fuerit ipso recto. In quorum exemplum, depictos contemplare angulos: maioris quidem sectionis C E D, & ipsius minoris C E G. 7

Augulus contingent.æ.

Angulus secti, onis,eiu q; diuersitas.

SOLIDVS tandẽ angulus dicit̃, qui à pluribus duobus planis & rectilineis angulis, in eodẽ plano minimè constitutis,& ad unũ concurrentibus punctum efficit̃. Cõpræhenditur enim solidus angulus,cum plures duabus rectæ lineæ, sese inuicẽ contangentes,& non existentes in eadẽ plana superficie,ad unũ punctũ inclinatæ cõcurrunt: unde rectilinæus propriè dici solet,idẽ solidus angulus. Hũc tibi repræsẽtat angulus I, à rectis I H, I K, & I L, ad idem cũmune punctũ I cõuenientibus,unà cum circũstantibus planis compræhensus. 8

Augulus solidus.



Penes quid planorum,& rectilinæorum angulorum quantitas attendenda. Caput V.

PLANVS ET RECTILINAEVS QVILIBET ANGVLVS, uel in circuli centro,aut in eiusdem circuli imaginandus est circunferentia. In centro quidem planus erit angulus,cum linearum cõtactus angulum ipsum compræhendentium,in eodem efficietur cẽtro: utraque dictarum linearum circunferentiam eiusdem attingente circuli. Cuiusmodi uidetur esse angulus B A C, aut D A E proximè succedentis descriptionis:& his quotcunq; similes anguli. In circunferentia porrò planus dicitur esse angulus,quoties lineæ rectæ angulum ipsum compræhendentes,in circunferentia concurrent: utraq; ad dictam usque circuli circunferentiam extensa. Exemplum uidere licet,de angulo B C D, aut D C E, & qui sunt eiuscemodi. 1

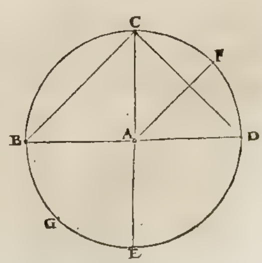
Angulus in cẽtro circuli,

Angulus in circuli circunferẽtia.

Quantitas igitur anguli qui ad centrum,est arcus ipsius circuli,lineas præfatũ angulum efficiẽtes interceptus: uel eidẽ subtensus angulo. Hic porrò arcus,si quadrãtem,hoc est,quartã circunferẽtiæ partem efficiat,rectus erit ipse angulus: ueluti sunt anguli B A C, & C A D, quadrãtes B C, & C D utrinq; cõpræhendentes. Si autem idẽ arcus quadrantẽ excedat,huiusmodi angulus dicet̃ obtusus. Exemplũ habes de angulo B A F, cuius quãtitatis arcus est B C F, maior quadrãte B C. Quòd si præfatus arcus à dato compræhensus angulo,ab eodẽ quadrãte circuli deficiat,idem angulus nominabitur acutus. Cuiusmodi est angulus D A F, includens arcum D F quadrante minorem. 2

De quantitate anguli qui ad centrum.

Cur angulus rectus uel obtusus, aut acutus dicatur.



Anguli

3 Anguli uerò qui ad circunferentiam quantitas, erit dimidius arcus, medietasúe circunferentiæ,quæ à lineis ipſum conficientibus angulum clauditur,uel eidē ſubtenditur angulo. Verbi gratia,anguli B C D magnitudo, eſt dimidius arcus B.E D: hoc eſt,quadrans B E,uel E D. Item anguli B C E quantitas, erit medius arcus B E: utpote,B G,aut G E. Idem quoque iudicium habendum eſt de ſimilibus quibuſcūq; planis et rectilinæis angulis,in cētro,circūferētiaúe circuli reſpōdenter imaginatis.

De magnitudine anguli qui ad circunferentiam.

4 EX HIS PRIMVM relinquitur euidens, cur omnes anguli recti ſunt inuicē æquales.utpote,quoniam eiuſdem circuli quadrantes inter ſeſe coæquantur. Cur item angulus obtuſus maior eſt recto, acutus uerò minor: quàue ratione hi multiplices & uarij ſunt. nam diuerſi ſunt arcus quadrantem exuperantes circuli, itidem & uarij ab eodem circulo deficientes. Rurſum apparet,propter quid linea recta ſuper rectam incidens lineam,facit aut duos rectos, uel duobus rectis æquales angulos.quoniam illa,in quam incidit linearum altera, utrinq; per imaginationem producta, ſemicirculum capit:quapropter & duorum rectorum angulorum quantitatem. Nec minus euidens eſt,cur in eadem circuli ſectione, qui ad circunferentiam ſunt anguli,inuicem coæquentur.utpote,quoniā eoſdem, uel æquales arcus ſuſcipiunt.Præterea,cur angulus qui ad centrum duplus ſit eius qui ad circunferentiam:quando eundem habent arcum.totus enim communis arcus,eius qui ad centrum:ſola autem eiuſdem arcus medietas, eius qui ad circunferentiam metitur quantitatem. Igitur angulorum quantitate ſeu magnitudine decenter intellecta, multa ſanequàm utilia deduci,obtineriúe facilè poſſunt: quorum maximam partē in elementis Euclidis inuenies demonſtratam,& in magna Ptholemæi compoſitione quàmplurima ſeſe frequentius offerre:quemadmodum ex noſtris etiam operibus,paſſim experiri licebit.

Corolaria de angulis ſūmē notanda.

De planis,et Rectilinæis figuris. *Caput.VI.*

1 RECTILINEAE, QVAE ET COMPOSITAE DICVNTVR figuræ, ſunt quæ rectis & tribus ad minus compræhenduntur lineis: partim ab angulis,partim etiam à lateribus,hoc eſt,ab angulorum diuerſitate,& linearum eaſdem figuras terminantium numero, uariam denominationem obtinentes. Quarū prima eſt,triangulum trilaterum, tribus tā tum angulis,totidemq; lateribus compræhenſum. Quod quidem triangulum,uel ipſa tria latera inuicem habet æqualia,& æquilaterum,oxygoniumq;,id eſt, acutiangulum dicitur:ut M. Vel ſub duobus tantummodo lateribus inuicem æqualibus,idem triangulum cōtinetur,& Iſoſceles nominatur:ut rectangulum N,uel acutiangulum O. Aut deniq; trium inæqualium eſt laterum,& ſcalenum ſolet adpellari:cuiuſmodi eſt ambligoniū,id eſt, obliquum recipiens angulum P, & ei ſimile quodcunq; triangulum.



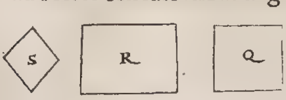
Triangulum.

Oxygonium.

Iſoſceles.

Scalenum.

3 Poſt trilateram figuram,ſequitur quadrilatera quadrāgula, ſub quatuor rectis lineis,& totidem angulis compræhenſa.Quæ ſi quatuor inuicem æqualibus lineis, & ad rectos concurrētibus angulos terminetur,quadratum propriè dicitur: cuiuſmodi eſt obiecta figura Q. Si autem rectangula, ſed non æquilatera ſit ipſa figura,hoc eſt, oppoſita tantum æqualia poſſidens latera, altera parte longius adpellatur:quale tibi repræſentat R.Porrò ſi è contrario æquilatera fuerit ipſa figura,ſed inæquales(demptis oppoſitis)habuerit angulos,Rhombus nominari ſolet:ut S. Cum uerò neq; æquilaterum,neq;



Quadratum

Altera parte longius.

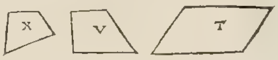
Rhombus.

æqualium inuicem angulorum fuerit quadrangulum,sed bina tantummodo latera, & angulos ex aduerso constitutos habuerit æquales, Rhomboides uocitatur: ueluti quadrilaterum, siue quadrangulum T. Suntq; hæ nuper descriptæ quadrilateræ figuræ Parallelogramma,id est,æquidistantiũ ex opposito laterũ. Est enim parallelogrãmum,qđ sub æquidistantibus lineis continetur. Cæteræ uerò ab his quadrilateræ figuræ,utpote,quæ neque æquilateræ,nec æqualium quouis modo sunt angulorum, Trapezia uulgò dici solent:cuiusmodi sunt V,& X obiectæ figuræ,& his quæcunq; similes.

Rhomboides.

Parallelogrãmum.

Trapezium.



4 Quoties tandem ipsæ planæ atq; rectilineæ figuræ, pluribus quatuor compræhenduntur lateribus & angulis,multilateræ,seu multangulæ ueniunt adpellandæ: ab ipsorum laterum & angulorum multitudine,peculiarem denominationem obtinentes. In quarum exemplum habes Penthagonum R, Hexagonnm Z,& Octogonum Y. De similibus quibuscunq;,idẽ habeto iudicium:quas uelutinostro negocio parum conducentes,ulterius prosequi consultò supersedemus.

Multilateræ figuræ.



5 Rectilinearum porrò figurarum, quæ numero, atq; magnitudine laterum, uel angulorum inuicem conuenire uidentur,æquales adpellantur: & si contrarium accidat,inæquales.Quæ uerò numero tantum laterum, non autem longitudine, sed sola angulorum respondentia proportionantur, similes dici consueuerunt. Omnium tandem figurarum rectilinearum quodcunq; latus,inferius(etiam si superius extiterit) imaginatum, Basis dicitur: quodlibet enim latus eiusdem figuræ,pro demonstrationum geometricarum exigentia,basis indifferenter adpellatur.

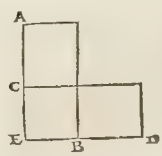
Quæ figuræ inuicẽ æquales

Figuræ inter sese similes.

Basis figurarũ rectilinearum.

6 Ex duobus itaq; quadrangulis inuicem æqualibus,& altera parte longioribus, nõ in directum constitutis, & in eodem recto communicantibus angulo,Gnomon constituitur: quemadmodũ repræsentat figura A B D,ex A B, & C D altera parte longioribus, & ad rectum conuenientibus angulum qui A E D, constituta, quæ & geometricũ rectãngulum à uulgaribus plærunque nominatur.

Gnomon qđ

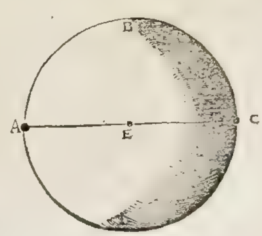


De solidis figuris. *Caput.VII.*

1 INTER SOLIDAS FIGVRAS,PRIMVM SESE OFFERT Sphæra,omnium regularissima:hoc modo diffinienda. SPHAERA est corpus solidum,regulare, unica superficie terminatum:in cuius medio punctum assignatur, cẽtrum eiusdem adpellatũ, à quo ad ipsam orbicularem & terminatiuam superficiem, omnes quæ ducuntur rectæ lineæ sunt inuicem æquales. Vt obiecta figuræ descriptio A B C D,cuius centrum E,utcũq; repræsentat. Imaginatur autẽ describi Sphæra,ex completo semicirculi circunductu: cum uidelicet semicirculi diametro manente fixo, eiusdem circuli plana superficies abstractiuè circunducitur, quatenus unde ferri ceperat reuertatur.non aliter quidem, quàm si idem semicirculus uestigium relinqueret, & arcus eiusdem semicirculi conuexam superficiem sphærici solidi terminatiuam

Sphæræ diffinitio.

Sphæræ descriptio mathematica.



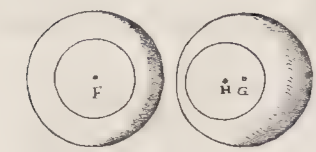
minatiuam cauſaret.Exemplum abſtrahere facilè potes,de arcu A B C,circa dimetientem A C completè circunducto.

2 Diameter autẽ ipſius ſemicirculi,centrũ eiuſdem comprælendens, AXIS nomen adipiſcitur:& eiuſdem dimetientis extremalia puncta,ad ipſam ſphæræ ſuperficiẽ utrinque terminata, POLI ſphæræ nominantur. cuiuſmodi ſunt puncta A & C, præfatæ lineæ A C, quæ uices gerit axis eiuſdem ſphæræ A B C D.

Axis ſphæræ. Poli.

3 ORBIS autem, eſt figura ſolida, duabus rotũdis ſphæricisúe ſuperficiebus terminata:utpote,interiori quæ concaua dicitur, & extrinſeca quæ conuexa nominatur.Harum porrò ſuperficierum,ſi idem extiterit centrum,idem orbis erit uniformis,hoc eſt,æqualis undiq; craſſitudinis:uti ſubiecta orbis figura, cuius centrũ F. Quod ſi eccẽtricæ, diuerſa uidelicet centra poſſidentes fuerint ipſæ orbis ſuperficies, difformem,irregulatæúe craſſitudinis orbẽ efficient: cuiuſmodi uidetur eſſe altera orbis figura, cuius centrum exterioris & conuexæ ſuperficiei G,interioris autem & concauæ H. Vtraq; tamẽ & conuexa & concaua eiuſdem orbis ſuperficies,uerè circularis imaginanda eſt, à ſuo cẽtro æqualiter ex omni parte ſemota.

Vniformis. Orbis. Difformis.



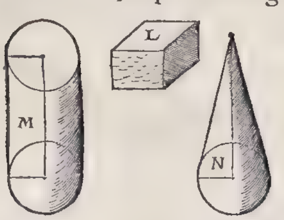
4 Præterea,ab inæqualibus circuli ſectionibus,immota chorda circunductis, irregulares & ſolidæ figuræ,ſimili deſcribuntur imaginatione. A maiori quidem ſectione, corpus lenticulare, ad lentis ſimilitudinem craſſum:quale depingitur per figuram I. A minori porrò circuli ſectione,corpus oblongum, inſtar oui ſolidum, & ob id ouale nominatum:cuius ſpeciem repræſentat obiecta figura K.

Lenticulare. Corpus Ouale.



5 Nec diſſimiliter à planis & rectilinæis ſuperficiebus,unico limitum ſeu laterum manente fixo,completè circunductis, uariæ ſolidorum imaginantur cauſari figuræ. Vtpote,à quadrato in longum unius laterum rectiſſimè ducto,corpus effici regulare,ſex quadratis ſuperficiebus terminatum, qđ proprio nomine cubum ſolet adpellari:ut obiecta figuratio L utcunq; demonſtrat. Ab altera uerò parte longiori, circum alterutrum longiorum laterum circunducto quadrangulo, figura columnaris abſtrahitur,quæ & Chylindrus propriè nominatur:quemadmodum repræſentat figura M. A rectangulo autem triangulo, circum alterum laterum rectum comprælendentium angulum, completa itidem reuolutione circunducto,Pyramis efficitur:cuius inferior & plana ſuperficies à circumuoluto latere deſcripta,baſis eiuſdem pyramidis adpellatur, communis uerò concurſus rotundæ & in acutiem tendentis ſuperficiei,uertex ſiue conus dicitur. Exemplũ habes de figura N.

Cubum. Chylindrus. Pyramis.



6 Non aliter de reliquis planis & rectilinæis quibuſcunq; figuris iudicandum eſt: quas longum nimis,& tædioſum eſſet(utpote,quæ infinitæ ſunt,& noſtro inſtituto parum utiles)ſigillatim exprimendo deſcribere. In quarum omnium abſtractiua deductione,uidentur ipſi mathematici motu,quemadmodum & naturales uti: differenter tamen.Eo nanq; naturales, prout ad locum & ulteriorem perfectionẽ ordinatur:porrò mathematici trãſumptiuo tantũ utũtur motu.utpote, qui à ſubſtãtia,cæteriſq; prædicamentis(dẽpto ſitu)ipſam uidentur abſtrahere quãtitatem.

De reliquis figurarũ ſolidarũ deſcriptionibus. Quomodo mathematici utãtur motu.

De poſtulatis

De poſtulatis,ſeu petitionibus geometricis. Caput.VIII.

PRAEMISSIS TERMINORVM, ATQVE FIGVRARVM deſcriptionibus: cōſequens eſt,ut reliqua geometricorum principiorum genera paucis aperiamus. In primis ergo ſeſe offerunt poſtulata (quæ petitiones à nonnullis adpellantur) in hunc qui ſequitur ordinem diſtributa.

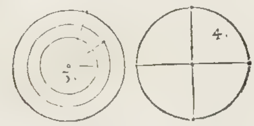
1 A dato quocunq; puncto,in datum quodcunque punctum,ubilibet ſignatum uel imaginatum, rectam lineam ducere.



(intellige ſemper,neceſſe,uel poſſibile eſt)hoc primum poſtulatum, pendet ab ipſa lineæ deſcriptione.

2 Omnem rectam lineam terminatam, in continuum,rectumq; liberè prolongare.

Puncta enim ipſius lineæ terminatiua, poſſunt quantuncunque rectiſſimè defluere.



3 Signato quocunq; puncto,circa ipſum, occupato quantolibet interuallo, hoc eſt, ſumpta libera ſemidiametri quantitate,circulum deſcribere.

Id fit manifeſtum,ex mathematica circuli diffinitione.

4 Omnes angulos rectos inuicem æquales eſſe.

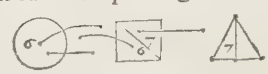
Hoc patuit ſupra,ex corolario ſeu quarto numero antecedētis quinti capitis,de angulorum quantitate.

5 Rectas lineas exiſtentes in eadem plana ſuperficie, & in infinitum ex utraque parte productas, nuſquàm tamen concurrentes: parallelas,id eſt,æquidiſtantes eſſe.



Ex contraria huiuſce poſtulati diffinitione, linearum minimè parallelarum elicitur imaginatio.

6 Rectam uel obliquam lineam, à dato puncto quòd intra figuram eſt, ad exterius quodcunq; punctum in eodem plano ſignatum eductam:ipſius figuræ latera, uel ambitum interſecare.



Non fit enim in continuis tranſitus de extremo ad extremum, ſine tranſitu per medium:id autem ex obiectis figuris deprehendere facilè eſt.

7 Rectam lineam,à quouis rectilinearum figurarum angulo, in oppoſitum uel latus uel angulum incidentem:utrunq; & angulum & latus diuidere.

Hæc duo ultima poſtulata, etſi per ſeſe ſint manifeſtiſſima, in elucidationem tamen primarum Euclidis demonſtrationem uidentur eſſe neceſſaria.

Sunt & alia poſtulata his ſimilia,& penè infinita, cuiuis(etiam rudiſſimo)manifeſta:quæ nulla prorſus commemoratione,ne dicam interpretatione, uidentur indigere.De his ergo ulterius tractare,ſuperfluum iudicamus.

De Axiomatis,uel effatis,ſeu communibus ſententijs. Caput.IX.

SVPEREST TERTII ORDINIS DECLARARE PRINcipia:quæ à Græcis axiomata, à Latinis uerò effata, ſiue communes ſentētias,diximus adpellari.Quorum ea tantummodo ſubnectemus, quæ frequentius nobis ſuſpicamur occurſura: In hunc qui ſequitur modum ordinata.

1 Quæ ſibimetipſis conueniunt,æqualia ſunt adinuicem.

Utpote, ſi duo circuli conueniant in diametro & circunferentia, uel duo triangula in lateribus & angulis, duoue quilibet numeri in unitatum multitudine: & ſic de ſimilibus.

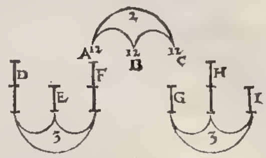
2 Quæ eidem æqualia ſunt,& inuicem æqualia erunt.

Vt ſi numerus A, æquetur numero B,& eidem numero B,ſit æqualis C numerus:oportet numerum A, ipſi numero C, pariter coæquari.

Quæ

3 Quæ eiuſdem ſunt æquè multiplicia, aut ſubmultiplicia, hoc eſt, dupla, tripla, quadrupla, uel ſubdupla, ſubtripla, ſubquadrupla, &c. æqualia inuicẽ eſſe neceſſum eſt.

Verbi gratia, ſi linea D dupla ſit ad E lineam comparata, eiuſdem rurſum lineæ E dupla ſit F linea: neceſſum eſt, D & F lineas inuicem adæquari. Idem iudicato de G & I, ſubduplis ipſius H.

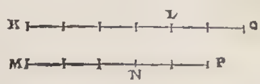


4 Si æqualibus æqualia adijciantur, uel ab æqualibus ſubtrahantur æqualia: quæ reſultabunt, relinquentúrue inuicẽ erũt æqualia.

Veluti ſi numeris 12 & 12 inuicem æqualibus, 6 & 6 itidem æquales ſigillatim addantur numeri: fient utrobique 18. Vel ſi à 18 & 18 rurſum æqualibus numeris, tollantur 6, & 6 numeri pariter æquales: relinquentur ex utroque priori numero 12. De continuis idem iudicato.

5 Si inæqualibus addantur æqualia, uel ab inæqualibus æqualia ſubtrahantur: cõſurgent, aut relinquentur inæqualia.

Vtpote, ſi lineis K L & M N inæqualibus, æquales addantur lineæ L O, & N P: inæquales componentur lineæ K O, & M P. Aut ſi ab eiſdem inæqualibus lineis K O et M P, æquales auferantur lineæ L O & N P: relinquentur pariter inæquales K L, & M N.



6 Duas rectas lineas non claudere ſuperficiem.

Quoniam à puncto ad punctum, unicus tantũmodo tractus breuiſſimus occurrit: ſecundum quem linea recta deſcribitur.

7 Omne totum eſt ſua parte maius, & æquale ſuis partibus integralibus.

Partes integrales ſunt, quæ ſimul iunctæ ipſum totum integrare uidentur.

Sunt & alia effata quàmplurima, quæ nemo (ni prorſus hebes) ignorat: quẽadmodum tu ipſe, tã in cõtinuis, q̃ etiam diſcretis quantitatibus, deducere facilè potes.

De generali circulorum ad ſphæram habitudine. *Caput. X.*

1 QVEMADMODVM LINEA PVNCTIS, SVPERFICIES lineis, corpus uerò ſuperficiebus immediatè conficitur, atq; terminatur: eodem modo ſola puncta lineam, lineæ uerò ſuperficiem, ſuperficies deniq; corpus, ſiue ſolidum immediatè ſecare neceſſum eſt.

Spæricum itaq; ſolidum à plana & circulari ſuperficie diuidetur, eiuſdem circuli terminatiua circunferentia in ipſius ſphæræ conuexo terminata. Nam (ut ſummatim dicam) omnem quam rectæ lineæ ad circulum uidentur habere rationem: eam circulos ad ſphæram obſeruare neceſſum eſt. *De ſectione ſolidi ſphær.ci.*

2 Maiores igitur in ſphæra circuli erũt ij, quorum plana ſuperficies per centrum ipſius ſphæræ tranſibit: uel idem cum ſphæra centrum habebunt. *maiores. Circuli.*

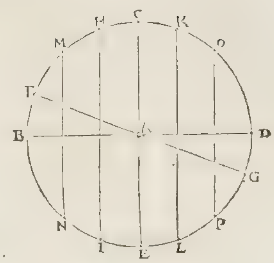
Minores autẽ in ſphæra circuli dicentur, quorum centrum aliud fuerit ab ipſius ſphæræ centro: quorúmue planam ſuperficiem, per centrum ſphæræ tranſire minimè continget. Porrò inter minores ipſius ſphæræ circulos is, cuius centrum uicinius fuerit ſphæræ centro, eo ſemper erit maior, cuius centrum à centro eiuſdem ſphæræ remotius extiterit. Nam ſicut lineæ ad circulum, ita circuli ad ſphæram. Sed in circulo omnium linearum maxima eſt, quæ per centrum educitur, utpote, dimetiens ſiue diameter ipſius circuli: reliquarum autem ea, quæ centro propior, remotiore ſemper eſt maior (per 15 tertij elementorum Euclidis) quemadmodum in ſequẽti deſcriptione, de lineis maioribus B D, C E atque F G, circulum B C D E, in A centro dimetientibus, exemplum capere potes. Necnon de minoribus H I, K L, M N, & O P, ab eodem centro A diſtantibus ſiue remotis: quarum H I, & K L centro A propiores, maiores ſunt remotioribus M N, & O P. *minores. Minorum in ſphæra circulorũ inter ſeſe cõparatio. 15. tertij Eucli.*

Ex quo

Omnes circulos maiores in uicē æquales, & ex minoribus æquantur.

Ex quo rurſum deducitur, maiores in ſphæra circulos eſſe inuicem æquales: at inter minores eos tantum æquari, quorum centra ab ipſius ſphæræ centro fuerint æquè diſtantia. Primum eſt euidētiſſimum, ex æquali diametrorum eiuſdem circuli quantitate: qui ſe habent ad ipſum circulum, uelut ijdem circuli maiores ad ſphæram. Reliquum pēdet ex 14 tertij elementorum Euclidis: ubi demonſtratur, lineas æquè diſtantes à centro circuli, inuicem æquales eſſe, & è contra. Quorum omnium exemplarem habes demonſtrationem, de lineis rectis ipſius obiectæ deſcriptionis circulos imitantibus: quarum maiores B D, C E, & F G inuicem æquantur, ex minoribus autē H I, ipſi K L, & M N ipſi O P. Idem iudicato de quibuſcunque ſimilibus.

xiiij. tertij Eucl.



Quòd circuli maiores, ſeſe & ſphærā per æqualia ſecant, minores autē cōtrariū obſeruant.

4. tertij Eucli.

Sequitur præterea, maiores in ſphæra circulos ſeſe inuicem, & ſphæram per æqualia ſecare: minores autem per inæqualia. Primum relinquitur manifeſtum, quoniam circuli maiores ſe habent ad ſphæram, ut diametri ad circulum: atqui omnes circuli dimetientes ſeſe per æqualia diuidunt, atq; ipſum circulum, per ſuperius datam circuli atq; diametri definitionem. Secundum autem ex quarta tertij elementorum Euclidis fit euidentiſſimum: quæ demonſtrat rectas lineas per circuli centrum minimè ductas, ſeſe, atq; ipſum circulum inæqualiter diuidere. Horum exemplum, ex præmiſſa figuræ deſcriptione, capere non eſt difficile. 4

De minoribus circulis i ſphæra parallelis.

Quoties poſtmodum aliquis maiorum in ſphæra circulorum, duos ex minoribus ad rectos diuiſerit angulos, uel ad obliquos, ſed alternis & interioribus, uel exterioribus & ex oppoſito inuicē æqualibus, aut deniq; intrinſecis & ex eadē parte duobus rectis æquiualentibus: paralleli, id eſt, æqualiter ex omni parte diſtantes erunt ipſi minores circuli. Quemadmodum de lineis H I, & K L, uel M N & O P, ſupraſcriptæ figuræ, atque his ſimilibus, ex 17, 18, & 19 primi elementorum Euclidis, deducere quàm facillimum eſſe uidetur. 5

Euclides.

Quando minores circuli à maioribus per æqualia diuiduntur.

Vltimo non minus euidens eſt, minores in ſphæra circulos à maioribus per æqualia ſecari: quoties ad rectos ab eiſdem maioribus diuiduntur angulos. Quòd ſi ad obliquos & impares angulos ſeſe diuiſerint ipſi minores cum maioribus circulis: nunq̄ ſe ſecabunt per æqualia. Minorum tamen & æqualium circulorum, alternatim poſitæ ſectiones, ſemper erunt æquales. Hæc ex 3 tertij elementorū Euclidis, atq; 18 & 19 Theodoſij pendere uidentur: & & coadiuuante præmiſſa deſcriptione ſunt euidentiſſima. Vides enim in eadem figura, maiorem B D, minores H I & K L, necnon M N & O P, per æqualia diſpeſcere: non autem F G itidem maiorem, ob id quòd ad obliquos & impares eaſdem minores diuidat angulos. Rurſum uidere potes, alternas minorum ſectiones (facta æqualium comparatiōe) inuicem æquari: tantum enim relinquitur de M N infra maiorem F G, quantum de O P, eidem M N æquali, ſuper eandē F G ſeparatur. Nō aliter de ſimilibus iudicabis. 6

iii tertij Eucli.
Theodoſius.

Hæc de mutua circulorum ad ſphæram relatione, & obſeruata inter ſeſe rationum habitudine, in non modicam noſtræ coſmographiæ, & reliquorum ſuccedentium operum præmiſimus elucidationem: quæ à 15 Theodoſij, uſq; ad 21 eiuſdem apertius demonſtrantur.

Theodoſius.

De uulgatis geometrarum menſuris. Capit. XI.

Menſuræ

MENSVRAE A MEMBRIS HVMANIS OLIM INVENtæ fueræ: à quibus denominationem obtinuerunt, & in hunc obſeruauerunt diem. Menſionum porrò tria ſunt genera, utpote, Euthymetricum, id eſt, eorum quæ ſola longitudine conſyderantur, & in rectũ ſub linealem menſuram tantummodo cadunt: Embadometricum, ſiue planimetrum, eorum quæ longitudinem & latitudinem habent, ſeu quæ ſub longam & latam menſuram incidũt: et Stereometricum, hoc eſt ſolidi, ſeu profundimetrum, eorum uidelicet, quæ longitudine, latitudine, & craſſitie uel profunditate reſultant.

Menſionũ triplicia genera.

Primo itaque menſionum genere, dinoſcuntur lineæ, ſecundo plana uel areales ſuperficies, tertio autem rimantur corpora, ſiue ſolida. Omnium horum triũ menſionum generum, idem uidetur eſſe principium: utpote, linealis & recta ſecundum longitudinem menſuratio. prius enim agnoſcuntur latera, quàm areæ uel ſuperficies: & ſuperficies prius, quàm ipſa craſſitudo. Hinc fit, ut longitudinalium menſionum nomina, & quantitates ſolummodo conſyderemus: quæ tali communiter diſtribuuntur obſeruatione.

Propriũ cuiuſli bet menſionis officium.

1 Digytus menſurarum prima, & omnium minima eſt: metiturq́ per tranſuerſum policis, latitudinalémue quatuor granorum ordeaceorũ quantitatem. Ex digyto autem ſæpius repetito, reliquæ ſuccedentes mẽſurarum differentiæ generantur: quemadmodum ex unitatis multiplicatione, uarij coaceruantur numeri. Subdiuiditur tamen digytus, in quotlibet partium aliquotarũ diſcrimina: utpote, in duas medietates, 3 tertias, 4 quartas, 5 quintas, & ita deinceps quantumlibet.

Digytus. *Digyti partes aliquotæ.*

2 Palmus, qui & paleſtra dicitur, cõpræhendit 4 digytos: uel 16 ordeacea grana. *Palmus.*

3 Pes autem continet palmos 4: hoc eſt, 16 digytos. Cuiuſquidem pedis dimidium iuxta Pariſienſium obſeruationem, ſubiecta figura demonſtrat, in aliarum menſurarum regulam adiuncta. *Pes.*

DIMIDIVM PEDIS PARISIENSIS.



4 Cubitum — Paruum compræhendit pedem 1, & $\frac{1}{2}$, hoc eſt, digytos 24.
Cõmune capit duos pedes, ſeu palmos 8, trigintáue duos digytos.
Magnum continet pedes 9, aut 36 palmos, ſiue digytos 144. *Cubitũ triplex*

5 Paſſus — Simplex capit duos pedes & $\frac{1}{2}$, uel 10 palmos, aut 40 digytos.
Duplex continet 5 pedes, ſeu 20 palmos, uel digytos 8. *Paſſus duplex.*

6 Vlna — Communis capit pedes 4, aut 16 palmos, ſeu 64 digytos.
Agreſtis compræhẽdit 6 pedes, ſiue palmos 24, digytósue 96. *Vlna duplex.*

7 Pertica continet 10 pedes, uel 40 palmos, aut 160 digytos. *Pertica.*

8 Stadium capit 125 paſſus duplices, pedésue 625, ſeu 25 palmos. *Stadium.*

9 Miliare compræhendit 8 ſtadia, ſiue 1000 paſſus duplices, aut 5000 pedes. *Miliare.*

10 Leuca — Propriè cõtinet 1 miliare, & $\frac{1}{2}$, hoc eſt, 12 ſtadia, ſeu 1500 paſſus duplices.
Italica paſſus habet 1000 duplices: unde propriè miliare nuncupatur.
Gallica compræhendit miliaria 2, aut 16 ſtadia, paſsúſue 2000 duplices.
Cõmunis mliaria 3, uel ſtadia 24, ſiue 3000 paſſus duplices.
Delphinas / Germanica / Hiſpanica — cõtinẽt 4 miliaribus, ſtadijſue 32, uł cõmu. paſſibus 4000.
Sueuica omniũ maxĩa capit 5 miliaria, hoc eſt 40 ſtadia, ſeu 5000 paſſus. *Leuca multiplex.*

Sunt præterea

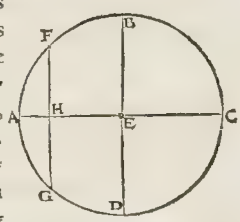
Sunt præterea quàmplurima mensurarum discrimina, pro rerum atq; locorũ uarietate diuersis nominibus expressa: Sed hæc apud saniores geometras, & uulgatos magnitudinum emensores in usu sunt, quæ & nostro negocio arbitramur satis utcunque factura.

De utroque sinu, recto scilicet & uerso, siue rectis in circuli quadrante subtensis. Caput. XII.

Sinuũ cognitio necessaria.

1 VNIVERSA FERE RERVM ASTRONOMICARVM absolutio, geometricarúmue demonstrationum ad praxim redigenda contemplatio, ex sinuum exacta cognitione pendere uidetur: quēadmodum ex succedentibus operibus nostris, licebit facere periculũ. Commodissimum itaque duximus, eorundem sinuum, hoc est, rectarum in quadrãte circuli subtensarum, & theoricam, & practicam uniuersalem prius, quàm ad reliqua deueniamus aperire. 2 Sinuum igitur alius rectus, alius uersus dicitur. Rectum alicuius arcus sinum, adpellamus dimidium chordæ dupli eiusdem arcus dati: in semidiametrum, qui cum ipso conuenit arcu, ad rectos incidens angulos. Versus autem sinus, est pars semidiametri, inter dati arcus initium, & sinum eius rectum intercepta: quam plærisq; sagittam nominare consueuerunt. Hic autem sinus, uersus propterea dicitur, quoniam uerso modo, respectu sinus recti collocatur. Hinc patet, utriusq; sinus diffinitionem, intelligendam esse de arcubus quadrante minoribus. sinus enim quadrantis, 90 gradus circuli complectentis, est semidiameter eiusdem circuli, omnium sinuum maximus: ob idq; sinus totus, siue totius quadrantis sinus, uocitatur. 3 Esto in exemplum datus circulus A B C D, cuius diametri A C, & B D sese orchogonaliter intersecent in centro E, totum circulum in quatuor quartas distinguentes: sitq; datus arcus A F, & eius duplus F A G, subtensa autẽ sit F G recta, incidẽs ad rectos angulos cum semidiametro A E in puncto H. Dico itaque primum, ipsius dati arcus A F sinum rectum, esse F H dimidium totius F G, quæ est chorda dupli arcus dati A F, nempe ipsius F A G. Versus porrò sinus eiusdem arcus A F, est pars semidiametri A E, utpote A H, inter A initiũ arcus A F, & sinuum eius rectum F H compræhensa. Idem de similibus. Vterq; autem semidiameter A E, & E B sinus totus, totíusue quadrantis A B sinus uocitatur. Recta tandem linea H E, sinus complementi eiusdem arcus dati potest non indecenter adpellari: est enim æqualis ei, quæ à puncto F, super rectam E B duceretur orthogonalis. Complementũ adpellamus arcum, qui cum dato arcu quadrantem ipsius complet circuli: cuiusmodi est arcus F B, cum dato arcu A F quadrantem complens A F B.

Sinus rectus. Sinus uersus. Sagitta. Sinus totius. Exemplum sinus recti. Exemplum sinus uersi. Sinus complementi. Cõplemẽtũ qd.



Notandum.

4 Quam igitur rationem habet tota B D, chorda uidelicet maxima, ad totam F G, eandem seruat & media B E, hoc est, sinus totus, ad mediam F H, sinum rectũ præassumpti arcus A F. Rursum, quam rationem obtinet eadem recta B D ad semicirculum, utpote B A D, & tota F G, ad subtensum arcum F A G: eandem habet dimidia B E, ad quadrantem A B, atque media F H ad præassumptum arcum A F subduplum ipsius F A G. Nam per 15 quinti elementorum Euclidis, quam rationem habent compositæ magnitudines inter sese, eandem obseruant & diuisæ. Quicquid igitur de chordarum rationibus, proportionibúsue demonstratur: id & de sinuum obseruatis inter sese rationibus, aut proportionibus concludatur ostensum. Sunt tamen dimidiæ chordæ, sinúsue recti singulorum arcuum quadrante minorum, facilioris, multoq; præciosioris officij, ampliorisúe commoditatis, quàm ipsæ chordæ integræ duplorum arcuum oblatorum.

xv. quin. Eucl. Sinuum usus, facilior chordis.

Qualiter

Qualiter succedens tabula sinuum constructa sit, deque reciproca sinuum, chordarum, & arcuum inuentione, per eandem tabulam. Caput. XIII.

1 PTHOLEMAEVS LIBRO PRIMO SVAE MAGNAE CONstructionis (quam uulgus nominat almagestum) subtiles admodum chordarum, hoc est, rectarum linearum in circulo subtensarum inuentiones, geometricis deductionibus ostendit: ex quibus tabulã de chordis, siue rectis in circulo subtensis tandem supputauit, per quam facillimum est, dato quouis arcu, subtensam inuenire chordam, & è conuerso, cuiuslibet chordæ respondentem arcum inuestigare. Diuisit itaq; diametrum ipsius circuli, omnium quippe rectarum in circulo subtensarum maximam, in 120 partes inuicem æquales: qualium partium, proportionatã reddidit omnium aliarũ chordarũ quantitatẽ.

Chordæ per Ptholemæum supputatæ.

Semidiameter circuli secundũ Ptholemæum.

2 Nos igitur singulas chordas primum examinauimus, cuilibet minuto singulorũ graduum semicirculi respondentes: per continuam sexagesimarum partium additionem, easdem chordas extendendo. Dein medios arcus separauimus, dimidiasq; subtensas accepimus chordas: quo sinus recti singulis minutis cuiuslibet gradus quadrantis ipsius circuli nobis restituerentur. Cuius rei si libeat facere periculum, præsentem in exemplum examinato formulam: eandem tum ad chordarum Ptholemæi, tum ad succedentem eorundem sinuum conferendo tabulam: uidebis enim, qualiter præfatos sinus, ex Ptholemaica chordarum tabula deduxerimus.

Qualiter succedẽs tabula sinuum cõstructa sit.

3

Ex Ptholemæo.				Ex tabula succedenti.				
Arcus.	Chordæ.			Arcus.		sinus recti		
G	pt	m̃.	z̃	G.	m̃.	pt.	m̃	z̃
1	1	2	50	0	30	0	31	25
2	2	5	40	1	0	1	2	50
3	3	8	28	1	30	1	34	14
4	4	11	16	2	0	2	5	38
5	5	14	4	2	30	2	37	2
6	6	16	49	3	0	3	8	25
7	7	19	33	3	30	3	39	46
8	8	22	15	4	0	4	11	7
9	9	24	54	4	30	4	42	27
10	10	27	32	5	0	5	13	40

Habes igitur (ut partes ipsius tabulæ sinuum rectorum paucis declaremus) in transuersum eiusdem tabulæ frontispicium, gradus 90, decem paginis, seu faciebus sigillatim ordinatos: in extremo autem & sinistro cuiuslibet paginæ latere, 60 distribuuntur minuta, à summo uertice ad calcem distributa, singulis arcuum gradibus, in transuerso cuiuslibet paginæ frontispicio collocatis deseruientia. In hunc quippe modum, ut in areali & communi graduum & minutorum angulo, siue concursu, sinus recti in partibus, qualium semidiameter circuli, hoc est, sinus totus est 60, & partium fragmentis contineantur: singulis arcubus, ex supra notatis gradibus, & oblatis ad læuam minutis integratis respondentes. Reliqua primo intuitu sunt per sese manifesta.

Declaratio tabulæ succedentis sinuũ rectorum.

4 CVM VOLVERIS ITAQVE SINVM RECTVM DATI CVIVSVIS arcus, circuli quadrante minoris, per eandem inuenire tabulam, intrabis congruam ipsius tabulæ paginam, quærendo gradus integros ad uerticem, & minuta gradibus adiacentia in sinistro latere: quibus inuentis, offendes in communi graduum et minutorum angulo sinum rectum eiusdem arcus propositi, in partibus tantummodo, uel una cum earundem partium minutis, aut secundis. Animaduertas autem è læua eorundem arealium minutorum aut secundorum regione, eum partium accipiendum esse numerum, qui sursum uel deorsum primus occurret: placuit enim eosdem partium numeros toties repetendos, de industria prætermittere, quo facilior esset columnarũ distinctio, et eorundem arealium numerorum cõfusio minor.

Dato arcu quadrante circuli minore, sinũ rectũ eiusdẽ inuestigare.

Proponatur exempli gratia, arcus 45 graduum, & 30 minutorũ, cuius rectũ uis cognoscere sinũ. Intrabis ergo lateraľr sextã ipsius tabulæ paginã, accipiesq; gradus 45 ad uerticem eiusdem paginæ, 30 uerò minuta in sinistro minutorũ ordine:

Exemplum.

quibus obtentis,communem profpicito angulum,offendes enim partes 42, minuta 47,& 42 fecunda. tantum ergo pronunciabis finum ipfius arcus dati. Quòd fi fortè cum minutis eiufdem arcus dati,adhæreant fecunda: fcito ea prorfus effe negligenda,fi fuerint pauciora 30. At fi 30 fuperauerint numerum: pro eifdem fecundis 1 minutum,prioribus minutis aut gradibus, fine perceptibili difcrimine iungere poteris,& defyderatũ finũ per lateralẽ ingreffum(ut præcepimus)inueftigare.

Notãdũ ꝓ fecũdis, minutis adiacentibus.

Præterea,fi contingat oblatum arcũ quadrantem excedere circuli, minorem tamen fore femicirculo:is ab eodem femicirculo demendus eft, atq; refidui arcus finus inquirendus. At fi præfatus arcus femicirculũ exuperet, neq; tres circuli quadrantes attingat:hunc auferas à tribus circuli quadrãtibus,utpote, gradibus 270, & remanentis arcus finum rectum accipito. Idem refpondenter obferuetur, de arcu tribus circuli quadrantibus maiore:eundem à toto remouendo circulo, & cum reliquo per lateralem ingreffum optatum finum inueftigando.

De arcubus quadrãte maioribus.

5 SI AVTEM uerfa uice,dato finu recto,refpõdentẽ arcũ optaueris: intrabis tabulam areatim, eundem finũ rectum inter areales inueftigando numeros. nam qui ad extrema communis anguli fefe offerent graduum & minutorum numeri, defyderatum arcum integrabunt. Vt fi habueris finum rectum 25 partium,unius minuti,& 28 fecundorum,uolueris autem agnofcere refpondentem arcum: inuenias 25 partes,1 minutum, & 28 fecunda in tertia præmemoratæ tabulæ pagina, & feptima arealium numerorum columna. colliges enim ad uerticem eiufdem columnæ,gradus 24,ad læuum autem minutorum ordinem,39 minuta: quantus uidelicet eft ipfe defyderatus,oblatóue finui refpondens arcus.

Dato finu recto refpõdẽtẽ arcũ iuuenire.

Exemplum.

Porrò fi datus finus præcifus minimè reperiatur: accipiendus erit is tabulæ finus, qui ad ipfum datum finum propius accedit, & illius examinandus arcus,nullus enim fubfequetur error,faltem notatu dignus,aut qui eorundem finuum corrumpere poffit effectum. Vel accipe finum proximò minorem:& illius colligito arcum, ex gradibus & minutis integratum. elice poftmodum partem proportionalem de 60 fecundis unius minuti iuxta rationem quã habet differentia finus dati,& proximè minoris, ad differentiam qua fuccedens finus eundem proximò minorem finũ excedit:per doctrinam fecundi capitis ipfius quarti libri noftræ præcedentis Arithmeticæ practicæ.quam partem proportionalem, prius inuento graduum & minutorum adiungito numero.

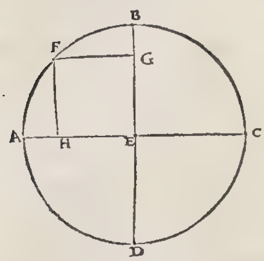
De finibus minimè repibilibus.

6 EX HIS PATET, quàm facilè fit,dato arcu fubtẽfam inuenire chordam. Nam fi propofitus arcus bifariam diuidatur,& alterutrius partis rectus finus inueftigetur,per doctrinam antecedentis numeri quarti:is tadem duplatus finus, ipfius arcus propofiti fubtenfam chordam indicabit. Nec minus facilè colligitur,quonã pacto propofita quacunq; chorda,refpondens obtineatur arcus. Quoniam fi iuxta documentum antecedentis numeri quinti, cum dimidia chorda areatim fuccedentem intraueris tabulam, acceperisq; fefe offerẽtem in lateribus arcum: is duplatus integrabit arcum,quem data chorda fubtendit. Quemadmodum igitur per finus rectos mediorum arcuum,fubtenfæ chordæ obtinentur:& uerfa uice,per arcus dimidiarum chordarum,fubtendentes colliguntur arcus. Horum exempla dare fuperuacaneum iudicamus:utpote, quoniam nuper elucidatam finuum rectorum & arcuum iuuentionem rurfum cogeremur exprimere. Vt enim finus rectus alicuius arcus,dimidium chordæ duplati arcus propofiti dicitur:ita chordam nihil aliud effe conftat,quàm duplatum fiue geminatum finum dimidij arcus dati. Porrò fi cõtingat arcum datum, cuius fubtenfam uis habere chordam, dimidium excedere circulum: is à toto demendus eft circulo, & refidui ea qua docuimus arte accipienda chorda.

Corolariũ de chordarũ & refpondẽtiũ arcuũ inuẽtione ꝑ eandẽ finuũ tabulam.

Reliquum

7 ❧ RELIQVVM EST, DECLARARE QVONAM INGENIO, DATI cuiusuis arcus, circuli quadrante minoris, sinus uersus obtineatur. cuius cognitio etsi nostro negotio parum, idq; rarò conducere uideatur: ne tamen aliquid desit, quod cæteris deseruire, uel succedentis tabulæ declarare possit amplitudinem, inuētionem eiusdem sinus uersi, ex prædictis succinctè colligemus. Repetatur ergo circulus A B C D, binis diametris A C, & B D in E centro ad rectos sese dirimentibus angulos, in quatuor quadrantes distributus: sitq; datus arcus A F, & sinus rectus eiusdem arcus recta F H. sinus autē complemēti eiusdē arcus A F, hoc est, ipsius arcus B F, esto recta F G, in semidiametrum B E perpendicularis, & ipsi A E parallela. desyderatus itaq; sinus uersus ipsius arcus dati, erit recta A H: cuius magnitudinem tali uenabimur arte. Quoniā recta F G æqualis est ipsi H E, per 34 primi elementorum Euclidis (nam E F parallelogrammum efficitur) Igitur si datum arcum A F subduxeris à quadrante B A, & residui arcus siue complementi B F rectum acceperis sinum F G: is demptus à sinu toto, siue recta A E, relinquet A H, sinum uersum eiusdem arcus propositi. Sit exēpli causa, arcus A F graduum 45. hunc auferas de 90 ipsius quadrantis gradibus, relinquentur pariter gradus 45: bis enim 45, componunt 90. Ipsius autē arcus 45 graduum sinus rectus, per quartum huiusce capitis numerum inuenitur partiū 42, minutorum 25, & 35 secundorum: quæ si à sinu toto, hoc est, 60 partibus abstuleris, relinquentur partes 17, minuta 34, & 25 secunda. tātus igitur est sinus uersus A H, ipsius dati arcus A F. De cæteris idem iudica.



De calculando sinu uerso cuiuslibet arcus, p succedētē sinuū rectorū tabulam.

34. primi Eucl.

Exemplum.

8 ❧ HINC ELVCESCIT, si dati cuiuspiam sinus uersi proprium desyderaueris arcum, quonam pacto ex præfata tabula sit colligendus. Sit enim datus sinus uersus A H. hic primum auferendus est à sinu toto A E, & relicti sinus H E, qui (ut nunc ostendimus) est æqualis F G, subtendens arcus inuestigandus, ueluti numero quinto monstrauimus, is enim erit B F: quē si tandem abstuleris à quadrāte B A, relinquetur arcus A F, dati sinus uersi A H. Nec de his longiorē opus est discurrere calculum, ni forsitam antedicta prorsus ignoraueris: quod propriæ, non autem nostræ poteris adscribere negligentiæ.

Dato sinu uerso, arcū eiusdē supputare.

De componenda arcuum tabula, quam primi uocant mobilis: per succedentem tabulam sinuum rectorum. Caput. XIIII.

I SVNT QVI MALVNT PER OBLATOS ARCVS POTIVS, q̄ per sinus, astronomica frequenter absoluere negocia: quibus ut ualeamus facere satis, hic non duximus importunum, paucis admonere lectorem acutum, mathematicarum subtilitatum amatorem, q̄ facili calculo, uulgaris arcuum tabula primi mobilis adpellata, per sinus rectos in succedenti tabula descriptos, fabricari possit. Per arcuum itaq; primiue mobilis tabulam intelligimus eam, uel ei similem, quam Ioannes Regiomontanus mathematicorum acutissimus olim ædidit: quæ ideo primi mobilis uulgò nuncupatur, quoniam per eandem tabulam obtinentur arcuum rationes, à primo motu, utpote, diurno (qui fit intra 24 horarum interuallum) potissimum dependentes. Hæc igitur tabula nihil aliud comprændit, q̄ arcus areales, ex lateralium arcuum multiplicatione productos, & in hunc qui sequitur modum componitur.

Tabula primi mobilis, & cur ita nūcupata.

Breuis admodum compositio tabulæ primi mobilis.

Ordinatis in primis lateralibus, atq; transuersalibus graduum numeris, ab 1 adusque 90 distributis: ducendi sunt sinus recti singulorum graduum transuersalium, in singulos sinus rectos lateralium graduum, uel è contra, per doctrinam quarti capitis libri tertij nostræ præcedentis Arithmeticæ. producti rursum numeri per sinum totum diuidendi sunt, iuxta documentum quinti capitis ipsius libri tertij, coadiuuante etiam decimoseptimo numero tertij capitis libri quarti eiusdem Arithmeticæ: fient enim sinus recti, quorũ arcus, per antecedentis capitis numerũ quintum inuenti, ad communem singulorum & lateralium & transuersalium graduum angulum reponendi sunt. 2

Exemplum.

Si libeat facere periculum de duodecimo gradu laterali, & uigesimo transuersali (nam idem erit habendum iudicium de quibuscunq; cæteris) aut é diuerso: accipe utriusq; numeri sinum rectum, per antecedẽtis capitis numerũ quartum. Sinus itaq; 12 graduum, erit partium 12, primorum minutorum 28, & 29 secundorum: at 20 graduum sinus continere probabitur 20 partes, 31 minuta, & secunda 16. Hos itaq; sinus inuicem multiplica, per superius allegatum caput Arithmeticæ: cõsurgent partes partium 4 (quarum quælibet partes 60 repræsentat) simplices autem partes 15, prima minuta 59, secunda 42, tertia 34, & 44 quarta. hæc si per sinum totum, hoc est 60 partes diuiseris, singulos numeros ad proximé subtiliorem denominationem cõmutando: uertentur in 4 partes simplices, 15 minuta, 59 secunda, & tertia ferè 43. quorũ omnium nuper expresso modo collectus arcus, ad communem utriusq; numeri angulum reponendus, est 4 graduum, 4 item minutorũ, & 40 secundorum: quantum posuit idem Ioannes Regiomontanus. 3

Tabula sinuũ præcisior ea, q̃ primi dicitur mobilis.

Vides igitur, quàm facili calculo, sinus in arcus conuertantur. Præcisior tamen est usus ipsius tabulæ sinuum rectorum quorumlibet arcum minutim extensorum, præfata arcuum supputatione, per eãdem tabulam primi mobilis adpellatam: siue lateraliter, siue areatim ingrediaris. nisi forte & ipsi arcus minutim pariter extenderentur: quod in immensum, & tædiosum uolumen excresceret. 4

Lateralis	Trans- 20 uersalis.		
	Gradus.	Minuta.	Secunda
12	4	4	40
	Arcus arealis.		

Tabula primi mobilis qualiter minutim extendenda.

Laterales. Differentiæ Areales.

Id autem fieri posset, per continuam additionem partium proportionalium differentiarum tam lateralium, quàm arealium numerorum: quæ quidem differẽtiæ hoc modo sunt colligendæ. Laterales quidem, per subtractionem arealis numeri, à numero pariter areali: sed qui respondet, numero transuersali proximò maiori, & laterali eiusdem ordinis. Areales autẽ, per subductionem cuiuslibet arealis & minoris numeri, à proximè sequenti maiori & areali numero. Velut ex ipsa regiomontana tabula comprobare facilè potes. 5

SEQVITVR PRAEFATA SINVVM RECTORVM, VEL SEMICHORDARVM MINVTIM EXTENSA TABVLA.

Tabula sinuum rectorum.

Minuta / Gradus arcuum	0			1			2			3			4			5			6			7			8		
	pt.	mi.	se.	pt.	mi	se	pt.	mi	se.	pt.	mi	se	pt.	mi.	se.	pt.	mi.	se.	pt.	mi.	se.	pt.	mi.	se.	pt.	mi	se.
0	0	0	0	1	2	50	2	5	38	3	8	25	4	11	7	5	13	46	6	16	18	7	18	44	8	21	1
1	0	1	3		3	53		6	41		9	27		12	10		14	48		17	21		19	46		22	4
2		2	6		4	55		7	44		10	30		13	13		15	51		18	23		20	49		23	6
3		3	9		5	58		8	47		11	33		14	15		16	53		19	26		21	51		24	8
4		4	11		7	1		9	49		12	35		15	18		17	56		20	28		22	53		25	10
5		5	14		8	4		10	52		13	38		16	21		18	59		21	31		23	56		26	12
6		6	17		9	7		11	54		14	41		17	24		20	1		22	33		24	58		27	15
7		7	20		10	9		12	57		15	44		18	26		21	4		23	36		26	0		28	17
8		8	23		11	12		14	0		16	46		19	29		22	6		24	38		27	3		29	19
9		9	26		12	15		15	3		17	49		20	32		23	9		25	40		28	5		30	21
10		10	28		13	18		16	6		18	52		[illegible]	34		24	12		26	43		29	7		31	23
11		11	31		14	21		17	8		19	55		22	37		25	14		27	45		30	10		32	26
12		12	34		15	24		18	11		20	57		23	40		26	17		28	48		31	12		33	28
13		13	37		16	26		19	14		22	0		24	42		27	19		29	50		32	14		34	30
14		14	40		17	29		20	17		23	3		25	45		28	22		30	53		33	17		35	32
15		15	42		18	32		21	20		24	6		26	47		29	24		31	55		34	19		36	34
16		16	45		19	35		32	23		25	8		27	50		30	27		32	58		35	21		37	37
17		17	48		20	38		23	26		26	11		28	53		31	29		34	0		36	24		38	39
18		18	51		21	40		24	28		27	14		29	55		32	32		35	3		37	26		39	41
19		19	54		22	43		25	31		28	16		30	58		33	34		36	5		38	28		40	43
20		20	57		23	46		26	34		29	19		32	0		34	37		37	7		39	31		41	45
21		21	59		24	49		27	37		30	22		33	3		35	40		38	10		40	33		42	47
22		23	2		25	52		28	40		31	25		34	6		36	42		39	12		41	35		43	50
23		24	5		26	55		29	42		32	27		35	9		37	45		40	15		42	37		44	52
24		25	8		27	57		30	45		33	30		36	11		38	47		41	17		43	40		45	54
25		26	11		29	0		31	48		34	33		37	14		39	50		42	20		44	42		46	56
26		27	14		30	3		32	51		35	35		38	17		40	52		43	22		45	44		47	58
27		28	16		31	5		33	54		36	38		39	19		41	55		44	25		46	47		49	0
28		29	19		32	8		34	56		37	41		40	22		42	57		45	27		47	49		50	3
29		30	22		33	11		35	59		38	44		41	24		44	0		46	30		48	51		51	5
30		31	25		34	14		37	2		39	46		42	27		45	3		47	32		49	54		52	7
31		32	28		35	17		38	5		40	49		43	30		46	5		48	34		50	56		53	9
32		33	31		36	20		39	7		41	52		44	32		47	8		49	37		51	58		54	11
33		34	33		37	23		40	10		42	55		45	35		48	10		50	39		53	1		55	13
34		35	36		38	25		41	13		43	57		46	38		49	13		51	42		54	3		56	15
35		36	39		39	28		42	16		45	0		47	40		50	15		52	44		55	5		57	17
36		37	42		40	31		43	18		46	3		48	43		51	18		53	46		56	7		58	20
37		38	45		41	34		44	21		47	5		49	46		52	20		54	49		57	10	8	59	22
38		39	48		42	37		45	24		48	8		50	48		53	23		55	51		58	12	9	0	24
39		40	50		43	39		46	27		49	11		51	51		54	25		56	54	7	59	14		1	36
40		41	53		44	42		47	30		50	13		52	53		55	28		57	56	8	0	16		2	28
41		42	56		45	45		48	32		51	16		53	56		56	30	6	58	59		1	19		3	30
42		43	59		46	48		49	35		52	19		54	59		57	33	7	0	1		2	21		4	32
43		45	2		47	51		50	38		53	22		56	1		58	35		1	3		3	23		5	34
44		46	5		48	53		51	41		54	24		57	4	5	59	38		2	6		4	26		6	36
45		47	7		49	56		52	43		55	27		58	7	6	0	41		3	8		5	28		7	39
46		48	10		50	59		53	46		56	30	4	59	9		1	43		4	10		6	30		8	41
47		49	13		52	2		54	49		57	32	5	0	12		2	45		5	13		7	32		9	43
48		50	16		53	5		55	51		58	35		1	14		3	48		6	15		8	34		10	45
49		51	19		54	7		56	54	3	59	38		2	17		4	50		7	18		9	37		11	47
50		52	22		55	10		57	57	4	0	40		3	20		5	53		8	20		10	39		12	49
51		53	24		56	13	2	59	0		1	43		4	22		6	55		9	22		11	41		13	51
52		54	27		57	16	3	0	2		2	46		5	25		7	58		10	25		12	43		14	53
53		55	30		58	19		1	5		3	49		6	27		9	0		11	27		13	46		15	55
54		56	33	1	59	21		2	8		4	51		7	30		10	3		12	30		14	48		16	57
55		57	36	2	0	24		3	10		5	54		8	33		11	5		13	32		15	50		17	59
56		58	39		1	27		4	13		6	57		9	35		12	8		14	34		16	52		19	1
57	0	59	41		2	30		5	16		7	59		10	38		13	10		15	37		17	55		20	4
58	1	0	44		3	33		6	19		9	2		11	40		14	13		16	39		18	57		21	6
59		1	47		4	35		7	22		10	5		12	43		15	15		17	41		19	59		22	8
60	1	2	50	2	5	38	3	8	25	4	11	7	5	13	46	6	16	18	7	18	44	8	21	1	9	23	10

Rectæ subtensæ.

Rectæ subtensæ.

graduū.

Tabula sinuum rectorum.

Minuta / Gradus arcuum	9			10			11			12			13			14			15			16			17		
	pt.	mi.	se.	pt.	mi.	se.	pt.	mi.	se.	pt.	mi.	se.	pt.	mi.	se.	pt.	mi.	se.	pt.	mi.	se.	pt.	mi.	se.	pt.	mi.	se.
0	9	23	10	10	25	8	11	26	55	12	28	29	13	29	49	14	30	55	15	31	45	16	32	18	17	32	32
1		24	12		26	10		27	50		29	30		30	51		31	56		32	46		33	18		33	32
2		25	14		27	12		28	58		30	32		31	52		32	57		33	46		34	18		34	32
3		26	16		28	14		30	0		31	33		32	53		33	58		34	47		35	19		35	32
4		27	18		29	15		31	1		32	35		33	54		34	59		35	48		36	19		36	32
5		28	20		30	17		32	3		33	36		34	55		36	0		36	48		37	19		37	33
6		29	22		31	19		33	5		34	37		35	57		37	1		37	49		38	20		38	33
7		30	24		32	21		34	6		35	39		36	58		38	2		38	49		39	20		39	33
8		31	26		33	23		35	8		36	40		37	59		39	3		39	50		40	21		40	33
9		32	28		34	25		36	10		37	42		39	0		40	4		40	51		41	21		41	33
10		33	30		35	26		37	11		38	43		40	1		41	4		41	51		42	21		42	33
11		34	32		36	28		38	13		39	45		41	2		42	5		42	52		43	22		43	33
12		35	34		37	30		39	15		40	46		42	4		43	6		43	53		44	22		44	33
13		36	36		38	32		40	16		41	48		43	5		44	7		44	53		45	22		45	33
14		37	38		39	34		41	18		42	49		44	6		45	8		45	54		46	23		46	33
15		38	40		40	36		42	20		43	50		45	7		46	9		46	55		47	23		47	33
16		39	42		41	38		43	21		44	52		46	8		47	10		47	55		48	23		48	33
17		40	44		42	39		44	23		45	53		47	9		48	11		48	56		49	24		49	33
18		41	46		43	41		45	24		46	54		48	11		49	12		49	56		50	24		50	33
19		42	48		44	43		46	26		47	56		49	12		50	13		50	57		51	24		51	33
20		43	50		45	45		47	27		48	57		50	13		51	13		51	58		52	24		52	33
21		44	52		46	47		48	29		49	59		51	14		52	14		52	58		53	25		53	33
22		45	54		47	48		49	31		51	0		52	15		53	15		53	59		54	25		54	33
23		46	56		48	50		50	32		52	1		53	16		54	16		54	59		55	25		55	33
24		47	58		49	52		51	34		53	3		54	17		55	17		56	0		56	26		56	33
25		49	0		50	54		52	35		54	4		55	19		56	18		57	1		57	26		57	33
26		50	2		51	56		53	37		55	5		56	20		57	19		58	1		58	26		58	33
27		51	4		52	57		54	39		56	7		57	21		58	19	15	59	2	16	59	26	17	59	33
28		52	6		53	59		55	40		57	8		58	22	14	59	20	16	0	2	17	0	27	18	0	33
29		53	8		55	1		56	42		58	10	13	59	23	15	0	21		1	3		1	27		1	33
30		54	10		56	3		57	43	12	59	11	14	0	24		1	22		2	3		2	27		2	32
31		55	12		57	4		58	45	13	0	12		1	25		2	23		3	4		3	28		3	32
32		56	14		58	6	11	59	47		1	14		2	26		3	24		4	5		4	28		4	32
33		57	16	10	59	8	12	0	48		2	15		3	27		4	25		5	5		5	28		5	32
34		58	18	11	0	10		1	50		3	16		4	28		5	25		6	6		6	28		6	32
35	9	59	20		1	11		2	51		4	18		5	30		6	26		7	6		7	28		7	32
36	10	0	22		2	13		3	53		5	19		6	31		7	27		8	7		8	29		8	32
37		1	24		3	15		4	54		6	20		7	32		8	28		9	7		9	29		9	32
38		2	26		4	17		5	56		7	21		8	33		9	29		10	8		10	29		10	31
39		3	28		5	18		6	57		8	23		9	34		10	30		11	8		11	29		11	31
40		4	30		6	20		7	59		9	24		10	35		11	30		12	9		12	29		12	31
41		5	32		7	22		9	0		10	25		11	36		12	31		13	9		13	30		13	31
42		6	34		8	24		10	2		11	27		12	37		13	32		14	10		14	30		14	31
43		7	36		9	25		11	4		12	28		13	38		14	33		15	10		15	30		15	31
44		8	38		10	27		12	5		13	29		14	39		15	33		16	11		16	30		16	31
45		9	40		11	29		13	7		14	31		15	40		16	34		17	11		17	30		17	31
46		10	41		12	31		14	8		15	32		16	41		17	35		18	12		18	31		18	30
47		11	43		13	33		15	10		16	33		17	42		18	36		19	12		19	31		19	30
48		12	45		14	34		16	11		17	34		18	43		19	26		20	12		20	31		20	30
49		13	47		15	36		17	13		18	36		19	44		20	27		21	13		21	31		21	30
50		14	49		16	38		18	14		19	37		20	45		21	38		22	13		22	31		22	30
51		15	51		17	39		19	16		20	38		21	46		22	38		23	14		23	31		23	29
52		16	53		18	41		20	17		21	39		22	47		23	39		24	14		24	31		24	29
53		17	55		19	43		21	18		22	41		23	48		24	40		25	15		25	31		25	29
54		18	57		20	44		22	20		23	42		24	49		25	41		26	15		26	32		26	29
55		19	58		21	46		23	21		24	43		25	50		26	41		27	15		27	32		27	29
56		21	0		22	48		24	23		25	44		26	51		27	42		28	16		28	32		28	28
57		22	2		23	50		25	24		26	46		27	52		28	43		29	16		29	32		29	28
58		23	4		24	51		26	26		27	47		28	53		29	44		30	17		30	32		30	28
59		24	6		25	53		27	27		28	48		29	54		30	44		31	17		31	32		31	28
60	10	25	8	11	26	55	12	28	29	13	29	49	14	30	55	15	31	45	16	32	18	17	32	32	18	32	28

Minuta graduum

Rectæ subtensæ.

Rectæ subtensæ.

Tabula ſinuum rectorum.

Minuta / Gradus	18			19			20			21			22			23			24			25			26		
	pt.	mi.	ſe.	pt.	mi	ſe.	pt.	mi	ſe.	pt.	mi.	ſe.	pt.	mi.	ſe.	pt.	mi.	ſe.	pt.	mi.	ſe.	pt.	mi.	ſe.	pt.	mi.	ſe.
0	18	32	28	19	32	3	20	31	16	21	30	7	22	28	35	23	26	38	24	24	15	25	21	26	26	18	8
1		33	27		33	2		32	15		31	6		29	33		27	36		25	12		22	22		19	5
2		34	27		34	1		33	14		32	5		30	31		28	33		26	10		23	19		20	1
3		35	27		35	1		34	13		33	3		31	30		29	31		27	7		24	16		20	57
4		36	27		36	0		35	12		34	2		32	28		30	29		26	4		25	13		21	54
5		37	26		37	0		36	11		35	0		33	26		31	27		27	2		26	10		22	50
6		38	26		37	59		37	10		35	59		34	24		32	25		29	59		27	7		23	47
7		39	26		38	58		38	9		36	58		35	22		33	22		30	57		28	4		24	43
8		40	25		39	58		39	8		37	56		36	21		34	20		31	54		29	1		25	40
9		41	25		40	57		40	7		38	55		37	19		35	18		32	51		29	58		26	36
10		42	25		41	56		41	6		39	54		38	17		36	16		33	49		30	54		27	32
11		43	25		42	56		42	5		40	52		39	15		37	14		34	46		31	51		28	29
12		44	24		43	55		43	4		41	51		40	13		38	11		35	43		32	48		29	25
13		45	24		44	54		44	3		42	49		41	12		39	9		36	41		33	45		30	22
14		46	24		45	54		45	2		43	48		42	10		40	7		37	38		34	42		31	18
15		47	23		46	53		46	1		44	47		43	8		41	5		38	35		35	39		32	14
16		48	23		47	52		47	0		45	45		44	6		42	2		39	32		36	36		33	11
17		49	23		48	52		47	59		46	44		45	4		43	0		40	30		37	32		34	7
18		50	22		49	51		48	58		47	42		46	2		43	58		41	27		38	29		35	3
19		51	22		50	50		49	57		48	41		47	0		44	55		42	24		39	26		36	0
20		52	22		51	50		50	56		49	39		47	59		45	53		43	21		40	23		36	56
21		53	21		52	49		51	55		50	38		48	57		46	51		44	19		41	19		37	52
22		54	21		53	48		52	54		51	36		49	55		47	48		45	16		42	16		38	48
23		55	20		54	47		53	53		52	35		50	53		48	46		46	13		43	13		39	45
24		56	20		55	47		54	51		53	33		51	51		49	44		47	10		44	10		40	40
25		57	20		56	46		55	50		54	32		52	49		50	41		48	8		45	7		41	37
26		58	19		57	45		56	49		55	30		53	47		51	39		49	5		46	3		42	34
27	18	59	19		58	44		57	48		56	29		54	45		52	37		50	2		47	0		43	30
28	19	0	19	19	59	44		58	47		57	27		55	43		53	35		50	59		47	57		44	26
29		1	18	20	0	43	20	59	46		58	26		56	41		54	32		51	57		48	54		45	23
30		2	18		1	42	21	0	45	21	59	24		57	39		55	30		52	54		49	50		46	19
31		3	17		2	41		1	44	22	0	23		58	38		56	27		53	51		50	47		47	15
32		4	17		3	40		2	42		1	21	22	59	36		57	25		54	48		51	44		48	11
33		5	16		4	40		3	41		2	19	23	0	34		58	22		55	45		52	40		49	7
34		6	16		5	39		4	40		3	18		1	32	23	59	20		56	42		53	37		50	4
35		7	15		6	38		5	39		4	16		2	30	24	0	18		57	39		54	34		51	0
36		8	15		7	37		6	38		5	15		3	28		1	15		58	30		55	30		51	56
37		9	15		8	37		7	36		6	13		4	26		2	13	24	59	34		56	27		52	52
38		10	14		9	36		8	35		7	12		5	24		3	10	25	0	31		57	24		53	48
39		11	14		10	35		9	34		8	10		6	22		4	8		1	28		58	20		54	44
40		12	13		11	34		10	33		9	8		7	20		5	5		2	25	25	59	17		55	41
41		13	13		12	33		11	32		10	7		8	18		6	3		3	22	26	0	14		56	37
42		14	12		13	32		12	30		11	5		9	16		7	0		4	19		1	10		57	33
43		15	12		14	32		13	29		12	4		10	14		7	58		5	16		2	7		58	29
44		16	11		15	31		14	28		13	2		11	12		8	50		6	13		3	4	26	59	25
45		17	11		16	30		15	27		14	0		12	10		9	53		7	11		4	0	27	0	21
46		18	10		17	29		16	20		14	59		13	7		10	51		8	6		4	57		1	17
47		19	10		18	28		17	24		15	57		14	5		11	48		9	5		5	53		2	13
48		20	9		19	27		18	23		16	55		15	3		12	46		10	2		6	50		3	9
49		21	9		20	26		19	22		17	54		16	1		13	43		10	59		7	46		4	5
50		22	8		21	26		20	20		18	52		16	59		14	41		11	56		8	43		5	2
51		23	8		22	25		21	19		19	50		17	57		15	38		12	53		9	39		5	58
52		24	7		23	24		22	18		20	48		18	55		16	35		13	50		10	36		6	54
53		25	7		24	23		23	16		21	47		19	53		17	34		14	47		11	32		7	50
54		26	6		25	22		24	15		22	45		20	51		18	30		15	44		12	29		8	46
55		27	5		26	21		25	14		23	43		21	48		19	28		16	41		13	25		9	42
56		28	5		27	20		26	13		24	42		22	46		20	25		17	38		14	22		10	38
57		29	4		28	19		27	11		25	40		23	44		21	23		18	35		15	19		11	34
58		30	4		29	18		28	10		26	38		24	42		22	20		19	32		16	15		12	30
59		31	3		30	17		29	8		27	37		25	40		23	17		20	29		17	12		13	26
60	19	32	3	20	31	16	21	30	7	22	28	35	23	26	38	24	24	15	25	21	26	26	18	8	27	14	22

arcuum. Rectæ ſubtenſæ.

graduū.

Rectæ ſubtenſæ,

Tabula sinuum rectorum.

Minuta / Gradus	27			28			29			30			31			32			33			34			35		
	pt.	mi.	se.	pt	mi.	se	pt	mi.	se	pt.	mi.	se.	pt.	mi.	se	pt.	mi.	se.	pt.	mi.	se	pt.	mi.	se.	pt.	mi	se.
0	27	14	22	28	10	6	29	5	19	30	0	0	30	54	8	31	47	43	32	40	42	33	33	6	34	24	53
1		15	18		11	1		6	14		0	54		55	2		48	36		41	36		33	58		25	44
2		16	14		11	57		7	9		1	49		55	56		49	29		42	27		34	50		26	35
3		17	10		12	52		8	4		2	43		56	50		50	22		43	20		35	42		27	27
4		18	6		13	48		8	58		3	37		57	43		51	15		44	12		36	34		28	18
5		19	2		14	43		9	53		4	32		58	37		52	9		45	5		37	26		29	9
6		19	57		15	38		10	48		5	26	30	59	31		53	2		45	58		38	18		30	1
7		20	53		16	34		11	43		6	20	31	0	25		53	55		46	50		39	10		30	52
8		21	49		17	29		12	38		7	14		1	18		54	48		47	43		40	2		31	44
9		22	45		18	25		13	33		8	9		2	12		55	42		48	36		40	54		32	35
10		23	41		19	20		14	28		9	3		3	6		56	35		49	28		41	46		33	26
11		24	37		20	15		15	23		9	58		4	0		57	28		50	21		42	38		34	19
12		25	33		21	11		16	17		10	52		4	54		58	21		51	13		43	30		35	9
13		26	29		22	6		17	12		11	47		5	47	31	59	14		52	6		44	22		36	0
14		27	25		23	2		18	7		12	41		6	41	32	0	8		52	58		45	14		36	52
15		28	21		23	57		19	2		13	35		7	35		1	1		53	51		46	6		37	43
16		29	16		24	52		19	57		14	29		8	28		1	54		54	44		46	58		38	35
17		30	12		25	48		20	52		15	24		9	22		2	47		55	36		47	50		39	26
18		31	8		26	43		21	47		16	18		10	16		3	40		56	29		48	41		40	17
19		32	4		27	38		22	41		17	12		11	10		4	33		57	21		49	33		41	8
20		33	0		28	33		23	36		18	6		12	3		5	26		58	14		50	25		42	0
21		33	55		29	29		24	31		19	0		12	57		6	19		59	6		51	17		42	51
22		34	51		30	24		25	26		19	55		13	51		7	12	32	59	59		52	8		43	42
23		35	47		31	19		26	20		20	49		14	45		8	5	33	0	51		53	1		44	33
24		36	43		32	15		27	15		21	43		15	38		8	58		1	44		53	53		45	24
25		37	39		33	10		28	10		22	37		16	32		9	51		2	36		54	45		46	16
26		38	34		34	5		29	5		23	31		17	25		10	44		3	28		55	36		47	7
27		39	30		35	0		29	59		24	26		18	19		11	38		4	21		56	28		47	58
28		40	26		35	56		30	54		25	20		19	12		12	31		5	13		57	20		48	49
29		41	22		36	51		31	49		26	14		20	6		13	24		6	6		58	12		49	41
30		42	18		37	46		32	43		27	8		21	0		14	17		6	58		59	4		50	32
31		43	13		38	41		33	38		28	2		21	53		15	10		7	51	33	59	55		51	23
32		44	9		39	37		34	33		28	57		22	47		16	3		8	43	34	0	47		52	14
33		45	5		40	32		35	27		29	51		23	40		16	56		9	35		1	38		53	5
34		46	0		41	27		36	22		30	45		24	34		17	48		10	28		2	31		53	56
35		46	56		42	22		37	17		31	39		25	27		18	41		11	20		3	22		54	47
36		47	52		43	17		38	11		32	33		26	21		19	34		12	12		4	14		55	38
37		48	47		44	12		39	6		33	27		27	14		20	27		13	5		5	6		56	29
38		49	43		45	8		40	0		34	21		28	8		21	20		13	57		5	57		57	20
39		50	39		46	3		40	55		35	15		29	1		22	13		14	49		6	49		58	11
40		51	34		46	58		41	50		36	9		29	55		23	7		15	42		7	41		59	3
41		52	30		47	53		42	44		37	3		30	48		23	59		16	34		8	32	34	59	54
42		53	26		48	48		43	39		37	57		31	42		24	54		17	26		9	24	35	0	45
43		54	21		49	43		44	34		38	51		32	35		25	45		18	18		10	15		1	36
44		55	17		50	38		45	28		39	45		33	29		26	38		19	11		11	7		2	27
45		56	13		51	34		46	23		40	39		34	22		27	30		20	3		11	59		3	18
46		57	8		52	29		47	17		41	33		35	16		28	23		20	55		12	51		4	9
47		58	4		53	24		48	12		42	27		36	9		29	16		21	47		13	42		5	0
48		58	59		54	19		49	6		43	21		37	2		30	9		22	40		14	34		5	51
49	27	59	55		55	14		50	1		44	15		37	56		31	2		23	32		15	25		6	42
50	28	0	50		65	9		50	55		45	9		38	49		31	54		24	24		16	17		7	32
51		1	46		57	4		51	50		46	3		39	42		32	47		25	16		17	8		8	23
52		2	41		57	59		52	44		46	57		40	36		33	40		26	8		18	0		9	14
53		3	37		58	54		53	39		47	51		41	29		34	33		27	0		18	52		10	5
54		4	33	28	59	49		54	33		48	45		42	22		35	25		27	53		19	43		10	56
55		5	28	29	0	44		55	28		49	39		43	16		36	18		28	45		20	35		11	47
56		6	24		1	39		56	22		50	33		44	9		37	11		29	37		21	26		12	38
57		7	19		2	34		57	17		51	26		45	2		38	4		30	29		22	18		13	29
58		8	15		3	29		58	11		52	20		45	56		38	56		31	21		23	9		14	20
59		9	10		4	24	29	59	6		53	14		46	49		39	49		32	13		24	1		15	11
60	28	10	6	29	5	19	30	0	0	30	54	8	31	47	43	32	40	42	33	33	6	34	24	53	35	16	2

arcuũ. Rectæ subtensæ.

Rectæ subtensæ.

graduum

Tabula sinuum rectorum.

Minuta / Gradus	36			37			38			39			40			41			42			43			44		
	pt.	mi.	se.	pt.	mi	se.	pt.	mi	se.	pt.	mi.	se.	pt.	mi.	se.	pt.	mi.	se.	pt.	mi.	se.	pt.	mi.	se.	pt.	mi.	se.
0	35	16	2	36	6	32	36	56	23	37	45	33	38	34	2	39	21	49	40	8	52	40	55	12	41	40	46
1		16	52		7	22		57	12		46	22		34	50		22	36		9	39		55	57		41	31
2		17	43		8	12		58	2		47	11		35	38		23	23		10	25		56	43		42	16
3		18	34		9	2		58	51		47	59		36	26		24	11		11	12		57	29		43	1
4		19	25		9	52	36	59	41		48	48		37	14		24	58		11	59		58	15		43	47
5		20	15		10	42	37	0	30		49	37		38	2		25	45		12	45		59	1		44	32
6		21	6		11	33		1	19		50	26		38	50		26	33		13	32	40	59	47		45	17
7		21	57		12	23		2	9		51	14		39	38		27	20		14	18	41	0	33		46	2
8		22	48		13	13		2	58		52	3		40	26		28	7		15	5		1	19		46	47
9		23	38		14	3		3	48		52	52		41	15		28	55		15	52		2	4		47	32
10		24	29		14	53		4	37		53	41		42	3		29	42		16	38		2	50		48	17
11		25	20		15	43		5	27		54	29		42	51		30	29		17	25		3	36		49	2
12		26	11		16	33		6	16		55	18		43	39		31	17		18	11		4	22		49	47
13		27	2		17	23		7	5		56	7		44	27		32	4		18	58		5	8		50	32
14		27	52		18	13		7	55		56	56		45	15		32	51		19	45		5	54		51	18
15		28	43		19	4		8	44		57	44		46	3		33	39		20	31		6	40		52	3
16		29	33		19	53		9	33		58	33		46	51		34	26		21	18		7	25		52	48
17		30	24		20	43		10	23	37	59	21		47	39		35	13		22	4		8	11		53	32
18		31	15		21	33		11	12	38	0	10		48	26		36	0		22	50		8	57		54	17
19		32	5		32	23		12	1		0	59		49	14		36	47		23	37		9	42		55	2
20		32	56		23	13		12	50		1	47		50	2		37	34		24	23		10	28		55	47
21		33	46		24	3		13	40		2	36		50	50		38	22		25	10		11	14		56	32
22		34	37		24	53		14	29		3	24		51	38		39	9		25	56		11	59		57	17
23		35	28		25	43		15	18		4	13		52	26		39	56		26	43		12	45		58	2
24		36	18		26	33		16	7		5	1		53	14		40	43		27	29		13	31		58	47
25		37	9		27	23		16	57		5	50		54	1		41	30		28	15		14	16	41	59	32
26		37	59		28	13		17	46		6	39		54	49		42	17		29	2		15	2	42	0	17
27		38	50		29	3		18	35		7	27		55	37		43	4		29	48		15	48		1	2
28		39	40		29	53		19	24		8	16		56	25		43	52		30	35		16	33		1	47
29		40	31		30	43		20	14		9	4		57	13		44	39		31	21		17	19		2	31
30		41	22		31	32		21	3		9	53		58	1		45	26		32	7		18	5		3	16
31		42	12		32	22		21	52		10	41		58	48		46	13		32	54		18	50		4	1
32		43	3		33	12		22	41		11	30	38	59	36		46	50		33	40		19	36		4	46
33		43	53		34	2		23	30		12	18	39	0	24		47	47		34	26		20	21		5	30
34		44	43		34	51		24	19		13	6		1	12		48	34		35	12		21	6		6	15
35		45	34		35	41		25	9		13	55		1	59		49	21		35	59		21	52		7	0
36		46	24		36	31		25	58		14	43		2	47		50	8		36	45		22	37		7	44
37		47	15		37	21		26	47		15	32		3	35		50	55		37	31		23	23		8	29
38		48	5		38	11		27	36		16	20		4	22		51	42		38	17		24	8		9	14
39		48	56		39	0		28	25		17	8		5	9		52	29		39	4		24	54		9	58
40		49	46		39	50		29	14		17	57		5	58		53	16		39	50		25	39		10	43
41		50	36		40	40		30	3		18	45		6	45		54	3		40	36		26	25		11	27
42		51	27		41	30		30	52		19	34		7	33		54	50		41	22		27	10		12	12
43		52	17		42	19		31	41		20	22		8	21		55	36		42	8		27	56		12	57
44		53	8		43	9		32	30		21	10		9	8		56	23		42	55		28	41		13	42
45		53	58		43	59		33	19		21	59		9	56		57	10		43	41		29	27		14	27
46		54	48		44	48		34	8		22	47		10	44		57	57		44	27		30	12		15	12
47		55	39		45	38		34	57		23	35		11	31		58	44		45	13		30	57		15	56
48		56	29		46	28		35	46		24	24		12	19	39	59	31		45	59		31	43		16	41
49		57	19		47	17		36	35		25	12		13	6	40	0	18		46	45		32	28		17	25
50		58	9		48	7		37	24		26	0		13	54		1	4		47	31		33	13		18	10
51		59	0		48	56		38	13		26	48		14	41		1	51		48	17		33	59		18	54
52	35	59	50		49	46		39	2		27	36		15	29		2	38		49	3		34	44		19	39
53	36	0	40		50	36		39	51		28	25		16	16		3	25		49	49		35	29		20	23
54		1	30		51	25		40	40		29	13		17	4		4	11		50	36		36	14		21	8
55		2	21		52	15		41	29		30	1		17	51		4	58		51	21		36	59		21	52
56		3	11		53	4		42	17		30	49		18	39		5	45		52	7		37	45		22	37
57		4	1		53	54		43	6		31	37		19	26		6	32		52	53		38	30		23	21
58		4	52		54	44		43	55		32	26		20	14		7	19		53	40		39	16		24	6
59		5	42		55	33		44	44		33	14		21	1		8	5		54	26		40	1		24	50
60	36	6	32	36	56	23	37	45	33	38	34	2	39	21	49	40	8	52	40	55	12	41	40	46	42	25	35

arcuum.

Rectæ subtensæ.

Rectæ subtensæ,

graduū.

Tabula ſinuum rectorum.

Gradus — arcus.

Gradus	45 pt.	mi.	ſe.	46 pt.	mi.	ſe.	47 pt.	mi.	ſe.	48 pt.	mi.	ſe.	49 pt.	mi.	ſe.	50 pt.	mi.	ſe.	51 pt.	mi.	ſe.	52 pt.	mi.	ſe.	53 pt.	mi.	ſe.
0	42	25	35	43	9	[illegible]	43	52	52	44	35	10	45	16	57	45	57	46	46	37	44	47	16	50	47	55	5
1		26	[illegible]		10	21		53	35		36	1		17	38		58	26		38	23		17	29		55	43
2		27	3		11	5		54	16		36	43		18	19		59	0		39	3		18	8		56	21
3		27	47		11	48		55	1		37	25		19	0	45	59	47		39	42		18	46		56	58
4		[illegible]	32		12	32		55	44		38	7		19	42	46	0	27		40	22		19	25		57	36
5		[illegible]	[illegible]		13	15		56	26		38	49		20	23		1	7		41	1		20	3		58	14
6		30	0		13	59		57	9		39	31		21	4		1	48		41	41		20	42		58	51
7		30	45		14	42		57	52		40	13		21	45		2	28		42	20		21	20	47	59	29
8		31	29		15	26		58	35		40	55		22	26		3	8		42	59		21	59	48	0	7
9		32	13		16	9	43	59	17		41	37		23	7		3	49		43	39		22	38		0	44
10		32	58		16	[illegible]	44	0	0		42	19		23	48		4	29		44	18		23	16		1	22
11		33	42		17	[illegible]		0	43		43	0		24	30		5	9		44	57		23	55		2	0
12		34	26		18	[illegible]		1	26		43	42		25	11		5	50		45	37		24	33		2	38
13		35	11		19	4		2	8		44	24		25	52		6	30		46	16		25	12		3	15
14		35	[illegible]		19	47		2	51		45	0		26	33		7	10		46	55		25	50		3	53
15		36	[illegible]		20	31		3	34		45	48		27	14		7	50		47	35		26	29		4	31
16		37	24		21	14		4	16		46	30		27	55		8	30		48	14		27	7		5	8
17		38	8		21	58		4	59		47	12		28	36		9	10		48	53		27	46		5	46
18		38	52		22	41		5	42		47	54		29	17		9	50		49	33		28	24		6	23
19		39	37		23	24		6	24		48	35		29	58		10	30		50	12		29	2		7	1
20		40	21		24	8		7	7		49	17		30	39		11	10		50	51		29	41		7	38
21		41	5		24	51		7	50		49	59		31	20		11	50		51	30		30	19		8	16
22		41	49		25	34		8	32		50	41		32	1		12	30		52	9		30	57		8	53
23		42	33		26	18		9	15		51	22		32	42		13	11		52	49		31	35		9	31
24		43	17		27	1		9	57		52	4		33	23		13	51		53	28		32	14		10	8
25		44	1		27	44		10	40		52	46		34	4		14	31		54	7		32	52		10	46
26		44	45		28	28		11	22		53	28		34	44		15	11		54	46		33	31		11	23
27		45	30		29	11		12	5		54	9		35	25		15	51		55	25		34	9		12	1
28		46	14		29	54		12	47		54	51		36	6		16	31		56	5		34	47		12	38
29		46	58		30	38		13	30		55	33		36	47		17	11		56	44		35	26		13	16
30		47	42		31	21		14	12		56	14		37	28		17	51		57	23		36	4		13	53
31		48	26		32	4		14	55		56	56		38	9		18	31		58	2		36	43		14	30
32		49	10		32	47		15	37		57	38		38	49		19	11		58	41		37	21		15	8
33		49	54		33	31		16	20		58	19		39	30		19	51		59	20		37	59		15	45
34		50	38		34	14		17	2		59	1		40	11		20	31	46	59	59		38	37		16	22
35		51	22		34	57		17	44	44	59	42		40	51		21	11	47	0	38		39	15		16	59
36		52	6		35	40		18	27	45	0	24		41	32		21	51		1	17		39	53		17	37
37		52	50		36	23		19	9		1	5		42	13		22	31		1	56		40	32		18	14
38		53	34		37	7		19	51		1	47		42	53		23	10		2	35		41	10		18	51
39		54	18		37	50		20	34		2	28		43	34		23	50		3	14		41	48		19	28
40		55	2		38	33		21	16		3	10		44	15		24	30		3	53		42	26		20	6
41		55	46		39	16		21	58		3	51		44	55		25	10		4	32		43	4		20	43
42		56	[illegible]		39	59		22	40		4	33		45	36		25	50		5	11		43	42		21	20
43		57	13		40	42		23	23		5	14		46	17		26	29		5	50		44	20		21	58
44		57	57		41	25		24	5		5	[illegible]		46	57		27	9		6	29		44	58		22	35
45		58	41		42	8		24	47		[illegible]	37		47	38		27	49		7	8		45	30		23	12
46	42	59	25		42	51		25	20		7	19		48	19		28	29		7	47		46	14		23	49
47	43	0	9		43	34		26	11		8	0		48	59		29	9		8	26		46	52		24	26
48		0	53		44	17		26	53		8	41		49	40		29	48		9	5		47	30		25	3
49		1	36		45	0		27	36		9	23		50	20		30	28		9	44		48	8		25	40
50		2	[illegible]		45	43		28	18		10	4		51	1		31	8		10	22		48	46		26	17
51		3	[illegible]		46	26		29	0		10	45		51	41		31	48		11	1		49	24		26	54
52		3	[illegible]		47	[illegible]		29	42		11	27		52	22		32	27		11	40		50	2		27	31
53		4	31		47	52		30	24		12	8		53	2		33	7		12	19		50	40		28	8
54		5	[illegible]		48	35		31	6		12	49		53	43		33	47		12	57		51	18		28	45
55		5	[illegible]		49	18		31	48		13	31		54	23		34	26		13	36		51	56		29	23
56		6	43		50	1		32	30		14	12		55	4		35	6		14	15		52	34		30	0
57		7	25		50	44		33	13		14	53		55	44		35	45		14	54		53	12		30	37
58		8	10		51	27		33	55		15	35		56	25		36	25		15	32		53	49		31	14
59		8	54		52	10		34	37		16	16		57	5		37	4		16	11		54	27		31	51
60	[illegible]	9	37	43	52	52	44	35	10	45	16	57	45	57	46	46	37	44	47	16	50	47	55	5	48	32	28

Rectæ ſubtenſæ.

Rectæ ſubtenſæ.

graduum

Tabula sinuum rectorum.

Gradus arcuum.

Minuta	54			55			56			57			58			59			60			61			62		
	pt.	mi.	se.	pt.	mi	se	pt.	mi	se.	pt.	mi.	se	pt.	mi.	se.	pt.	mi.	se.	pt.	mi.	se.	pt.	mi.	se.	pt.	mi.	se.
0	48	32	28	49	8	57	49	44	32	50	19	13	50	52	58	51	25	48	51	57	41	52	28	38	52	58	37
1		33	5		9	33		45	7		19	47		53	32		26	20		58	13		29	8		59	6
2		33	42		10	9		45	42		20	21		54	5		26	53		58	44		29	39	52	59	35
3		34	18		10	45		46	17		20	55		54	38		27	25		59	15		30	9	53	0	5
4		34	55		11	20		46	52		21	29		55	11		27	57	51	59	47		30	39		0	34
5		35	32		11	56		47	27		22	3		55	44		28	29	52	0	18		31	10		1	4
6		36	9		12	32		48	2		22	38		56	17		29	2		0	49		31	40		1	33
7		36	45		13	8		48	37		23	12		56	51		29	34		1	21		32	10		2	2
8		37	22		13	44		49	12		23	46		57	24		30	6		1	52		32	41		2	32
9		37	59		14	20		49	47		24	20		57	57		30	38		2	23		33	11		3	1
10		38	36		14	56		50	22		24	54		58	30		31	11		2	54		33	41		3	31
11		39	13		15	32		50	57		25	28		59	3		31	43		3	26		34	12		4	0
12		39	50		16	8		51	32		26	2	50	59	37		32	15		3	57		34	42		4	29
13		40	26		16	44		52	7		26	36	51	0	10		32	47		4	28		35	12		4	59
14		41	3		17	20		52	42		27	10		0	43		33	20		5	0		35	43		5	28
15		41	40		17	56		53	17		27	44		1	16		33	52		5	31		36	13		5	57
16		42	17		18	31		53	52		28	18		1	49		34	24		6	2		36	43		6	26
17		42	53		19	7		54	27		28	52		2	22		34	56		6	33		37	13		6	56
18		43	30		19	43		55	2		29	26		2	55		35	28		7	4		37	43		7	25
19		44	6		20	19		55	37		30	0		3	28		36	0		7	35		38	13		7	54
20		44	43		20	54		56	11		30	34		4	1		36	32		8	6		38	44		8	23
21		45	20		21	30		56	46		31	8		4	34		37	4		8	37		39	14		8	52
22		45	56		22	6		57	21		31	42		5	7		37	36		9	8		39	44		9	21
23		46	33		22	41		57	56		32	16		5	40		38	8		9	39		40	14		9	50
24		47	9		23	17		58	31		32	49		6	13		38	40		10	11		40	44		10	20
25		47	46		23	53		59	5		33	23		6	46		39	12		10	42		41	14		10	49
26		48	23		24	28	49	59	40		33	57		7	19		39	44		11	13		41	44		11	18
27		48	59		25	4	50	0	15		34	31		7	51		40	16		11	44		42	14		11	47
28		49	36		25	40		0	50		35	5		8	24		40	48		12	15		42	44		12	16
29		50	12		26	16		1	25		35	39		8	57		41	20		12	46		43	14		12	45
30		50	49		26	51		1	59		36	13		9	30		41	52		13	17		43	45		13	14
31		51	25		27	27		2	34		36	46		10	3		42	24		13	48		44	14		13	43
32		52	2		28	2		3	8		37	20		10	36		42	55		14	18		44	44		14	12
33		52	38		28	38		3	43		37	54		11	8		43	27		14	49		45	14		14	41
34		53	14		29	13		4	18		38	27		11	41		43	59		15	20		45	44		15	10
35		53	51		29	49		4	52		39	1		12	14		44	31		15	51		46	14		15	39
36		54	27		30	24		5	27		39	34		12	47		45	3		16	22		46	44		16	8
37		55	4		31	0		6	1		40	8		13	19		45	34		16	53		47	14		16	37
38		55	40		31	35		6	36		40	42		13	52		46	6		17	23		47	43		17	5
39		56	16		32	11		7	10		41	15		14	25		46	38		17	54		48	13		17	34
40		56	53		32	46		7	45		41	49		14	57		47	10		18	25		48	43		18	3
41		57	29		33	21		8	20		42	23		15	30		47	41		18	56		49	13		18	32
42		58	5		33	57		8	54		42	56		16	3		48	13		19	27		49	43		19	1
43		58	42		34	32		9	29		43	30		16	36		48	45		19	57		50	13		19	30
44		59	18		35	8		10	3		44	4		17	8		49	17		20	28		50	42		19	59
45	48	59	55		35	43		10	38		44	37		17	41		49	48		20	59		51	12		20	28
46	49	0	31		36	19		11	12		45	11		18	13		50	20		21	30		51	42		20	56
47		1	7		36	54		11	46		45	44		18	46		50	52		22	0		52	12		21	25
48		1	43		37	29		12	21		46	17		19	18		51	23		22	31		52	41		21	54
49		2	19		38	4		12	55		46	51		19	51		51	55		23	1		53	11		22	22
50		2	55		38	40		13	29		47	24		20	23		52	26		23	32		53	40		22	51
51		3	31		39	15		14	4		47	58		20	56		52	58		24	3		54	10		23	20
52		4	8		39	50		14	38		48	31		21	28		53	29		24	33		54	40		23	48
53		4	44		40	25		15	12		49	4		22	1		54	1		25	4		55	9		24	17
54		5	20		41	1		15	47		49	38		22	33		54	32		25	34		55	39		24	40
55		5	56		41	36		16	21		50	11		23	6		55	4		26	5		56	9		25	14
56		6	32		42	11		16	55		50	45		23	38		55	35		26	35		56	38		25	43
57		7	8		42	46		17	30		51	18		24	11		56	7		27	6		57	8		26	12
58		7	45		43	22		18	4		51	51		24	43		56	38		27	37		57	37		26	40
59		8	21		43	56		18	38		52	25		25	16		57	10		28	7		58	7		27	9
60	49	8	57	49	44	32	50	19	13	50	52	58	51	25	48	51	57	41	52	28	38	52	58	37	53	27	37

Rectæ subtensæ.

Rectæ subtensæ.

graduū.

Tabula sinuum rectorum.

Gradus arcuum

Minuta	63			64			65			66			67			68			69			70			71		
	pt.	mi.	se.	pt	mi.	se.	pt.	mi	se	pt.	mi.	se.	pt.	mi	se	pt	mi	se.	pt.	mi	se.	pt.	mi	se.	pt.	mi	se.
0	53	27	37	53	55	40	54	22	42	54	48	46	55	13	49	55	37	52	56	0	53	56	22	54	56	43	52
1		28	6		56	8		23	9		49	11		14	13		38	15		1	16		23	15		44	12
2		28	34		56	35		23	35		49	37		14	38		38	39		1	38		23	36		44	33
3		29	3		57	3		24	2		50	2		15	2		39	2		2	1		23	58		44	53
4		29	31		57	30		24	28		50	28		15	27		39	25		2	23		24	19		45	13
5		20	59		57	57		24	55		50	53		15	51		39	49		2	45		24	40		45	34
6		30	28		58	25		25	21		51	18		16	16		40	12		3	8		25	2		45	54
7		30	56		58	52		25	47		51	44		16	40		40	36		3	30		25	23		46	14
8		31	25		59	20		26	14		52	9		17	4		40	59		3	52		25	45		46	35
9		31	53	53	59	47		26	40		52	35		17	29		41	22		4	15		26	6		46	55
10		32	21	54	0	14		27	7		53	0		17	53		41	46		4	37		26	27		47	15
11		32	50		0	42		27	33		53	26		18	18		42	9		5	0		26	49		47	36
12		33	18		1	9		28	0		53	51		18	42		42	33		5	22		27	10		47	56
13		33	47		1	37		28	26		54	16		19	7		42	56		5	44		27	31		48	16
14		34	15		2	4		28	53		54	42		19	31		43	20		6	7		27	53		48	37
15		34	43		2	31		29	19		55	7		19	55		43	43		6	29		28	14		48	57
16		35	12		2	59		29	45		55	32		20	20		44	6		6	51		28	35		49	17
17		35	40		3	26		30	11		55	58		20	44		44	29		7	13		28	56		49	37
18		36	8		3	53		30	37		56	23		21	8		44	52		7	36		29	17		49	57
19		36	36		4	20		31	4		56	48		21	32		45	15		7	58		29	38		50	17
20		37	4		4	47		31	30		57	13		21	56		45	39		8	20		30	0		50	37
21		37	32		5	14		31	56		57	38		22	20		46	2		8	42		30	21		50	57
22		38	1		5	42		32	22		58	4		22	45		40	25		9	4		30	42		51	17
23		38	29		6	9		32	48		58	29		23	9		46	48		9	26		31	3		51	37
24		38	57		6	36		33	15		58	54		23	33		47	11		9	48		31	24		51	58
25		39	25		7	3		33	41		59	19		23	57		47	34		10	11		31	45		52	18
26		39	53		7	30		34	7	54	59	44		24	21		47	58		10	33		32	6		52	38
27		40	21		7	57		34	33	55	0	9		24	45		48	21		10	55		32	27		52	58
28		40	49		8	24		34	59		0	35		25	10		48	44		11	17		32	48		53	18
29		41	18		8	51		35	25		1	0		25	34		49	7		11	39		33	9		53	38
30		41	46		9	18		35	52		1	25		25	58		49	30		12	1		33	31		53	58
31		42	14		9	45		36	18		1	50		26	22		49	53		12	23		33	51		54	18
32		42	42		10	12		36	44		2	15		26	46		50	16		12	45		34	12		54	38
33		43	10		10	39		37	9		2	40		27	11		50	39		13	7		34	33		54	57
34		43	38		11	6		37	35		3	5		27	34		51	2		13	29		34	54		55	17
35		44	5		11	33		38	1		3	30		27	58		51	25		13	51		35	15		55	37
36		44	33		12	0		38	27		3	55		28	22		51	48		14	13		35	36		55	57
37		45	1		12	27		38	53		4	20		28	46		52	11		14	34		35	57		56	17
38		45	29		12	54		39	19		4	44		29	9		52	33		14	56		36	17		56	36
39		45	57		13	21		39	45		5	9		29	33		52	56		15	18		36	38		56	36
40		46	25		13	48		40	11		5	34		29	57		53	19		15	40		36	59		57	16
41		46	53		14	15		40	37		5	59		30	21		53	42		16	2		37	20		57	36
42		47	21		14	42		41	3		6	24		30	45		54	5		16	24		37	41		57	56
43		47	49		15	8		41	29		6	49		31	9		54	28		16	46		38	2		58	15
44		48	17		15	35		41	55		7	14		31	33		54	51		17	8		38	22		58	35
45		48	45		16	2		42	21		7	39		31	57		55	14		17	29		38	43		58	55
46		49	12		16	29		42	46		8	4		32	20		55	36		17	51		39	4		59	15
47		49	40		16	56		43	12		8	28		32	44		55	59		18	13		39	24		59	34
48		50	8		17	22		43	38		8	53		33	8		56	22		18	34		39	45	56	59	54
49		50	35		17	49		44	3		9	18		33	31		56	44		18	56		40	6	57	0	13
50		51	3		18	16		44	29		9	42		33	55		57	7		19	17		40	26		0	33
51		51	31		18	42		44	55		10	7		34	19		57	30		19	39		40	47		0	52
52		51	58		19	9		45	20		10	32		34	42		57	52		20	1		41	7		1	12
53		52	26		19	36		45	46		10	56		35	6		58	15		20	22		41	28		1	31
54		52	54		20	2		46	12		11	21		35	30		18	38		20	44		41	48		1	51
55		53	21		20	29		46	37		11	46		35	53		59	0		21	6		42	9		2	11
56		53	49		20	56		47	3		12	10		36	17		59	23		21	27		42	30		2	30
57		54	17		21	22		47	29		12	35		36	41	55	59	45		21	49		42	50		2	50
58		54	45		21	49		47	54		13	0		37	4	56	0	8		22	10		43	11		3	9
59		55	13		22	16		48	20		13	24		37	28		0	31		22	32		43	31		3	29
60	53	55	40	54	22	42	54	48	46	55	13	49	55	37	52	56	0	53	56	22	54	56	43	52	57	3	48

Rectæ subtensæ.

gradum

Rectæ subtensæ.

Tabula sinuum rectorum.

Minuta / Gradus	72			73			74			75			76			77			78			79			80		
	pt.	mi.	se.	pt.	mi	se	pt.	mi	se.	pt.	mi.	se	pt.	mi.	se.	pt.	mi.	se.	pt.	mi.	se.	pt.	mi.	se	pt.	mi	se.
0	57	3	48	57	22	42	57	40	33	57	57	20	58	13	4	58	27	44	58	41	20	58	53	51	59	5	18
1		4	8		23	0		40	50		57	36		13	19		27	58		41	33		54	3		5	29
2		4	27		23	18		41	7		57	52		13	34		28	12		41	46		54	15		5	40
3		4	46		23	37		41	24		58	8		13	49		28	26		41	59		54	27		5	51
4		5	6		23	55		41	41		58	24		14	4		28	40		42	12		54	39		6	2
5		5	25		24	13		41	58		58	41		14	19		25	54		42	25		54	51		6	12
6		5	44		24	31		42	16		58	57		14	34		29	8		42	37		55	3		6	23
7		6	3		24	50		42	23		59	13		14	49		29	22		42	50		55	14		6	34
8		6	23		25	8		42	50		59	29		15	4		29	36		43	3		55	26		6	45
9		6	42		25	26		43	7	57	59	45		15	19		29	50		43	16		55	38		6	55
10		7	1		25	44		43	24	58	0	1		15	35		30	4		43	29		55	50		7	0
11		7	21		26	2		43	42		0	17		15	50		30	18		43	42		56	2		7	17
12		7	40		26	21		43	59		0	34		16	5		30	32		43	55		56	14		7	28
13		7	59		26	39		44	16		0	50		16	20		30	46		44	8		56	26		7	39
14		8	18		26	57		44	33		1	6		16	35		31	0		44	21		50	37		7	49
15		8	38		27	15		44	50		1	22		16	50		31	14		44	34		56	49		8	0
16		8	57		27	33		45	7		1	38		17	5		31	28		44	40		57	1		8	11
17		9	16		27	51		45	24		1	54		17	19		31	41		44	59		57	12		8	21
18		9	35		28	9		45	41		2	9		17	34		31	55		45	12		57	24		8	32
19		9	54		28	27		45	58		2	25		17	49		32	9		45	24		57	36		8	42
20		10	13		28	45		46	15		2	41		18	4		32	23		45	37		57	47		8	53
21		10	32		29	3		46	32		2	57		18	19		32	36		45	50		57	59		9	3
22		10	51		29	21		46	49		3	13		18	33		32	50		46	2		58	10		9	14
23		11	10		29	39		47	6		3	29		18	48		33	4		40	15		58	22		9	24
24		11	29		29	57		47	23		3	45		19	3		33	18		40	28		58	34		9	35
25		11	48		30	15		47	40		4	1		19	18		33	31		46	40		58	45		9	45
26		12	7		30	33		47	56		4	16		19	33		33	45		46	53		58	57		9	56
27		12	26		30	51		48	13		4	32		19	47		33	59		47	6		59	8		10	6
28		12	45		31	9		48	30		4	48		20	2		34	12		47	18		59	20		10	17
29		13	4		31	27		48	47		5	4		20	17		34	26		47	31		59	31		10	27
30		13	23		31	45		49	4		5	20		20	32		34	40		47	44		59	43		10	38
31		13	42		32	3		49	21		5	35		20	46		34	53		47	56	58	59	54		10	48
32		14	0		32	20		49	38		5	51		21	1		35	7		48	8	59	0	6		10	58
33		14	19		32	38		49	54		6	7		21	16		35	20		48	21		0	17		11	8
34		14	38		32	56		50	11		6	22		21	30		35	34		48	33		0	28		11	19
35		14	57		33	14		50	28		6	38		21	45		35	47		48	46		0	40		11	29
36		15	15		33	31		50	44		6	53		21	59		36	1		48	58		0	51		11	39
37		15	34		33	49		51	1		7	9		22	14		36	14		49	10		1	2		11	49
38		15	53		34	7		51	18		7	25		22	28		36	28		49	23		1	14		12	0
39		16	12		34	25		51	34		7	40		22	43		36	41		49	35		1	25		12	10
40		16	30		34	42		51	51		7	56		22	57		36	55		49	48		1	36		12	20
41		16	49		35	0		52	8		8	11		23	12		37	8		50	0		1	48		12	30
42		17	8		35	18		52	24		8	27		23	26		37	22		50	12		1	59		12	41
43		17	27		35	35		52	41		8	43		23	41		37	35		50	25		2	10		12	51
44		17	46		35	53		52	58		8	58		23	55		37	48		50	37		2	21		13	1
45		18	4		36	11		53	14		9	14		24	10		38	2		50	50		2	33		13	11
46		15	23		36	28		53	30		9	29		24	24		38	15		51	2		2	44		13	21
47		18	41		36	46		53	47		9	45		24	38		38	28		51	14		2	55		13	31
48		19	0		37	3		54	3		10	0		24	53		38	42		51	26		3	6		13	41
49		19	18		37	21		54	20		10	15		25	7		38	55		51	38		3	17		13	51
50		19	37		37	38		54	36		10	31		25	21		39	8		51	50		3	28		14	1
51		19	55		37	55		54	52		10	46		25	36		39	21		52	2		3	39		14	11
52		20	14		38	13		55	9		11	1		25	50		39	34		52	15		3	50		14	21
53		20	32		38	30		55	25		11	17		26	4		39	48		52	27		4	1		14	31
54		20	51		38	48		55	42		11	32		26	18		40	1		52	39		4	12		14	41
55		21	9		39	5		55	58		11	47		26	33		40	14		52	51		4	23		14	51
56		21	28		39	23		56	14		12	3		26	47		40	27		53	3		4	34		15	1
57		21	46		39	40		56	31		12	18		27	1		40	40		53	15		4	45		15	11
58		22	5		39	58		56	47		12	33		27	15		40	54		53	27		4	56		15	21
59		22	23		40	15		57	4		12	49		27	30		41	7		53	39		5	7		15	31
60	57	22	42	57	40	33	57	57	20	59	13	4	58	27	44	58	41	20	58	53	51	59	5	18	59	15	41

arcuum. Rectæ subtensæ.

Rectæ subtensæ.

graduū.

Reſiduum Tabulæ ſinuum rectorum.

Gradus arcuum.

Minuta	81			82			83			84			85			86			87			88			89		
	pt.	mi	ſe	pt	mi	ſe	pt	mi	ſe.	pt	mi.	ſe	pt.	mi	ſe.	pt	mi	ſe.	pt.	mi.	ſe.	pt	mi	ſe	pt.	mi.	ſe.
0	59	15	41	59	24	58	59	33	10	59	40	17	59	46	18	59	51	14	59	55	4	59	57	48	59	59	27
1		15	50		25	0		33	18		40	23		46	23		51	18		55	7		57	51		59	28
2		16	0		25	15		33	25		40	30		46	29		51	22		55	10		57	53		59	29
3		16	10		25	24		33	33		40	36		46	34		51	27		55	13		57	55		59	30
4		16	19		25	32		33	40		40	42		46	39		51	31		55	17		57	57		56	31
5		16	29		25	41		33	48		40	49		46	45		51	35		55	20		57	59		59	32
6		16	39		25	50		33	55		40	55		46	50		51	39		55	23		58	1		59	33
7		16	49		25	58		34	3		41	2		46	55		51	44		55	26		58	3		59	34
8		16	58		20	7		34	10		41	8		47	1		51	48		55	29		58	5		59	35
9		17	8		26	15		34	18		41	15		47	6		51	52		55	32		58	7		59	36
10		17	18		26	24		34	25		41	21		47	11		51	56		55	36		58	9		59	37
11		17	27		26	33		34	33		41	28		47	17		52	1		55	39		58	11		59	38
12		17	37		26	41		34	40		41	34		47	22		52	5		55	42		58	13		59	39
13		17	47		26	50		34	48		41	40		47	27		52	9		55	45		58	15		59	40
14		17	56		26	59		34	55		41	47		47	33		52	13		55	48		58	17		59	41
15		18	6		27	7		35	3		41	53		47	38		52	18		55	51		58	19		59	42
16		18	16		27	15		35	10		41	59		47	43		52	22		55	54		58	21		59	42
17		18	25		27	24		35	17		42	6		47	48		52	23		55	57		58	23		59	43
18		18	35		27	32		35	25		42	12		47	53		52	29		56	0		58	25		59	44
19		18	44		27	40		35	32		42	18		47	58		52	33		56	3		58	26		59	44
20		18	53		27	[illegible]		35	39		42	24		48	3		52	37		50	6		58	28		59	45
21		19	3		27	57		35	46		42	30		38	9		52	41		56	8		58	30		59	46
22		19	12		28	5		35	54		42	36		48	14		52	45		56	11		58	32		59	46
23		19	22		28	14		36	1		42	43		48	19		52	49		56	14		58	34		59	47
24		19	31		28	22		36	8		42	49		48	24		52	53		56	17		58	35		59	48
25		19	40		28	30		36	15		42	55		48	29		52	57		56	20		58	37		59	48
26		19	50		28	39		36	23		43	1		48	34		53	1		56	23		58	39		59	49
27		19	59		28	47		36	30		43	7		48	39		53	5		56	26		58	41		59	50
28		20	9		28	55		36	37		43	13		48	44		53	9		56	29		58	42		59	50
29		20	18		29	4		36	44		43	20		48	49		53	13		56	32		58	44		59	51
30		20	27		29	12		36	52		43	26		48	54		53	17		56	34		58	46		59	52
31		20	37		29	20		36	59		43	32		48	59		53	21		56	37		58	48		59	52
32		20	46		29	28		37	6		43	37		49	4		53	25		56	40		58	49		59	53
33		20	55		29	36		37	12		43	43		49	9		53	28		56	42		58	51		59	53
34		21	4		29	44		37	19		43	49		49	13		53	32		56	45		58	52		59	53
35		21	13		29	52		37	26		43	55		49	18		53	36		56	47		58	54		59	54
36		21	22		30	0		37	33		44	1		49	23		53	39		56	50		58	55		59	54
37		21	32		30	9		37	40		44	7		49	28		53	43		56	53		58	57		59	55
38		21	41		30	17		37	47		44	13		49	33		53	47		56	55		58	58		59	55
39		21	50		30	25		37	54		44	19		49	37		53	50		56	58		59	0		59	56
40		21	59		30	33		38	1		44	25		49	42		53	54		57	0		59	1		59	56
41		22	8		30	41		38	8		44	30		49	47		53	58		57	3		59	3		59	56
42		22	17		30	49		38	15		44	36		49	52		54	2		57	6		59	4		59	57
43		22	26		30	57		38	22		44	42		49	57		54	5		57	8		56	6		59	57
44		22	30		31	5		38	29		44	48		50	1		54	9		57	11		59	7		59	58
45		22	45		31	13		38	36		44	54		50	6		54	13		57	13		59	9		59	58
46		22	54		31	21		38	43		44	59		50	11		54	16		57	16		59	10		59	58
47		23	3		31	29		38	50		45	5		50	15		54	19		57	18		59	11		59	58
48		23	11		31	36		38	56		45	11		50	20		54	23		57	20		59	12		59	58
49		23	20		31	44		39	3		45	16		50	24		54	26		57	23		59	14		59	59
50		23	29		31	52		39	10		45	22		50	29		54	30		57	25		59	15		59	59
51		23	38		32	0		39	16		45	28		50	33		54	33		57	27		59	16		59	59
52		23	47		32	8		39	23		45	33		50	38		54	37		57	30		59	17		59	59
53		23	56		32	15		39	30		45	39		50	42		54	40		57	32		59	18		59	59
54		24	5		32	23		39	37		45	44		50	47		54	43		57	34		59	20		59	59
55		24	14		32	31		36	43		45	50		50	51		54	47		57	37		59	21		59	59
56		24	22		32	39		39	50		45	56		50	56		54	50		57	39		59	22	59	59	59
57		24	31		32	47		39	57		46	1		51	0		54	54		57	41		59	23	60	0	0
58		24	40		32	54		40	3		46	7		51	5		54	57		57	44		59	25		0	0
59		24	49		33	2		40	10		46	12		51	9		55	1		57	46		59	26		0	0
60	59	24	58	59	33	10	59	40	17	59	46	18	59	51	14	59	55	4	59	57	48	59	59	27	60	0	0

90.gra. ſinus totus.

Rectæ ſubtenſæ.

graduũ.

LIBRI PRIMI GEOMETRIAE FINIS.

LIBER SECVNDVS

GEOMETRIAE, DE PRActicis longitudinum, planorum, et solidorum, hoc est, linearum, superficierum, & corporum mēsionibus, alijsue mechanicis, ex demonstratis Euclidis elementis corolarius: Vbi de quadrato geometrico, & uirgis, seu baculis mensorijs.

De iis quæ sub mensuram cadunt, & linearum mensurandarum imaginatione. Caput. I.

1 DVO SVNT, OPTIME LECTOR, QVAE IN omni disciplina, studiosis omnibus solent esse nō iniucunda. unum est, facilis in disciplinam introductio: qua & uia doctrinæ, & sensus eiusdem uniuersus aperitur. reliquum esse uidetur, collectus ex ipsa disciplina fructus, susceptorum laborū compensator gratissimus. 2 Præmissis itaq; generalibus ipsius Geometriæ rudimentis, ad elementorum Euclidis, et succedētium nostrorum operum intelligentiam isagogicis: consequens nobis uisum fuit, uniuersam Geometriæ subnectere praxim, hoc est, linearum, superficierum, & corporum, ex demonstratis Euclidis elementis, ostendere mensuram. Ea potissimum intentione, ut succedentium & geometricorum, & cœlestium instrumentorum usum (quæ non poterant his, sine iactura carere) redderemus faciliorem: & ijs etiam satis pro nostra uirili parte faceremus, quos eiuscemodi practicis geometricarum subtilitatum exercitamentis, nouimus plærunq; delectari.

Quæ disciplinā gratā & facilē reddant.

Practica geometriæ pdictis annectenda.

3 IN PRIMIS ERGO (VT REM ACV TANGAMVS) ANIMADuertendum est, tria esse mensionum genera, sub determinatámue mensuram cadentia: quemadmodū undecimo capite libri primi declarauimus. Aut enī lineæ rectæ sola longitudine constantes, sub rectam incidunt mensuram: & huiuscemodi linearum consyderatio, longimetra potest non indecenter adpellari. Vel eorum quæ lōgitudinem, latitudinémq; tantū habent, utpote, superficierum siue planorū, sub longam & latam mēsurā cadentiū, area perscrutatur: talisq; mēsurādi ratio, planimetra dicitur. Aut deniq; solidorū, id est, corporū longitudine, latitudine & profunditate constantium, cōtemplatur crassitudo: & hæc mensionis inquisitio, solidimetra, seu profundimetra, nō iniuria uocitatur. Prima igitur mensionis cōsyderatione, dinoscuntur lineæ. secūda, superficies, siue plana. tertia uerò, rimantur corpora, quæ solida nuncupare solemus. At duæ ultimæ mensurandi rationes, hoc est, planimetra, & profundimetra, à lineali, rectáue secūdum longitudinē mēsura pendere uidentur: quemadmodū eodem undecimo antecedētis primi lib. capite notauimus.

Quæ sub mensurā cadant.

Longimetra

Planimetra.

Profūdimetra.

4 PRIMVM IGITVR de linearum, deindę planorum uel superficierum, tandem corporum aut solidorum mensura tractandum. Linearum porrò mensurandarū, triplex occurrit imaginatio. quoniā uel in plano trāsuersaliter intelliguntur extensæ: cuiusmodi finguntur in plana, & cāpestri superficie. uel in altum orthogonaliter ab eodē plano statuuntur eleuatæ: ut quæ in longum parietū, aliarúmue rerum erectarum imaginantur. uel deniq; in pfundū ppendiculariter sunt depresſæ: cuiusmodi

Triplex lineārū mensurādarū imaginatio.

cuiusmodi sunt hæ,quæ profundum uasorum, aut puteorum uidentur indicare lõgitudinem. Quæ quidem omnes sic imaginatæ lineæ rectæ, ea suscipiunt mensurarum genera,quæ præallegato capite undecimo primi libri sunt expressa.

De compositione quadrati geometrici,ad metiendas lineas rectas accommodatiss.mi. Caput. II.

TAMETSI LINEARVM RECTARVM LONGITVDO, PLVribus modis uel instrumentis obtineatur,uti uidere licebit in succedẽtibus:placet tamen eandem longitudinem,quadrato geometrico, utpote,omnium instrumentorum geometricorum ad hoc commodissimo,potissimum examinare.Huius autem quadrati geometrici compositio,in hunc qui sequitur modum,uenit absoluenda. 1

Descriptio quadrati geometrici.

Præparentur in primis quatuor regulæ,ex ligno quopiã durissimo fabrefactæ, inuicem tamen æquales,& similes,atque parallelepipedæ, id est,æquidistantium,& ad rectos concurrentium angulos superficierum:quarum latitudo circiter semipedalis,longitudo uerò duorum uel trium cubitorum existat,alteriusue notæ mensuræ,pro libero ipsius fabricantis arbitrio.Quibus in hunc modum præparatis regulis,ad normam,siue rectos componantur angulos:ea quidem industria, ut singulæ quorumlibet laterum superficies,ad eandem instrumenti faciem conuersæ,in eodẽ plano sint constitutæ.Deinde,super altera & politiori facie,relictis quaquauersum extrinsecis interuallulis inuicem æqualibus, quadratũ describatur A B C D. Emissa postmodum regula ex A puncto,ad punctum C,descriptaque diagonali C E:utrique laterum B C,& C D,tres lineentur parallelæ, ad diagonalem C E sigillatim conuenientes,atque unà cum ipsis B C & C D,trina distinguentes interuella, inuicem ita ꝓportionata,ut intrinsecum cuiuslibet eorundem laterum interuallum, duplum sit proximè succedẽtis uel intermedij,& ipsum medium duplum ipsius primi,uel exterioris utriusque lateris interualli. 2

Diuisio laterũ eiusdẽ quadrati in lx partes æquales.

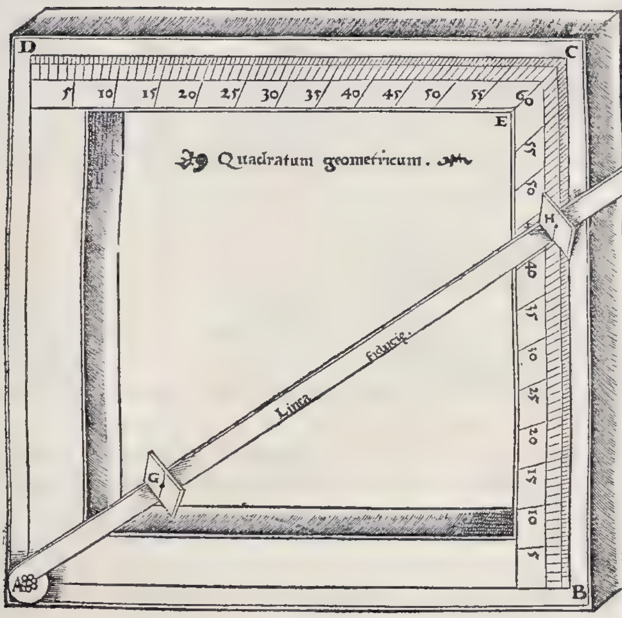
Consequenter utrunque latus B C & C D,in 12 partes inuicem æquales diuidatur: & ex puncto A, per quælibet diuisionum puncta extensa regula,singulæ trahãtur lineunculæ,ab infimis & interioribus parallelis,per eadem interualla, adusque præmemorata B C & C D latera ꝓductæ. Quælibet rursum pars duodecima utriusque lateris B C & C D,in 5 partes inuicem pariter æquales subdiuidatur: emissaque iterũ regula ex A puncto, ad quodlibet subdiuisionis punctum, breuiores producantur lineunculæ, per duo tantummodo laterum interualla sigillatim extensæ. In hunc ergo modum,utrunque dictorum laterum B C & C D, in 60 partes inuicem æquales diuidetur: quinquies enim 12,uel duodecies 5, conficiunt 60. Poteris tandem ipsum primum & extrinsecum,hoc est,minimum prædictorum trium interuallorum,in duas partes inuicem æquales subdistribuere:& quælibet 30 minuta partis occupabit,uel in tres partes quamlibet sexagesimam subdiuidere, quarum quælibet 20 minuta partis reꝑsentet:aut in 4,& q̃libet ualebit 15 minuta. & ita de reliquis cuiuslibet sexagesimæ partibus aliquotis:pro tuo uel arbitrio,aut occurrente ipsius instrumenti magnitudine. In infimo autem,& omnium amplissimo cuiuslibet eorundem laterum interstitio,decentes inscribantur numeri, ab utroque pũcto B & D,uersus idem punctum C,per quinariam unitatum successionem, usque ad 60 distributi:in hũc quippe modũ,5,10,15,20,25,30,35,40,45,50,55,60.ut in figura 3

Supincũbentis regulæ constructio.

Fabricetur tandem regula,instar indicis,uel alterutrius partis mediclinij astrolabici,uniformis & undique plana : quæ uocetur A F, tantæ ad minus longitudinis, quanta est diagonalis A C. In rectum autem lineæ fiducialis, duo figantur pinnacidia,è diametro perforata,sintque foramina admodum parua, & in rectũ eiusdem 4

lineæ

lineæ fiducialis collocata:quemadmodum repræsentāt G,H, proximè depictæ figuræ. Hæc demum regula, circa punctum A, tali figatur industria, ut super instrumēti facie, circunduci liberè possit: atq; linea fiducialis A F, per medium educta pinnacidiorum, ex eodem pūcto A, ad quamlibet ipsorum laterum subdiuisionem, haud minori facilitate traducatur. In quorum omnium clariorem elucidationem, succedentem ipsius quadrati geometrici accipito figuram.



Qualiter in plana terrestri superficie iacentes lineæ rectæ, per ipsum quadratum metiantur geometricum. Caput .III.

1 ESTO DATA RECTA ET METIENDA LInea B E, in longum, latúmue, siue transuersum oblatæ planiciei constituta. Igitur alterum latus quadrati diuisum, utpote, B C, super idē planū, & in longū rectūq; ipsius datæ lineæ B E collocetur: eo tamē ingenio ut punctū B super extremorū altero eiusdem metiendæ lineæ constituatur, & utrunq; latus quadrati A B & C D, super ipsum planum erigatur ad perpendiculū.

De metienda linea super idē planum.

Posito deinde oculo in puncto A, eleuetur aut deprimatur ipsa regula: quatenus per ambo foramina pinnacidiorum, reliquum extremum ipsius datæ lineæ, scilicet E, uisuali radio A E pertingatur. quo facto, notetur contactus regulæ A F, in latere C D: sitq;, exempli causa, in puncto F. Quam rationem igitur habet latus A D, quadrati, ad partem sectā D F, eam seruat & data linea B E, ad ipsum latus A B: quod 2 ita demonstratur. Sunt enim bina triangula A B E, & A D F æquiangula, id est, æqualibus angulis singulatim compræhensa. Quoniam angulus A E B, æquus est angulo D A F, nempe alterno, per 29 primi elementorum Euclidis: incidit enim recta A E, in A D & B E parallelas. Rursum angulus B A E æqualis est angulo A F D,

Demonstratio huiusce mēsurationis, succedentiū declaratiua.

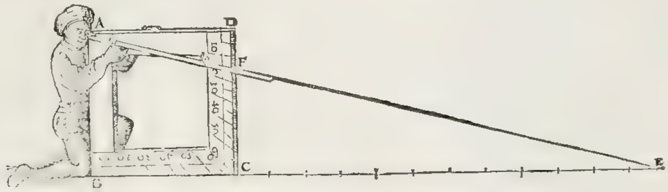
29. primi eucl.

per eandem 29 primi: quonia A F in parallelas A B & C D rursum incidere uidetur. Reliquus item angulus A B E, reliquo A D F pariter æquatur: nã uterq; rectus. sunt enim omnes recti inuicem æquales, per quartum postulatum. Aequiangula igitur sunt ipsa triangula A B E, & A D F. æquiangulorum porrò triangulorum proportionalia sunt latera, quæ circũ æquales angulos: & similis sunt rationis, quæ æqualibus angulis latera subtenduntur, per quartã sexti elementorũ eiusdem Euclidis. Igitur sunt A D, ad D F: ita B E linea proposita, ad latus A B. Esto uerbi gratia sectio D F partium 15, qualium tota C D æqualis ipsi A D, est 60: quoniã 60 ad 15, quadruplam rationẽ obseruãt, & data linea B E quater ipsum latus A comprænhendet. Ergo si A B latus sit cubitorum 4: proposita linea B E, 16 cubitos continebit similes.

4 sexti Euclid.

Notandum.

Huiusce autem operationis demonstratio, uenit sedula mente notanda: utpote, quæ non parũ elucidationis, in succedentium mẽsurationũ intelligentiã poterit adferre. Durum enim atq; (meo iudicio) uanum esset, duorum triangulorum æqualem angulorum respondentiam, toties repetere: & præallegatas Euclidis iterum atque iterum citare propositiones. 3



Qualiter ex alto loco lineare étiam plano metiatur.

SI AUTEM E VERTICE TURRIS, AUT FEnestra cuiuspiam ædificij in propatulo cõstituti, uisam in rectum lineam super adiacente plano cum eodem ædificio ad rectos concurrentem angulos, metiri uolueris: ita facito. Sit erecta turris B E, linea uerò proposita E F, uel E H, aut E K: cuius è uertice B decretum sit, per idem quadratum geometricum, metiri longitudinem. Disponito itaq; latus A B in longum & rectum ipsius B E: in hunc quippe modum, ut A B & B E rectam conficiant lineam A E, super datum planum E H F K perpendicularem. Posito deinde oculo ad punctum A, leua aut deprime regulam, donec radius uisualis per ambo foramina pinnacidiorum eductus, ad extremum datæ lineæ perducatur: quo facto, notetur sectio lineæ fiducialis eiusdem regulæ. Hæc autem sectio, uel cadet in puncto C, medio inter utrunq; latus B C & C D, uel in ipsum latus B C, aut in latus C D: id enim est necessarium. 4

Quando linea data æqualis est altitudini ab oculo.

CADAT primum in C, sitq; proposita linea E F. dico lineam E F, æqualem esse A E perpendiculari. quoniam bina triangula A B C, & A E F æquiangula sunt. angulus enim A B C æquatur angulo A E F: item angulus A C B angulo A F E, per superius allegatum 29 primi elementorum Euclidis. Angulus porrò qui ad A, est utriq; triangulo cõmunis. igitur per eandem quartam sexti, sicut latus A B ad latus B C, ita perpendicularis A E ad propositam lineam E F: sed A B & B C latera sunt inuicem æqualia (nam eiusdem quadrati latera) igitur A E ipsi E F pariter æquatur. Demittatur ergo filum ex A, unà cum perpendiculo, usq; ad E, quàm longum erit ipsum filum, tam longa erit & ipsa linea E F proposita. 5

De linea eadẽ altitudine ab oculo minore.

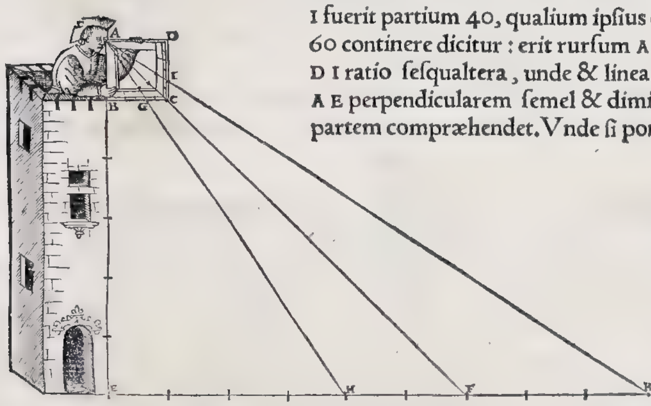
SED INCIDAT regula in latus B C, utpote in G, sitq; data linea E H. erit igitur ipsa linea E H proposita, minor A E perpendiculari: habebitq; talem rationem ipsa perpendicularis A E ad lineam E H, qualem A B latus ad sectam partem B G. Nam bina triangula A B G, & A E H sunt rursum 6

æquiangula

æquiangula:estq́ꝫ angulus A B C angulo A E H(uti supra monstrauimus) æqualis. quapropter relinquitur, ex præmemorata quarta propositione sexti lib.Euclidis, A B latus ad sectionem B G,eam obseruare rationem,quã habet A E ad E H. Ergo si B G sit partium quadraginta, qualium tota B C ipsi A B æqualis stabilitur 60: quoniã 60 ad 40 sesqualteram uidentur obtinere rationem,eodem modo perpẽdicularis A E continebit E H semel, & dimidiam eiusdem partem. Metire igitur A E,per filũ unà cum perpẽdiculo demissum,ab eodẽ puncto A usq́ꝫ ad E:auferq́ꝫ tertiã partem longitudinis A E,& habebis E H. Vt si exempli causa eadem propendicularis A E fuerit cubitorum 24,proposita linea E H similium cubitorum erit 16.

7 AT SI regula cadat in latus C D,utpote in I & metiẽda linea esto E K,tũc ipsa E K linea, maior est eadẽ A E ꝑpẽdiculari,& in ea ratione qua latus A D superat D I partẽ ipsius lateris C D.Bina enim triangula A D I, & A E K sunt iterum æquiangula.Quoniam angulus D A I æquatur alterno A K E, necnon angulus A I D angulo E A K sit rursum æqualis, per eandem 29 primi: Item anguli A E K & A D I recti sunt, quapropter & inuicem æquales. Sicut igitur latus A D ad D I, sic & E K linea data ad A E perpendicularem, per quartam eiusdem sexti elementorum Euclidis. Itaque si D I fuerit partium 40, qualium ipsius quadrati latus 60 continere dicitur: erit rursum A D ad sectionẽ D I ratio sesqualtera, unde & linea E K præfatam A E perpendicularem semel & dimidiam eiusdem partem compræhendet.Vnde si ponatur eadem A E cubitorum 24, erit proposita linea E K similium cubitorum 36.

Cũ eadẽ linea pfatã ab oculo superat altitudinem.



8 Hinc patet,q́ꝫ facilè sit metiri ex eodem uertice B,lineã rectam in longum prospectam, sed cum eadem perpendiculari, uel ædificij sublimitate minimè concurrentem: cuiusmodi est linea H K. Sumpta nanq́ꝫ longitudine ipsius E K, & postmodum E H, ueluti nunc ostendimus:si tollatur E H longitudo, ab eadem E K longitudine,relinquetur H K.Idem iudica de H F,aut F K,atque his similibus, similiterq́ꝫ positis lineis rectis.

Corollarium.

De prædictarum linearum in plano terrestri constitutarum mensura, per uulgatum quadratum,in circuli quadrante descriptum. Caput. IIII.

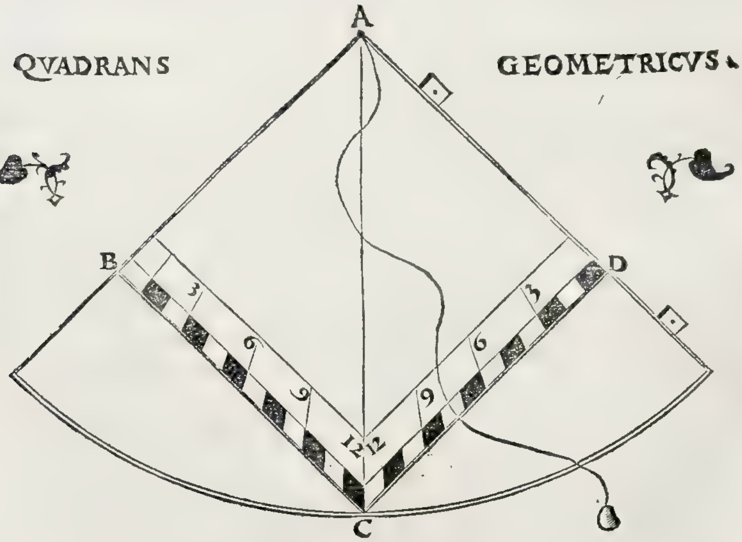
1 EST ET ALIA QVADRATI GEOMETRICI ratio,in circuli quadrante descripti,omnibus fere communis: cuius fabricam paucis libet aperire, atq́ꝫ singulas eiusdem cõmoditates suis locis respondenter annectere. quo artem ipsam mensoriam, reddamus ex omni parte faciliorem.

2 Sumpto igitur ligno quopiam durissimo,aliáue solida & polita meteria, quadrans circuli figuretur, duobus lateribus in rectum conuenientibus angulum, & quarta circunferentiæ parte compræhensus: cuiusmodi est A B C D. Huius autem quadrantis arcus bifariam secetur, in puncto C: & à puncto centróue A, in C,recta linea ducatur A C.

Cõpositio quadrati geometrici in circuli quadrnate descripti.

Ab eodem rursum puncto C, in latera B A & A D, perpendiculares incidant, C B quidem ipsi A D parallela, & C D æquidistans A B. Quadratum erit igitur A B C D, & dimetiens A C illud bifariam secabit. Vtrique postmodum B C & C D geminæ subducantur parallelæ, in rectam A C concurrentes, atque bina cum prioribus distinguentes interualla: quorũ infimum, & A centro uicinius, duplum fiat reliqui. Consequẽter utraque B C & C D in 4 partes inuicem æquales diuidatur: & adplicata ex cẽtro A regula, per quodlibet diuisionis punctum, rectæ uersus idem centrũ A trahantur lineunculæ, à prima linea ad tertiam usque productæ. Quælibet inde pars quarta, in tres rursum partes inuicem æquales subdiuidatur: productis nuper expresso more lineunculis, ab utraque B C & C D, in proximam tantũmodo lineam, uersus A centrũ extensæ. Colligentur itaque partes utriusque lateris B C & C D numero 12. Describãtur ergo partiũ numeri, in proprijs lateris interualli spaciolis, à pũctis B & D, uersus C in hunc ordinem distributi 3, 6, 9, 12: utroque duodenario numero, in eodẽ puncto C terminato. Hæc enim est uetus, & usitata partiũ eiusdem quadrantis obseruata distributio. Poteris tamen quamlibet utriusque lateris partem duodecimam, in 5 rursum subdiuidere partes, inuicem æquales, modo id patiatur instrumẽti magnitudo: ut consurgant utriusque prædictorum laterum B C atque C D partes 60, quẽadmodum in præcedenti quadrato iussimus obseruari. Fiant præterea duo pinnacidia, solito more perforata: collocenturque in rectum lateris A D, altero uersus A, reliquo autẽ uersus D, ad obseruatã foraminũ respõdẽtiam cõstituto. Emittatur tãdem filum quodpiam tenuissimũ ex centro A, unà cum appenso perpendiculo, extra quadrantis circunferentiam quantumlibet extenso, ut hic uides figuratum.

QVADRANS GEOMETRICVS.



Qualiter linea recta in plano constituta, per hunc quadrantem emetiatur

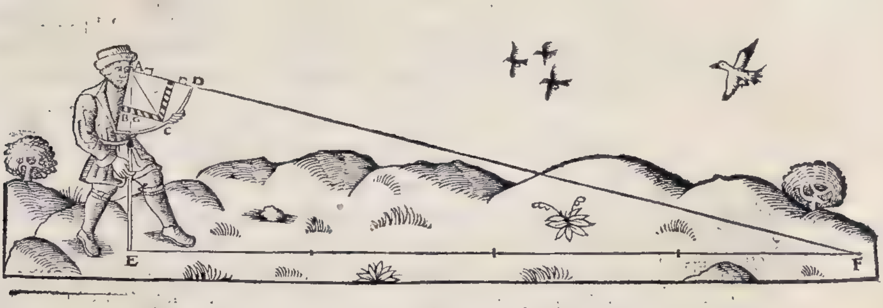
CVM IGITVR PER HOC QVADRATVM, SIVE QVADRANtem geometricũ, oblatam lineam rectam in plano terrestri constitutam metiri uolueris: in hũc facito modum. Esto proposita & metienda longitudo, siue linea E F. Ab alterutro igitũ datæ lineæ termino, scilicet E, baculus A E cognitæ ac determinatæ mensuræ ad perpendiculum excitetur: Ad cuius baculi supræmum terminũ,

quadrantis

quadrantis adplicetur angulus, qui ad A. Eleuetur postmodum, aut deprimatur ipse quadrans, demisso liberè perpendiculo, donec radius uisualis per utriusque pinnacidij foramẽ eductus, peruenerit ad F, alterũ datæ lineæ terminũ. Quibus ita manentibus, consyderetur fili contactus in latere B C (nam ibidem frequẽtius incidet) sitque in puncto G. Quam rationem igitur habebit latus A B quadrati, ad partem B G eam seruabit & E F linea data, ad ipsius baculi lõgitudinem. Esto uerbi gratia B G, trium partium, qualium totum latus quadrati fuerit 12: quoniam 12 ad 3 quadruplam uidentur obtinere rationem, concludendum igitur, E F lineam datam, quater erecti baculi continere longitudinem. Vnde si baculus A E fuerit 4 cubitorum, data linea E F erit 16 cubitorum similium.

4 Efficiuntur enim bina triãgula, utpote, A B G & A E F: quorum anguli A B G & A E F sunt inuicem æquales (nam uterque rectus) angulus quoque E A F angulo A G B similiter æquatur, per 29 primi elementorum Euclidis, incidit enim filum A G, in A D & B C perallelas. ergo reliquus angulus A F E reliquo angulo B A G est æqualis: per 32 eiusdẽ primi. Aequiangula igitur sunt triangula A B G & A E F, & quæ circum æquales angulos latera proportionalia, per sæpius allegatam quartam propositionem sexti eorundem elementorum: sicut igitur A B ad B G, sic & E F linea data ad A E longitudinem.

Demonstratio prædictorum.



Vt præfatæ lineæ rectæ super plano terrestri iacentes, sine quadrato geometrico, sed uulgati gnomonis mensurentur officio Caput. V.

1 PLACET ALIVM METIENDI SVBIVNGERE MOdum, quo dictarum linearum in plano terrestri constitutarum, absque geometrico quadrato, seorsum uel in quadrante circuli descripto, agnoscetur lõgitudo: adminiculo uidelicet gnomonis, seu rectãguli quo solent mechanici uulgariter uti. Hanc enĩ metiendi uiam, data præterire noluimus opera: tum quia facilis, tum etiam, quòd rarò contingat huiusmodi mensores geometricum habere quadratum. Detur ergo linea recta, cuius desyderas habere

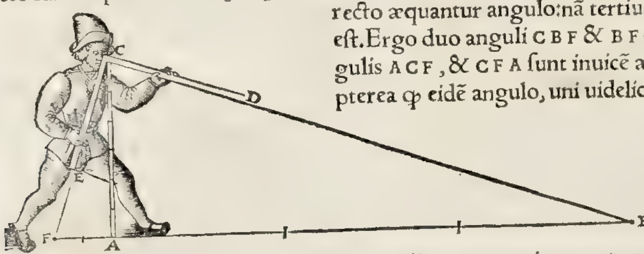
2 longitudinem: sitque A B. Erige itaque ab alterutro datæ lineæ termino, utpote, A, baculum A C, in liberam cubitorum aut pedum separationem distributũ. Sũpto deinde gnomone D C E, ponito interiorẽ ipsius gnomonis angulũ, super extremũ baculi fastigium C. & conuerso alterutro gnomonis latere, utpote, C D, uersus reliquum terminum B: iungito alterum oculorum puncto C, et leuato aut deprimito gnomonem D C E, donec in longum rectumque C D incidens radius uisualis, pertingat reliquũ terminũ B, ipsius datæ lineæ A B. Inuariato postmodũ gnomone, utraque lineare A B & C E, pposita uidelicet linea, et reliquũ gnomonis latus, in rectũcõtinuũque, pducatur, adplicata in longũ brachij C E regula: quousque dictæ lineæ cõueniãt ad pũctũ F.

Operandi uia cum exemplo.

Quibus absolutis, quam ratione habebit erectus baculus A C, ad partem A F, eam seruabit & data A B linea, ad ipsius baculi quātitatem. Vt si baculus fuerit pedū 6, A F autē duos tantūmodo pedes cōpræhendat: quoniā 6 ad 2 triplā rationē obseruāt, eodē modo ꝓposita A B lōgitudo, ter cōtinebit 6 eiusdē baculi pedes, hoc est 18.

Deductio præ[illegible]ome trica.

3 Trianguli enim B C F, tres anguli binis rectis sunt æquales, per 32. primi elemētorū Euclidis: sed B C F angulus rectus est, igitur reliqui duo C B F & B F C uni recto sunt æquales. Eadē quoq; ratione duo anguli A C F, & C F A, trianguli A C F, uni recto æquantur angulo: nā tertius C A F rectus est. Ergo duo anguli C B F & B F C, duobus angulis A C F, & C F A sunt inuicē æquales: propterea ꝙ eidē angulo, uni uidelicet recto coæquantur. At si ab eisdē æqualibus angulis, idē cōmunis, utpote B F C, tollatur angulus: reliquus C B A reliquo A C F erit per communē sententiā æqualis. Atqui angulus B A C æquus est angulo C A F, nā uterq; rectus: & reliquus igitur angulus A C B reliquo C F A erit itidem æqualis. Aequiangula igitur sunt bina triangula A B C, & A C F, quare et quæ circū æquales angulos latera ꝓportionalia: per 4 sexti elemētorū eiusdē Euclidis. Ergo sicut A C baculus, ad lineunculā A F: ita se habet A B, ꝓposita lōgitudo, ad erectū baculū A C. qđ oportuit demonstrasse.

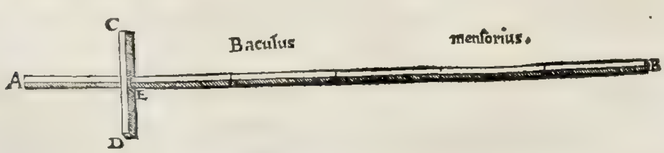


Alia instrumenti descriptio, quo rectarum & inaccessibilium linearum, in terrestri, uel orthogonaliter erecto plano constitutarum adipiscitur longitudo. Caput. VI.

1 SVNT PLAERVNQVE LINEAE RECTAE, in transuersum aut plani terrestris, aut super ipsam telluris superficiē orthogonaliter erecti constitutæ, neutrum extremorum siue terminorum habētes accessibilem: quæ quidē ita collocatæ uel imaginatæ rectæ lineæ, sub mensuram diuerso uidentur incidere modo. Viam tamen certiorē & omnium facillimam tibi selegimus: quam paucis & apertè, in hunc qui sequitur modum aperire, non duximus importunum.

Compositio baculi mēsorij.

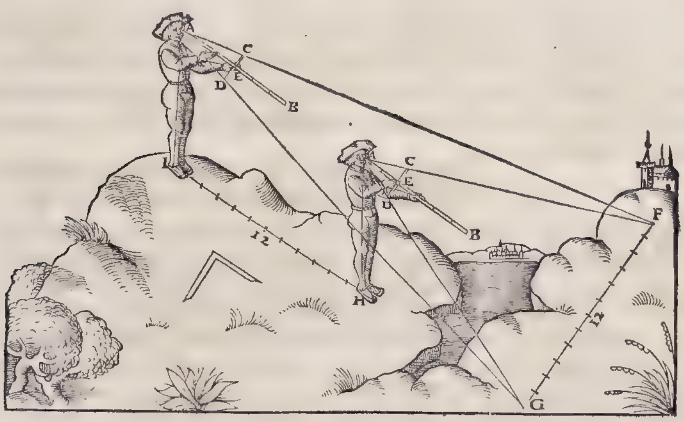
2 Præparetur baculus quidam undequaque rectissimus, moderatè crassus, liberæ (sed trium ad minus cubitorum) longitudinis: qualem tibi repræsentat A B. Is autem baculus in partes aliquot inuicē æquales liberè distribuatur: utpote 10, uel 8, aut 6, prout commodius occurrerit. Alius rursum baculus fabricetur, priori similis, sed tantæ solummodo longitudinis, quanta fuerit una partium eiusdem maioris A B: cuiusmodi est C D. Hic porrò minor baculus in medio, scilicet A, tali persoretur industria: ut per foramen A, maior baculus A B transire, & idem minor C D utrinq; retrocedere facilè possit, rectos semper cum eodem maiore conficiens angulos, uti præsens figura monstrat.



Sit ergo

3 SIT ERGO PRIMVM DATA INACCESSIBILIS LINEA F G, in tranſuerſum plani terreſtris collocata:hanc ſi per datum uolueris metiri baculum,ita facito. Moueto baculum minorem C D,ſuper quam libuerit maioris baculi diſtinctionem: uerbi gratia ſuper ſecundam,ab A termino uerſus B. Poſito deinde oculo ad A,& depreſſo maiore baculo uerſus FG menſurandam lineam rectā: conuertas extrema baculi minoris ad ipſius metiēdæ lineæ terminos,hoc eſt,dextrum D ad dextrum G,& ſiniſtrum C ad læuum F. Accedas poſtmodum,uel tandiu retrocedas, donec per C & D eiuſdem baculi minoris extrema, uiſualibus radijs A C F & A D G,utrunq; metiendæ lineæ terminum ſimul compræhēdas:quo facto,locū ſtationis pedum tuorum H notula ſignabis. Rurſum eundē baculum minorem C D,moueto in proximam diſtinctionem ipſius baculi maioris:ſed uerſus A, ſi cogaris ad metiendam accedere lineam,aut uerſus B, ſi ab eadem linea retrocedere uelis,ut in ſuccedēti deſcriptione figuratur,ubi inter A & E,tres ſunt baculi partes. Et rurſum oculo ad A poſito, accede uel retrocede, quatenus præfatos terminos F & G lineæ datæ,per eadem extrema C & D minoris baculi,unico pariter aſpectu compræhendere poſſis. quod dum feceris, huiuſce ſtationis ſecundæ locum obſignato,I uerbi gratia notula. Quantum igitur erit inter primam ſtationem & ſecundam,hoc eſt,inter H I notulas,tantam eſſe concludas propoſitam lineam F G. Metiatur ergo H I,& habebitur ipſius F G longitudo.

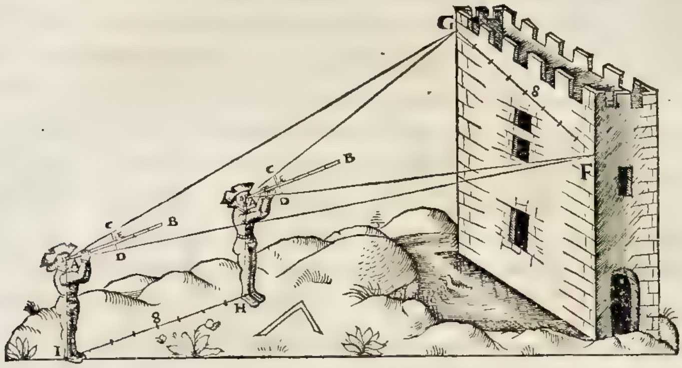
Quomodo linea in tranſuerſum plani inacceſſibilis collocata per ipſum metiatur baculum.



4 NON ALITER OPERANDVM EST, SI EADEM LINEA F G,aut quæuis alia,in tranſuerſum parietis alteriuſue plani, ad perpēdiculum erecti,& inacceſſibilis, metienda proponatur. Facto enim primo examine ad ſitum H, & iterum retrocedendo ad locum I, fueritq; primum A E duarum partium, & in I trium ſimilium: Vel econtra primo diſcurſu facto in I,& accedēdo rurſum in H, fueritq; primum A E trium partium,& duarū ſimilium in H:cōcludatur(ut prius) datam lineam FG tantam eſſe,quanta eſt duarum ſtationum intercapedo H I. Neq; opus eſt nouo,aut repetito diſcurſu:cum eadem ſit ars, idem operandi modus,ſiue data linea in plano,aut in ſublimi fuerit tranſuerſaliter collocata.

De linea recta in tranſuerſum erecti plani cōſtituta.

In maiorem tamen singulorum elucidationem, & faciliorem operationis intelligẽtiam, subiectam placet annectere descriptionem.



De lineis inaccessibilibus ad ppẽdiculũ collocatis.

5 EADEM VEL AEQVE FACILI VIA, RECTArum & inaccessibilium linearum, ad planum in quod perpendiculariter incidunt minimè peruenientium, per ipsum baculum, poteris obtinere longitudinem: Cuiusmodi sunt lineæ rectæ, in longum & rectum domorum, turrium, aliorúmue ædificiorum, super montem, aut alium sursum eleuatum locum constitutæ. quarum per ipsum quadratum geometricum, suo loco docebimus inuestigare quantitatem.

Notãdũ pfenestrarũ, uel huiusmodi rerũ mensura.

6 Nec minus facilè poteris, quaruncunq; fenestrarum, aliarúmue rerum, super plana telluris superficie perpendiculariter incidentium, per eundem baculum, longitudinem simul atq; latitudinem metiri: quemadmodum tu ipse (ni prorsus ingenio careas) ex prædictis colligere haud difficilè potes. De his ergo satis: nunc ad rectarum linearum, super terrestri plano ad rectos angulos erectarum, compellimur accedere mensuram.

Quonam ingenio lineæ rectæ, supra terrestre planum orthogonaliter erectæ, per quadratum metiantur geometricum. Caput. VII.

Generalis operandi modus.

1 OFFERATVR MAIORIS EVIDENTIAE CAVSA, linea recta, cuius metienda proponatur longitudo, sitq; E G, uel E H, aut E K, in longum rectumq; turris E K H G, super datum planum A E perpendiculariter incidentis constituta. Igitur super eodem circũposito plano, quadratum A B C D in hunc modum collocetur, ut diuisa B C & C D latera, ad ipsam lineam datam rectissimè conuertãtur: id enim semper uidetur esse necessarium. Posito deinde oculo ad punctum A, leuetur aut deprimatur ipsa regula: quousq; radius uisualis ex A, per utraq; pinnacidiorũ foramina, ad ipsius datæ lineæ peruenerit terminum. Quo facto, consyderetur eiusdem regulæ sectio: an scilicet cadat in punctum C, medium inter utrunq; latus B C, atq; C D, uel in ipsum latus B C, aut latus C D: quoniam alio non potest incidere modo.

Quando linea data maior est intercapedine plani.

2 CADAT ERGO PRIMVM in latus C D, utpote, in F: sitq; metienda linea E G. tunc ipsa E G linea, maior erit intercepta longitudine plani A E, eandemq; rationem habebit ad A E, quam latus A D obtinet ad sectam partem D F. Vt si D F extiterit 40 partium, qualium singula quadrati latera sunt 60: quoniam 60 ad 40 sesqualteram rationem efficiunt, haud dissimiliter E G linea semel continebit A E longitudinem, & dimidiam insuper eiusdem partem. Ergo si A E longitudo, fuerit in exemplum 18 cubitorum: E G linea proposita, similium cubitorum erit 27.

Hoc autem ita demonstratur. quoniam bina triangula A D F, & A E G sunt æquiangula. Angulus enim D A F, æqualis est A G E angulo, per 29 primi elementorum Euclidis: & per eandem angulus A F D, angulo E A G pariter æqualis. uterq; autẽ A D F, & A E G angulus rectus est: quare & inuicem æquales. Aequiangula igitur sunt triangula A D F, & A E G: quorum latera æquales angulos subtendentia, per 4 sexti eorundem elementorum, erunt inuicem proportionalia. Igitur sicut latus A D ad sectam partem D F: sic data linea E G, ad plani longitudinem A E.

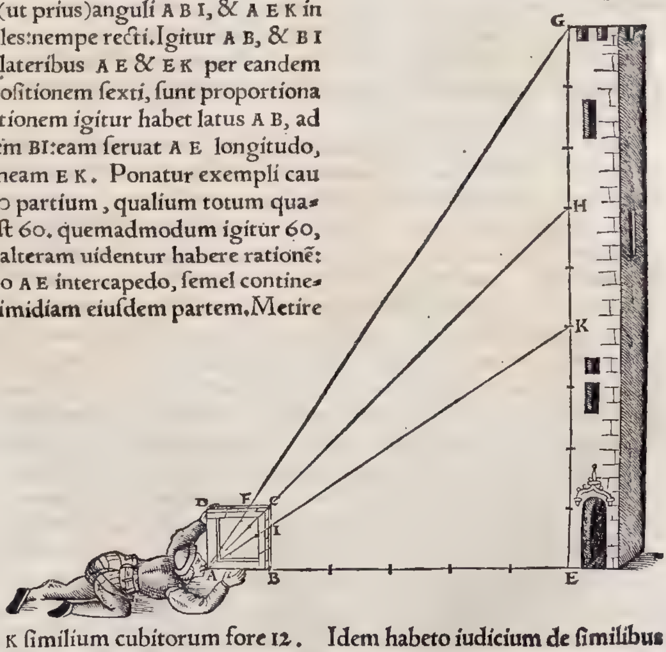
Discursus prædictorum geometricus.

3 SED INCIDAT regula in C, estoq; propositum metiri E H. Clarũ est ipsam lineam E H, tunc æquari plano A E. Quoniam bina triangula A B C, & A E H, sunt rursum æquiangula: quemadmodum ex eadem 29 propositione primi deducere haud obscurum est. Igitur per ipsam nuper allegatam quartã sexti, sicut latus A B ad latus B C, ita plani longitudo A E, ad datã lineam E H: respiciunt enim æquales angulos, utpote rectos. Atqui A B, & B C latera sunt inuicẽ æqualia: igitur ipsa plani longitudo A E, propositæ lineæ E H similiter æquabitur. Vt si exempli gratia A E fuerit cubitorum 18, inferatur ipsam lineam E H propositam, similium cubitorum itidem esse 18. Metire igitur A E, & habebis E H. In similibus, similiterq; positis lineis, haud aliter est procedendum.

De linea æquali distãtiæ ab oculo ad basim ædificij.

4 QVVM autem præfata regula ceciderit in latus B C, uidelicet in I: tunc eadẽ longitudo plani A E, inter oculum & basim metiendæ altitudinis intercepta, propositam lineam superabit, & in ea ratione, qua latus quadrati uincit eiusdem lateris occurrentem partem. Esto enim E K proposita atq; metienda linea: manifestum est, bina triangula A B I, & A E K esse inuicem æquiangula. id enim pari ratione deducitur, quæ de triangulis A B C, & A E H data est: per sæpius adductam 29 primi. Sunt autem (ut prius) anguli A B I, & A E K inuicem æquales: nempe recti. Igitur A B, & B I latera, cum lateribus A E & E K per eandem quartã propositionem sexti, sunt proportionalia. quam rationem igitur habet latus A B, ad sectam partem BI: eam seruat A E longitudo, ad datam lineam E K. Ponatur exempli causa B I fore 40 partium, qualium totum quadrati latus est 60. quemadmodum igitur 60, ad 40, sesqualteram uidentur habere rationẽ: eodem modo A E intercapedo, semel continebit E K, & dimidiam eiusdem partem. Metire itaq; longitudinẽ A E, auferq; tertiam eiusdẽ ptẽ: et habebis E K. Vt si eadẽ A E fuerit 18 cubitorũ: concludas, E K similium cubitorum fore 12. Idem habeto iudicium de similibus quibuscunq; longitudinibus, pro uarietate sectionum occurrentibus.

Qñ plani longitudo datam superat altitudinem.



Corolarium notandum.

5 EX HIS COLLIGITVR, quàm facilè fit, rectæ cuiuslibet, & ad perpendiculum erectæ lineæ, sed cum plano minimè cōcurrentis, dimetiri longitudinem: cuiusmodi est linea G H. Nam inuentis longitudinibus ipsarum E G. & E H, per eam quam nunc tradidimus artem: si subtrahatur E H longitudo, ab ipsius E G, longitudine, relinquetur G H. Vtpote, si E G reperta sit cubitorum 27, E H uerò 18: & eadem 18 abstuleris à 27, relinquetur pars G H cubitorum 9. Haud alienum habendum est iudicium, de G K, uel H K, aliáue simili, similiterq́ posita linea recta: cuiusmodi sunt fenestrarum, aut prominentium ædificiorum longitudines.

Vt præfatæ lineæ rectæ in altum perpendiculariter erectæ, per quadratum in circuli quadrante descriptum emetiantur: Et primum ex umbrarum ratione. Cap. VIII.

1 QVAMVIS VMBRARVM DISCRIMINA, CONTINGENTésue ad sua umbrosa rationes, suo loco discutere proposuerimus, quarto uidelicet libro succedentis cosmographiæ nostræ: nō duximus tamen importunum, ea paucis in prægustamētum hic tradere, quæ rerum super terrestre planum orthogonaliter erectarum præstare uidentur altitudinem. De umbris itaq́ nunc intelligimus, quæ rectæ uocātur: id est, quæ in longum & rectum plani terrestris extenduntur, & rectos cum umbroso faciunt angulos, cuiusmodi sunt umbræ turrium, aliarúmue rerum ad perpendiculum super terrestre planum erectarum. Omnes autem umbræ rectæ, oriēte uel occidente Sole, in infinitum protendūtur: eo autem sursum ascendente decrescit huiuscemodi umbrarum longitudo, idq́ successiuè, quousq́ Sol ad meridiem peruenerit, ubi tunc umbræ rectæ solent accidere minimæ. Porrò à meridie in occasum declinante Sole, præfatæ umbræ rectæ uerso augmentantur ordine, fiuntq́ tanto maiores, quantò Sol occasui propior extiterit: ea tamen lege, ut in punctis æqualiter à meridie distantibus Sole constituto, eadem umbrarum longitudo contingat. Ex rectis igitur umbris, officio quadrati geometrici in circuli quadrante descripti, eiuscemodi rerum erectarum ita uenatur altitudo.

Vmbrarum rectarū diffinitio

De umbrarum rectarū incremēto atq́ decremento.

Operandi modus.

Quādo umbra maior est umbrosi lōgitudie

2 OBIICE SOLI radianti sinistrum latus, & læuum ipsius quadrantis pinnacidium. leua postmodum, uel deprime quadrantem (liberè semper demisso perpendiculo) quatenus solaris radius pertranseat utrunq́ foramen eorundem pinnacidiorum. Quo facto, consyderetur casus, siue contactus ipsius fili. Nam si filum inciderit in latus B C (quod euenire solet, quoties altitudo solaris excedit 45 gradus) utpote, in punctum E medium inter B & C: tunc umbra maior erit umbrosi longitudine, & in ea ratione, qua se habent 12 partes, hoc est totū latus quadrati, ad ipsas partes filo compræhensas. Vt si, exempli causa, 6 intercipiantur partes, sitq́ proposita & metienda altitudo G F, eius umbra G I solari radio H I terminata: quoniam 12 ad 6 duplam uidentur obtinere rationē, & respondenter umbra G I bis continebit propositam altitudinem G F. Bina enim triangula A B E, & F G I sunt inuicē æquiangula. nā angulus A B E æquus est angulo F G I: uterq́ enim rectus est. angulus quoq́ A E B, æquatur angulo G F I: utpote, quoniam æqualis est alterno D A E, qui eidem angulo G F I interiori & opposito æquatur, per 29 primi elementorum Euclidis. reliquus igitur angulus B A E reliquo G I F per 32 primi eorundem elementorū est æqualis. Aequiangula ergo sunt ipsa triangula A B E & F G I: quapropter & latera quæ circū æquales sunt angulos inuicem erunt proportionalia, per 4 sexti eiusdē Euclidis. Sicut igitur A B ad B E, ita G I ad G F altitudinem. Metire itaq́ umbram G I, sitq́ in exemplum 20 passuum: & tria habebis manifesta. Vnde si per regulam quatuor proportionalium, duxeris umbram in partes filo cōpræhensas, & ꝑductū diuiseris

Discursus prædictorū geometricus.

diuiſeris per latus eiuſdem quadrati: quotiens ex diuiſione propoſitam indicabit altitudinem. Vt in aſſumpto nuper exemplo, duc 20 in 6, conſurgẽt 120: quæ diuide per 12, & prouenient 10. tot igitur paſſuum pronunciabis altitudinem G F.

Dum umbra ſuo æquatur umbroſo.

3 QVOD SI FILVM perpendiculi ceciderit in punctum C, utriuſq; lateris intermedium: tunc omnis umbra proprio æquatur umbroſo. metienda itaq; ſolum eſt umbra, & propoſita colligetur altitudo. Id autem fit, quoties altitudo Solis eſt præciſè 45 graduum. Exemplum habes de eadem altitudine G F, Sole in K exiſtente: cuius radius K L, umbram G L eidem umbroſo G F, æqualẽ finire uidetur. Quod ita geometrico diſcurſu manifeſtatur. quoniam triangula A C D & F G L ſunt rurſum æquiangula. angulus enĩ C A D intrinſeco & oppoſito G F L eſt æqualis, per ſuperius allegatam 29 primi elemẽtorum Euclidis. item angulus A D C angulo F G L (nẽpe rectus recto) æquatur, & reliquus igitur angulus A C D reliquo F L G æqualis eſt, per eandem 32 primi. Ergo ſicut A D ad D C, ita F G ad G L, per 4 ſexti eorundem elementorum. Atqui latus A D lateri D C eſt æquale: & G F igitur altitudo, ipſi umbræ G L reſpondenter æquatur.

Demõſtratio huius partis

De umbra altitudine, uel umbroſo minore.

4 SI AVTEM IDEM filum inciderit in latus C D (cũ uidelicet altitudo ſolaris maior fuerit 45 gradibus) tũc umbra erit umbroſo, ſiue rei altitudine minor: in ea quippe ratione, quam habent partes filo interceptæ ad 12. Sit rurſum in exemplum caſus fili in pũctum E, & ipſa D E partium 6, qualium C D latus eſt 12, ſitq; umbra G N, radio ſolari M N terminata, ea autẽ exiſtat 5 paſſuum: quoniam igitut 6 ad 12 ſubduplam uidentur habere rationem, eodem modo umbra G N dimidium erit altitudinis G F. Hoc autem in hunc modũ demonſtratur. Duo nanq; triangula A D E & F G N ſunt inuicẽ æquiangula, quemadmodũ per citatas 29, & 32 primi elemẽtorum Euclidis propoſitiones, deducere haud difficilè eſt: & angulus A D E angulo F G N per quartum poſtulatum æqualis. Igitur per 4 ſexti eiuſdem Euclidis, ſicut E D ad D A, ita N G ad G F. Duc itaq; per regulam 4 proportionalium, numerũ paſſuum ipſius umbræ, utpote 5, in 12, & conſurgentem numerum, qui erit 60, partire per interceptas partes lateris C D, hoc eſt D E: nam quotiens ex diuiſione numerus, oblatam indicabit altitudinem G F, quam experieris eſſe 10 paſſuum, quantam per umbram eadem altitudine maiorem offendimus. Nec diſſimiliter operaberis quacunq; acciderit umbra, quotquótue partes alterutrius lateris B C aut C D fuerint ab ipſo filo cõpræhẽſæ. Horũ omniũ proximã, & ad uiuã ſingulorũ elucidationẽ depictam accipito figurã: quæ te in ſimilibus umbrarum obſeruationibus dirigere poterit.

Probatio geometrica.



De prædictarum linearum mensura, per eundem quadrãtem, absque umbrarum, sed radiorum uisualium consyderatione. Caput IX.

1 CONTINGIT PLAERVNQVE, DVM HVIVSMODI RErũ metiri uolumus altitudines, radios solares, ob interpositã nubiũ caliginem, adeò fieri debiles, ut nulla prorsus accidat umbra: utendũ est itaq; radio uisuali, in hunc qui sequitur modũ. Obijce læuum ipsius quadrantis pinnacidium uertici metiẽdæ & propositæ altitudinis, reliquum uerò alterutro adplica oculo. Deinde leua aut deprime quadrãtem (libero semper existente perpendiculo) quousq; metiendæ rei fastigium per ambo pinnacidiorũ conspexeris foramina. Quod cũ ita feceris, animaduertas ubinã inciderit filum ipsius perpẽdiculi. Cadet enĩ necessario in latus B C, uel in latus C D, aut in punctũ C inter duo latera mediũ: prout basi ipsius rei mensurãdæ propior, aut remotior extiteris.

Generalis operandi uia.

2 INCIDAT ERGO PRIMVM ipsum filum perpendiculi in latus C D, in pũctum uidelicet E, sitq; proposita & metienda turris altitudo G F. Demittendum est itaq; ab inspectore oculo in terram paratum ad hoc perpendiculum filo colligatum, ut D H: & pars ipsius D H retrorsum adiungẽda, in ea quippe sumpta ratione, quam habent partes D E ad 12. Vt si D E fuerit in exemplum partium 6: quoniam 6 dimidium sunt de 12, addes igitur mediã ipsius D H partẽ, utpote H I, in rectum G H. Erit itaq; recta G I loco umbræ & punctum I in quod incideret radius solaris ipsius umbræ terminatiuus. Manifestum est igitur, rectam G I minorem esse G F altitudine: & in ea ratione, quam obseruant partes D E ad latus A D. Sunt enim bina triangula A D E & F G I inuicem æquiangula, & habentia quæ circum æquales sunt angulos latera proportionalia: quemadmodum numero quarto antecedentis capitis octaui demonstrauimus. Supponatur exempli causa, G I fore 9 passuum. Si duxeris ergo 9 passus in 12, fiẽt 108: quæ diuisa per 6 partes D E, relinquunt pro quotiente 18. tot igitur passuum similium erit altitudo G F.

Quando altitudo proposita maior est intercapedine plani

3 AT SI IDEM FILVM cadat in punctum C, in longum & rectum diagonalis A C, eiusdem quadrãtis A B C D, demissa ab oculo perpendiculari D K, quoniã trianguli A D C duo latera A D & A C sunt inuicẽ æqualia, tota D K retrorsum ipsi G K uenit adiũgenda, utpote K L. Quanta igitur fuerit G L, tãtam esse pronunciabis datam & metiendam altitudinem G F. Est enim G L umbræ longitudo, quæ fieret

De plani longitudine propositæ altitudini æquali.



Sole 45 gradibus eleuato: unde fit, ut sicut A D ad D C, ita L G plani longitudo ad G F altitudinem. Triangula enim A D C, & F G L sunt isoscelia, & æquiangula, ob idq; proportionalia inuicem habentia latera: ueluti præcedentis octaui capitis numero tertio geometricè deduximus. Metire itaq; G L, & habebis G F altitudinem: utrunq; autem ex præassumpto nuper exemplo, erit passuum 18. Nõ aliter iudicabis de cæteris.

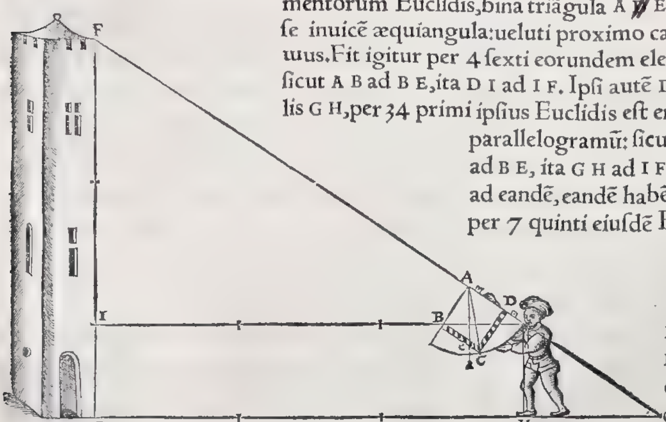
4 PORRO SI CONTINGAT ipsum filum secare latus B C, ut in puncto E, sitq; perpendicularis ab oculo in terram D M: operandum est in contrarium secũdi numeri huiusce capitis. Quam enim rationem habet latus A B ad B E, in ea ratione pone M N ad M D perpendicularem. Vt si B E fuerit partium 6, qualium totum latus est 12: quoniam 12 ad 6 duplam cõstat obtinere rationem, ipsa M N bis continere debet eandem M D. Supplebit igitur punctum N casum ipsius radij solaris, eritq; GN loco umbræ, per quam G F inuestigaretur altitudo, Sole supra 45 gra. eleuato. Esto uerbi gratia G N passuũ 36. duc igitur 36, in 6 partes ipsius B E, consurgent 216: quæ diuide per 12, fient pro quotiente 18, quot passuum eãdem altitudinem G F, per secundum et tertium huiusce capitis numerum inuenimus. Ex eodẽ nanq; secundo numero eiusdem capitis immediatè præcedentis relinquitur manifestum, rectam G N superare G F altitudinem, atq; eam habere rationem ad ipsam G F, quam habent 12 ad partes B E. Triangula enim A B E & F G N sunt rursum æquiangula, & quæ æquales respiciunt angulos latera inuicem proportionalia: quemadmodum eodem secundo numero præallegati capitis octaui imediatè præcedentis ostendimus.

Dum altitudo ab intercapedine plani superatur.

5 IDEM IN VNIVERSVM HABEBIS, SI DISTANTIAM A basi rei mensurandæ, ad casum perpendicularis ab oculo ad terram occurrentem, proportionaliter acceperis, quemadmodum ratio partium B E aut D E, ad 12 lateris partes, uel è contra requiret: iuncta semper consurgenti mensurarũ numero, eadem perpendiculari ab inspectore demissa oculo. Quod ut clarius elucescat, repetatur in exemplum altitudo G F, incidatq; per radij uisualis obseruationem perpendiculum in latus B C, ipsum intersecans ad punctum E: sit autem B E partium 8, qualium latus quadrati est 12. & demissa perpendiculari D H, producatur recta D I intercapedini G H parallela. Euidens itaq; relinquitur ex 29 & 32 primi elementorum Euclidis, bina triãgula A B E & F D I esse inuicẽ æquiangula: ueluti proximo cap. deduximus. Fit igitur per 4 sexti eorundem elementorum, sicut A B ad B E, ita D I ad I F. Ipsi autẽ D I est æqualis G H, per 34 primi ipsius Euclidis est enim D H G I parallelogramũ: sicut igitur A B ad B E, ita G H ad I F. nã æquales ad eandẽ, eandẽ habẽt rationem, per 7 quinti eiusdẽ Euclidis. Sit ergo G H in exẽpli gratiã cubitorum 18: quoniã 12 ad 8 sesqualterã uidenẽ habere rationẽ: similiterq; G H semel cõtinebit I F, & dimidiã insuper eiusdem partem.

Alius operandi modus, omnibus communis.

Exemplum cũ de monstratione.



Duc

Duc itaq; 18 cubitos G H, in 8 partes ipsius B E, fient 144: q̃ si diuiseris per 12, proueniẽt rursum 12. tot igitur cubitorum est I F: cui si addideris D H perpendicularẽ, 4 uerbi gratia cubitorum, conflabitur altitudo G F cubitorum 16. Ipsa nanque D H est æqualis G I, per eandem 34 primi. Idem fiat respondenter de cæteris, ubicũque ceciderit perpendiculum: quantacunq; etiam fuerit intercapedo G H. Primus tamen operandi modus, magis uidetur cõuenire cum umbrarum rationibus: unde prima fronte rudioribus magis utcunq; placebit.

Quonam rursum modo eædem lineæ super dato plano orthogonaliter eleuatæ, aliter quàm per utrunque quadratum metiãtur geometricum. Caput X.

POTERIS ETIAM, IN DEFECTVM VTRIVSQVE quadrati (ne aliquid huic faciens negocio prætermittamus) earũdem linearum ad rectos angulos erectarum, aliter inuestigare longitudinẽ: per baculum uidelicet ad hoc præparatum, aut planum debitæq; magnitudinis speculũ. In primis itaq; baculus paretur rectissimus, moderatæ quidem longitudinis, in 12 partes æquales, utpote, palmos, aut pedes, aliásue mensuras (prout commodius acciderit) solito more distributus. Erigatur postmodum ipse baculus orthogonaliter super dato & circumposito plano, quod rectos cum altitudine data facit angulos. Demisso consequenter in terram oculo, recede, uel accede ad ipsum baculum, donec uerticem, aut supræmum ipsius rei mensurãdæ fastigiũ per eleuatum eiusdem baculi terminum rectissimè conspexeris. Quo facto, metire interuallum oculum tuum & pedem baculi interceptum, eisdem quippe mensuris aut partibus, in quas præfatum baculum distribuisti. Nam quam rationem habet ipse baculus ad idem interuallum, eam habet & altitudo proposita ad plani longitudinem, oculum tuum & basim eiusdem altitudinis interceptam. 1

Modus metiendi rerum altitudines p baculũ

VNDE SI baculus & præfatum interuallum inuicem æquentur, tantam esse concludas propositam altitudinem, quantum fuerit inter oculum tuũ & ipsius altitudinis basim. Vt in succedenti figura exemplũ uidere licet, de baculo C D, interuallo A C æquali, inter oculum A & pedem baculi C compræhenso. Ex quo respõdenter elucescit, propositam altitudinem B E, æqualem esse plano A B, eundẽ oculum A, & punctum B intercepto, quorũ utrunq; sexies eundẽ baculũ cõpræhendit. 2

Prima excẽpli differentia

SI AVTEM euenerit, ut prædictum interuallum sit baculo minus: tunc altitudo proposita maior erit eadem intercapedine plani, inter oculum tuum & basim eiusdem altitudinis compræhensa: habebitq; eam rationem eadẽ altitudo ad ipsius plani longitudinem, quam baculus ad interualum oculum tuum & baculi pedem interceptũ. Vt uidere non est difficile de baculo F G, & interuallo A F duarum tantummodo partium, qualium idem baculus est trium similum atq; metienda altitudine B H. Quemadmodum enim baculus F G semel continet interuallum A F, & dimidiam eiusdem partem: eodem modo altitudo B H semel compræhendit A B longitudinem, atq; mediam eius partem. Qualium igitur partium A B lõgitudo fuerit 6, taliũ & B H erit 9. Addenda est itaq; dimidia ipsius A B suæ totali longitudini, ut præfata consurgat altitudo B H. Idem obseruabis in similibus. 3

Secunda excẽpli differentia.

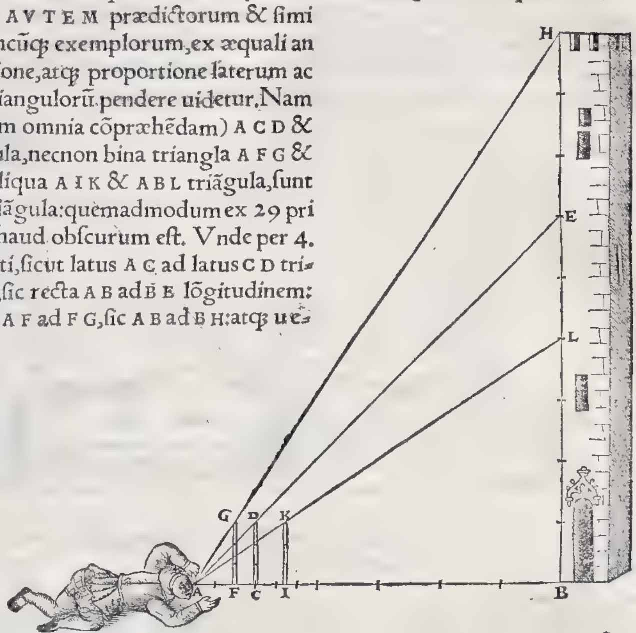
PORRO SI iam dictum interualum maius sit eodem baculo: & præfata longitudo plani maior erit altitudine proposita: & in eadem ratione præfatam superabit altitudinem, quam habet idem interuallum ad ipsum baculum mensorium. Huius partis habes in exemplum baculum I K, ad quem interuallum A I sesqualteram rationem habet: unde fit, ut A B longitudo plani semel compræhendat altitudinem 4

Tertia excẽpli differentia

B L, & mediam insuper eiusdem partem. Igitur si A B sit partium 6, B L altitudo 4 partium erit similium. Auferenda est itaq; tertia pars ipsius A B, ut proposita relinquatur altitudo B L. Neq; dissimiliter operandum est in quibuscunq; cæteris.

Prædictorum cõfirmatio geometrica.

RATIO AUTEM prædictorum & similium quorumcũq; exemplorum, ex æquali angulorum ratione, atq; proportione laterum accidentium triangulorũ pendere uidetur. Nam (ut summatim omnia cõpræhẽdam) A C D & A B E triangula, necnon bina triangla A F G & A B H, atq; reliqua A I K & A B L triãgula, sunt inuicem æquiãgula: quemadmodum ex 29 primi deducere haud obscurum est. Vnde per 4. eiusdem sexti, sicut latus A C ad latus C D trianguli A C D, sic recta A B ad B E lõgitudinem: necnon sicuti A F ad F G, sic A B ad B H: atq; uelut A I ad I K, ita recta eadem A B ad B L, relatiuare latiuis singulorũ triangulorũ comparando latera. Quæ cum



luce clarius, ex præfatis, atq; toties repetitis Euclidis propositionibus innotescant: huic metiendi haudquaquàm difficili modo finem imponemus, ad promissum accedentes speculi discursum.

Qua rerum altitudines per ipsũm metiantur speculũ.

IDEM ETIAM, PER RADIVM VISVALEM AB SPECVLO reflexum, poteris in hũc modum obtinere. Accipe planum speculum, & ipsum statue super terrestri & circunstanti plano: à quo recedas tãdiu uel accedas, quousque rei mensurandæ uerticem in eodem intuearis speculo. Demitte postmodum perpẽdicularem ab inspectore oculo in ipsum terrestre planum. Quam enim rationẽ habebit interuallum, quod eandem perpendicularem & centrũ intercipietur speculi, ad longitudinem ipsius perpendicularis: eam obseruabit & longitudo plani, inter ipsum speculum & basim rei metiendæ compræhẽsa, ad datã altitudinẽ. Esto in exẽplum turris A B, cuius altitudo proponitur mẽsuranda, speculum C, oculi centrũ E, à quo perpendicularis demittatur E D. Fit igitur, sicut C D ad D E, ita C B ad B A datam altitudinem. Bina nanq; triangula A B C & C D E sunt inuicem æquiangula. radius enim uisualis E C A ad æquales reflectitur angulos, per sextã secundæ partis perspectiuæ cõmunis, atq; decimã, 12, & 13, perspectiuæ Vitellionis. Angulus ergo A C B angulo D C E est æqualis. rectus item qui ad B, recto qui ad D æquatur angulo, per quartum postulatum. reliquus igitur B A C reliquo C E D, per 32 primi elementorum Euclidis est æqualis. Aequiangula ergo sunt triangula A B C & C D E: & quæ subtendunt æquales angulos latera inuicem proportionalia, per 4 sexti eorundem elementorum. Sicut igitur C D ad D E, ita C B ad B A. Vt si exempli causa D E fuerit 6 partium, qualium D C fuerit 5 similium: & respondenter altitudo B A 6 erit

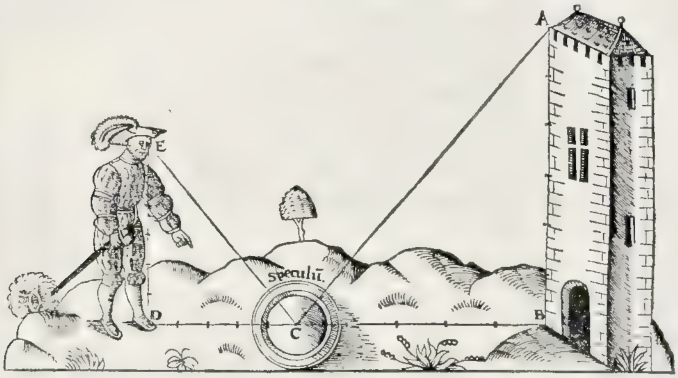
Exemplum.

Demonstratio prædictorum.

6 erit partium, qualium B C plani longitudo 5 fuerit similium. Metire igitur B C, & eidem adde quintam partem: & habebis A B.

[...]nium notandum.

VNDE FIT, ut si D E perpendicularis ipsi D C fuerit æqualis: & A B eidẽ B C respondenter æquabitur. Si uerò ipsa D E fuerit D C minor, & A B altitudo data minor erit interuallo B C: superabitq́ B C eandem altitudinẽ A B in ea ratione, qua D C maior erit D E perpendiculari. Tribus ergo notis, facile erit per sæpius expressam regulam 4 proportionalium, reliquum quartum inuenire. 6



De prædictarum, sed inaccessibilium linearum altitudine mensuranda, per ipsum geometricum quadratum. Cap. XI.

SVNT PLAERVNQVE RERVM ALTITVDINES, AD quarum bases minimè conceditur peruenire: id uel circunstantibus aquis, uel effosa terra, aut eiuscemodi prohibentibus impedimentis. Cum tamen earundem rerum altitudines, è proximo terrestri plano, per quadratum uolueris agnoscere geometricum: in hunc facito modum. 1

Operandi regula.

Selecto commodiori loco, erige quadrantem super latus A B uel A D, ad rectos undiquaq; angulos, altero distributorum laterum aut B C, aut C D ad ipsam mensurãdam altitudinẽ conuerso. Leua deinde, aut deprime regulam (oculo semper ad A constituto) donec per ambo foramina pinnacidiorum, radius uisualis ad summum rei metiendæ peruenerit uerticem. Quibus ita seruatis, aspice contactum ipsius regulæ secundum lineam fiducialem in eo latere, quod ad ipsam conuertitur altitudinem: notaq́ seorsum rationis denominatorem, quam habet latus quadrati, ad cõpræhensam ab eadem regula partem. Accede postmodum quàm rectissimè poteris ad ipsam datam altitudinem, uel ab eadem retrocede, pro commoditate plani: rursumq́ simile facito radij uisualis examen, cõsyderes quoq; rationem quam habet latus quadrati, ad partem lateris uersus datam altitudinem erecti, quæ ab præfata compræhenditur regula, & illius rationis denominatorem pariter obseruato seorsum. Quibus absolutis, aufer minorem denominatorem à maiori, nuper examinatarum rationum: & relictum iterum seruato numerum. Metire tandem interuallũ quod utrunq; situ oculi, uel anguli qui ad A intercipitur: & occurrentem mensurarum numerum, diuide per eum numerum, qui ex nuper facta denominatorũ subtractione relictus est. Nam quotiens inde numerus propositam et inaccessibilẽ altitudinẽ indicabit. 2

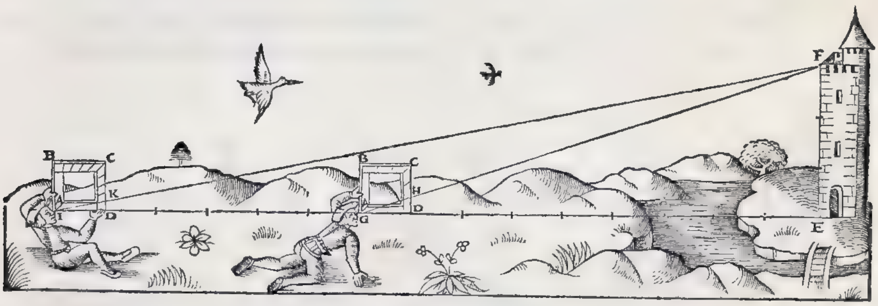
Corolarium.

Vnde si relictus numerus fuerit unitas, ipsum interuallũ inter ambas,

ambas obseruationes compræhẽsum, pro data sumendum est altitudine: quoniam I neq; diuidendo neq; multiplicando numerum immutat, ueluti crebro diximus.

3 EXEMPLO, QVAE DIXIMVS FORSITAM CLARIVS IN- telliges. Esto igitur proposita turris E F, circumposito lacu impedita: cuius altitudo desyderetur. fiat itaq; prima radij uisualis obseruatio: sitq; in puncto G. & incidens regula in latus C D, seccet D H partium 20, qualium totum latus est 60. Igitur quoniam 60 ad 20 triplam uidentur seruare rationem: nota seorsum 3, numerũ ipsius triplæ rationis denominatorem. Hoc primo examine facto, contingat te recta cedere uia ad locum posteriorem I notula signatum: ubi rursum examẽ simile priori discurras. Sit autem pars lateris D C ab eadem compræhensa regula, D K, partium quidem 12, qualium idem latus quadrati diximus fore 60. Atqui 60 ad 12 quintuplam rationem habẽt: nota igitur 5 seorsum, numerum à quo ratio quintupla denominatur. Tolle postmodũ 3 à 5, relinquentur 2: quæ serua seorsum. Metire tandem interuallum G I, sitq; partium 24, qualium singula quadrati latera fuerint 4 similium. Diuide itaq; 24 per 2, fient pro quotiente 12: tot igitur partiũ nuper expressarum erit proposita & inaccessibilis altitudo E F.

Exemplum.



Quòd præfatæ perpendiculares & inaccessibiles lineæ, per uulgatum quadrantem, non minori facilitate metiantur. Caput XII.

I CVM AVTEM PRAEFATARVM LONGITVDINVM, AD perpendiculum erectarum, & accessu difficilium, per uulgatum, & sæpius expressum circuli quadrantem, uolueris habere quãtitatem: id haud dissimili uia, neq; minori facilitate, poteris (ut sequiť) obtinere. Igitur super commodo & circumposito plano, radius uisualis per utrunque quadrantis pinnacidium obseruetur: noteturq; eiusdem radij cum ipso plano coincidentia, atq; denominator rationis, quam habet latus quadrati ad partes filo perpendiculi compræhensas. Accedendo postmodum uel retrocedendo, prout cõmodius acciderit, haud dissimilis annotatio fiat: obseruato rursum uisualis radij cum eodem plano concursu, unà cum denominatore rationis, quam habebit latus quadrati, ad eas partes eiusdem lateris, quæ ab ipso distinguentur filo, quemadmodum nono capite huius secundi libri singulatim expressimus. Subtracto consequenter minori denominatore à maiori (fient enim semper inæquales) residuus seorsum obseruetur numerus. Metiatur tandem interuallum à primo casu radij uisualis ad secundum eiusdem interceptum: & occurrens mensurarum numerus per

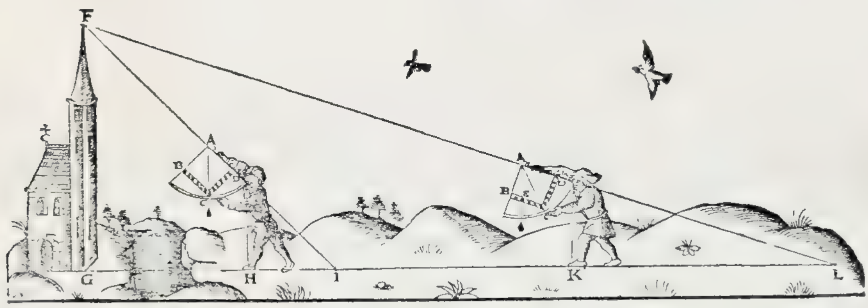
Canon generalis operationis

K ipsum

ipſum diuidatur numerũ,ex nuper facta ſubtractione relictum. quotiens enim ex hac diuiſione generatus numerus, datam altitudinem oſtendet:in ijs quidẽ partibus ſiue menſuris,qualium fuerit nuper expreſſum obſeruationum interuallum.

Corolarium. Fiet igitur (ueluti prius) ut idem interuallum, utrunq; caſum radij uiſualis interceptũ,pro data ſumendũ ſit altitudine,quoties ex præfata denominatorũ ſubtractione relinquetur unitas:propterea quoniam numerus per 1 fruſtra diuideretur.

Exemplum prædictorum. SED HAEC EXEMPLARI DISCVRSV FIENT LVCIDIORA. 3 Sit igitur data & acceſſu difficilis altitudo G F:cõtingatq; prima radij uiſualis obſeruatio in puncto H,& incidat idem radius uiſualis ad punctum I,cadat autem filum perpendiculi in punctum C.Erit ergo ratio lateris A D ad latus D C æqualitatis,ab unitate denominata:ſeruabis itaq; 1,pro primo denominatore numero. Poſtmodum retrocedendo,ſecundam radij uiſualis incidentiam reſpondẽter examinabis:utpote in K,ubi filum cadat in latus B C,ad punctum E,ſitq; B E partiũ 4, qualium idem latus B C eſt 12. Et quoniam 12 ad 4 triplam cõſtat habere rationẽ: ſeruabis ergo 3, à quibus ratio tripla denominatur.Per ea autem quæ preallegato capite nono diximus,concurrat idem uiſualis radius cum ipſo plano ad punctũ L. Subtrahæ conſequenter 1 à 3,relinquentur 2:quæ ſerua ſeorſum.Metire tandẽ interuallum I L,quod uerbi gratia ſit 20 cubitorum:quos diuide per 2,fient 10 pro quotiente.Tot igitur cubitorum eſt altitudo G F. uti ſubiecta figura demonſtrat.



Alius ad idem operandi modus. IDEM ETIAM HABEBIS, RESPONDENTER AD SECVNdam partem eiuſdem capitis noni:ſi obſeruato caſu perpendicularis ab oculo,primum in H,poſtea in K,uel è contra, menſus fueris interuallum H K, & idẽ per eum diuiſeris numerũ,qui ex ſubtractione minoris denominatoris à maiori relictus eſt: utpote,per 2 in aſſumpto nuper exemplo. Nam ſi generato ex diuiſione menſurarum numero alterutram adiunxeris perpendicularem,utpote,D H aut D K,præfatam altitudinem G F integrabis. 4

Exemplum. Vt exempli cauſa,ſi ex præmiſſa hypotheſi I L fuerit 20 cubitorum,H K erit 13 ſimilium,& D H, aut D K 3 & $\frac{1}{2}$. Vnde ſi diuiſeris 13 per 2,fient pro quotiente 6 & $\frac{1}{2}$:quibus ſi addideris 3 & $\frac{1}{2}$, conſurgent 10, quot uidelicet cubitorum eandem offendiſti altitudinẽ G F.De ſimilibus ſimiliterq; propoſitis altitudinibus,non alienum uelim habeas iudicium.

Vt

Vt per ipsum geometricum quadratum, ex altitudine maiori minor metiatur altitudo, & è contra. Caput XIII.

Ex altiori, breuiorem altitudinem metiri.

1 ESTO PRIMVM ALTITVDO MAIOR EA, E CVIVS uertice minor F G metienda proponatur. Collocato igitur angulo qui ad A ipsius quadrati geometrici, cum dato maioris altitudinis uertice, obiectoq; latere C D uersus eandem minorem & metiendã altitudinem: pone regulam in longum & rectum lateris A D, & deprime aut leua quadratum, donec radius uisualis per ambo foramina pinnacidiorũ uenerit ad F eiusdem minoris altitudinis basim. Rursum, quadrato in hunc modum manente fixo, leua aut deprime tandiu regulam, quousq; uisualis radius per eadẽ foramina productus attigerit uerticem G. Quibus ita constitutis, demitte ex ipsa regula perpẽdiculum filo colligatum, in quam partem uolueris lateris A D: cuiusmodi est H I. Consydera tandem, quam rationem habet A I, ad partem ipsius fili regulam atq; latus A D interceptam: nam similem rationem habebit radius uisualis A F ad propositam & minorem altitudinem F G. Sunt enim bina triangula A H I & A F G inuicem æquiangula. quoniam angulus qui ad A utriq; triangulo fit communis, & angulus A H I intrinseco & ex eadem parte A G F æquatur angulo, necnon angulus A I H ipsi angulo A F G intrinseco & ad eandem partem est æqualis, per 29 primi elementorum Euclidis. Quam rationẽ igitur habet A I ad I H, eam seruat & radius A F ad F G datam altitudinem, per quartam sexti eorundem elementorum.

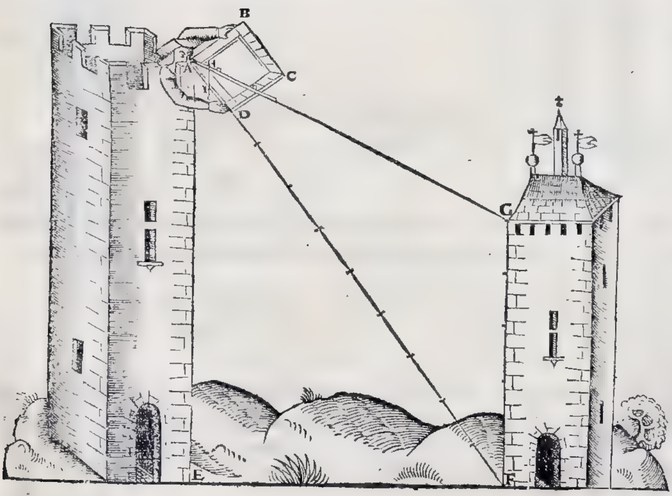
Probatio geometrica.

Inuentio diagonabis A E.

2 Operæprecium est igitur, radij uisualis A F habere quantitatem: quod hac poteris absoluere uia. Accipe longitudinem A E, per demissum filum unà cum perpendiculo, deinde metire E F, per secundam partem, uel quartum numerũ tertij capitis huius libri, postmodum utranq; A E & E F in sese quadratè multiplica, & productos in unum compone numeros, ipsius demum adgregati numeri quadratam extrahe radicẽ: nã ea erit latus A F trianguli rectãguli A E F, per 47 primi eiusdẽ Euclidis.

Exemplum prædictorum.

3 SVPPONAMVS in exemplum A E fore 8 perticarum, & E F 6. Duc igitur 8 in sese, fient 64: deinde 6 itidem per sese multiplica, consurgent 36. compone 64 & 36, resultabunt 100. horum quadrata radix est 10: tot igitur perticarum est A F. Incidat autem filum H I in punctum medium ipsius A D, sitq; A I dupla ad I H: erit itaq; A F dupla eiusdẽ F G. & ipsa cõsequenter F G 5 perticarũ, qualium A F 10 reperta est: ut ipsa indicat figura.

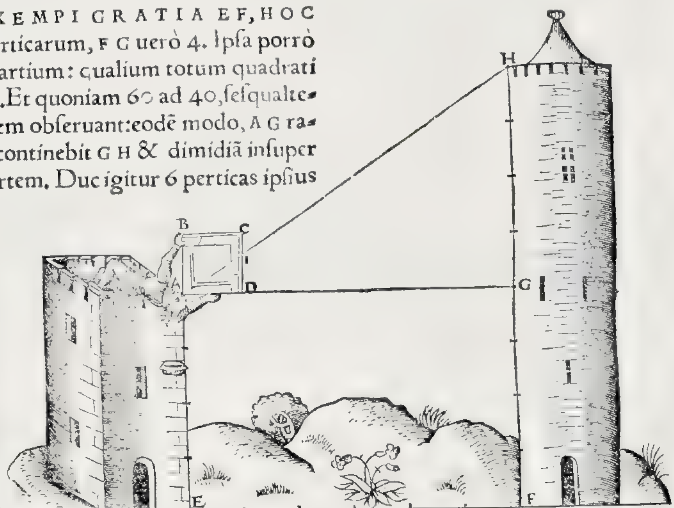


Vt ex minori maior metiatur altitudo.

AT SI VERSA VICE EX MINORIS ALTITVDINIS VERtice, uelut E A, maiorem metiri uolueris altitudinem, cuiusmodi est F H: id facies in hunc modum. Siste quadratum in longum rectumq; ipsius A E: ea quidē industria, ut B A cum A E rectam lineam constituat, & C D latus uersus metiendam altitudinem F H conuertatur. Pone deinde regulam (quadrato manente fixo) super latus A D. Prospice consequenter per ambo dictorum pinnacidiorum foramina datam altitudinem F H: in quam incidat radius uisualis ad punctum G. Erit ergo A E F G parallelogrammum: cuius opposita latera, per 34 primi elementorū Euclidis sunt inuicem æqualia. Metire igitur A E, per filū solito more demissum: & habebis F G. Accipe rursum longitudinem ipsius E F, per secundam partem, aut quartum numerum tertij capitis huius libri: & obtinebis A G, radij uisualis quantitatem. Leua consequenter (immoto semper quadrato) tandiu regulam, donec præfatus radius uisualis producatur ad H metiendæ altitudinis uerticem: & consydera ubinam regula secet latus C D, sitq; uerbi gratia in puncto I. Quam enim rationem habebit latus A D ad partem D I, candem seruabit & A G radius uisualis ad G H partem altitudinis: quemadmodum capite septimo luculenter expressimus. Habita autem G H longitudine, ea addatur ipsi F G: ut tota inde cōfletur altitudo F H. In his itaque, ac similibus, gemina utendum est obseruatione.

Exemplum.

SIT EXEMPI GRATIA E F, HOC est A G, 6 perticarum, F G uerò 4. Ipsa porrò D I sit 40 partium: qualium totum quadrati latus est 60. Et quoniam 60 ad 40, sesqualteram rationem obseruant: eodē modo, A G radius semel continebit G H & dimidiā insuper eiusdem partem. Duc igitur 6 perticas ipsius A G in 40, fient 240: quæ diuide per 60, & generabūtur proquotiēte 4 Tot igitur pticarū erit ipsa G H: quibus adde 4 pticas ipsius F G, consurgent 8 perticæ. tantā ergo pronūciabis oblatā maiorem altitudinē F H. Multa præterea deduci possunt, quæ ex prædictis sunt intellectu facillima.



Qualiter per idem quadratum, pendens è uertice montis longitudo mensuretur.
Caput. XIIII.

NON ALITER INVESTIGANDA EST PENDENS E uertice montis longitudo, quàm de super plana telluris superficie iacente linea recta, prima parte tertij capitis antecedentis ostensum est: idem enim seruandus est operandi modus.

Sit

Sit igitur E F propoſita & metienda longitudo, è uertice montis F uſque ad E inſtar tecti pendula. Collocabis itaque quadratum A B C D, ſuper latus C D, in lō gum & rectum ipſius E F, angulo qui ad D ſuper E conſtituto, atque latere B C ad eundem uerticem F ſolito more coūerſo: ueluti ſupra diximus. Et poſito ad A oculo, leua aut deprime tandiu regulam, quatenus uiſualis radius per utrunque fo ramen pinnacidiorum ipſius regulæ uenerit ad F. Quo facto, animaduertito ubinam regula ſecet latus B C: id autem fiat in puncto G. Quam igitur ratio- nem habebit latus A B ad partem B G, eam ſeruabit E F longitudo ad latus A D.

Summarius operādi modus.

Bina enim triangula A B G & A E F ſunt inuicem æquiangula, & quæ circum æqua- les angulos latera proportionalia: quemad- modum præallegato capite demonſtraui- mus.



2 ESTO IN EXEMPLVM ipſa B G par tium 10, qualium latus quadrati eſt 60. Quo- niam igitur 60 ad 10 ſextuplam uidentur ha bere rationem: pa ri modo, data E F longitudo ſexies cōtinebit A E, uel A D, hoc eſt, eiuſ- dem quadrati la- tus. Vnde ſi latus quadrati fuerit tri um cubitorū, ea- dē E F longitudo erit cubitorū 18.

Exēplaris diſcurſus.

3 Quòd ſi mons fuerit ita præruptus, ut id quod nunc diximus obſeruare non permittat: is metien- dus erit inſtar turris, alteriúſue rei ſuper terreſtri plano ſurſum eleuatæ. Quemad- modum capite ſeptimo, uel ſuccedentibus octauo, nono atq; decimo capitibus hu- iuſce libri ſecundi monſtrauimus.

Notandum.

Quo modo altitudo linearum rectarum ſuper montem in longum ædificiorum orthogonaliter erectarum, utriuſque quadrati geometrici diſquiratur officio. Caput. XV.

1 SIT PRIMVM OBLATA TVRRIS E F (VT REGVLAM cum exemplo, maioris euidentiæ gratia diſcurramus) ſupra montem A E collocata: cuius altitudo ex ipſius montis infimo A, per quadratū metienda proponatur. Accipiatur itaq; longitudo A E, è uertice mon tis & baſi eiuſdem turris pendula ſiue decliuis, iuxta doctrinam capitis immediatè præcedētis: ea autē ſit in exemplū cubitorū 18. Quibus abſolutis, collocetur quadra tū ſuper A terminū, & latus A D, eodē quadrato, atq; latere C D ad turrim E F ſolito more cōuerſo. Eleuetur poſtmodū aut deprimatur quadrati circūducibilis regula, quouſq; per ſolita pinnacidiorū foramina uiſualis radius attingat præciſè cacumē F. Et in hunc modū ſtāte regula, demitte perpendiculum filo colligatum ex eadem regula, in quam uolueris partem lateris A D: cuiuſmodi eſt G H, diuidens ipſum

Primus operādi modus per quadratum

latus A D in puncto H medio inter A & D. Metire postmodũ partem fili G H, regulam & idem latus A D interceptam: eandem fili partem G H super latus B C, aut latus C D longitudinaliter extensa. Quam igitur rationem habebit secta pars A H ad incidentem fili partem H G, eam seruabit & A E pendula montis longitudo ad E F turris altitudinem. Nam bina triangula A G H & A E F sunt inuicem æquiangula: ueluti per sæpius allegatam 29 primi elementorum Euclidis ostendere non est difficile. Et quoniã angulus A H G, intrinseco & ad eandem partẽ angulo A E F æqualis est: fit per quartam sexti eiusdem Euclidis, sicut A H ad H G, ita A E ad E F propositam turris altitudinem.

Exemplum.

2

SIT EXEMPLI CAVSA, A H 30 partium, & H G 15, qualium latus eiusdẽ quadrati datum est 60. quoniam 30 ad 15, duplã obtinent rationem: igitur A E longitudo bis continebit E F turris altitudinem. Eandem porrò longitudinẽ A E supposuimus in exẽplum cubitorum 18: ergo E F altitudo data erit 9 cubitorum similium. Quod si per regulam 4 proportionalium, huiuscemodi rerum elucidatiuam, uolueris experiri: duc 18 in 15, fiẽt 270. hæc diuide per 30, generabũtur, ꝑquotiente 9. Hæc autẽ oĩa clarius elucescunt ex hac obiecta figura.



Alius operandi modus utrique & quadrato & quadrãti communis.

3

AT SI oblata turris, aut aliaquæuis altitudo proposita, supra mõtem adeò præruptum uel præcipitem, fuerit constituta, ut nuper expressa metiendi uia minimè possit obseruari: hac arte ꝑcedendum est. Ex proximo & circunscripto plano, capiẽda est in primis ipsius mõtis altitudo, deinde & montis & constituti supra montem ædificij adgregata sublimitas: per septimũ caput huius libri. Quibus obtentis, auferenda uenit eiusdẽ mõtis altitudo, ex composita montis & ipsius rei metiendæ super montem existentis altitudine: relinquetur eñ proposita oblati ædificij sublimitas. Quod ut clarius innotescat, id per quadrantem, siue quadratum in circuli quadrante descriptum, exemplari discurrere calculo minimè grauabimur.

Exemplum secũdi modi per quadrantem.

4

OFFERATVR ERGO turris F G, super datum & præruptum montẽ G H ad perpendiculum eleuata: cuius altitudinem cogaris è circum adiacẽte plano terrestri, per quadrantem examinare geometricũ. Accipias itaque primum ipsius montis sublimitatem, per geminam radij uisualis obseruationem: quemadmodũ nono capite huius libri demonstrauimus.

Sit autem per primum obseruandi modũ K N, uel per secundum I L, unà cũ D I aut D L perpendiculari demissa ab oculo D, æqualis ipsi G H montis altitudini: & utraque

utraque reperiatur in exemplum 12 perticarum. Examinetur postmodum altitudo F H, ex monte G H & turris altitudine conflata, per doctrinam eiusdem antecedentis noni capitis: sitq; rursum O Q iuxta primam uiam, uel N P unà cum perpendiculari D N aut D P iuxta secũdam, æqualis eidem F H, & utraq; perticarũ 18. Aufer tandem altitudinem G H ab F H sublimitate, hoc est, 12 perticas à perticis 18: & relinquetur F G proposita turris altitudo perticarum 6. Hæc autem omnia ex eodem capite nono, unà cum succedenti figura ad ueram singulorum rationẽ depicta sunt euidẽtissima, & in similiũ obseruationũ exemplũ satis utcunq; faciẽtia.



Vt linearum in profundum puteorum, aliarũmue rerum similium perpendiculariter depressarum longitudo, per utrunque & quadratum & uulgatum quadrantem respondenter inquiratur. Caput XVI.

NEMINEM ADEO RVDEM EXISTIMAMVS, QVI NEsciat huiuscemodi metiẽdarum rerum discrimina de lineis fore intelligenda, quæ quantumlibet in profundum à plano terrestri deprimãtur, utrunq; tamen limitum habẽt faciẽ uisibilẽ: ut in puteis accidere uidetur, per quorum profunditatem intelligimus, longitudinem ab orificio, usque ad uisibilem aquæ superficiẽ interceptam. Eiuscemodi autem rerum depressas altitudines, quas profunditates adpellamus, duplici metiri docebimus instrumento: primo per ipsum quadratum geometricum, deinper uulgatum circuli quadrantẽ.

Primus metiẽdi modus per quadratum geometricum

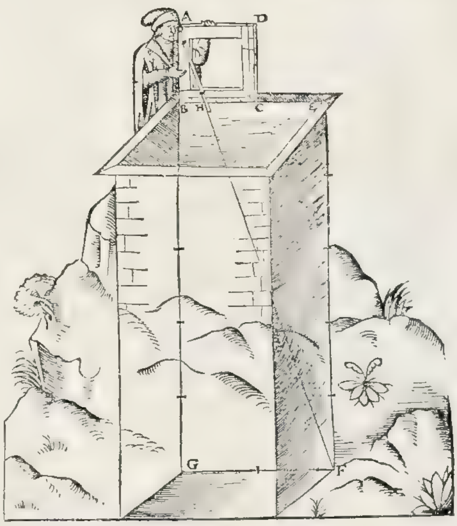
ESTO IGITVR (ut primum adgrediamur) oblatus puteus quadrãgularis B E F G, cuius profundum B G uel E F mensurandum proponatur. Erige quadratũ super latus B C in rectum lateris ipsius putealis orificij B E: sitq; latus A B in rectum pariter ipsius B G. Posito deinde oculo ad A, moueto tãdiu regulam, quatenus per utrunq; foramen ipsorum pinnacidiorum conspicias uisibilem & inferiorẽ terminum F, è diametro ipsius B G constitutum. His ita seruatis, animaduertito regulæ contactũ, in latere B C iuxta lineam fiducialem accidentem: is autem fiat in pũcto H. Igitur quam rationem habebit pars H B ad latus B A, eam seruabit G F, hoc est, B E (sunt enim æquales) ad datam profunditatis longitudinem A G. Quoniam bina triangula A B H & A G F sunt inuicem æquiangula: quemadmodum

Demonstratio prædictorum.

per 29 primi elementorum Euclidis facilè manifestatur. & angulus A B H, angulo A G F est æqualis (nam uterq; rectus) igitur per 4 sexti eiusdem Euclidis, fit sicut H B ad B A, ita F G putei latitudo ad G A compositam ex G B & B A longitudinem, siue profunditatem.

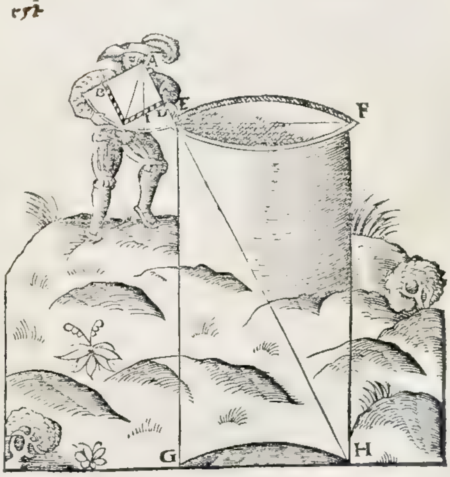
[Exe]mplum. Sit exempli gratia B H 20 partium, qualium latus quadrati est 60: B E autẽ metiatur, & sit in exemplum 6 cubitorum, tot etiam cubitorum erit G F: sunt enim latera perallelogrammi B E F G opposita, quæ per 34 eiusdem primi sunt inuicem æqualia. Duc igitur 6 in 60, fient 360: quæ diuide per 20, & habebis pro quotiẽte 18. Tot igitur cubitorum erit A G: à qua si dempseris A B trium uerbi gratia cubitorum, relinquetur B G desyderata & in profundum depressa putei lõgitudo 15 cubitorum.

[E]iusdem [ope]rationis [ill]ustratio. IDEM QVOQVE SIC OBtinebis. Metire H E: sitq; exempli causa 5 cubitorũ. Deinde multiplica 5 per 60, fient 300: hæc diui per 20, producentur 15, uelut antea. Bina nanq; triangula A B H et H E F sunt rursum æquiangula. quoniam angulus A H B angulo E H F ad uerticem posito, per 15 primi Euclidis est æqualis. itẽ rectus qui ad B, recto qui ad E pariter æquatur. reliquus igitur B A H reliquo H F E per 32 eiusdem primi est æqualis. Vnde per superius allegatã quartã propositionẽ sexti, sicut H B ad B A, ita H E ad E F, eidem B G per hypothesim æqualem.



Notandum. Cum autem acciderit puteum rotundam habere figuram, habenda erit cõsyderatio diametri putealis orificij, & reliqua omnia ueluti prius absoluenda.

[Se]cundus modus metiendi [profu]nda, per [qu]adrantem. RELIQVVM EST, VT eandem rerum in profundũ depressarum, per uulgatũ quadrãtem metiri doceamus altitudinẽ. Sit itaq; puteus circularis E F G H, cuius diameter sit E F, aut illi æqualis G H. Adplica igitur quadrãtem ipsi putei orificio: in hũc modũ, ut finis lateris A D ad datũ punctum E constituatur. Leua postmodũ, aut deprime quadrãtem (libero semper demisso perpendiculo) donec radius uisualis per ambo foramina pinnacidiorum ad inferiorem & è diametro signatũ terminũ H perducatur. Quo facto & immoto quadrãte, uide in quã



in quam partem lateris CD inciderit filum perpendiculi:cadat autē in punctum I. Quam rationem enim habebit pars D I filo compræhensa ad latus D A, eam obser uabit diameter G H, aut eidem æqualis E F ad datam profunditatis longitudinem E G. Bina nanqꝫ triangula A D I & E G H sunt inuicem æquiangula. quoniam angu lus G E H æquus est intrinseco & ex eadem parte D A I, per 29 primi elementorū ipsius Euclidis. Incidit enim recta A H in A I & E G parallelas. rectus item angulus qui ad D recto qui ad G, per quartum postulatum æquatur. & reliquus igitur angulus A I D reliquo E H G, per 32 eiusdem Euclidis est æqualis. Quam rationem ergo seruat latus I D ad latus D A, eam habet & latus H G ad G E, per 4 sexti: subtendunt enim æquales angulos. Metire igitur E F æqualem ipsi G H: sitqꝫ uerbi gratia 9 cubitorum. sit rursum D I 6 partium, qualium totum quadrati latus est 12. Quoniam 12 ad 6 duplam rationem obseruant, & E G pariter bis continebit E F siue D H eidē E F (ut nuper diximus) æqualem. Duc itaqꝫ 9 in 12, fient 108: quæ diuisa per 6, dant pro quotiente 18. Tot igitur cubitorum est data profunditas E G. In quibuscunqꝫ cæteris, similem operandi modum respondenter obseruabis.

Demonstratio geometrica.

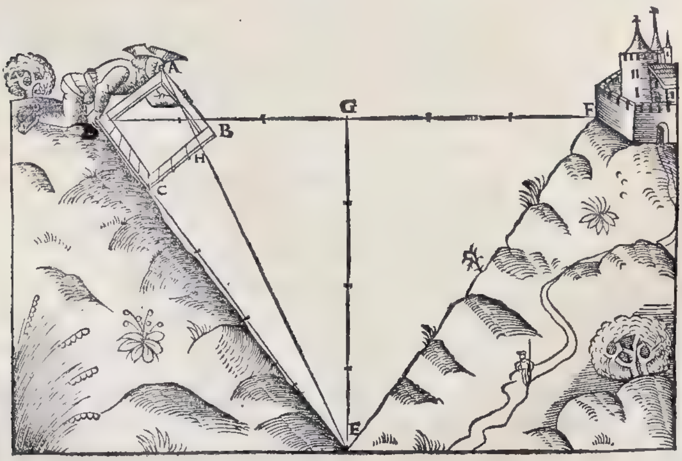
Exemplum.

Quanam arte fossarum aut uallium, tum latitudo tum profunditas, per idem geometricum quadratum ex prædictis tandem colligatur. Caput. XVII.

1 IVVAT ALIQVANDO, FOSSARVM VEL eiuscemodi uallium, & profunditatem & latitudinem agnoscere: qđ per sæpius expressum quadratum, in hunc poteris absoluere modū. Sit data uallis D E F, qualis circa muros ciuitatum effodi solet: cuius supræma latitudo D F, atqꝫ maxima profunditas E G desyderetur. Accipe itaque primum D F longitudinem, per primam partem antecedentis capitis tertij: ea autē sit in exemplum 18 cubitorum, aut (si uelis) quinquies latus quadrati compræhendat. Rursum per doctrinam eiusdem tertij capitis, metire D E pendentis costæ siue dorsi longitudinem: erecto quadrato super latus DC, & ipso B C latere ad terminū E de more conuerso. Contineat autem D E quinquies latus ipsius quadrati, quemadmodum latus A B quintuplā rationem obseruat ad partem B H, ab regula per radij uisualis obseruationē compræhensam: sitqꝫ eadem recta D E, maioris euidentiæ

De uallis aut fossæ latitudi[ne]

Quomodo metienda costa.



 gratia

gratia 15 cubitorum. Duc itaque primum 15 in sese, fient 225. Multiplica postmodum in sese dimidium ipsius D F, hoc est D G cubitorum 9, consurgent 81. Aufer tandem 81 à 225, relinquentur 144: quorum radix quadrata erit 12. tot igitur cubitorum proclamabis profunditatem E G. Nam per 47 primi elementorum Euclidis, in triangulo rectangulo D E G, quadratū quod fit à latere D E angulū rectum D G E subtendente æquum est duobus quadratis, quæ fiunt à reliquis duobus lateribus D G & G E rectum angulum compræhendentibus. Auferendo itaque quadratum ipsius D G à quadrato D E, relinquitur quadratum E G: cuius radix dat E G longitudinem. Sed hæc satis: iam hortamur ad areas nostrum conuertere sermonem. Nulla enim rectilinæa poterit occurrere figura, cuius latera per antecedentia capita non facilè metiantur.

Demonstratio prædictorum.

DE SVPERFICIERVM, HOC EST, PLANARVM FIGVRARVM MENSVRA, PARS SECVNDA.

Qualiter area, siue plana superficies triangulorum rectangulorum sub mensuram cadat. Caput. XVIII.

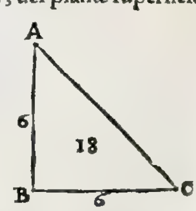
1 ABSOLVTA RECTARVM LINEARVM mensura, consequens est, demonstrare uniuersam planarum figurarū capacitatem: hoc est, quanta sit area cuiuslibet oblatæ superficiei. Inter porrò figuras, quæ rectis clauduntur lineis, primum locum sibi uendicant triangula, tribus lateribus & totidem angulis compræhensa. Triangulorum autem quædam rectum capiunt angulum: & rectangula nominātur. alia uerò singulos habent acutos angulos: & oxygonia, uel acutiangula dicta sunt. nonnulla tādem obliquum admittunt angulum: quæ ob id obtusiangula, uel amblygonia uocitantur. quemadmodum capite sexto libri primi declarauimus. Primum ergo de rectangulis triangulis, postea de oxygonijs, tandem de amblygonijs tractandū. Rectangulorum autem triangulorum, quædam isoscelia, siue duorum æqualium sunt laterum: quædam uerò scalena, hoc est, inæqualia inuicem habentia latera, uelut eodem sexto capite libri primi dictum est.

Triangulorū diuersitas.

2 IN PRIMIS itaque, triangulum rectangulum isosceles sub mensurā hoc modo cadit. Duc alterum æqualium laterum in sese: & producti media pars aream dabit ipsius trianguli. Vel duc unum æqualium laterum in dimidiam alterius partem: nam productum eandem areæ capacitatem indicabit. Esto uerbi gratia triangulum rectangulum Isosceles A B C, cuius aream, uel planæ superficiei uelis agnoscere quantitatem. Sint autem A B & B C latera, rectum angulum compræhendentia, pedum 6. Multiplica igitur 6 per sese, fient 36: horum dimidium, utpote 18, ipsius trianguli rectanguli & isoscelis A B C aream manifestabit. Idem habebis si multiplicaueris 6 in 3 dimidium ipsorum 6: consurgent nim (uelut antea) 18. tot igitur pedum pronunciabis eiusdem trianguli capacitatem.

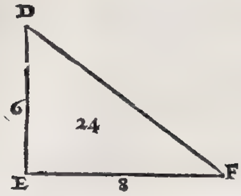
De triangulo rectangulo Isoscele.

Exemplum



3 HAVD DISSIMILI VIA metitur triangulum rectangulum scalenum. Si enim duxeris unum latus ex ijs, quæ rectum compræhendunt angulum, in reliquū: producti dimidium propositam indicabit aream. Aut multiplica alterum

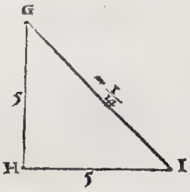
De triangulo rectangulo scaleno.



alterum duorum laterum angulum rectum capientium, in dimidiam reliqui partem: & eadem producetur area. Sit in exemplum triangulum scalenum D E F, rectum compræhendens angulum qui ad E, sitq; perpendicularis D E pedum 6, basis autem E F pedum 8 similium. Duc itaq; 8 in 6, uel è contra, fiet 48: quorum dimidium 24. tot igitur pedū erit area ipsius scaleni D E F. Vel duc 8 in 3 dimidium ipsorum 6, aut 6 in 4 dimidium ipsorum 8, producentur utrobiq; 24: quot pedum eandem aream primum inuenimus.

Exemplum.

4 QVOD SI uolueris dato quocunque subtenso latere, per ipsum reliqua duo latera rectum angulum, atq; ipsum triangulum isosceles compræhendentia reperire: ita facito. Duc idem latus in seipsum, & producti cape dimidium, ipsius tādem dimidij quadratam extrahito radicem: nam ea quantitatem alterutrius laterum ostendet. Proponatur exempli gratia latus G I, pedum 7 & $\frac{1}{14}$. Multiplica igitur 7 & $\frac{1}{14}$ in sese, fient 50, quorum dimidium est 25, ipsorum autem 25 radix quadrata est 5: tot igitur pedum erit quodlibet æqualium laterum, utpote, G H & H I, rectum angulum G H I conficientium.



Data subtensa triāguli isosceles constituere

Exemplum.

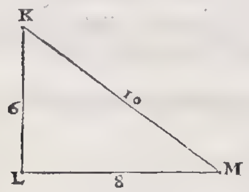
5 AT SI uersa uice cognitis duobus lateribus G H & H I inuicem æqualibus, atque rectum continentibus angulum, uelis habere subtensam G I: in hunc facito modum. Multiplica 5 ipsius G H in sese, fient 25, idem facito de 5 pedibus H I, producentur rursum 25. compone 25 & 25, consurgent 50: quorum radix quadrata est pedum 7 cum $\frac{1}{14}$, quantam prius supposuimus ipsam G I. Nam per 47 primi elementorum Euclidis, in rectangulis triangulis, quadratum quod à latere rectum angulum subtendente fit, æquum est duobus quadratis, quæ fiunt ex duobus lateribus rectum angulum continentibus, & è contra.

Ex lateribus æqualibus isosceles inuenire subtensam.

47. pri. Eucli.

6 CONSEQVENTER si dato quouis latere, triangulum rectangulum & scalenum uolueris respondenter constituere: consydera primum, an latus ipsum fuerit pari, uel impari mensurarum numero distributum. Esto primum datum latus K L, pari constans mensurarum numero, utpote 6 pedum. accipe dimidium ipsorum 6, hoc est 3: deinde multiplica 3 per sese, fient 9, à quibus aufer unitatem, relinquētur 8: totidem pedum erit latus L M ad rectum cum priori K L conueniens angulum. Adde postmodum binarum, hoc est 2, ipsis 8, fient 10. tantundem erit reliquum latus K M, subtendens angulum rectum K L M.

Dato latere pari nūero distributū scalenum fabricare.



7 Quod si cognoueris perpēdicularem K L, atq; subtensam K M, iuuet autē agnoscere, quanta fuerit basis L M: ducito rursum 6 in sese, fient 36. item multiplicato 10 per sese, fient 100: à quibus tolle 36, relinquētur 64. quorum radix quadrata est 8, uelut prius.

Cognita subtēsa cū ppendiculari, basim inuenire.

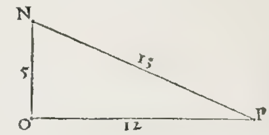
8 Si autem cognitis K M atq; M L, ignoraueris perpendicularem K L: ducito rursum 8 in sese, fiēt 64. iterum multiplicato 10 per sese, fient 100, à quibus auferto 64, relinquentur 36. quorum radix quadrata est 6: quot uidelicet pedum oblata fuit ipsa K L perpendicularis. Hæc autem omnia pendent ex præallegata 47 propositione primi elementorum Euclidis.

Per basim & subtēsam obtinere perpendicularem.

Offeratur

Dato latere impari mensurarum, idem scalenum integrare.

9 OFFERATVR consequenter latus N O, impari constans mensurarum numero, utpote quinario. Si uolueris scalenum integrare, ducito 5 in sese, fient 25: à quibus tolle 1, relinquentur 24. horum dimidium, scilicet 12, efficient latus O P conueniens ad rectum angulum cũ prius dato N O. Ipsis porrò 12 si iunxeris unitatẽ, consurgent 13: tanta erit igitur subtẽsa NP, unà cũ prioribus præfatum triangulum isosceles conficiens N O P.



Notandum.

Eadem uerò est ipsius trianguli N O P, imò & aliorum quorumcunque scalenorum laterum examinatio, seu per duorum cognitionem ignoti tertij disquisitio: quæ de triangulo K L M nuper tradita, ac exemplari discursu, ex superius allegata 47 primi deducta est.

Vt oxygonia triangula, omnes acutos angulos habentia metiantur, atq; de reciproca laterum inuentione. Caput. XIX.

Oxygonia triãgula triplicia.

1 TRIANGVLA OMNES ACVTOS ANGVLOS habentia, quæ oxygonia uocitamus, in tripli reperiũtur differẽtia. Quædam enim sunt æquilatera, quædam isoscelia, quædam uerò scalena. Hæc autem sub mensuram uarijs possunt incidere modis; quorũ faciliores & omnium certissimos tibi selegimus.

De triangulo oxygonio æquilatero.

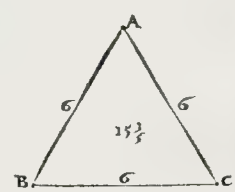
2 SIT ERGO primum oxygonium æquilaterum. Huius si uelis aream inuenire, duc unum æqualium laterum in sese, & productum inde numerum multiplica per 13, & eum qui demum resultabit numerum partire per 30: nã quotiens ex hac diuisione generatus numerus, aream ostendet ipsius trianguli.

Exemplum.

Sit exempli gratia triangulum oxygonium & æquilaterum A B C, cuius quodlibet æqualium laterũ sit cubitorum 6. Hæc in sese multiplicata, efficiunt 36. rursum ipsa 36 ducito in 13, consurgent 468: quæ diuisa per 30, dant pro quotiente numero 15, & $\frac{18}{30}$, quæ faciunt $\frac{3}{5}$ unius integri. tot igitur cubitorum est area ipsius dati trianguli A B C.

Data area, latus æquianguli reperire.

3 Quòd si aream ipsam per 30 multiplicaueris, & productum diuiseris per 13, quotientis demum numeri quadratam acceperis radicem: ea quantitatem singulorum æqualium laterum ostendet.

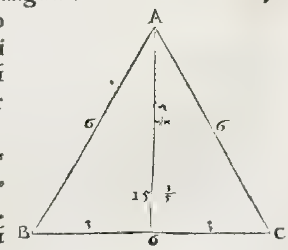


Exemplum.

Ducatur in exemplũ area nuper inuenta cubitorum 15 & $\frac{3}{5}$ in 30, fient 468. (nam ex ductu 15 integrorum in 30, fiunt 450. ex ductu rursum $\frac{3}{5}$ in eadem 30, proueniunt $\frac{90}{5}$, quæ 18 ualent integra. atqui 450, unà cum 18, componunt 468) hæc diuisa per 13, dant pro quotiẽte 36: quorum radix quadrata est 6. Totidem ergo cubitorum est unumquodque latus ipsius trianguli A B C: quemadmodum antea supposuimus.

Alius modus ad idem.

4 POTES etiam (si uelis) ipsius æquilateri trianguli aream aliter inuenire, coadiuuante perpendiculari, ex quouis trium angulorum in medium subtensi lateris incidente: quæ quidem perpẽdicularis hoc inuenitur modo. Duc unũ æqualium laterum in 13, & productum diuide per 15: nam quotiens erit longitudo perpendicularis. Vt autem habeas aream, duc ipsam perpendicularem in dimidium subtensi lateris, siue basis, aut cuiussuis æqualium laterũ: et productũ aream ostẽdet.



Exemplum.

Repetatur in exemplũ præassumptũ triangulũ æquilaterum

æquilaterum A B C, cuius latus quodlibet esto rursum cubitorum 6. Duc itaq; 6 in 13, fient 78: hæc diuide per 15, prouenient 5 unà cum $\frac{3}{15}$, quæ reducta ad grossiorem fractionem, ualent $\frac{1}{5}$. Erit ergo perpendicularis (quæ ex A, uerbi gratia, in B C subtensam basim incidit) 5 cubitorum & $\frac{1}{5}$. Hæc si multiplicaueris per 3, hoc est, dimidium lateris B C, fient 15 & $\frac{3}{5}$. quãtam ipsius trianguli aream, per primũ 5 modum offendimus. Si uelis autem ex perpendiculari deuenire in cognitionem laterum, duc ipsam perpendicularem in 15, & productum diuide per 13: nam quotiens ex diuisione numerus longitudinem singulorum laterum ostendet. Vt in exẽplum, si nuper inuenta perpendicularis 5 cubitorum & $\frac{1}{5}$ ducatur in 15 fient 78 (nam quindecies 5 faciunt 75, & quindecies $\frac{1}{5}$ efficiunt $\frac{15}{5}$, quæ tria ualent integra: ergo simul iuncta faciunt 78) quæ si diuidantur per 13, dabunt pro quotiente numero 6. quemadmodum ex area nuper deduximus. Habes igitur ex lateribus aream, & ex area latera, item ex ipsis lateribus perpendicularem: ex ipsa uerò perpendiculari, & aream & latera.

Ex ppẽdiculari latera æquianguli concludere.

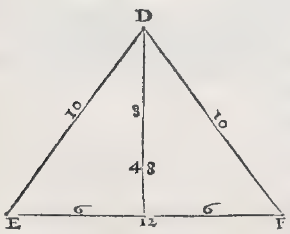
Exemplum.

6 ESTO CONSEQVENTER DATVM OXYGOnium isosceles: cuius aream metiri desyderes, facito igitur in hunc modum. Multiplica dimidium basis in sese, & productum serua, ducito rursum alterum æqualiũ laterum in seipsum, & à producto subtrahe reseruatum numerũ ex ductu mediæ basis in sese generatum, residui tãdem numeri inuenito latus quadrati, siue quadratam radicẽ: & habebis perpendicularem. Hanc autem perpendicularẽ si duxeris in dimidium basis, aream produces ipsius isoscelis & oxygonij trianguli.

De triangulo oxygonio isoscele.

Exempli gratia, sit datum oxygonium isosceles D E F, cuius bina latera D E atq; D F inuicem æqualia 10 existant cubitorum: basis uerò, siue reliquum latus cubitorum sit 12. Duc igitur basis dimidium, utpote 6, in sese, fient 36. multiplicato rursum 10 per seipsa, resultabunt 100: à quibus aufer 36, relinquentur 64. Radix autem quadrata eorundem 64, est 8. totidẽ ergo cubitorum est perpendicularis, ex angulo qui ad D, in basim E F decidens. Ducitaq; tandem 8 perpendicularis, in basis dimidium, utpote 6, producentur 48. tot igitur cubitorum est area dati oxygonij isoscelis D E F. Posset & hoc modo, dati oxygonij & æquilateri trianguli, & perpendicularis, & area respondenter inueniri.

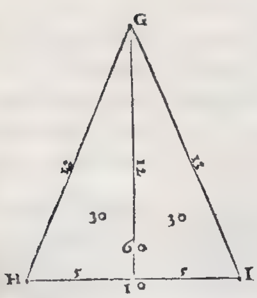
Exemplum.



Notandum.

7 SIT RVRSVM oblatum triangulum isosceles G H I, cuius basis cubitorum 10, & quodlibet æqualium laterũ 13 existat cubitorum. Si uelis eius aream inuenire, ducito in primis basis dimidium, uidelicet 5, in sese, fient 25. deinde multiplica 13, hoc est, alterũ æqualiũ laterũ per sese, cõsurgẽt 169. à quibus tolle 25, relinquentur 144. horũ latus tetragonicũ, siue radix quadrata est 12. ergo decidẽs perpẽdicularis ex angulo q ad G, in latus siue basim H I, 12 erit cubitorũ. Quod si uelis per ipsam perpẽdicularẽ areã eiusdẽ inuenire trianguli, ducito basis dimidium dimidium, hoc est 5, in 12 inuentæ perpendicularis, fient 60. Concludendum igitur aream oblati isoscelis & oxygonij G H I fore cubitorum 60. Porrò si dimidium ipsorum 60, scilicet 30, sumpseris, alterutrius duorum

Aliud exemplũ isoscelis oxygonij.



duorum triangulorum rectangulorum præfatum Isoscelem G H I componentium areæ capacitatem habebis.

De oxygonio scaleno.

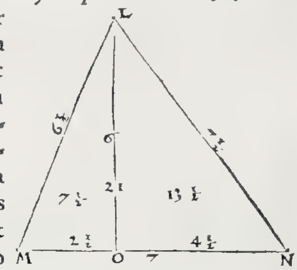
RELIQVVM EST, TRIANGVLVM OXYGOnium scalenum examinare. Ad cuius inuestigãdam aream, necessum est in primis elicere perpendicularem: hoc quidem ingenio. Multiplica singula latera in sese, & productos seorsum obserua numeros. Cõpone deinde productos ex ductu basis simul & dextri lateris in sese numeros: & ab adgregato numero, tolle productum ex ductu sinistri lateris in seipsum. eius autem quod relinquetur accipe dimidium: quod si tandem per basim ipsam diuiseris, habebis sectionem dextram eiusdem basis, in quam debet incidere perpendicularis. Hanc ergo sectionẽ duc in sese, & productum aufer à numero per multiplicationem dextri lateris in sese generato. residui tandem quadratam accipito radicem: ea nanque perpendicularem ostendet. 8

Alia perpendicularis inuẽtio

Vel aliter. compone numeros ex ductu basis atq; sinistri lateris in sese resultantes: & à consurgente numero subtrahe productum ex multiplicatione dextri lateris in seipsum. Eius autem quod relinquetur accipito dimidium: idq; diuidito per eandem basim, & quotiens ex diuisione procreatus numerus læuam basis sectionem ostent, ad rectum cum optata perpendiculari conuenientẽ angulum. Hãc porrò sectionem si per sese multiplicaueris, & productum dempseris à sinistro latere in seipsum ducto: numerus relinquetur, cuius radix quadrata præfatam indicabit perpendicularem. Habita perpendiculari, altero duorũ modorũ nuper declaratorum, si eam duxeris in basis dimidium: ipsius oblati trianguli oxygonij scaleni desyderatam aream, solito more produces.

Exemplaris discursus prædictorum.

DETVR in exemplum oxygonium scalenum L M N, cuius sinistrum latus L M, 6 existat cubitorum & $\frac{1}{2}$, dextrum L N cubitorum 7 & $\frac{1}{2}$, basis uerò M N 7 præcisè cubitorum. Duc itaq; primum 6 & $\frac{1}{2}$ sinistri lateris in sese, fient 42. item 7 cum $\frac{1}{2}$ dextri lateris in seipsa, cõsurgent 56. 7 uerò basis per sese multiplicata, faciunt 49. Compone igitur 56 & 49, resultabunt 105: à quibus aufer 42, relinquentur 63. horum dimidium est 31 & $\frac{1}{2}$: quæ partire per 7 ipsius basis, prouenient 4 & $\frac{1}{2}$. totidem cubitorum erit dextra basis intersectio N O. Duc itaque rursum 4 & $\frac{1}{2}$ in sese, fient 20: quæ si dempseris à 56, relinquentur 36, quorum radix quadrata erunt 6. tot ergo cubitorum est optata perpendicularis L O. 9



Aliud perpendicularis exemplum.

Aliter eandem habebis perpendicularem. Compone 42 & 59, resultabunt 91: à quibus demito 56, relinquẽtur 35. quorum dimidium sunt 17 & $\frac{1}{2}$: quæ diuisa per 7 eiusdem basis, dant pro quotiente 2 & $\frac{1}{2}$. quot uidelicet cubitorum est sectio læua M O. Hanc itaq; sectionem si per sese multiplicaueris, fient 6: quæ subducta à quadragintaduobus, relinquũt 36. horum si quadratam acceperis radicem, habebis rursum 6: quot uidelicet cubitorum est ipsa L O propendicularis. Duc igitur tandem inuentam perpendicularem, utpote 6, in 3 & $\frac{1}{2}$ ipsius basis dimidium, consurgent 21. totidem cubitorum est area dati oxygenij isoscelis L M N.

Corollarium notandum.

Ex prædictis etiam sequitur, quàm facilè sit utriusq; trianguli L M O, & L O N seorsum habere quantitatem. nam si duxeris dimidium perpendicularis L O, in segmentum O M, hoc est, 3 in 2 & $\frac{1}{2}$: fiet area trianguli L M O, cubitorum 7 & $\frac{1}{2}$. Hæc si abstuleris ab area totius trianguli L M N, utpote, à 21: relinquetur area trianguli L O N cubitorum 13 & $\frac{1}{2}$ cubiti. Vel ducito eadem 3 dimidiũ ipsius perpẽdicularis, 10

in 4 &

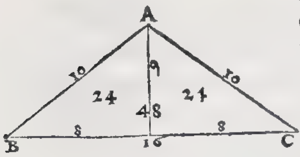
in 4 & $\frac{1}{2}$ sectionis O N, fient 13 & $\frac{1}{2}$: quanta est area eiusdem trianguli L O N. Quæ rursum dempta à 21, relinquent 7 & $\frac{1}{2}$: aream uidelicet ipsius trianguli L M O. De similibus idem iudicato, & facito.

De areæ triangulorum amblygoniorum, id est, obtusum angulum recipientium inuestigatione.
Caput. XX.

1 AMBLYGONIA TRIANGVLA IN DVPLIci tantummodo reperiuntur differentia: quædam enim sunt isosceliа, quædam uerò scalena. Amblygonium porrò isosceles, sub mensurā nō alio uidetur incidere modo, quàm de oxygonio isoscele, numero sexto capitis immediatè præcedentis tradidimus. Oportet itaque primū inuenire perpendicularem, à commodiori angulo, in oppositum latus siue basim incidentem, deinde eandem perpendicularē per dimidium ipsius basis multiplicare: fiet enim area dati amblygonij & isoscelis trianguli. Subiungam unicū exemplum, in maiorem singulorum elucidationem. Offeratur ergo triangulum amblygonium isosceles

De amblygonij isoscelis area.

Exemplum.

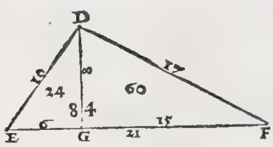


A B C, cuius A B & A C latera inuicem æqualia sint 10 cubitorum, basis autem B C similium cubitorū esto 16. Multiplica igitur 10 in sese, fient 100. duc similiter basis dimidium, hoc est 8, in sese, cōsurgēt 64: quæ si auferantur à 100, relinquent 36, quorū radix quadrata est 6, totidem cubitorū est ipsa perpendicularis, ex angulo qui ad A, in B C basim incidens. Hanc itaque perpēdicularem duc in ipsa 8, quæ dimidium sunt ipsius basis, producentur 48. totidem cubitorum est area ipsius dati amblygonij isoscelis A B C. Quòd si dimidiū eorundem 48 seorsum acceperis, alterutrius duorum particularium triangulorum ab eadem perpendiculari distinctorum, habebis areæ quantitatem.

2 HAVD DISSIMILI VIA, QVAM OCTAVO eiusdem capitis immediatè præcedentis edocuimus numero, aream ipsius amblygonij scaleni supputabis: nā ibidem uniuersalē triangulorum scalenorū dimensionem expressimus. Sed ne habeant rudiores quo submurmurare possint, unicum discurremus exemplum: quo singula reddantur clariora. Esto igitur amblygonium scalenum D E F, cuius latus sinistrum D E sit 10 perticarum, dextrum uerò D F perticarum 17, basis autem E F perticas habeat 21. Duc itaque 10 in sese, fient 100: & 17 pariter in sese, consurgent 289: atque 21 ipsius basis per sese multiplica, resultabunt 441. Adde simul 441 & 289, fiēt 730: à quibus aufer 100, relinquētur 630, quorum dimidium est 315. diuide postmodum 315 per 21 ipsius basis, prouenient 15, totidem perticarum erit sectio dextra G F. Hanc ducito in seipsam, fient 225: quæ subtracta à 289 relinquunt 64, quorum radix quadrata est 8. concludas ergo, perpendicularem D G fore 8 perticarum.

De amblygonio scaleno.

Exemplum.



3 Hanc rursum perpendicularem, tali poteris obtinere uia. Compone 100 & 441, hoc est, quadratum lateris D E cum quadrato ipsius basis E F, consurgent 541: à quibus subducito 289 quadratum lateris D F, relinquētur 252, quorum dimidiū 126. hæc diuisa per 21 ipsius basis, dant pro quotiente 6. totidem perticarū est læua sectio E G. Hanc ducito in sese, fient 36: quæ si tollantur à 100, relinquēt 64. Accipito radicem

Aliud exēplū inueniēdæ perpendicularis.

radicem quadratam ipsorum 64,& offendes rursum 8:quot uidelicet perticarum est ipsa perpendicularis D G. Multiplica tandem inuentam perpendicularem in basis dimidium,hoc est, 8 in 10 & $\frac{1}{2}$, fient 84 . tot igitur perticarum quadratarum erit area dati amblygonij & scaleni trianguli D E F.

Corollarium notandum.

SEQVITVR itaque rursum, quòd si duxeris læuam sectionem E G , in dimidium perpendicularis,hoc est 6 in 4 : procreabitur area trianguli D E G perticarum 24. Item si per eadem 4 multiplicaueris 15, sectionem uidelicet G F: consurgent 60. totidem perticarum est area reliqui trianguli D G F. Cuius rei si uelis facere periculum,adde simul 24 & 60, resultabunt 84: quantam inuenimus aream totalis trianguli D E F. De cæteris quibuscunque scalenis triangulis idẽ iudices,& facias oportet: siue sint rectangula , uel oxygonia, aut obtusum angulum recipientia. 4

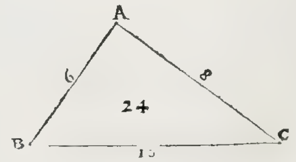
De uniuersali triangulorum dimensione. Caput.XXI

LIBET TANDEM (VT TRIANGVLIS FInem imponamus) uniuersalem addere regulam , qua non amblygoniorum tantũmodo,sed omnium quoruncunque triangulorum areæ, absque subiectione lineæ perpendicularis,haud minus facilè poterunt inueniri. Est autem regula eiuscemodi. Compone simul latera oblati cuiusuis trianguli,cuius areæ desyderas inuenire capacitatem, & consurgentis inde numeri dimidium accipito : à quo singula separatim auferto latera,& singulas seorsum obseruato differentias,siue residuos numeros, quibus unumquodq; latus distat ab ipsius compositi numeri dimidio. Deinde multiplica idem compositi numeri dimidium,per quam uolueris differentiam(sed congruentius per maiorem) & productum in alterutram reliquarum differentiarum ducito , rursúmque generatum inde numerum per ultimam multiplicato differentiam , consurgentis tandem numeri quadratam accipito radicem: nam ea quæsitam aream ipsius oblati trianguli significabit. Nec refert in eiuscemodi multiplicationibus,quam trium differentiarum primam, aut secundam, tertiámue feceris : idem enim semper redibit numerus. 1 2

Regula generalis ad omne triangulum.

Exemplum.

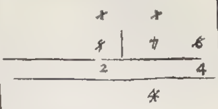
PROPONATVR exempli gratia triangulum A B C , cuius sinistrũ latus A B sit cubitorum 6,dextrum A C cubitorum 8, basis autem 10 esto cubitorum similium . Compone igitur 10, & 8, & 6,consurgent 24: quorum dimidiũ 12. à quibus subtrahito 6,relinquentur 6:& 8,relinquentur 4:& 10, relinquentur 2. Duc igitur 12 in 6,fient 72. & 72 in 4, prouenient 288. hæc rursum multiplica per 2,resultabunt 576:quorum radix siue latus quadrati 24 . totidem cubitorũ est area ipsius oblati trianguli A B C: siue idem triangulum fuerit oxygonium,aut rectangulum,uel amblygonium uocitetur. Eundem etiam numerum 576, respondenter generabis , si duxeris ipsa 12 in 4 , & productum in 6, & iterum productum in 2 . aut multiplicaueris eadem 12 per 2,& consurgentem numerum per 4 , rursúmque productum duxeris in 6. uel ducito (si uolueris) eadem 12 in 2, & productum in 6, & generatum tãdem numerum in 4.fient enim semper 576:quemadmodum succedentes uidentur indicare formulæ. 3



Prima

Prima formula.	Secunda.	Tertia.	Quarta.
12	12	12	12
6	4	2	2
72	48	24	24
4	6	4	6
288	288	96	144
2	2	6	4
576	576	576	576

Formula inuentionis quadratæ radicis.



2 ALITER eundem numerum 576 inuenire poteris, si multiplicaueris 6 in 4, et productum in 2, rursúmque productũ in 12. Vel 6 in 2, & productũ in 4, iterúmque productum in ipsa 12. Aut 4 in 2, & productum in 6, atque demum resultãtem numerum in eadem 12. Idem nãque semper redibit numerus. Ex tribus etenim primis nuper expresso modo factis multiplicationibus, fiunt utrobique 48: quæ tandem multiplicata per 12, producũt 576. Veluti subscriptæ, & in maiorem singulorum elucidationem adiunctæ formulæ manifestant.

Alia uia qua omnis pariter trianguli area uestigatur.

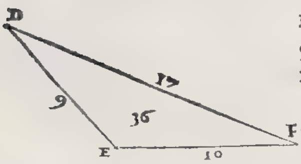
Prima formula.	Secunda.	Tertia.	Quarta.
6	6	4	48
4	2	2	12
24	12	8	96
2	4	6	48
48	48	48	576

Sũma regulæ est hæc, ut compositis lateribus oblati cuiuscunque triãguli, & inde cõsurgẽtis numeri sumpto dimidio: differentias, quibus singula latera distant ab ipsius cõpositi dimidio (ueluti nuper monuimus) accipias, deinde multiplices unam differẽtiarũ in aliam, & productum in reliquam tertiam, rursúmque productum numerum in ipsum dimidiũ numeri ex compositione laterum adgregati, & consurgẽtis demum numeri quadratam sumito radicem: ipsa enim propositi trianguli aream indicabit.

Summaria huius regulæ declaratio.

3 Placet rursum unicum exemplum discurrere, quo singula clarius elucidemus. Esto igitur triangulum D E F. cuius latus sinistrum D E sit 9 cubitorum, basis E F cubitorum 10, & dextrum latus siue subtensa D F cubitorum 17. Compone itaque simul 9, & 10, atque 17: resultabunt 36, quorum dimidium 18. à quibus 9 distant per 9, 10 uerò per 8, & 17 per unitatem, sunt ergo differentiæ 9, 8, 1. Itaque si multiplicaueris 9 per 8, fient 72: quæ rursum ducta in 1, restituũt eundem numerum 72 (non auget enim unitatis multiplicatio) Ducito tãdem 72 in 18, dimidium ipsorum 36, fient 1296: quorum latus siue radix quadrata inuenitur 36. Totidẽ cubitorum est area ipsius oblati trianguli D E F. Idem respondenter facito, de quocũque triangulo æquilatero, isoscele, uel scaleno.

Exemplum.

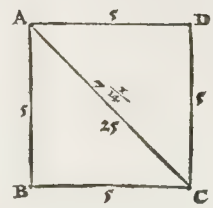


Quonam modo quadrilateræ metiantur figuræ, quæ parallelogramma uocantur. Caput. XXII.

1 INTER QVADRILATERAS FIGVRAS, QVAE PARALlelogramma nuncupamus, primum sese offert quadratum, sub quatuor lineis rectis inuicem æqualibus, & ad rectos conuenientibus angulos compræhensum: quod sub mensuram in hunc uidetur incidere modum. Sit quadratum A B C D, cuius quodlibet æqualium laterũ sit 5 perticarum: huius si uelis aream inuenire, ducito unum æqualium laterum in sese, utpote 5 in 5 (ita enim describitur quadratum) & productum, scilicet 25,

De quadrati area.

quæsitam indicabit areã. Continebit ergo præfatũ quadratum A B C D 25 perticas quadratas, uniuersum quadratum componẽtes. De cæteris quibuscunque quadratis, idem & iudices, & facias oportet.

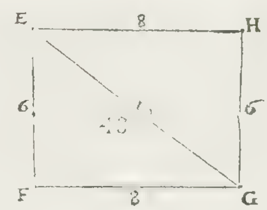


[Inuentio diagonalis quadratorum.]

Quòd si libeat inuenire diagonalem A C, hoc est rectam ex dato quouis angulo in oppositum eductam, & ipsum quadratum in duo isoscelia triangula inuicem æqualia dirimentem: ita facito. Duc A B in sese, & B C quoque in seipsum multiplica: cõsurgent utrobique 25. hæc simul iũge, resultabunt 50: quorum radix quadrata est 7 & $\frac{1}{14}$. totidem perticarum est A C diagonius.

[De mensione quadranguli altera parte longioris.]

HAVD DISSIMILITER obtinebis quadranguli rectanguli, quod altera parte longius dicitur, quantitatem. Si duxeris enim longitudinem in latitudinem, hoc est, alterutrum longiorum laterum in alterum breuiorũ: consurget area ipsius dati altera parte longioris. Sit altera parte longius E F G H, cuius utrunque longiorum laterum sit 8 perticarum, reliquorum uerò, utpote, breuiorum quodlibet 6 contineat perticas. Ducigitur 8 in 6, fient 48: totidem perticarum est area dati altera pte lõgioris E F G H. Si duxeris autem 8 in sese, fient 64: & 6 pariter in sese multiplicaueris, producentur 36. hæc simul iũcta efficiunt 100: quorum latus, siue radix quadrati est 10. totidem perticarum est diagonalis E G, per 47 primi elementorũ Euclidis: quemadmodũ antecedẽti 18. capite declarauimus. 2



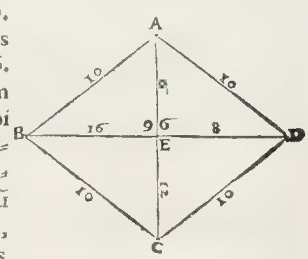
[Vt diagonalis altera parte lõgioris inuenit.]

[Qualiter rhombus metiatur.]

CVM AVTEM PARALLELOGRAMMVM MINIME REctãgulũ, æquilaterũ tamẽ, & sub imparibus angulis compræhensum, quod Rhõbus uocitatur, metiendum proponetur: in hunc facito modum. Cognitis ipsius rhombi lateribus, utraque diagoniorum sub eorumdem laterum mensuram reducatur. Deinde multiplica unam diagoniorum in dimidiũ alterius: & habebis areã ipsius rhõbi. 3

[Exemplum.]

Sit in exemplũ rhombus A B C D. cuius singula latera 10 perticarum, diagonius A C perticarum 12, & reliqua B D perticarũ 16. Duc igitur 16 in 6, uel 12 in 8: fient 96. totidem perticarum quadratarum est area ipsius rhombi A B C D. Quòd si alterã diagoniorũ, uel ignoraueris, aut metiri non possis, operæpreciũ est, inuenire perpendicularem, ex altero subtendentiũ angulorum in cognitam diagonium incidẽtem, per doctrinam sexti numeri decimi noni capitis huius secundi libri, & eandem perpendicularem in cognitam diagonium, uel ècõtra multiplicare: fiet enim area ipsius dati rhombi. Vt in assumpto nuper exemplo, cognita diagonali B D, opus esset inuenire perpẽdicularem A E, uel E C: aut habita diagonio A C, perpendicularis B E, uel E D ueniret inuestiganda, & reliqua ueluti prius absoluenda. In huiuscemodi nãque parallelogrãmis, siue rhombis, utraque diagonalis ipsum rhombum bifariam dispecit: lõgior quidem (ut B D) in duo triangula isoscelia amblygonia, breuior autem (uelut A C) in duo itidem isoscelia,

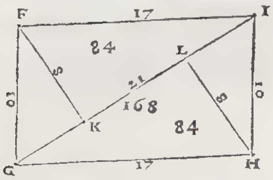


[Notandum cũ alter[illegible] diagonio [illegible].]

sed oxygonia

ſed oxygonia triangula inuicem æqualia dirimit,per 34 primi elemẽtorum Euclidis,& propter æqualitatem laterũ. Adde quòd ipſæ diagonales ſeſe inuicẽ per æqualia,& ad rectos diuidunt angulos.

4 DEMVM, SI RHOMBOIDES fuerit oblatũ ipſum parallelogrãmum, hoc eſt,neq; rectãgulum,neq; æqualium(demptis oppoſitis)laterum:hac procedas uia. Metire primũ latera, dein alterutram diagoniorum. Hæc enim diagonius,per ſuperius allegatã 34 primi elementorũ Euclidis,ipſum parallelogrãmum Rhomboides appellatũ bifariã dirimit,ſũtq; anguli oppoſiti ęquales,atq; latera ex oppoſito cõſtituta,per eandẽ 34 primi. Erũt itaq; in huiuſmodi pallelogrãmis duo oxygonia uel amblygonia & ſcalena triangula inuicẽ æqualia. Quare ſi alterutrius perpẽdicularẽ in ipſam diagoniũ incidentẽ,per octauũ numerũ deciminoni capitis inueſtigaueris,& per eã multiplicaueris occurrentem diagoniũ:conſurget area eiuſdem Rhomboidis. Idem etiã habebis,ſi per 21 caput,alterutrius trianguli ſupputaueris aream, & eã duplaueris. Offeratur exẽpli cauſa parallelogrammum rhomboides F G H I, cuius quodlibet lõgiorũ laterũ perticarũ ſit 17,ſingula uerò breuiora latera 10 perticarũ,altera autẽ diagonius,utpote, G I perticarũ ſit 21. Inuenienda igitũ eſt perpẽdicularis F K,aut H L, iuxta nup allegatũ numerũ:ea autẽ experietur eſſe 8 perticarũ. Duc igitur 21 per 8,cõſurgent 168:totidẽ perticarum eſt area ipſius oblati rhõboidis F G H I. Aut ſi uelis, per doctrinã 21 capitis, area trianguli I F G,uel G H I offendetur eſſe perticarũ 84:hæc autẽ bis ſumpta,facit rurſum 168. Hic porrò modus mihi uidetur breuiſſimus, multoq; facilior eo, qui iubet uti perpẽdiculari,tã rhombo,quàm rhomboidi,imò & ad omne quadrãgulum metiendum(ut infra uidere licebit)indifferenter adcommodus.



De rhõboidis area.

Exemplum.

De reliquis quadrangulis,irregularium laterum & angulorũ,que trapezia nominãtur. Caput.XXIII.

1 TRAPEZIA VOCITAMVS QVADRANGVLA, QVAE NEC parallelogrãma,nec æquilatera,uel æquiangula ſunt; ueluti numero tertio ſexti capitis libri primi annotauimus. Porrò trapeziorũ uaria cõſtat eſſe genera,tam ob laterũ,quàm ob angulorũ diuerſitatẽ inter ſeſe diſcrepãtia. Quædã enim imperfecto iſoſceli uidẽtur ſimilia, duo habẽtia inuicẽ æqualia latera,cũ duabus parallelis inæqualibus ad duos obtuſos & totidem acutos angulos cõuenientia:unde iſoſcelia haud inepte poſſunt appellari. Nõnulla uerò etſi duo inuicẽ æqualia aut parallela habeãt latera,duos tamen rectos admittũt angulos:quæ ob id rectãgula trapezia nõ iniuria uocitantur. Reliqua autẽ trapezia,& quæ nullis neq; parallelis,neq; lateribus uel angulis inuicem æqualibus cõſtituta,utpote,quorum latera partim ad acutos,partim uerò ad obtuſos & inæquales inter ſeſe concurrunt angulos:amblygonia dici poſſunt. Primum ergo de trapezio iſoſcele,poſtea de reliquis.

Trapeziorum diuerſitas.

2 CVM TRAPEZIVM ISOSCELES METIRI VOLVERIS, INVEſtiganda eſt in primis linea perpẽdicularis,è uertice in baſim incidens,in hũc modum. Duc unum æqualium laterum in ſeſe,productumq; ſerua numerũ,ſubtrahe deinde uerticẽ à baſi,& dimidium reſidui per ſeſe multiplica,productũ autẽ numerum ſubtrahe ab eo numero,quẽ nuper reſeruari iuſſimus, & relicti demum

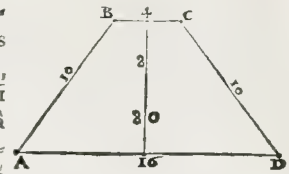
De trapezio iſoſcele.

numeri accipito latus quadrati:nam ipsum erit optata perpendicularis.

Cum igitur uolueris aream inuenire,adde uerticem basi, & adgregati dimidiũ multiplica in ipsam perpẽdicularem,uel ècõtra:nã quod inde producetur areã dabit ipsius trapezij.

Exemplum.

Sit trapeziũ isosceles A B C D, cuius duo latera A B & C D inuicẽ æqualia 10 existant cubitorum,uertex B C cubitorum 4, & basis A D cubitorum 16. Duc igitur 10 in sese,fient 100, aufer deinde 4 à 16,relinquẽtur 12, quorũ dimidiũ 6.hæc in sese multiplica,efficient 36:quæ auferas à 100,relinquuntur 64.horum radix siue latus quadrati est 8:totidem cubitorum est perpẽdicularis à uertice B C ad basim A D incidens.



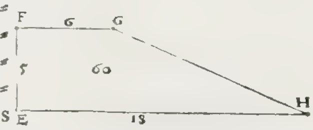
Compone igitur 4 & 16. Cõsurgent 20: quorũ dimidium 10.hæc ducta in 8 perpendicularis,efficiunt 80. totidem cubitorum est area propositi trapezij isoscelis A B C D.

Vt rectangulũ metiatur trapezium.

AT SI IVVET AREAM RECTANGVLI inuenire trapezij,ita facito. 3 Compone duo latera inuicem parallela cum tertio ad rectos angulos conueniẽtia, & dimidium resultãtis inde numeri multiplica in ipsum latus tertium (in quod uidelicet parallela ad recto cõueniunt angulos)& productum aream dabit ipsius trapezij. Aperiamus id calculo.

Exemplum.

Sit igitur trapezium rectangulum E F G H,cuius uertex F G sit cubitorum 6,basis E H eidem uertici parallela cubitorũ 18,perpẽdicularis E F ad rectos cum parallelis conueniens angulos 5 sit cubitorum, quartum uerò latus G H sit quantum acciderit.



Compone igitur 6 uerticis cum 18 basis,fient 24:quorũ dimidium 12.hæc ducta in 5 perpendicularis,efficiunt 60. totidem cubitorum pronuncianda est area ipsius trapezij rectanguli E F G H.

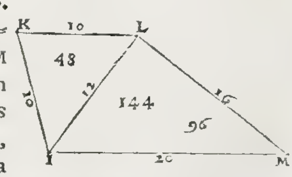
De amblygoniorum trapeziorum area.

CVM PORRO AMBLYGONIVN occurrerit trapezium,cuius area desyderetur,in hunc facito modum. 4 Resolue trapezium in bina triangula,per breuissimam diagoniũ, Inuenito postmodum aream utriusq; trianguli,per doctrinã uigesimiprimi capitis immediatè præcedẽtis. Nam binæ triangulorum areæ simul iunctæ,conficiunt aream ipsius oblati trapezij amblygonij.

Exemplum. 1.

Sit exempli gratia trapezium amblygonium K L M N, sub duabus parallelis & totidem inæqualiter distantibus compræhensum:cuius uertex K L sit 10 cubitorũ, totidem cubitorum sit latus sinistrum I K,basis uerò I M eidem uertici parallela cubitorum 20,& reliquum latus L M cubitorum 16.

Protrahe igitur & metire diagoniũ I L,sitq; exẽpli causa cubitorum 12.erit igitur trapeziũ I K L M in bina diuisum triangula: nempe in oxygonium isosceles I K L,& amblygoniũ scalenũ I L M.Ipsius porrò isoscelis I K L area inuenitur cubitorum 48, et scaleni I L M area cubitorum 96: si antecedentia de triangulorum dimensione obseruaueris capita.

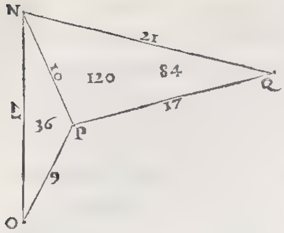


Compone itaque 48,& 96,resultabunt 144.totidem cubitorum est area oblati trapezij amblygonij I K L M.

Exemplum. 2.

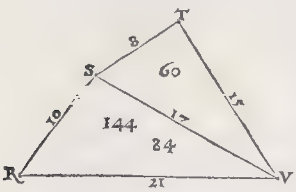
ESTO rursum trapezium amblygonium N O P Q, habens duo latera N O & P Q inuicem æqualia,& eorum quodlibet cubitorum 17, alterũ uerò ex reliquis duobus,utpote,O P cubitorum 9,& quartum N Q cubitorum 21. Si uelis eiusdẽ 5

trapezij



trapezij aream inuenire, trahenda, atq; metienda est primum diagonalis N P: quæ sit in exemplum 10 cubitorum. Erunt itaq; bina triangula N O P, & N P Q amblygonia scalena, ipsum trapeziũ N O P Q integrãtia: quorũ area, ex præallegato uigesimoprimo capite colligitur, ipsius quidem N O P cubitorũ 36, & ipsius N F Q cubitorum 84. Si composueris itaq; 36 & 84, consurget area dati trapezij N O P Q cubitorum 120.

6 OFFERATVR tandem trapezium similiter amblygonium omnifariã irregulare R S T V, cuius sinistrum latus R S 10 existat cubitorum, supremũ seu uertex S T cubitorum 8, dextrum uerò T V cubitorum 15, & basis R V cubitorum 21. Ad inueniendam itaq; aream ipsius trapezij R S T V, ducenda est in primis diagonius S V: quæ sit exẽpli gratia cubitorum 17. Diuidetur itaque trapeziũ R S T V, in duo triãgula scalena: in amblygonium quidem R S V, & rectãgulum S T V. Ipsius porrò triãguli R S V area, ex eodem uigesimoprimo capite, colligitur 84 cubitorũ: & reliqui S V T cubitorũ 60. Atqui 84 & 60 conficiunt 144: quot scilicet cubitorum est area ipsius dati trapezij amblygonij & irregularis R S T V. His tribus exẽplis contentus eris: nullũ enim quãtumcunq; diuersum trapeziũ metiẽdum occurret, cuius area eorumdẽ exemplorũ ductu non facile supputetur.



Exemplum.3.

7 NEC IGNORAMVS, trapezium isosceles A B C D in duo triangula rectangula inuicem æqualia, & parallelogrãmum rectangulum altera parte lõgius diuidi posse: atq; trapezium rectangulum E F G H in parallelogrammum itidem rectangulum: item areas singulorum triangulorum amblygonia trapezia cõponentium aliter, quàm per uigesimumprimum caput, utpote, per propria & antecedẽtia capita inueniri posse. Sed hic modus, quem nuper tradidimus, uniuersalior, breuior, & omnium facillimus esse uidetur.

Notandum.

Vt polygonæ, multilateræque figuræ sub mensuram cadant, *Caput.XXIIII.*

1 POLYGONAE, HOC EST, MVLTANGVLAE, ATQVE MVLtilateræ dicuntur figuræ, quæ pluribus quatuor angulis, totidẽq; lateribus continentur: quemadmodum numero quarto sexti capitis libri primi declarauimus. Multilaterarum porrò figurarum, aliæ regulares, aliæ uerò irregulares. Regulares dicuntur, quæ æqualium & laterum & angulorum, atque circulo inscribi uel circunscribi possunt, cum ipso inscripto uel circunscripto circulo idem commune centrum habentes. Irregulares autem sunt quæ latera inæqualia, & angulos consequenter habent inæquales.

Regulares. Multilateræ figuræ Irregulares.

2 CVM DATAE CVIVSLIBET polygonæ atque multilateræ & regularis figuræ aream uolueris inuenire, hanc generalem obseruato regulam. Inuento figuræ centro, producatur linea perpendicularis ex eodem centro in medium cuiusuis æqualium laterum incidens. Ducito postmodum dimidium ambitus, in eandem perpendicularem: nam productum aream dabit ipsius polygonæ.

Regula generalis metiẽdarũ polygonorũ regularium.

Inuenitur autẽ centrũ polygonæ in hunc modũ. Consydera, an data figura sit pari, uel impari numero laterum circuncepta. Si primum, trahẽda est linea recta

Inuẽtio centri earũdem polygonorum.

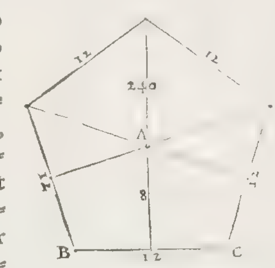
á dato quouis angulo,in oppositum angulum,& eadem bifariam diuidenda(quod per alteram rectam,ex quopiam reliquorum angulorũ in oppositum eductam absoluetur)ipsum enim diuisionis punctum,quæsitum cẽtrum indicabit:àquo in dimidium cuiusuis laterum ipsa ducatur perpendicularis. Si uerò latera polygonæ fuerint impari numero distributa,educantur binæ rectæ,à medio puncto duorum quorumuis æqualium laterum in angulos eisdem lateribus oppositos, uel à duobus quibusuis angulis in opposita latera perpendiculares:quoniam ipsæ lineæ sese tersecabunt in centro(ut passim in quarto demonstratur Euclidis) eritq; recta linea punctum inter sectionis & medium punctum alterutrius duorum laterum intercepta, quæ in ipsum dimidium ambitus uenit multiplicanda,ut ipsius datæ polygonæ desyderata mensuretur capacitas.

Hæc est regula generalis,omnium quippe facillima,& præcisam obtinens ueritatem:ualetq; ad omnem rectilinæam figuram regularem,cuiusmodi sunt triangulum æquilaterum,& quadratum, Quemadmodum de prædictis (si uolueris) periculum facere haud difficilè potes.

Exemplum de pentagono.

OFFERATVR in exempli gratiam pẽtagonum A B C,cuius singula latera 12 existant cubitorum. Inuento itaque centro A,educatur recta,ex eodem centro in medium lateris B C perpendicularis:sitq; 8 cubitorum. Et quoniam quinquies 12, efficiunt 60:dimidium igitur ambitus erit cubitorum 30. Itaque si multiplicaueris 30 per 8,fient 240. Concludes igitur,aream ipsius oblati pentagoni A B C fore 240 cubitorum. Idem facias oportet,quantacunq; fuerint ipsius dati pentagoni latera,quantáue acciderit ea quæ ex eiusdem pentagoni centro perpendicularis.

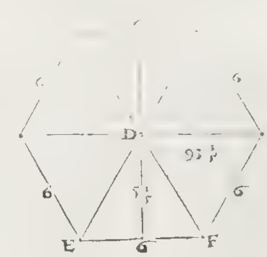
3



Exemplum de hexagono.

ESTORVRSVM,ad maiorem singulorum elucidationem,oblatum hexagonum D E F,cuius quodlibet latus 6 offendatur perticarũ:recta autem, quæ ex inuento centro D,in medium lateris E F perpendiculariter educitur,sit 5 perticarum & $\frac{1}{5}$. Vniuersus igitur ambitus erit perticarum 36,quarũ dimidium 18. Ducantur itaque 18,in 5 & $\frac{1}{5}$, fient 93 & $\frac{3}{5}$:totidẽ perticarum est area ipsius dati hexagoni D E F. Idem iudicabis de heptagono, octogono,& reliquis succedentibus polygonis,pari uel impari laterum numero compræhensis.

4



Geometrica prædictorum demonstratio.

HVIVS autem regulæ ueritas, ita demõstratur. Repetatur hexagonum D E F (nam idem erit iudicium de cæteris polygonis) Manifestum est, ipsum hexagonum in 6 isoscelia adinuicẽ æqualia separari,quorum bases sunt eiusdem hexagoni latera. In medium autem lateris E F incidẽs ex D centro linea recta,perpendicularis est:circunscripti nanq; circuli eadem E F chordam repræsentat,quam per eam quæ ex centro non posse bifariam discindi, quin simul ad rectos diuidatur angulos,tertia tertij demõstrat Euclidis. In hanc porrò perpendicularem basis E F multiplicata, rectangulum efficit duplum ipsius trianguli D E F, per 41 primi eiusdem Euclidis:quæ si ducatur in dimidium eiusdem basis(uti metienda iussimus triangula)producetur area eidem.

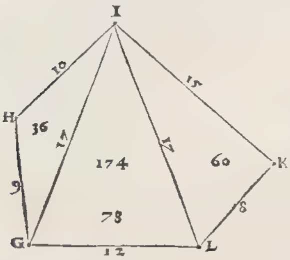
area eidem triangulo prorſus æqualis. Cum autem hexagoni latera ſint adinuicẽ æqualia,& quæ ex centro in dimidiũ cuiuſlibet lateris itidẽ æquales inter ſeſe(quẽ-admodum ex 4.atq; 26 primi ipſius Euclidis deducere nõ eſt difficile) fit,ut præfata perpẽdicularis in mediũ cuiuſuis educta lateris p uniuerſum laterũ ambitũ multiplicata,rectãgulũ efficiat duplũ ipſius hexagoni:quæ ſi per dimidiũ eiuſdẽ ambitus,uel ẽcõtra multiplicetur,conſurget area eidem hexagono æqualis. De cæteris quibuſcunq; polygonis,idem reſpondenter iudicetur.

5 PORRO SI POLYGONA,ET METIENDA FIGVRA IRREGVlaris extiterit,hoc eſt,inæqualiũ & laterum & angulorum:ea primũ in triangula uenit reſoluẽda(in quàm faciliora,et pauciora uelim intelligas,et quæ expeditioris uidebuntur eſſe menſuræ triangula)deinde ſingulorum triangulorum area iuxta doctrinã uigeſimi primi capitis,aut præcedentiũ capitum huius ſecundi libri uenit accipienda.Quoniã particulares triangulorũ areæ in unum collectæ, component aream ipſius multilateræ figuræ.

Qualiter polygonorũ irregulariũ area colligatur.

Quod etſi ex prædictis deducere haud difficile poſſis,unicũ tamẽ adijciemus exemplum,quo ſingula fiant lucidiora. Sit itaq; pentagonũ irregulare G H I K L, cuius latus G H ſit 9 cubitorũ,H I 10,I K 15,K L 8, & G L cubitorum 12. Si à puncto itaq; I ad puncta G & L rectas duxeris lineas,quæ ſint(uerbi gratia) inuicẽ æquales, & earum quælibet cubitorũ 17:erit datum pentagonũ in trina non ineptè ſeparatum triangula, utpote,ſcalenũ ambligonium G H I,iſoſceles G I L,& rectangulũ ſcalenum L I K. Ipſius ergo triãguli G H I area offendetur cubitorum 36,G I L uerò triãguli cubitorũ 78, & ipſius L I K 60 cubitorum:quemadmodum antecedentia te docebũt capita. Compone igitur 36,& 78, una cum 60,conſurgent 174.totidem cubitorum eſt area ipſius dati pentagoni irregularis G H I K L. Non alienum habeto iudicium de cæteris.

Exemplum.



Hinc ſequitur,inter irregulares figuras pentagonum in tria, hexagonum in 4, heptagonum in 5,octogonum in 6,& ita deinceps,fore diuidẽdum triangula, pro commoditate laterum & angulorum diſtributa.

Corolarium.

De circuli area, eiuſq; partibus, *Caput.XXV.*

1 HAVD DISSIMILI VIA CIRCVLI METITVR AREA,QVAE de polygonis proximo capite tradita eſt. Nam quẽadmodũ ex multiplicatione rectæ quæ ducitur ex centro in medium cuiuſuis laterum per dimidium ambitũ ipſius polygoni,conſurgit area eidẽ polygono æqualis:eodem modo,ex ductu ſemidiametri in dimidium circunferẽtiæ rectãgulum efficitur,dato circulo æquale.Cum enim regula ſit in uniuerſum de omnibus demõſtrata polygonis,de maximo atq; minimo uerificabitur:quapropter & de circulo,in quo infinitorum & laterum & angulorum concurſus eſſe uidetur. Hinc Archimedes mathematicus inſignis,atque philoſophus, demonſtrauit aream circuli æqualem eſſe triãgulo rectangulo,cuius unum latus ex his quæ rectum cõpræhendunt angulum ipſius circuli ſemidiametro,reliquum uerò circũferentiæ fuerit æquale. Cũ enim ſemidiameter in totã circunferẽtiam multiplicatur,fit rectãgulum duplum circuli:cuius rectãguli dimidium,eſt idem triãgulum,

Vt circuli metiatur area.

Archimedes.

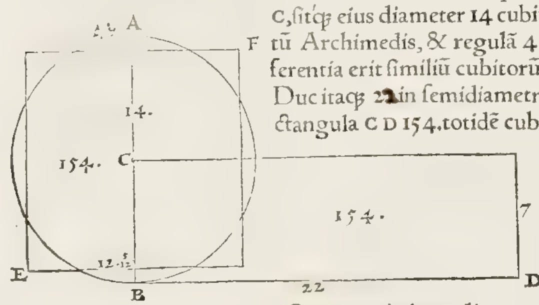
dato circulo æquale. Ex qua quidẽ subtilissima ipsius Archimedis demõstratione manifestatur, quòd semidiameter in dimidiũ circunferẽtiæ (uel ècõtra) multiplicatus, rectangulã producit areã dato circulo (ut nunc diximus) æqualem.

Ratio circunferentiæ ad diametrũ circuli, secundum Archimedem.

2 SOLA ITAQVE difficultas esse uidetur, in uestigãda recta, quæ circunferentiæ sit æqualis circuli. hãc porrò nobis idẽ Archimedes diuina potius, quàm humana demõstratione, reddidit manifestã. Reperit enim geometrico discursu, circũferentiam ad diametrũ circuli rationẽ obtinere minorẽ tripla sesquiseptima, maiorẽ uerò tripla superdecupartiente septuagesimasprimas, hoc est, maiorẽ tripla sesquioctaua: Vt eadẽ circunferẽtia ad ipsum diametrũ se habeat ferè, ueluti 22 ad 7. Quæ quidẽ ratio hactenus obseruata fuit ab oĩbus, nempe qua præciosiorem nemo reperisse uidetur (etsi multi hoc tractauere negociũ) & quæ huic proposito, absque errore sensibili existimatur facere satis.

Exemplum.

Sit datus itaque circulus A B, cuius centrũ C, sitque eius diameter 14 cubitorũ. Igitur per inuentũ Archimedis, & regulã 4 proportionaliũ, circũferentia erit similiũ cubitorũ 44, quorũ dimidiũ 22. Duc itaque 22 in semidiametrũ, hoc est, 7, fiet area rectangula C D 154. totidẽ cubitorũ est area ipsius A B circuli.



De quadrato circulo æquali.

Quòd si q̃dratã de 154 extraxeris radicẽ, ea erit cubitorũ 12, & $\frac{5}{11}$ unius cubiti. tãtũ erit igitur latus quadrati eidẽ circulo æqualis cuiusmodi est quadratũ E F.

Corolariũ notandum.

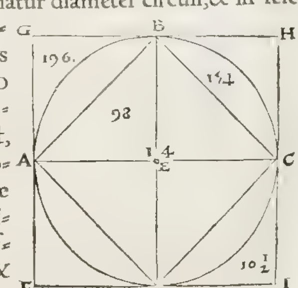
Quãto igit̃ plures diametro assignaueris partes, tãto fideliorẽ partium circunferẽtiæ rationẽ obtinebis. Nã eiusdem circunferentiæ partes eo magis similes erũt diametri partibus, quo munitiores: utpote, quæ minus curuæ, & in rectũ magis accedentes. Vnde ueritati propior circuli cõflabitur area, ex tributa diametro pedum, quàm passuum aut cubitorum mensura,

Alius modus metiẽdi aream circuli.

3 EST ET ALIVS inuestigãdi modus areã ipsius circuli, ex eodẽ Archimede depromptus. Demõstrauit enim cõsequenter Archimedes, quadratum quod ex circuli dimetiẽte describitur, eã ad ipsum circulũ obtinere rationem, quã 14 ad 11, hoc est, supertripartiẽtẽ undecimas. Igitur si metiatur diameter circuli, & in sese ducatur, atque à producto quadrato tres eiusdem decimæquartæ subducantur, relinquetur area ipsius dati circuli.

Exemplum.

Repetat̃ in exẽplum circulus A B C D cuius centrũ E, dimetiẽs autẽ sit (uelut antea) 14 cubitorũ. hæc in sese multiplicata, efficiũt 196: hoc est, quadratũ F G H I, eidẽ circulo circunscriptũ. Ipsorum porrò 196, tres decimæquartæ sunt 42: quæ si ab eisdẽ 196 auferãtur, relinquẽtur 154. quot uidelicet cubitorũ areã ipsius dati circuli nuper offendimus.



De areolis inter quadratum & circulũ compræhensis.

At si 42 per 4 diuiseris, nascẽtur 10 & $\frac{1}{2}$. totidẽ cubitorũ est unaquæque triãgularis portiuncula, ad angulos F G H I, extra circulum compræhẽsa.

Qualis ratio circuli ad inscriptũ quadratũ.

Hinc fit manifestum, circulum ad inscriptũ quadratum, cuiusmodi est A B C D, rationẽ habere, quã 11 ad 7, hoc est, supquadripartiẽtẽ septimas. Quoniã circũscriptũ eiusdẽ inscripti duplũ esse, ampliori nõ uidetur indigere demõstratione, cum id prima inspectione sit cui dẽtissimum: se habet igitur circunscriptum ad ipsum inscriptum quadratũ, ueluti 14 ad 7, hoc est, in ratione dupla. Quæquidem ratio dupla, ex supertripartiente

undecimas

undecimas,quæ eſt quadrati circunſcripti ad circulum, atq; ſuper quadripartiẽte ſeptimas,quã obſeruat idem circulus ad inſcriptum quadratum generatur, uelut ex capite ſecũdo libri quarti noſtræ Arithmeticæ fit euidẽtiſſimũ. In præaſſumpto igitur exemplo,quadratum A B C D,erit 98 cubitorum.

4 QVEMADMODVM igitur ex diametro atq; circunferentia, area dignoſcitur circuli:& uerſa uice ex area circuli data,utrũq;,& dimetiẽs & circũferẽtia colligetur. Si enĩ areæ tres adiũxeris undecimas,conficietur quadratũ,quod ex dati circuli dimetiente deſcribitur:cuius radix quadrata erit ipſius quadrati latus, & per cõſequens diameter circuli. Habito autem diametro,habetur & circũferentia,per ea quæ ſecũdo nuper expreſſimus numero. Sit exẽpli gratia,area nuper oblati circuli,154 cubitorũ,hæc diuido per 11,proueniũt 14:quæ triplata faciũt 42. cõpono tandem 154 & 42,cõſurgunt 196:quorũ radix quadrata 14.tot igitur cubitorũ eſt dimetiens eiuſdẽ dati circuli. Quòd ſi triplentur ipſa 14 diametri, & producto ſeptima pars(quæ eſt 2) cõiungatur,reſultabunt 44,quãta uidelicet eſt eiuſdem oblati circuli circunferentia. Idem facito de quibuſcunq; ſimilibus.

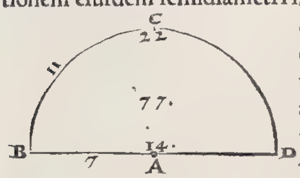
Ex area circuli dimetiẽtem & circũferentiam inuenire.

Exemplum.

5 EX HIS OMNIBVS FACILE COLLIGITVR,QVONAMMODO CIRculi ſectiones,atq; ſectores ſub mẽſuram cadãt. Nã quemadmodum ex ductu ſemidiametri in dimidium circũferentiæ,area circuli producitur: ita per multiplicationem eiuſdem ſemidiametri in quartã circũferentiæ partẽ,hoc eſt,in dimidiũ arcũ ſemicirculi,cõflatur ipſius dati ſemicirculi capacitas. Vt ſit datus ſemicirculus B C D,cuius dimetiẽs B A D per A centrũ ductus 14 exiſtat cubitorũ, arcus uerò B C D,22 ſimilium. Duc itaq; ſemidiametrũ A B in arcũ B C ipſius B C D dimidiũ,hoc eſt, 7 in 11:conſurgent 77. tãta erit area ipſius dati ſemicirculi:utpote,77 cubitorum quadratorum.

De ſemicirculi area mẽſurãda.

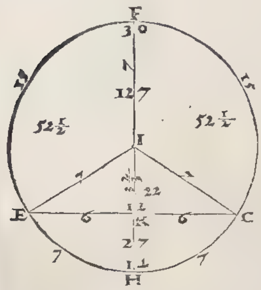
Exemplum



6 IDEM uelim iudices de quocũq; ſectore circuli. Si duxeris enim ſemidiametrũ in dimidiũ ſectoris arcum,areã eiuſdẽ ſectoris generabis. Sectorem appellamus figurã ex binis ſemidiametris non in directum conſtitutis,& quantolibet arcu circuli terminatã. Cuiuſmodi eſt figura E I F,uel F I G,aut G I E ſuccedentis deſcriptionis. In qua ſit in exemplum uniuerſa circuli periferia cubitorum 44,arcus autem E F G 30,uterq; uerò E F atq; F G 15,atq; ipſius circuli ſemidiameter cubitorum 7. Si uolueris itaq; metiri areã ſectoris E I F uel F I G,duc 7 ſemidiametri in dimidiũ ipſorum 15,hoc eſt,in 7 & $\frac{1}{2}$,cõſurgẽt 52 & $\frac{1}{2}$.totidẽ cubitorũ eſt area utriuſq; ſectoris E I F atq; F I G. Quòd ſi duxeris 7 eiuſdẽ ſemidiametri in 15,utpote,dimidiũ arcũ E F G,fiẽt 105.tanta erit area ſectoris E F G: quẽadmodum 52 & $\frac{1}{2}$ bis ſumpta manifeſtãt. Vnde pari ratiõe ſector E I G,erit 49 cubitorum.

Qualiter ſector metiatur circuli.

Exemplum.



7 VTRANQVE porrò, maiorẽ ſcilicet atq; minorẽ circuli ſectionẽ,in hũc modũ mẽſurabimus. Producãtur ex cẽtro proprij circuli ad ipſius chordæ terminos bini ſemidiametri,maiorẽ circuli ſectionẽ in ſectorem & triãgulũ Iſoſceles diſtinguentes,cũ minori autẽ ſectione ſectorem efficientes,ex eadem & præfato Iſoſcele reſultantem. In primis itaque maioris ſectionis, aream ita uenaberis. metire primum ſectorem, uti nunc expreſſimus:deinde triãgulum,per decimumnonũ aut uigeſimum caput huius ſecundi libri,productas tãdem areas in unum compone numerũ; cõſurget enim area ipſius

De utraq; circuli ſectione regula notanda.

area ipsius oblatæ maioris sectionis. Quòd si metitus fueris sectorẽ circuli,ex præfato isoscele & minori eiusdẽ circuli sectione compositum,& à producto numero subduxeris areã ipsius isoscelis;relinquetur eiusdem minoris sectionis area.

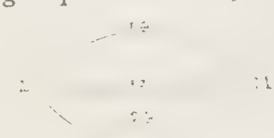
Exemplum.

Exempli gratia,esto in supra scripto circulo E F G H chorda E G cubitorũ 12,distinguens maiorẽ eiusdem circuli sectionem E F G à minori G H E:sitq; pars diametri F H inter centrum I & chordam E G cõpræhensa,scilicet I K,trium cubitorũ,& $\frac{1}{2}$ cubiti,reliqua autẽ omnia,uti supra diximus,& ipsa indicat figura. Metiatur itaq; primũ sector E F G I:sitq; eius area(ut prius)105 cubitorũ. Duc postmodum I K perpẽdicularẽ in dimidiã chordã E K,hoc est,3 & $\frac{1}{2}$ in 6:cõsurgent 22. totidem cubitorũ est area trianguli isoscelis E I G. Cõpone tandẽ 105 & 22:resultabit area datæ maioris sectionis E F G,cubitorũ 127. At si præfatã aream isoscelis E I G dempseris à toto sectore E I G H (cuius area nuper inuenta fuit cubitorũ 49) relinquetur area minoris sectionis E H G,cubitorũ 27. Est itaq; modus hic quem nunc tradidimus admodum præcisus,atq; præstantior uulgari metiẽdi uia:quam frequẽtius à uero discrepare,quàm iustã areã exhibere,ipse te docebit calculus.

Notandum.

De ouali figura.

HINC FIT EVIDENS, quonam ingenio figura quæ dicitur oualis, cuiusmodi est L M, sub mensurã cadat. Nã producta chorda L M,fiẽt duæ minores circuli sectiones ad inuicem æquales:quarũ areæ,per ea quæ nũc diximus inuẽtæ,si in unum cõponãtur,efficiẽt areã ipsius datæ oualis figuræ L M. Vt si chorda L M sit 12 cubitorũ, & uterq; arcus cubitorũ 14:erit utriusq; sectionis area cubitorum 27,quæ simul iuncta efficiunt 54.totidem cubitorum est oualis figura L M.

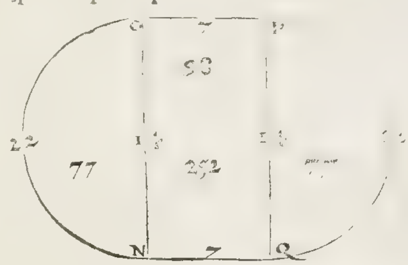


Exemplum.

Vt lenticularis metiaĩ figura.

Nec minus facilè colligetur area figuræ lenticularis ex duobus semicirculis & quadrangulo cõposita rectangulo:cuiusmodi est N O P Q. Mensuratis enim utriusque semicirculi atq; rectãguli areis,per ea quæ superius suo loco tradita sunt: hæ simul iũctæ cõponent areã eiusdem figuræ lenticularis. Vtpote,si uterq; semicirculi arcus fuerit 22 cubitorũ, dimetiẽs N O,uel P Q similiũ cubitorũ 14,utrunq; uerò latus O P & N Q 7 cubitorum: erit utriusq; semicirculi area cubitorũ 77,rectãguli uerò N P cubitorũ 98. hæc simul cõposita efficiũt 252:toti dẽ cubitorũ est area ipsius datæ figuræ lẽticularis N O P Q. Idẽ facito respõdenter de cæterisquibuscunq; figuris,ex quibusuis circuli partibus,& data quacunq; rectilinæa figura resultãtibus: Nulla enim plana poterit occurrere figura,quæ prædictorum capitum adminiculo non facilè metiatur.

Exemplum.



Demonstratio rationis circunferentiæ ad circuli diametrum,iuxta uulgatũ Archimedis inuentũ. Caput.XXVI.

PLACET AVTEM CONSEQVENTER DEMONSTRAre circunferẽtiam ad circuli diametrũ,iuxta uulgatum ipsius Archimedis inuentum,rationem habere minorem tripla sesquiseptima,maiorem tamen tripla superdecupartiente septuagesimas primas:hoc est, circunferentiam

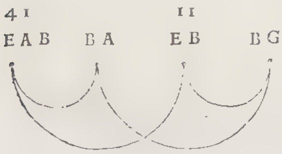
circũferentiã ter cõtinere diametrũ,& paulò minus septima,sed plus octaua ipsius diametri parte. Id enim studiosis omnibus admodũ gratũ futurũ arbitramur:tum quia subtilissima uideatur inuentio,tũ etiã quòd in usum recepta sit ab omnibus.

2 PRIMVM itaq; sic ostendemus. Sit descriptus,circa cẽtrum A,circulus B C D: quem recta linea E F cõtangat in puncto B,per 17 tertij elementorũ Euclidis. à cõ tactu autẽ B,recta quædam linea B D ad rectos excitetur angulos,per 11 primi:hæc enim per A centrũ trãsire cogetur,ex 19 tertij eiusdẽ Euclidis. Accipiatur postmodũ arcus subtendẽs latus hæxagoni circuli semidiametro æquale, per corolarium 15 quarti,sitq; B C:hic autẽ arcus B C discindatur bifariã,per 30 tertij,recta quidem A E. Triangulũ ergo rectangulũ,erit A B E:cuius latus A E duplũ est ipsius E B. Secetur enim B F æqualis ipsi B E,per 3 primi:& cõnectatur A F,per primũ postulatũ. Quoniã B E ipsi B F est æqualis, cõmunis autẽ A B:duæ igitur A B & B E, duabus A B & B F sunt adinuicẽ æquales,& æquales cõpræhendunt angulos,nẽpe rectos. Basis igit A E basi A F est æqualis,& reliqui anguli reliquis angulis,sub qbus æqualia subtendũtur latera,per 4 primi:angulus itaq; B A E angulo B A F est æqualis,similiter & angulus A E B angulo A F B. Atqui angulus B A E tertia pars est anguli recti(capit enim tertiã partẽ ipsius quadrãtis,qui rectũ metitur angulũ)& angulus igitur B A F tertiã recti partẽ cõpræhendet:quapropter & uterq; reliquorũ angulorũ A E B & A F B,atq; totus E A F angulus,duobus tertijs eiusdẽ recti coæquabitur.omnis nãq; triãguli tres anguli duobus rectis sunt æquales,per 32 primi. Aequiangulũ igitur est triangulum E A F,per primam communẽ sentẽtiam: quapropter & æquilaterum. Ipsa porrò E F dupla est ipsius E B;& A E igitur eiusdẽ E B dupla est,per conuersam sextæ communis sententiæ.

Demonstratio primæ partis.

3 HIS præostensis,diuidatur angulus B A E bifariã,per 9 primi:recta quidẽ A G. Quam igitur rationẽ habet E A ad A B,eã habet & E G ad G B:per 3 sexti. Et coniũctim igitur,sicut E A & A B ad ipsam B A, sic E B recta ad partẽ B G:per 18 quinti. Et uicissim quoq;,per 16 eiusdẽ quinti,sicut quidẽ E A & A B ad B E, sic A B ad B G.

Prima anguli diuisio.

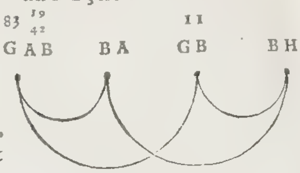


Et quoniã quadratũ ex A E æquũ est duobus quadratis quæ ex A B & B E, per 47 primi: si tollatur quadratũ ipsius B E,à quadrato quod ex E A,relinquetur quadratũ ipsius A B,cuius radix erit eiusdẽ A B longitudo. Qualiũ ergo partiũ A E fuerit 22, ipsa E B erit 11,& B A 19 cũ $\frac{1}{19}$ partis. Nam 22 in sese ducta,faciũt 484,& 11 ꝑ sese itidẽ multiplicata,restituũt 121.quæ dẽpta à 484, relinquũt 363:quorũ radix 19 & $\frac{1}{19}$. Atqui 19 cũ $\frac{1}{19}$,ad 11,maiorẽ rationẽ habẽt,q̃ solus numerus 19,ad eundẽ numerũ 11:per 8 quinti.et A B igitur ad B E potẽtia maiorem uidetur obtinere rationẽ,q̃ 19 ad 11:& cõsequenter ratio E A & A B coniũctarũ ad E B maior,q̃ adgregatũ ex 22 & 19,utpote 41,ad 11. Et ipsius quoq; A B ratio, ad B G maior erit,q̃ præfati numeri 41 ad 11:cũ sit eadẽ,quæ ipsarum E A & A B, ad B E. Et cõiunctim igitur,per 18 quinti,cõposita ex A B & B G,ad B G,maiorẽ rationẽ habebit,q̃ 41 & 11 simul,ad 11. Ponatur itaq; A B 41,& B G 11.igit quadrata quæ fiũt ex A B & B G,ad ipsius B G quadratũ maiorẽ rationẽ habebũt,q̃ producta ex 41 & 11 quadrata,ad quadratũ quod ex 11. Quadratis autẽ quæ ex A B & B G, æquũ est quadratũ quod ex A G,ꝑ 47 primi:& ipsorũ 41 & 11 quadrata simul iũcta,hoc est,1681,& 121,cõficiunt 1802.Ergo quadratũ quad ex A G,ad quadratũ ipsius G B maiorẽ rationẽ habet,q̃ 1802,ad 121. Sicut autẽ quadrata,sic se habent & eorum latera,& ècõtra : latus porrò quadrati 1802 ,inuenitur 42 & $\frac{19}{42}$.Relinquitur ergo manifestũ,A G ad G B potentia maiorẽ obseruare rationem , q̃ 42 & $\frac{19}{42}$, ad 11.

4 DIVIDATVR cõsequẽter angulus B A G bifariã,recta A H,per eandem 9 primi.Erit

Secũda anguli partitio.

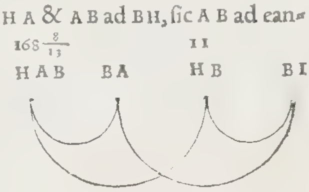
mi. Erit itaq; ratio G A ad A B eadẽ, quæ G H ad H B: per 3 eiuſdẽ ſexti. Et cõiunctim igitur, ſicut G A & A B ad B A, ſic quidem G B ad B H: per 18 quinti. Et uiciſſim per 16 eiuſdem quinti, ſicut compoſita ex G A & A B ad B G, ſic & A B ad B H. Sed demonſtratum eſt A G ad G B potentia maiorẽ rationem habere, quàm 42 & $\frac{19}{42}$ ad 11: & A B data eſt 41. Igitur ratio G A & A B ad B G maior eſt, quàm adgregati ex 41 & 42 $\frac{19}{42}$, utpote, 83 & $\frac{19}{42}$, ad 11. Et per cõſequens ipſius A B ad B H ratio, maior itidẽ erit, q̃ eorũdem 83 & $\frac{19}{42}$, ad 11. Et cõiunctim itaque, per 18 ipſius quinti, cõpoſita ex



A B & B H, ad B H, maiorem rationem habet, quàm 83 $\frac{19}{42}$ ad 11. Ponatur itaq; rurſum A B 83 $\frac{19}{42}$, & B H 11: tunc quadrata quæ fient ex A B & B H, ad quadratũ ipſius B H, maiorem rationem obſeruabunt, quàm producta ex 83 $\frac{19}{42}$ & 11 quadrata, ad quadratũ eorũdem 11. Porrò quadratis quæ ex A B & B H æquum eſt quadratum quod ex A H, per 47 primi, quadrata uerò ex 83 $\frac{19}{42}$ & 11, utpote, 6964 $\frac{2}{21}$, & 121, conficiunt ſimul iuncta 7085 $\frac{2}{21}$. Ergo quadratũ quod ex A H, ad quadratũ ipſius H B maiorem rationem habet, quàm 7085 $\frac{2}{21}$ ad 121. Radix autem ipſorũ 7085 $\frac{2}{21}$ eſt 84 & $\frac{1}{6}$ ferè: euidens itaq; relinquitur, A H ad H B potentia maiorem obſeruare rationem, quàm 84 & $\frac{1}{6}$ ad 11.

Tertia diuiſio anguli. 5

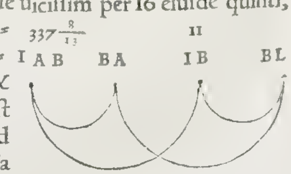
RVRSVM, diuidatur bifariam angulus B A H, per 9 eiuſdem primi, recta uidelicet A I. Erit itaq; reſpondenter H A ad ipſam A B ratio eadem, quæ H I ad I B: per eandẽ 3 ſexti. Et cõiunctim rurſum, per 18 quinti, ſicut H A & A B ad B A, ita H B ad B I. Et uiciſſim quoq;, per 16 eiuſdem quinti, ſicut H A & A B ad B H, ſic A B ad eandẽ B I. Demõſtrauimus autẽ, A H ad H B potentia maiorẽ obſeruare rationẽ, q̃ 84 & $\frac{1}{6}$ ad 11: & A B data eſt 83 cum $\frac{19}{42}$, B H uerò 11. Ratio itaq; H A & A B ad B H, maior eſt ratione compoſiti ex 83 $\frac{19}{42}$ & 84 $\frac{1}{6}$, ſcilicet 168 $\frac{8}{13}$, ad 11. Et ipſius quoq; A B ratio ad B I maior, q̃ 168 $\frac{8}{13}$ ad 11: cũ ſit eadẽ, quę H A & A B, ad B H, Igitur & cõpoſi



ta ex A B & B I ad ipſam I B maiorẽ rationem obſeruat, q̃ habeãt 168 $\frac{8}{13}$ ad 11: per 8 quinti. Sit ergo rurſum A B 168 $\frac{8}{13}$, & B I 11. Quadrata igit̃ quæ ex A B & B I, ad quadratũ ipſius B I maiorẽ rationẽ habebũt, q̃ ſimul iuncta ex 168 $\frac{8}{13}$ & 11 quadrata, ad quadratum eorũdem 11. Atqui ex A B & B I quadratis æquum eſt quadratũ ipſius A I, per 47 primi: & quadrata ex 168 $\frac{8}{13}$, atq; 11, uidelicet 28431 ferè, & 121, componunt 28552. Igitur quadratum quod ex A I, ad ipſius I B quadratũ maiorem rationem habet, quàm 28552 ad 121. Vnde ſi radix eorumdẽ 28552 tandẽ extrahatur, ea erit 169 (minus tamẽ $\frac{9}{338}$, quæ nõ curabis) ex quo concluditur A I, ad I B potentia maiorem obſeruare rationem, quàm 169 ad 11.

Quarta anguli partitio. 6

ANGVLVS tãdem B A I diuidatur bifariã, per 9 primi, recta quidẽ A L. Ergo per 3 ſexti, I A ad ipſam I B ratio, erit uelut I L ad L B. Et compoſita quoq; ex I A & A B ad B A, ſicut I B ad B L, per 18 quinti: atque uiciſſim per 16 eiuſdẽ quinti, ſicut quidẽ I A & A B ad B I, ſic A B ad B L. Oſtenſum eſt autẽ, quod A I ad I B potẽtia maiorẽ rationem ſeruat, q̃ 169 ad 11: A B autẽ poſita eſt 168 $\frac{8}{13}$, & B I rurſum 11. Ergo ratio I A & A B, ad B I maior eſt q̃ 337 $\frac{8}{13}$ (quod eſt cõpoſitum ex 168 $\frac{8}{13}$, & 169) ad 11. Quapropter & ipſius A B ad B L ratio potentia maior itidem eſſe uidetur, quàm ſit ratio 337 $\frac{8}{13}$ ad eadem 11.

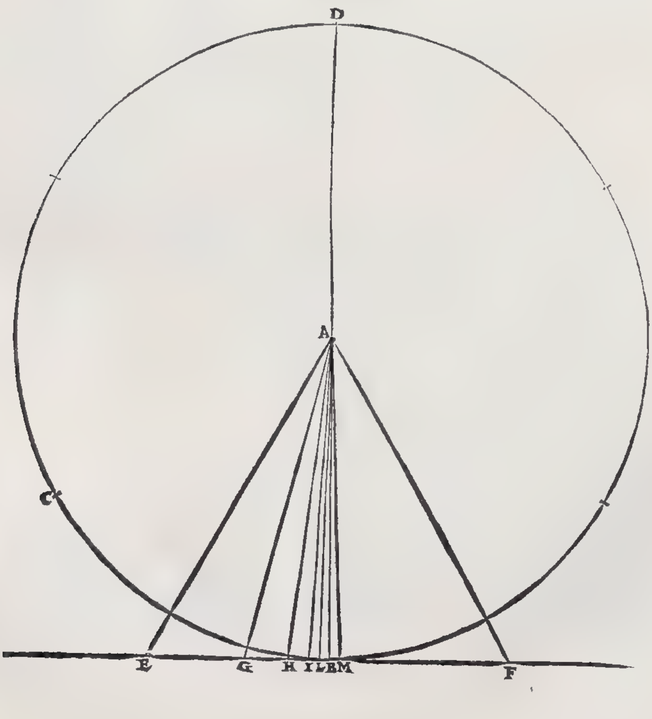


Hiſ ita

7 HIS ITA deductis, quoniã triãguli A E E, angulus B A E tertia pars recti mon ſtratus eſt anguli: erit igitur idẽ angulus B A E, quatuor rectorũ angulorũ ps duodecima. Quapropter & angulus B A G ipſius B A E dimidius, erit eorũdẽ quatuor rectorũ pars uigeſimaquarta. Et cõſequẽter angulus B A H, dimidius eiuſdẽ B A G, pars erit quadrageſimaoctaua quatuor rectorũ angulorũ. Necnõ angulus B A I, ipſius B A H dimidius, eorũdẽ quatuor rectorũ erit nonageſimaſexta pars. Seccetur itaq; B M, ex recta B F, ipſi B L æqualis. Angulus igiẽ B A M æqualis erit angulo B A L, p 4 primi: unde totus L A M, toti B A I erit reſpõdẽter æqualis, p primã cõmunẽ ſentẽtiã. Angulus itaq; L A M prædictorũ quatuor rectorũ pars erit nonageſima ſexta: quapropter ſubtẽſa L M erit latus multanguli nonaginta ſex laterũ, circa datũ circulũ deſcripti. Et quoniã demõſtratũ eſt, A B ad B L potentia maiorem rationẽ habere, quàm $337\frac{8}{13}$ ad II, ipſius autẽ A B dupla eſt dimetiẽs B D, atq; ipſius B L dupla eſt L M: igiẽ ratio dimetiẽtis B D, ad L M potẽtia maior erit, quàm $337\frac{8}{13}$ ad II Et cõuerſim igiẽ L M ad B D diametrũ minorẽ rationẽ obſeruat, quàm II ad $337\frac{8}{13}$. Itaque ſi II nonageſies ſexies accipiatẽ, colligetur ambitus ipſius multãguli circa datũ circulum deſcripti, partiũ quidem 1056. Fit igiẽ, ut ratio totius ambitus circũſcripti multãguli, ad diametrũ B D, minor ſit, q̃ 1056 ad $337\frac{8}{13}$. Atqui numerus 1056 ter cõtinet $337\frac{8}{13}$, & præterea $43\frac{2}{13}$, quæ non faciunt eiuſdẽ numeri $337\frac{8}{13}$ ſeptimam partem (ea enim eſt $48\frac{3}{13}$) Cum igitur circunferentia circuli, minor ſit ambitu circunſcripti multanguli: à fortiori eiuſdem circuli circũferentia ad proprium diametrum rationem obſeruabit minorem tripla ſeſquiſeptima, hoc eſt, ter cõtinebit diametrum, & paulò minus ſeptima ipſius diametri parte: quod demonſtrare oportebat.

Recollectio prædictorum, in demonſtrationis concluſionem.

Quòd autem

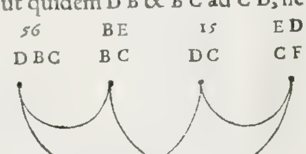


Secūdæ partis demonſtratio.

QVÒD AVTEM CIRCVNFERENTIA AD CIRCVLI DIAMETRVM rationem obſeruet maiorē tripla ſuperdecupartiente ſeptuageſimas primas: hoc eſt, ter diametrum compræhēdat, & paulò plus octaua eiuſdem diametri parte, ita demonſtratur. Sit deſcriptus circa centrū A circulus B C D, cuius diameter B D: coapteturq́ à puncto D uerſus C, latus hexagoni intra eundem circulū deſcripti, per 1 quarti, quod per corollarium 15 eiuſdē quarti ſemidiametro eſt æquale. connectatur deinde B C, per 1 poſtulatum. Rectus erit igitur angulus B C D, per 31 tertij: & angulus C B D, tertia pars recti. Nam arcus C D, eſt magnitudo duorum tertiorum unius recti: capit enim $\frac{2}{3}$ quadrantis. quapropter ſi A C recta produceretur, angulus C A D qui ad cētrum, duobus tertijs unius recti eſſet æqualis: ſed is duplus eſſet eius qui ad circunferentiam, utpote C B D eundem arcum habentis, per 20 tertij. Igitur angulus C B D eſt $\frac{1}{3}$ anguli recti: unde reliquus B D C angulus $\frac{2}{3}$ recti compræhendet. Quoniam autem angulus qui ad C rectus eſt: quadratū igitur quod ex B D æquum eſt duobus quadratis quæ ex B C atq́ C D, per 47 primi. Eapropter ſubtracto ipſius C D quadrato, ab eo quod fit ex B D, relinquetur quadratum ipſius B C: cuius radix erit eiuſdem B C longitudo. Ponamus exempli gratia B D partium 30. igitur C D erit 15 partium ſimilium: eſt enim B D ipſius D C dupla, per corollariū 15 quarti. Si ducantur itaq́ 30 in ſeſe, fient 900 ex 15 autē per ſeſe multiplicatis, proueniunt 225: quæ ſubducta de 900. relinquūt 675, ipſius B C quadratum. Radix porrò quadrata eorūdem 675 admodum propinqua, eſt 26. At quoniam 26 per ſe multiplicata producunt 676, qui quidē numerus 676 præfatum numerum 675 unitate ſuperat: Igitur B C potentia minorem rationem habet ad C D, quàm 26 ad 15.

Prima anguli diuiſio.

HIS IN hunc modum præoſtenſis, diuidatur angulus C B D bifariam, per 9 primi, recta quidem B E, rectam C D in puncto F interſecante: & connectatur D E, per 1 poſtulatum. Sunt itaq́ bina triangula B C F & B E D inuicem æquiangula. quoniā angulus B C F æquus eſt angulo B E D: nam uterq́ rectus, per 31 tertij. angulus præterea C B F, angulo F B D æqualis: uterq́ enim dimidius eſt ipſius anguli C B D. & reliquus igitur B F C, reliquo B D E eſt æqualis, per 32 primi. Aequiangula igitur ſunt triangula B C F, & B E D: & quæ circum æquales angulos latera proportionalia, per 4 ſexti. Sicut igitur B C ad C F, ſic B E ad E D. Et quoniā angulus C B D recta B E diuiſus eſt bifariam, fit ut quam rationem habet D B ad B C, eam ſeruet & D F ad F C: per 3 ſexti. Et coniunctim igitur, per 18 quinti, ſicut D B & B C ad C B, ſic D C ad C F. Atq́ uiciſſim, per 16 eiuſdem ſexti, ſicut quidem D B & B C ad C D, ſic B C ad C F. Atqui B C ad C D paulò minorem habere rationē, quàm 26 ad 15 nuper oſtēdimus: & B D poſita eſt 30, qualiū C D 15. porrò 30 & 26, cōficiūt 56. Et cōpoſita igitur ex D B & B C, ad C D minorem rationem obſeruat, quàm 56 ad 15: & B C conſequenter, ad C F minorem itidem rationē obtinebit, quàm idem numerus 56 ad 15. Sed quēadmodum B C ad C F, ita monſtrauimus B E ad E D: & B E igitur, ad E D minorē rationem habebit, quàm 56 ad 15, per 11 quinti. Cōiunctim etiā, B E & E D, ad ipſam D E minorem rationem habebūt, quàm 56 & 15 ſimul ad 15: per 18 eiuſdem quinti.



Si poſuerimus itaque B E 56, & E D 15: quadrata quæ fient ex B E & E D, ad quadratum ipſius D E minorem cōſequenter rationē obſeruabūt, quàm ex 56 & 15 producta quadrata, ad quadratum ipſorum 15. Porrò quadratis quæ ex B E & E D æquū

& E D æquum est quadratum q[illegible] ex B D, per 47 primi: quadrata uerò ex 56 & 15, utpote, 3136 & 225, compon[illegible]61, quorum radix quadrata 58, minus tamen $\frac{1}{116}$ quæ minimè curāda sunt. Igitur quadratum ex B D, ad quadratū ipsius D E minorem relinquitur habere rationem, quàm 3361 ad 225: & ipsa B D, ad D E lōgitudine minorem idētidem obseruare rationem, quàm idem numerus 58 ad 15.

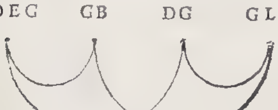
10 DIVIDATVR consequenter angulus D B E bifariam, per 9 primi, recta quidē B G, quæ secet ipsam D E in puncto H: & connectatur D G, per 1 postulatū. Bina igitur angula B E H & B G D esse rursum adinuicē æquiangula, ex prædictis facilè colligitur: atq; angulum qui ad E angulo qui ad G itidem æqualē, nempe rectū recto. Igitur per 4 sexti, sicut B E ad E H, sic quidem B G ad G D. Et quoniā angulus D B E recta B G bifariam discinditur: quam ergo rationē obtinet D B ad B E, eam seruat & D H ad H E, per 3 sexti. Et coniunctim igitur, sicut D B & B E ad E B, sic D E ad E H, per 18 quinti: atq; uicissim per 16 eiusdē, quēadmodū D B & B E ad E D, sic B E ad E H. Mōstrauimus autē, B D ad D E minorē habere rationē, quàm 58 ad 15: data quoq; est ipsa B E 56, qualiū E D 15. ipsa porrò 58 & 56 simul iūcta efficiūt 114. Igitur cōposita ex D B & B E, ad E D minorē rationē habet, quàm sit ratio 114 ad 15. quapropter & B E, ad E H minorē itidē rationē obtinebit, quàm 114 ad 15.



Secunda partitio anguli.

Vt autē B E ad E H, ita B G ad G D se habere deduximus: & B G igitur ad G D, per 11 quinti, minorē similiter rationē obseruabit, quàm numerus 114 ad 15 numerū. Et cōiunctim quoq; per 18 quinti, B G & G D, ad ipsam D G minorē cōsequenter rationē habebunt, quàm 114 & 15 simul ad eundem numerū 15. Detur itaq; B G 114, & G D 15: quadrata igitur quæ fiunt ex B G & G D, ad quadratū ipsius D G minorem rationē habebūt, quàm producta ex 114 & 15 quadrata, ad quadratum corūdem 15. Quadratis autē quæ ex B G & G D æquatur quadratū ipsius B D, per 47 primi. quadrata rursum ex 114 & 15, uidelicet 12996 & 225, cōficiūt 13221: quorū radix quadrata 115, minus $\frac{4}{23}$ quæ prorsus negligēda sunt. Cōcludēdum igitur, quadratū ex B D, ad quadratū ipsius D G minorē obseruare rationē, quàm 13221 ad 225: atq; eādē B D, ad ipsam D G lōgitudine minorē respondenter habere rationē, quàm 115 ad præfatū numerū 15.

11 ANGVLVS rursum D B G, per eandē 9 primi, bifariā diuidatur, recta scilicet B I. quæ secet D G in puncto L: cōnectatúrq; D I, per idem 1 postulatū. Clarū est rursum, bina triāgula B G L, & B I D fore inuicem æquiangula: & angulum qui ad G, angulo qui ad I cōsequenter æqualē. Igitur sicut B G ad G L, sic B I ad I D, per 4 sexti: & per 3 eiusdē, quā rationem habet D B ad B G, eam seruat & D L ad L G. Et cōiunctim rursum, ut D B & B G ad ipsam G B, ita D G ad G L, per 18 quinti: atque uicissim, per 16 eiusdē quinti, sicut quidē D B & B G ad G D, sic B G ad G L. Ostensum est autē B D ad D G minorem habere rationē, quàm 115 ad 15: posita est item B G 114, qualiū G D 15. ipsa uerò 115 & 114 composita efficiūt 229. Igitur cōposita ex D B & B G, ad ipsam G D minorē rationem habet, quàm 229 ad 15: & B G cōsequenter, ad G L minorē pariter uidetur seruare rationē, quàm 229 ad 15. Sicut autē B G ad G L, ita B I ad I D se habere mōstrauimus: ergo B I ad I D minorē rationē obtinebit, quàm idē numerus 229 ad 15, per 11 quinti. Et cōiunctim quoq;, per 18 eiusdem, B I & I D ad ipsam D I, minorem tandem rationē habebit, quàm 229 & 15 simul ad ipsa 15.



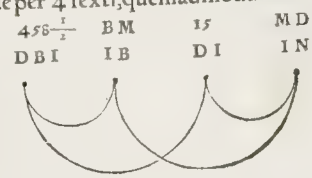
Tertia anguli diuisio.

Constituatur

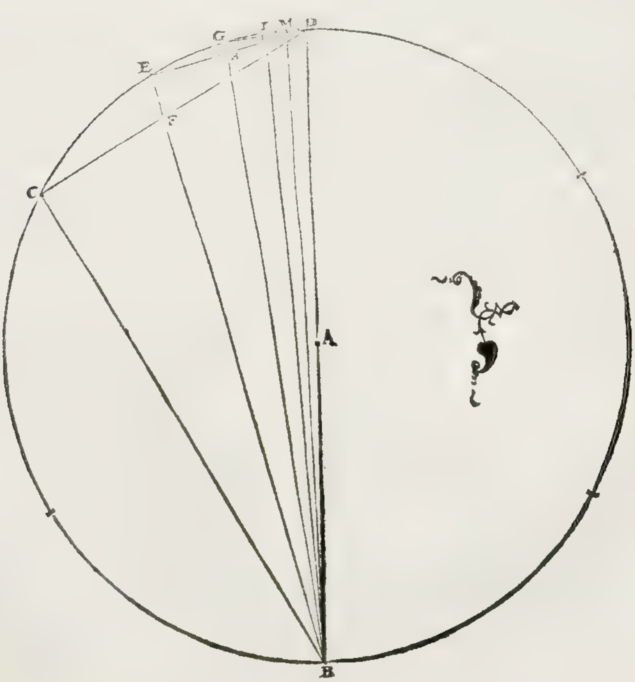
Constituatur ergo B I 229, & I D rursum 15: cōposita igitur ex B I & I D quadrata, & quadratum ipsius D I minorem iterum rationem obseruabunt, quàm ex 229 & 15 pronenientia quadrata, ad quadratū eorūdem 15. Ipsis autē quæ ex B I & I D quadratis æquatur quadratū ipsius B D, per 47 primi, & quadratū ex 229 est 52441, quod unà cū 225 efficit 52666 numerū: cuius radix 229 & $\frac{1}{2}$ ferè. Relinquitur itaq; manifestū, quadratū ex B D, ad quadratū ipsius D I minorē obtinere rationē, q̄ 52666 ad 225: & cōsequēter eandē B D, ad ipsam D I longitudine minorem habere rationem, quàm 229 $\frac{1}{2}$ ad ipsa 15.

Quarta partitio anguli. 12

SVBDIVIDATVR tandē angulus D B I bifariā, per 9 eiusdē primi, recta uidelicet B M, quæ secet D I in puncto N: connectatur quoq; D M, per 1 postulatū. Iterum ergo sequetur bina triāgula B I N & B M D esse inuicē æquiāgula: & angulū qui ad I angulo qui ad M rursum æqualem. Vnde per 4 sexti, quemadmodum B I ad I N, ita B M ad M D: & per 3 eiusdē sexti, quā rationem habet D B ad B I, eam seruat & D N ad N I. Et coniunctim per 18 quinti, sicut composita ex D B & B I ad I B, sic D I ad I N: atq; uicissim ut D B & B I ad I D, ita B I ad I N, per 16 eiusdē quinti. Atqui relictum est, B D ad ipsam D I minorem habere rationem, quàm 229 $\frac{1}{2}$ ad 15: B I autem data est 229, qualium I D 15. porrò 229 $\frac{1}{2}$ unà cum 229 efficiunt 458 $\frac{1}{2}$. Et composita igitur ex D B & B I, ad I D minorem rationē habet, quàm 458 $\frac{1}{2}$ ad 15.



quapropter



quapropter A B I,ad I N minorem similiter uidetur habere ratiõnem,q̃ $458\frac{1}{2}$ ad 15. Vt autem B I ad I N,ita B M ad N D:ergo B M,ad M D minorẽ consequẽter rationem obtinebit,q̃ $458\frac{1}{2}$ ad 15,per 11 quinti, Et cõiunctim igitur per 18 quinti, B M & M D,ad ipsam D M minorem tãdem rationem obseruabunt,q̃ $458\frac{1}{2}$ & 15 simul ad eũdem numerum 15. Et quadrata rursum ex B M & M D,ad quadratum ipsius D M,minorem respondenter rationem habebũt,quàm $458\frac{1}{2}$ ad 15:est enim quadratorum eadem ratio,quæ ipsorum laterum. Ex B D autẽ productum quadratum æquũ est duobus quadratis ipsarũ B M & M D,per 47 primi.Igitur quadratum quod ex B D,ad quadratum ipsius D M minorem pariter rationem obtinebit,quàm $458\frac{1}{2}$ ad 15:& per consequens recta B D,ad D M minorẽ tandẽ rationẽ longitudine seruabit,quàm idem numerus $458\frac{1}{2}$ ad præfatum numerum 15. Et conuersim demum,ipsa M D ad D B maiorem rationem habebit,q̃ 15 ad $458\frac{1}{2}$.

13 CVM IGITVR angulus C B D sit $\frac{1}{3}$ recti,subtẽdens arcũ C D sextam circũferentiæ partem:erit arcus D E,dimidium ipsius C D,eiusdẽ circũferẽtiæ pars duodecima.& D G dimidiũ ipsius D E,pars uigesimaquarta.& consequenter arcus D I dimidium ipsius D G,pars quadragesimaoctaua.atq; tandem D M eiusdem D I medietas,pars ipsius circunferentiæ nonagesimasexta. Quapropter subtẽsa D M erit latus multanguli 96 laterũ intra eundem circulum descripti. Vnde si 15 per 96, uelècontra multiplicentur:consurget ambitus eiusdem inscripti multanguli, partium quidẽ 1440. Igitur ambitus ipsius inscripti polygoni maiorẽ rationẽ habebit ad diametrum B D,q̃ 1440 ad $458\frac{1}{2}$. A fortiori igitur circũferẽtia circuli, quæ maior est ambitu eiusdem inscripti polygoni,ad ipsum diametrum maiorem rationẽ obtinebit,q̃ 1440 ad $458\frac{1}{2}$. Continẽt autẽ 1440 ter $458\frac{1}{2}$,& præterea $64\frac{1}{2}$,quæ sunt plus modico,q̃ $\frac{10}{71}$ eorũdem $458\frac{1}{2}$, faciũt enim solũmodo $64\frac{8}{23}$:& per cõsequens plus octaua diametri,quæ est $57\frac{1}{4}$. Colligitur itaq; circunferentiam ad circuli diametrum rationem habere maiorem tripla superdecupartiente septuagesimas primas:hoc est,ter continere diametrum,& plus octaua ipsius diametri parte,quod oportuit demonstrasse.

Conclusio demonstrationis ex prædictis.

Quonam rursum modo quadratum circulo æquale describatur: etiam si ignoretur cercunferentiæ ratio ad ipsum diametrum. *Caput.* XXVII.

1 ALIVM EXCOGITAVIMVS MODVM,QVO DATO QVOuis circulo,qudratum eidem circulo æquale immediatè describetur, nulla circũferẽtiæ ad diametrũ præsupposita ratione:quẽquidẽ modum studiosis mathematicarũ adinuentionum amatoribus,haud ingratũ futurũ speramus. Sed,ut rem serio tractemus,duo nobis præmittenda,atq; demõstranda uidentur. Primũ est. Quotlibet magnitudines inter duas quascũq; magnitudines eadẽ proportione mediãtes,sunt adinuicẽ æquales. Sint inquàm binæ magnitudines B C,inter A & D proportionales,sicut quidẽ A ad B uel ad C,ita B aut C magnitudo se habeat ad magnitudinẽ D:aio itaq;,B & C magnitudines esse adinuicẽ æquales. Quoniã si non fuerint æquales,altera earũ maior erit:esto,uerbi gratia B. Cum igitur A sit maius extremũ ipsius datæ proportionis,maiorem rationem habebit ad C minorẽ magnitudinem, quàm ad maiorem B:per secundam partem 8 quinti elemẽtorum Euclidis. Atqui B magnitudo eandem rationem babet ad D,quam A ad B,similiter & C ad ipsam D magnitudinem,quam eadẽ magnitudo A ad C:sunt enim per hypothesim proportionales.

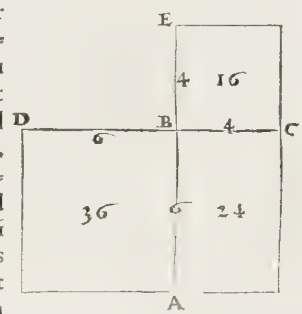
Primũ suppositũ,eiusque demonstratio.

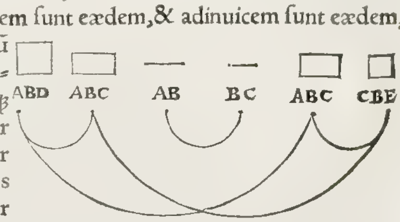
Ergo C magnitudo maiorem pariter rationem habebit ad D, quàm ipſa B. ad eandē autem rationem habentium, maiorem rationem habens illa maior eſt, per primam partem 10 eiuſdē quinti: maior eſt itaq; C, eadem magnitudine B. at data eſt minor: quod eſt impoſſibile. igitur B non eſt maior ipſa C. Eodem modo monſtrabitur, quòd eadem magnitudo B nō eſt minor ipſa C magnitudine: ſunt igitur adinuicem æquales B & C magnitudines, quod fuit demonſtrandum.



Secundū ſuppoſitū eiuſdemq; probatio.

SECVNDVM uerò, quod nobis præmittendum atq; oſtendendum uidetur, eſt huiuſcemodi. Omne quadrilaterum rectangulum eſt medium proportionale inter duo quadrata à concurrentibus eiuſdem rectanguli lateribus deſcripta. Eſto enim rectāgulum A B C: deſcribanturq; ex A B & B C quadrata, per 46 primi: ex A B quidem A B D quadratū, ex B C autem quadratū C B E. Dico igitur, rectangulum A B C fore medium proportionale inter A B D & C B E quadrata. Quoniā A B C & A B D parallelogrāma ſub eodē ſunt uertice: igitur quam rationem habet baſis D B ad baſim B C, eam habet & quadratū A B D ad rectāgulum A B C, per 1 ſexti. Ipſi autem B D æqualis eſt A B, per 30 diffinitionem primi: ergo ſicut A B ad B C, ſic quadratum A B D ad rectangulum A B C. Rurſum quoniam A B C & C B E parallelogramma ſub eodē ſunt uertice: ſicut igitur baſis A B ad baſim B E, ſic eſt A B C rectangulum ad quadratū C B E, per eandem 1 ſexti. Ipſi porrò B E æqualis eſt B C (nam eiuſdem quadrati latera). Ergo ſicut A B ad B C, ſic rectangulum A B C ad quadratum C B E. At quemadmodum A B ad B C, ita quadratum A B D ad idem A B C rectangulum. Duæ itaq; rationes, uidelicet A B D quadrati ad rectangulum A B C, atq; eiuſdem rectanguli A B C ad quadratum C B E, ſunt eædem cum ratione lateris A B ad latus B C. Rationes porrò quæ eidem ſunt eædem, & adinuicem ſunt eædem, per 11 quinti: igitur ſicut A B D quadratū ad rectangulum A B C, ſic idem rectangulum A B C ad quadratum C B E. Itaq; rectangulum A B C eſt medium proportionale duorum quadratorum, à concurrentibus eiuſdem rectanguli lateribus deſcriptorum: quod demonſtrare oportebat.





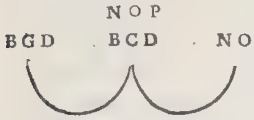
2

Demonſtratio principalis de quadrato circulo æquali.

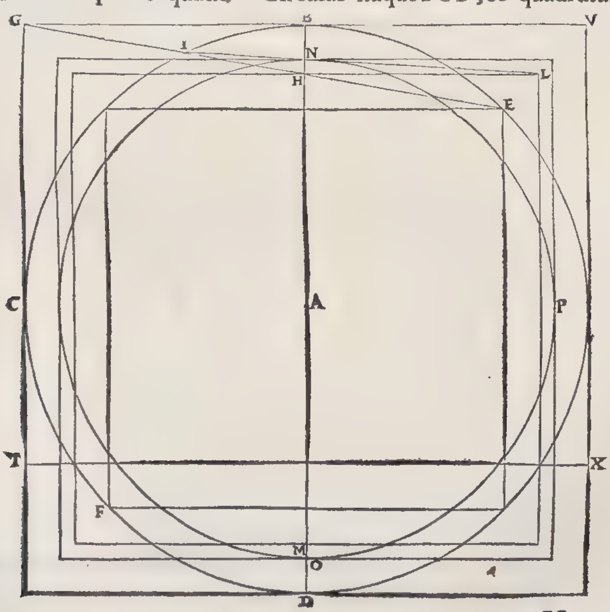
HIS PRAEOSTENSIS, SIT DESCRIPTVS CIRCA CENTRVM A circulus B C D, cuius dimetiens B D: intra quem deſcribatur quadratum E F, per 6 quarti, & per 7 eiuſdem, eidem circulo B C D circūſcribatur quadratum B G D. Poſtmodum ab angulo E ipſius inſcripti quadrati, ad circunſcripti angulū G recta linea

3

linea ducatur,per I poſtulatū:quæ ſecet dimetientem B D in puncto H, circulū ue-
rò B C D in puncto I. Deinde ex data linea recta,quæ ſit ipſius A H dupla,per datū
punctum H,quadratū rurſum deſcribatur H L M,per 46 primi, utrique & inſcri-
pto E F,& circūſcripto B G D quadrato parallelum. Erit igitur quadratum H L M
medium proportionale,inter ipſa E F & B G D quadrata: accipitur enim inter ambo
quadrata,per interſectionem diametri utriuſque quadrati lateribus æquidiſtantis.
quemadmodum in uulgato planiſphærio,iuxta ipſius Ptholemæi demonſtrationē,
per ſimiles diametralis & meridianæ lineæ interſectiones, inter duos circulos da-
tos medium proportionalem deſcribere ſolemus. Duabus enim magnitudini-
bus datis,poſſibile eſt tertiam aſſignare proportionalē:per 13 ſexti. Conſequen-
ter,à puncto I ad punctum L, recta ducatur I L,per idem I poſtulatum : quæ ſecet
eundem diametrum B D in puncto N. Et centro A,interuallo autem A N,circulus
deſcribatur N O, per 3 poſtulatum. Erit itaq; circulus N O tertia magnitudo poſt
quadratum B G D & inſcriptum B C D circulum reſpondenter proportionalis: dedu
citur enim ex quadrato B G D & circulo B C D atque E F quadrato (quod eſt me-
dium proportionale inter E F & B G D quadrata)per interſectionē ipſius dimetiē/
tis B D. Duabus nāq; magnitudinibus datis,poſſibile eſt tertiā proportionalē inue
nire:per 11 ſexti. Circulus igitur B C D eſt mediū proportionale inter B G D quadra-
tū, & circulū N O, Huic demum circulo N O,circūſcribatur quadratū N O P:per 7



eiuſdē quarti. Quoniā igitur per 2 duodecim, circuli
ſe adinuicē habēt,ſicut quæ ex dimetiētibus quadrata:
ſicut igitur quadratū B G D ad quadratū N O P,ita circu
lus B C D ad circulū N O. Et uiciſſim igitur, ſicut quidē
B G D quadratum ad circulum B C D,ſic quadratū N O P
ad circulum N O : per 18 quinti. Circulus itaque B C D ,& quadratum N O P



inter idem quadratum B G D & circulũ N O sunt proportionalia: ea propter & adinuicem æqualia, per primum suppositum nuper demonstratum. Idem quoq; licet aliter concludere. quoniam circulus A B C & quadratum N O P, ad eundẽ circulum N O eandem habent rationem: nempe quæ ipsius quadrati B G D ad circulum B C D. quæ autem ad eandem eandem habent rationem, illa sunt adinuicem æqualia, per 9 quinti: igitur circulus B C D & quadratum N O P æquantur adinuicem. Dato igitur circulo B C D, datum est æquale quadratum N O P: quod faciendum proposuimus.

Confirmatio prædictæ demonstrationis ab experientia.

4 AD MAIOREM autem huiusce demonstrationis euidentiam, si libeat circuli B C D aream examinare, ex demonstrata ratione circũferentiæ ad diametrum, per doctrinam 25 capitis, & ipsius areæ quadratam extrahere radicem: probabis eandem radicem, dati quadrati N O P conuenire lateribus, & aream unius alterius areæ respondenter adæquari. Vtpote, si diuidatur dimetiens B D in 14 partes adinuicem æquales, erit per prædicta area circuli B C D 154: quorum radix quadrata $12\frac{5}{12}$, totidem partium erit quodlibet latus eiusdem quadrati N O P, atq; eiusdem area 154.

Obiectio, cũ solutionis demõstratione.

5 QVOD SI QVISPIAM DIXERIT, RECTILINAEAM QVAMVIS figuram potius, quàm circulũ N O, post quadratum B G D atq; circulum B C D fore tertium proportionale: nihilominus deducetur propositum. Data nanque figura ad quadratum reduci potest, per ultimam secundi: sit igitur quadratum R S.

Cum igitur quadratum D B G sit maius extremum, ipsum maius erit quadrato R S: & consequenter latus latere maius. Secentur igitur G T, & V X, eiusdem quadrati R S lateribus æquales: & connectatur T X, per 1 postulatum. Rectangulum igitur G X, erit medium proportionale inter quadratum B G D & quadratum R S, per demonstratum secundum suppositum: fit enim ex eorundem quadratorum lateribus. Sed B C D circulus est mediũ proportionale inter quadratum B G D, & præfatum quadratum R S. Igitur circulus B C D, & rectangulũ G X adinuicem æquãtur, per primũ suppositũ antea demonstratum. Dato itaque rectangulo G X æquale quadratũ constituatur, per ultimam eiusdem secundi: sitq; rursum N O P. Proposito igitur circulo B C D, æquale describitur quadratũ: q̃d facere oportebat.



Quadratum ex tertia proportionali figura rectilinæa post B G D quadratũ & B C D circulũ.

Alia in eãdem demõstrationẽ obiectio, cũ solutione.

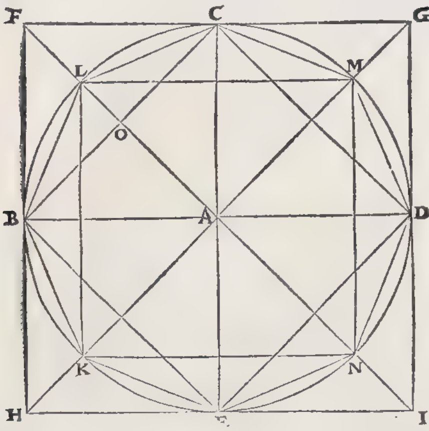
6 RVRSVM SI QVISpiam morosus, uel usque adeò rudis, negauerit quadratũ H L M (ex quo N O P quadratũ proportionaliter deducitur) fore medium proportionale inter duo quadrata, quorum unum intra

circulum

circulum B C D deſcribitur(ut E F)alterum uerò circũſcribitur eidem circulo:dabo ei figuram rectilinæam, utpote,octogonam deſcriptã intra eundem circulũ B C D, quam inter ipſa quadrata medium fore proportionale probabo.ipſum demũ octo gonum uertam in quadratũ,per ultimam ſecundi:& adimplebo reliqua,ut in præmiſſa demonſtratione.

7 QVOD AVTEM octogonum inſcriptum circulo ſit medium proportionale inter duo quadrata,quorum unum circũſcribitur, alterum uerò eidem inſcribitur circulo:ita demonſtratur. Sit datus circulus B C D E, circum A centrũ figuratus:intra quem deſcribatur quadratum B C D E, per 6 quarti, atque per 7 eiuſdem deſcribatur circa eundem circulum quadratum F G H I, ſic quidem ut circunſcripti latera,eius quod inſcribitur angulos tangant. Producantur conſequenter dimetientes F I & G H in A centro ſeſe interſecantes: diuident enim quadrãtes B C, C D, D E, & E B biſariam in punctis K,L,M,N, quod ita demonſtratur. Quoniam B A & A C latera,per circuli diffinitionẽ, ſũt adinuicem æqualia, & A F latus cõmune, baſis quoq; B F baſi F C æqualis: igitur per 8 primi,angulus B A F angulo F A C eſt æqualis. unde per 4 eiuſdem primi,ſubtenſa B L ſubtenſæ L C æquabitur:& reliquæ ſimiles reliquis ſimilibus ſimiliterq; deſcriptis. Igitur K L M N erit octogonũ æquilaterum eidem circulo inſcriptum.

Demonſtratio præcedentis ſolutionis elucidatiua.



His ita præparatis, manifeſtum eſt B C & A F ad rectos ſeſe diuidere angulos,in pũcto uidelicet O:ſunt enim dimetientes quadrati A B F C. Triangula igitur A C F & A C O,erunt inuicem æquiangula. nam angulus C A F ſit utriq; triangulo communis,& A C F angulus æqualis angulo A O C,nempe rectus recto: & reliquus igitur A C O reliquo A F C, per 32 primi eſt æqualis. Aequiangula igitur ſunt ipſa triangula A C F & A C O:& quæ circũ æquales angulos latera proportionalia,per 4 ſexti. Igitur ſicut A F ad F C, ita A C ad C O,utraq; autem A C & C F ipſi A L eſt æqualis,per circuli & quadrati diffinitiones:æquales autem ad eãdẽ eãdẽ habẽt rationẽ,& eadẽ ad æquales,per 7 quinti. Igitur ſicut A F ad A L,ita A L ad C O. Eidẽ rurſum C O æquatur A O: ſunt enim ſemidiagonales quadrati A B F C. Ergo ſicut A F ad A L, ita A L ad A O, per eandem 7 quinti.



Tres itaque baſes,utpote,A F trianguli A C F,& A L trianguli A C L,atque A O trianguli A C O, ſunt inter ſeſe proportionales. ipſa porrò triangula ſub eodem ſunt uertice:erunt itaque ueluti baſes proportionalia,per 1 ſexti. Atqui triangulum A C F eſt octaua pars quadrati F G H I, & A C L triangulũ octaua pars octogoni K L M N,atque triangulum A C O ipſius quadrati B C D E pars octaua. Partes autẽ eodẽ modo multipliciũ eandẽ rationẽ habẽt ſumptæ adinuicẽ,per 15 quinti. Ergo ſicut triãgulum



A C F ad triangulum A C L.ita quadratū F G H I ad octogonum K L M N:atq; sicut idem trian gulum A C L ad triangulum A C O,sic præfatum octogonum K L M N ad quadratum B C D E. Est igitur octogonum circulo inscriptum mediū proportionale inter duo quadrata,quorum alterum circum,reliquum uerò intra eūdem circulum describitur. Hoc autem octogonum K L M N,si fuerit intra B C D circulum descriptum, iuxta regulam Archimedis, eidem quadrato E F reperietur æquale: quod præfatæ demōstrationi maiorem fidem addere compellit.

Conclusio. HAEC IGITVR sunt,quæ de circuli quadratura in mentē nobis occurrerunt. 8 qua si quispiam Orontiomastix minimè contentus extiterit: est illi data libertas eligendi quam meliorem iudicauerit,uel ex cogitandi faciliorem,modo id suppeditet ingenium.quod tam gratum nobis sciat esse futurū,quàm gratos studiosis (in quorum gratiam omnia facimus) labores nostros futuros desideramus.

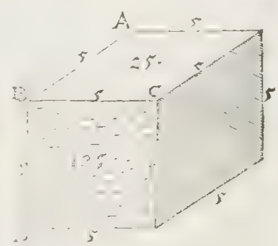
TERTIA PARS DE CORPORVM,HOC EST, SOLIDORVM DIMENSIONE.

Vt solida rectangula mensurentur. Caput.VIII.

Cubi dimensio. INTER SOLIDA PRIMVM EXAMINANDA SVNT, QVAE 1 dicuntur rectangula:atq; inter rectangula cubum. Est enim cubum, corpus sex quadratis superficiebus (instar taxilli) cōpræhensum:quod inter quinq; regularia annumeratur corpora,& ἑξάεδρον græcè dicit, sub mensuram hoc modo cadēs. Duc unā quadratarū superficierū per I numerū uigesimisecundi capitis inuentam,in latus eiusdem:& productū erit ipsius cubi magnitudo. Vel duc unum eiusdem cubi latus in sese cubicè:& eadem cubi crassitudo rursum producetur. Est enim latus ipsius cubi radix eiusdem cubica:quæ primum in sese ducta quadratum efficit,et rursum per idem quadratum multiplicata restituit cubum cuius est radix.

Cubi crassitudo quaeliter inuenitur.

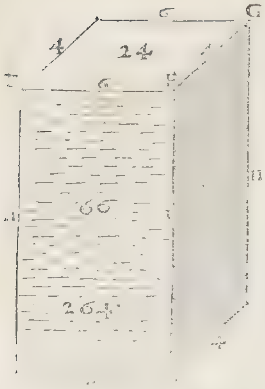
Exemplum. Esto uerbi gratia datū cubū A B C D,cuius unūquodq; latus sit pedū 5. Si duxeris itaq; A B C quadratum,quod est 25,in latus B D,5 pedū:consurgent 125. Vel ducito unū laterum in sese,utpote 5, fient 25:hæc rursum in 5 multiplica,producentur quoq; 125.totidem pedum (solidorum uelim intelligas) est dati cubi A B C D crassitudo.



Notandum. Quòd si duplicaueris 125,resultabunt 250:quorum radix cubita $6\frac{17}{9}$.totidem pedum erit latus cubi, dupli ipsius A B C D: & ita de triplo, quadruploue iudicabis.

De solidi rectanguli altera parte longioris mensura. HAVD MINVS facile metietur rectangulū solidum altera parte lōgius. Nā 2 si quā uolueris rectangularū superficierū idē solidum terminantium,in latus unū ex ijs quæ ad rectos in eadem superficiem incidūt angulos, multiplicaueris: ipsius altera parte lōgioris crassitudinē generabis. Metire igitur areā cuiuscūq; uolueris superficierū,per doctrinā uigesimisecūdi capitis,& productū duc in succedentē dimensionē:& propositū obtinebis. Sit exēpli causa solidū rectangulū altera

parte



parte lõgius E F G H,cuius latus E F ſit pedũ 6, F G uerò 4,& F H,pedũ ſit 11,atq; oppoſita ſuis oppoſitis æqualia. Duc igitur 6 in 4,fient 24:quæ multiplica per 11, cõſurgẽt 264. Vel duc 11 in 6,fiẽt 66: hæc ducito tandẽ in 4, producentur rurſum 264. Aut duc 11 in 4,proueniẽt 44:quæ multiplica per 6,reſultabũt iterũ 264. Ergo dati rectãguli ſolidi altera parte lõgioris E F G H craſſitudo,eſt pedũ ſolidorũ 264. Quod ſi eorũdem 264 cubitã acceperis radicẽ,utpote 6 $\frac{24}{9}$:ea erit latus cubi,in quod idẽ altera parte lõgius cõuertetur. Cui rurſum duplũ,triplum,quadruplumúe poteris(uti nunc expreſſimus) figurare.

Exemplum. Notandum.

3 HINC patet,quàm facile ſit rectangulum parietem,unica uel pluribus portis,atque feneſtris itidẽ rectangulis perforatum,ad liberam redigere menſuram:cuius rei unicũ addemus exemplum. Sit igitur paries orthogonus I K L M, cuius craſſitudo I K ſit trium pedum,latitudo autem K L pedum 12,& altitudo L M 11:ſitq; in eodẽ porta N O P,altitudinis 6 pedum, latitudinis uerò pedum 4. Duc igitur 12 in 3,fient 36:hæc rurſum multiplica in 11,conſurgent 396. Deinde multiplica 4 in 3,fient 12:quæ ducta in 6,producunt 72. Aufer tandem 72, à 396, relinquentur 324:totidem pedum ſolidorum eſt paries I K L M.

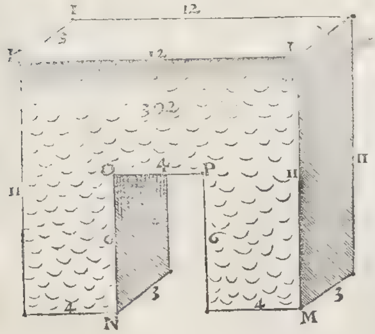
Corolarium de parietum dimẽſione. Exemplum.

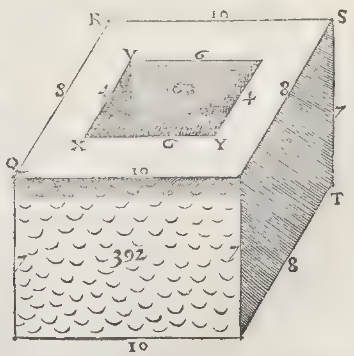
4 NEC MINVS euidens eſt,quonam ingenio ſolidum rectangulum excauatum menſuretur. Sit enim rectangulum excauatum Q R S T,cuius exterior latitudo Q R pedum 8,longitudo autem R S 10 pedum, & altitudo S T pedũ 7: intrinſecæ autẽ cõcauitatis latitudo V X pedũ 4,lõgitudo uerò X Y 6 pedũ,atque eadem quæ prius altitudo. Duc itaque primum 10 in 8, fient 80:hæc in 7, conſurgent 560. Multiplica poſtmodum 6 in 4,fient 24:hæc rurſum in 7,reſultabunt 168. Tolle 168 à 560 relinquentur 392:totidem pedum eſt ipſius rectanguli ſolidi excauati

De rectangulis excauatis.

5 Q R S T craſſitudo. Idem reſpondenter facito de cæteris. Vnde ſi examinaueris ſemel,quantum liquoris pes unus cubicus capiat:omnium uaſorum rectangulorũ poteris non minus leuiter metiri capacitatem.

Notandum.





Columnarum diffinitio.

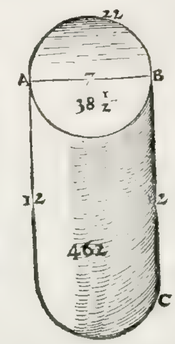
1 COLVMNAE SVNT OBLONGA CORPORA: QVAE AB AEQVAlibus basibus cõpræhẽsa, uniformis undiquaqꝫ uidẽtur esse crassitudinis. Tametsi autem colũnarum uaria, pro basium diuersitate, offendatur multitudo: eadẽ tamen uia singularũ docebimus inuestigare magnitudinem. Cum uolueris igitur, datæ cuiuscunqꝫ regularis colũnæ superficialẽ in primis obtinere quantitatẽ: duc circunferentiã basis in ipsius columnæ altitudinem, habebis enim longitudinalem datæ colũnæ superficiem. cui si utriusqꝫ basis areã adiũxeris, uniuersus eiusdẽ colũnæ colligetur ambitus. Quoties autẽ oblatæ colũnæ crassitudinẽ optaueris: ducito areã basis in præfatã colũnæ altitudinem, cõflabitur enim ipsius datæ colũnæ crassitudo, in partibus cubicis.

Regula generalis ad metiendã oẽm columnã.

De Cylindro primũ exẽplũ.

2 SIT PRIMVM oblata colũna A B G duobus circulis adinuicẽ æqualibus cõpræhensa, quæ Cylindrus proprio nomine dicitur, sitqꝫ dimetiens A B (utriusqꝫ uidelicet circuli) pedum 7, & B C ipsius Cylindri altitudo pedũ 12. Per traditionẽ itaqꝫ uigesimiquinti capitis, circũferentia basis erit 22, area uerò pedum $38\frac{1}{2}$. Duc itaqꝫ 22 in 12, fiet 164: quibus adde bis $38\frac{1}{2}$, hoc est 77, resultabunt 241. totidem pedum quadratorum est uniuersa ipsius Cylindri superficies. Quòd si duxeris $38\frac{1}{2}$ in eadẽ 12, colligetur eiusdem Cylindri A B C crassitudo: pedum quidem solidorum 462.





Exẽplum secũdum de trilatera colũna quæ prisma dicitur.

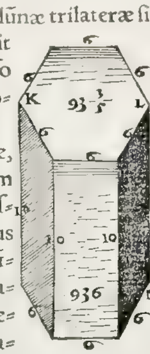
3 DETVR RVRSVM in exemplũ laterata columna D E F, duobus triangulis inuicẽ æqualibus atqꝫ æquilateris, tribusqꝫ rectangulis altera parte longioribus inter sese itidem æqualibus terminata, quæ prisma uulgò nuncupatur: sintqꝫ singula triangulorum latera pedum 6, altitudo uerò ipsius prismatis 12 pedum. Ipsius itaqꝫ trianguli æquilateri area erit per decimũnonũ caput $15\frac{3}{5}$: ambitus autẽ 18. Duc itaqꝫ primũ 18 in 12, fient 216: quibus adde bis $15\frac{3}{5}$, utpote $31\frac{1}{5}$, cõsurgent $247\frac{1}{5}$. totidẽ pedũ quadratorũ est uniuersus eiusdẽ prismatis ambitus. Si aũt duxeris $15\frac{3}{5}$ in ipsa 12, producẽtur $187\frac{1}{5}$: tãta est igit̃ crassitudo ipsius colũnæ trilateræ siue prismatis D E F.

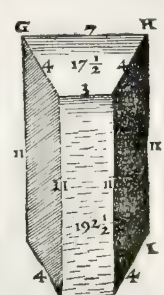
De rectangula columna.

4 QVADRANGVLA porrò colũna, si fuerit undiquaqꝫ rectãgula nõ aliter metietur, quàm solidum altera parte lõgius: quemadmodum proximo docuimus capite.

At si bases eiusdẽ fuerint irregulares, utpote, trapezia, inuẽta basis area, per uigesimũtertium caput, absoluẽda sunt reliqua, ueluti nũc expressimus. Vt sit datũ prisma trapeziũ G H I, cuius bases sĩt trapezia adinuicẽ æqualia isoscelia nũcupata: quorũ æqualia latera pedũ 4, minimũ latus 3 pedũ, & maximũ pedũ 7, altitudo uerò pedum 11. Erit igitur area trapezij, per idẽ 23 caput $17\frac{1}{2}$: ambitus uerò 18. Duc itaqꝫ 18 in 11, cõsurgent 198: quibus adde bis $17\frac{1}{2}$, resultabit uniuersa prismatis superficies pedum 233. Quòd si duxeris $17\frac{1}{2}$ in eadem 11, fient $192\frac{1}{2}$: totidem pedum est ipsius prismatis G H I crassitudo.

Exemplũ tertiũ de prismate trapezio.





Libet

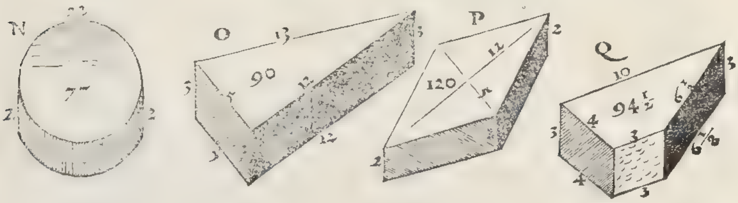
5 LIBET TANDEM in maiorem reliquarum multangularum columnarū dimensionis elucidationem, hexagonam K L M examinare: cuius altitudo 10 pedum, utriusqȝ autem hexagoni latera pedum 6. Erit ergo circunferentia 36, area uerò $93\frac{1}{5}$: per doctrinam uigesimiquarti capitis antecedentis. Duc igitur primum 36 in 10, fient 360: quibus adde bis $93\frac{1}{5}$, hoc est $187\frac{1}{5}$, resultabunt $547\frac{1}{5}$, uniuersa superficiei continentia. Multiplica rursum $93\frac{1}{5}$ per ipsa 10 altitudinis, consurgent 936: totidem pedum solidorum est crassitudo. Idem respondenter facito de cæteris quibuscūqȝ similibus. Nec mireris oportet, si plærumqȝ numerus pedum superficialium, excedit numerū pedum ipsius crassitudinis: in quolibet enim pede cubico sunt 6 pedes quadrati.

De colūna hexigona exemplum quartū.

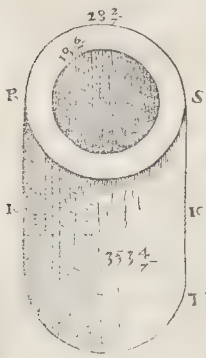
Notandum.

6 EX HIS PRIMVM colligitur, diuersorum solidorum mensura, quæ supradictarum & similium columnarum partes esse uidentur: cuiusmodi est subscripta figura molaris N, Cuneus O, Rhombus P, atqȝ trapezium solidum Q: & similia solida uniformem undiquaqȝ sortita altitudinē. Inuentis enim areis basium, per antecedentia capita secundæ partis, si per datam multiplicētur altitudinem, prodibit eorundem solidorum magnitudo. Neqȝ opus est pro quolibet huiuscemodi solido, peculiare tradere documentum: cum in infinitam diuersitatis perducantur multitudinem, & præmissa regula generalis uideatur omnibus facere satis.

1. corolarium de fragmentis colūnarū dimetiendis.



7 FIT ETIAM MANIFESTVM, qualiter excauatæ columnæ sub mensurā cadant. Inuēta nanque totius corporis (acsi solidum foret) crassitudine, deinde intrinsecæ concauitatis capacitate: si hæc tollatur ab illa, relinquetur optata corporis excauati magnitudo. Sit in exemplum Cylindrus excauatus R S T, cuius altitudo pedum 10, exterioris circuli diameter 9 pedum, interioris autem pedum 6. Circunferentia itaque maioris circuli erit $28\frac{2}{7}$, area uerò $63\frac{9}{14}$: minoris autem circuli area $28\frac{2}{7}$, circunferentia uerò $18\frac{6}{7}$. Duc igitur primū $63\frac{9}{14}$ in 10, fiet uniuersa crassitudo, pedum quidem $636\frac{3}{7}$. Duc consequenter $28\frac{2}{7}$ in ipsa 10, consurgent $282\frac{6}{7}$: hæc tolle à $636\frac{3}{7}$. relinquentur $353\frac{4}{7}$, totidem pedum est orbicularis eiusdem excauati cylindri crassitudo. Vel (si uolueris) aufer $28\frac{2}{7}$ a $63\frac{9}{14}$: & residuum (quod est basis orbicularis) multiplica in 10, nam idem redibit numerus $353\frac{4}{7}$.



2. corolariū de columnis excauatis.

Exemplum.

8 TANDEM elicere potes, quanta sit regularium quorūcunque uasorum capacitas. Area nanque fundi siue basis intrinseca, in altitudinem seu profunditatem multiplicata: contenti liquoris quantitatem ostendet.

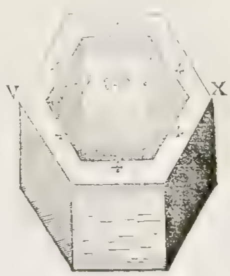
3. corolariū de regulariū uasorū capacitate.

Oportet

Oportet igitur primum agnoscere, quantum liquoris uni pedi cubo respōdeat.

Exemplum.

Supponamus in exemplum pedem cubicum contine-re liquoris 4 quartas, ad dati loci mēsurā: sitq; uas laterati hexagonæ figuræ V X, cuius & fundi & orificij singula latera sint 4 pedū, profunditatis autem longitudo, siue altitudo laterum, pedum 5.



Erit igitur area fundi 42, per doctrinam XXIIII capitis. Duc itaque primum 42 in 5, fiēt 210: totidem pedum cubicorum est dati uasis capacitas. Atqui pedem cubum, 4 liquoris capere quartas supposuimus: duc ergo rursum 210 in 4, consurgent 840. concludēdum igitur, datum uas continere quartas liquoris præassumptas 840. Ita censeto, ac facito de cæteris.

Notandum.

In huiusmodi igitur, atq; similium uasorum capacitatis dimensionem, fabricabis tibi uas parallelogrammum rectangulum ex quinq; quadratis & pedalibus planis adinuicem cōnexis, congruentis ad hoc materiæ resultans: in quod infundes quantum liquoris capere poterit, ad tui loci mensuram, obseruatis eiusdem assumptæ mensuræ aliquotis partibus, etiam quantumcunq; minutis. Cuius examinatam capacitatem, in sempiternum usum obseruabis.

Qualiter pyramides sub mensuram cadant, *Caput XXX.*

Regula generalis [illegible] altitudinem regularis pyramidis dimetiendam.

1 SINGVLAE PYRAMIDES, QVAE REGVLARIVM VIDElicet sunt basium atque laterum, uno eodémque modo dimetiuntur. Si nanq; duxeris aream basis datæ cuiuscunq; regularis pyramidis, in tertiam altitudinis partem: conflabitur ipsius datæ pyramidis crassitudo. Vel duc aream ipsam basis, in totam pyramidis altitudinem, & producti cape tertiam partem. omnis enim pyramis laterata est suæ columnæ siue prismatis eandem basim & altitudinem æquam habentis pars tertia, per corolarium 7 duodecimi: necnon rotunda pyramis (quæ conus propriè uocitatur) cylindri pars itidem tertia, eandem basim & æquale fastigium cum ipso cono possidentis, per 10 eiusdem duodecimi elementorum Euclidis.

Pyramidis altitudo qualiter inuenatur.

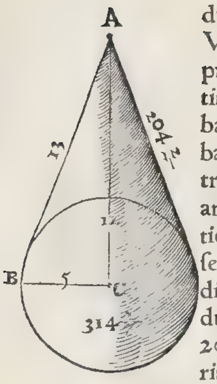
2 Reliquum est igitur, ostendere qualiter ipsius pyramidis regularis inueniatur altitudo: hoc est, recta à cono seu uertice pyramidis in basim perpēdiculariter demissa. hoc autem ita facies: duc pendulum ipsius pyramidis latus in sese, & productum serua numerum. deinde multiplica semidiametrum circuli basi circunscripti itidem per sese, & productum aufer à prius obseruato numero, residuiq; tandē numeri quadratam extrahe radicem: nam ea erit optata pyramidis altitudo.

1. exēplum de rotunda pyramide, siue cono.

3 SIT PRIMVM conus A B C, à cuius uertice A in circunferentiam basis comprehensa longitudo A B, sit 13 pedum: semidiameter autem B C, ipsius uidelicet basis sit pedum 5. Oportet igitur primum inuenire rectam A C. Duc itaque 13 in sese, fient 169: deinde 5 per sese multiplica, fient 25. Aufer 25 à 169, relinquētur 144: quorū radix 12. totidē pedū est perpēdicularis A C. quoniā per 47 primi elemētorū Euclidis, quadratum quod ex A B, æquum est duobus quadratis, quæ ex A C atq; C B. Area porrò circuli B C, hoc est basis, est 78 $\frac{4}{7}$, eiusq; circūferētia 31 $\frac{3}{7}$: per uigesimūquintum caput huius libri. Duc igitur tandē 78 $\frac{4}{7}$

in 12,

4



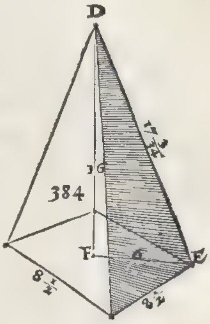
in 12 conſurgent 942 $\frac{6}{7}$:quorũ tertia pars 314 $\frac{2}{7}$.totidẽ pedũ cubicorũ eſt craſſitudo coni,ſeu rotũdæ pyramidis A B C. Vel duc eadem 78 $\frac{4}{7}$ in 4,hoc eſt,tertiam partẽ ipſorum 12: proueniẽt rurſum 314 $\frac{2}{7}$. Si uolueris autem conoidam obtinere ſuperficiem:duc A B latus in dimidium circunferentiæ baſis,& productum conicam indicabit ſuperficiem, Vel duc baſim in idem latus A B,& productũ diuide per ſemidiametrum B C:exibit enim præfata coni ſuperficies. cui ſi iunxeris aream baſis,uniuerſa coni ſuperficies reſultabit. Quam rationem enim habet ſemidiameter baſis ad latus ipſius coni,eã ſeruat ipſa baſis ad conoidam ſuperficiem. Duc ergo primũ dimidium ipſorum 31 $\frac{3}{7}$,hoc eſt,15 $\frac{5}{7}$ in 13:fient 204 $\frac{2}{7}$. Vel duc 78 $\frac{4}{7}$ in 13,fient 1021 $\frac{1}{7}$: quæ diuiſa per 5, dant rurſum 204 $\frac{2}{7}$.totidem pedum eſt conoida ſuperficies:cui ſi iunxeris 78 $\frac{4}{7}$,colligetur uniuerſus ambitus 282 $\frac{6}{7}$,

De coni ſuperficie menſurãda.

5

SIT RVRSVM pyramis quadrilatera D E F,cuius ſingula baſis latera pedũ 8 $\frac{1}{2}$,& à uertice D ad baſis angulos decidens longitudo 17 $\frac{1}{34}$,ſemidiagonius autẽ ipſius baſis pedũ 6. Area itaqꝫ baſis,per XXII caput,erit 72:perpẽdicularis uerò D F,hoc eſt, pyramidis altitudo pedum 16.nã ſi duxeris 6 in ſeſe,fiẽt 36: & 17 $\frac{1}{34}$ in ſeſe,producẽt 292.à quibus ſi dẽpſeris 36,relinquentur 256:quorũ radix quadrata 16. Duc igitur 72 in tertiam partem ipſorum 16,hoc eſt,in 5 $\frac{1}{3}$:conſurgẽt 384. Aut ſi uelis,ducito eadem 72 in 16,producẽtur 1152: quorũ pars tertia fit rurſum 384, Cõcludendũ ergo,datæ pyramidis D E F craſſitudinem cõtinere pedes cubos 384.

2.exẽplum de quadrilatera pyramide.

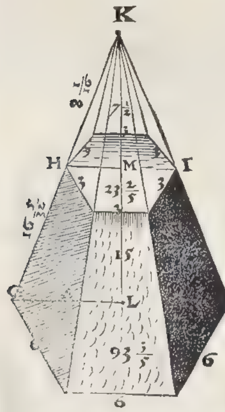


Superficies autem lateratarum pyramidum,ex particularium ſuperficierum adinuẽtis & inuicem compoſitis areis facile iudicatur.

6

QVÒD SI DATA pyramis fuerit curta,hoc eſt,imperfecta,à plano baſi eiuſdẽ pyramidis ſimili atqꝫ parallelo truncata:uolueris autẽ ſcire,quãta ſit eius craſſitudo,ita facito, Producãtur ipſius pyramidis latera in rectũ & cõtinuũ,quouſqꝫ ad eundẽ cõueniant uerticẽ. Menſuretur deinde uniuerſa pyramis,per nũc expreſſam regulã generalẽ:necnõ pyramis particularis à uertice eiuſdẽ curtæ pyramidis ad cõmunẽ uſqꝫ concurſum depræhenſa, Subtrahatur poſtmodum craſſitudo minoris à totius pyramidis craſſitudine: quod enim relinquetur,trũcatæ pyramidis magnitudinem oſtendet.

De pyramide truncata quæ curta dicitur.



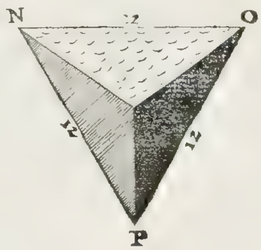
Detur,exẽpli cauſa,pyramis hexagona imperfecta G H I, duobus æquiãgulis itidẽ hexagonis,atqꝫ ſex trapezijs iſoſcelijs terminata:cuius ſingula baſis latera ſint pedũ 6, ſuperioris autem,hoc eſt,minoris hexagoni latera 3 pedum. Adplicata igĩ regula in lõgũ rectũqꝫ duorũ quorũuis oppoſitorũ laterũ,fiat cõcurſus abſolutæ pyramidis in pũcto K:ſitqꝫ latus G K pedum 16 $\frac{5}{32}$,H K uerò 8 $\frac{1}{16}$. Erit ergo perpendicularis K L pedum 15,K M autem 7 $\frac{1}{2}$.item area baſis uniuerſæ pyramidis erit pedum 93 $\frac{3}{5}$:ſuperioris autem hexagoni H I,23 $\frac{2}{5}$. Vnde per ea quæ ſupra diximus

Exemplum.

supra diximus, totalis pyramidis crassitudo, erit pedum solidorũ 468: minoris autem pyramidis, hoc est, complementi H K I crassitudo, $58\frac{1}{3}$. Igitur si subduxeris $58\frac{1}{3}$ de 468, relinquetur $409\frac{2}{3}$: totidem pedum cubicorum est oblatæ pyramidis imperfectæ crassitudo.

Corolariũ de pyramide regulari quæ tetraedron dicitur.

EX HIS ITAQVE relinquitur euidẽs, quonã modo corpus regulare τετράεδρον appellatũ mẽsuretur: utpote, cũ sit pyramis æquilatera quatuor æquiangulis triãgulis terminata, cuiusmodi est obiecta figura solida N O P, Cuius quidem pyramidis N O P, si singula latera fuerint in exẽplum 12 pedum, & semidiameter circuli cuiuis triangulorum circũscripti pedum 7: erit perpendicularis à quolibet angulo in oppositum latus incidens $9\frac{7}{9}$, area uerò cuiuslibet trianguli æquilateri $62\frac{2}{5}$. Vnde crassitudo pyramidis ex prædictis colligetur pedum cubicorum 203 & $\frac{7}{45}$, quæ ferè ualent unũ pedis sextũ. Satis ergo de pyramidibus. 7



Vt sphæra eiusque partes mensurentur. Caput XXXI.

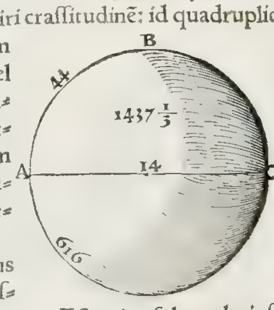
SPHAERA QVINQVE REGVLARIVM CORPORVM COMmune uidetur esse receptaculũ: utpote, intra quã ipsa quinq; regularia describantur corpora. Cadit autẽ sphæra sub mensurã dupliciter: aut enim ipsa tantũmodo superficies inuestigatur, uel uniuersa crassitudo disquiritur. Primũ itaq; sic absoluito. Duc sphæræ diametrũ, in circũferentiã maximi circuli eiusdẽ sphæræ: quod enim producetur superficialẽ datæ sphæræ magnitudinẽ ostẽdet. Sphærica nãq; superficies est æqualis circulo, cuius diameter duplus est diametri maximi circuli in eadẽ sphæra descripti. Vel ducito areã ipsius maximi circuli per 4: & idẽ obtinebis. Quoniã ipsa sphæræ superficies quadrupla est areæ maximi eiusdẽ sphæræ circuli. Sit exempli gratia, succedens sphærica repræsentatio A B C, cuius axis B C, hoc est, dimetiẽs maximi circuli in eadem sphæra descripti sit 14 pedũ. Ergo per antecedẽs 25 caput, circũferentia maximi in eadem sphæra circuli erit pedum 44, area uerò 154. Duc itaque 44, in 14: producẽtur 616, uel multiplica 154, per 4: & idem numerus 616 resultabit. totidẽ ergo pedum quadratorum, est ipsius datæ sphæræ A B C terminatiua superficies. 1

Duc sphæræ [illegible] superficiem.

Exemplum.

Sphæræ crassitudinem [illegible] mensurare.

CVM AVTEM uolueris eiusdem sphæræ metiri crassitudinẽ: id quadruplici poteris absoluere modo. Primo, duc superficialem sphæræ continentiã, in sextam partem diametri. Vel tertiam partẽ superficiei in semidiametrum. Multiplicaue areã maximi circuli, in totũ sphæræ diametrum: & producti accipe duo tertia. Nam secundum Archimedem, cylindrus cuius basis maximus circulus, altitudo uerò diameter sphæræ, ad ipsam sphæram sesqualteram uidetur obseruare rationem. 2



Quarto, idem habebis si mensus fueris conũ, cuius basis maximus sphæræ circulus, altitudo uerò eiusdẽ sphæræ semidiameter, & productũ quadruplaueris: Est enim sphæra huiusmodi coni quadrupla. Vt in præassumpto nuper exẽplo. Duc 616 in $2\frac{1}{3}$ (sunt enim sexta pars ipsorum 14 dati nunc diametri) producentur $1437\frac{1}{3}$. Vel duc

Exemplũ prædictorum.

$215\frac{1}{3}$

205 $\frac{1}{3}$ (quæ ſunt tertia pars ipſorum 616 inuentæ ſuperficiei) in 7 ſemidiametri: cōſurgent rurſum 1437 $\frac{1}{3}$, Quòd ſi multiplicaueris 154 in 14, reſultabūt 2156: quorum duo tertia faciunt eadem 1437 $\frac{1}{3}$. Aut deniqꝫ ſi duxeris 154 in 2 $\frac{1}{3}$ (hoc eſt, tertiā ſemidiametri partem) fiet coni magnitudo 359 $\frac{1}{3}$: quæ quadruplata cōficiūt rurſum 1437 $\frac{1}{3}$. Igitur datæ ſphæræ craſſitudo, ubiqꝫ reperitur 1437 $\frac{1}{3}$.

3 HINC FACILE colligitur, ipſius dimidiæ ſphæræ tam ſuperficialis, q̄ etiam craſſa magnitudo: nam ſi utriuſqꝫ dimidium acceperis, propoſitum obtinebis.

Hoc etiam ita poteris inuenire. Duc circunferentiam maximi circuli, in datæ ſphæræ ſemidiametrum. Aut multiplica aream eiuſdem maximi circuli per 2: & hemiſphærica naſcetur ſuperficies. Vt ſint omnia, ut in accepto nuper exemplo. Duc igitur 44 in 7, aut multiplica 154 per 2: fient enim utrobiqꝫ 308, quæ ſunt dimidium ipſorum 616. quibus ſi addideris 154, conſurgurget uniuerſa dimidiæ ſphæræ ſuperficies, pedum 462.

Vt hemiſphærica ſupficies inueniatur.

Exemplum.

4 VT HABEAS autem hemiſphærij craſſitudinem: duc hemiſphæricā ſuperficiem in unum ſextum ſemidiametri. Vel tertiam partē eiuſdem hemiſphæricæ ſuperficiei, in ſemidiametrum. Aut duc aream maximi circuli in eundem ſemidiametrum: & producti ſume duo tertia. Vel deniqꝫ multiplica aream eiuſdē maximi circuli in unum ſemidiametri tertium: & productū duplica. ſemper enim redibit media ſphæræ craſſitudo. Repetantur in exemplum ſingula uti primū diſpoſita. Duc igitur 308 in 2 $\frac{1}{3}$, fient 718 $\frac{2}{3}$. Vel multiplica 102 $\frac{2}{3}$ (quæ ſunt unum tertium hemiſphæricæ ſuperficiei) in 7 ſemidiametri, colligentur rurſum 718 $\frac{2}{3}$, Aut ducito 154 in eadem 7, fient 1078: quorum duo tertia conficiunt itidē 718 $\frac{2}{3}$. Quòd ſi duxeris 154 in 2 $\frac{1}{3}$, fiet conus continēs 359 $\frac{1}{3}$: quæ duplata reſtituunt iterum 718 $\frac{2}{3}$. Tanta igitur eſt hemiſphærica craſſitudo: ſunt enim 718 $\frac{2}{3}$ dimidium ipſorum 1437 $\frac{1}{3}$.

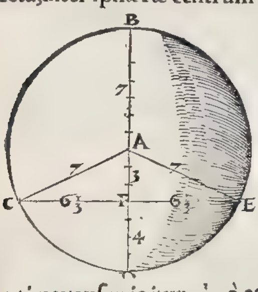
Qualiter hemiſphærij reperiatur craſſitudo.

Exemplum.

5 PORRO cum ſectorem, uel utranqꝫ ſphæræ ſectionem, minorem ſcilicet aut maiorē hemiſphærica, metiri uolueris: ita facito, Sit maximus in data ſphæra circulus B C D E, cuius centrum A, dimetiens B D: ſitqꝫ recta C E, diſpecens ad rectos angulos dimetientem B D in puncto F, diameter circuli minoris, cuius planum ſecet ſphæram in binas & inæquales ſectiones, maiorem quidē hemiſphærica C B E, & E D C minorem. connectantur quoqꝫ ſemidiametri A C & A E. Ad habēdam in primis gibberoſam utriuſqꝫ ſectionis ſuperficiē, uide quam rationē habeat A F recta, inter ſphæræ centrum & ſectionem eiuſdem circuli minoris cum dimetiēte B D compræhenſa, ad A B uel A D ſemidiametrum. & in eadem ratione tolle partem proportionalē hemiſphæricæ ſuperficiei: relinquetur enim ſuperficies ſegmenti minoris, cuius arcus C D E, uertex autem D. Quòd ſi eandem partem proportionalem eidem hemiſphæricæ ſuperficiei adiunxeris: reſultabit ſuperficies ipſius maioris ſegmenti, cuius arcus C B E, uertex autem B. Supponatur in exemplū dimetiens ſphæræ, hoc eſt, B D, pedum 14, A F 3, & F D 4: & reliqua uti ſupra. Quoniam igitur 3 ſunt tres ſemidiametri ſeptimæ: aufer igitur $\frac{3}{7}$ à 308, utpote 132, relinquentur 176. totidem pedum eſt ipſius minoris ſectionis C D E arcuata ſuperficies. Adde rurſum 132, hoc eſt, $\frac{3}{7}$ ipſorum 308, eiſdem 308: cōſurgent 440, quod uidelicet pedum eſt ipſius maioris

De ſectionibus atqꝫ ſectoribus ſphæræ.

Vtriuſqꝫ ſectionis ſuperficies qualiter habeatur.



Exemplum.

Data ſectione alterius altitudinẽ cõcludere.

ſectionis C B E gibberoſa ſuperficies. Quòd ſi habueris altitudinẽ B F, ignoraueris autem F D: duc C F uel F E in ſeſe (ſunt enim æquales, per 3 tertij elementorum Euclidis) & productum deuide per eandem B F, & habebis F D. Et uerſa uice, ſi idẽ productum diuiſeris per D F: generabitur F B. Exempli gratia, ex 47 primi eorũdem elemẽtorum, C F, uel F E erit pedum 6 $\frac{1}{3}$: hæc in ſeſe faciunt 40. diuide igitur 40 per 4, fient 10: quot pedum eſt B F. Vel partire eadem 4 per 10, prouenīẽt 4: quotam ſuppoſuimus F D. Data igitur alterutrius ſectionis altitudine, per eandem alterius habetur altitudo.

Vtriuſq; ſectionis craſſitudo quonammodo ſupputanda.

6 CRASSITIES autem prædictarum ſectionũ, ita colligitur. Duc inuentam utriuſq; ſectionis ſuperficiem in ſextam ipſius diametri partem: uel tertiam partem utriuſq; ſuperficiei in ſemidiametrum. fiet enim altero duorum modorum, ſector ſphæræ: maior quidem A C B E, minor uerò E A C D. Vnde ſi iũxeris conũ A C E, habẽs pro baſi præfatum minorem circulum, cuius diameter C E, altitudinẽ uerò A F, ipſi ſectori A C B E: reſultabit ſectio maior C B E. aut ſi eũdem conũ A C E dempſeris à ſectore A C D E, minoris ſectionis C D E craſſitudo relinquetur.

Exemplum.

Metire itaque primum conum A C E, quemadmodum xxx docuimus capite: is autem erit pedum 126, & præterea $\frac{4}{63}$, quæ ualent ferè $\frac{1}{16}$. Duc poſtmodum 176 in 2 $\frac{1}{3}$, uel 58 $\frac{2}{3}$ (quæ ſunt tertia pars de 176) in 7: colligentur utrobiq; 410 $\frac{2}{3}$. totidem pedum eſt ſector A C D E. Rurſum multiplica 440 in 2 $\frac{1}{3}$, uel 146 $\frac{2}{3}$ (quæ ſunt $\frac{1}{3}$ eorũdem 440) in eadem 7: fient ex utraque multiplicatione 1026 $\frac{2}{3}$. totidem pedum eſt ſector A C B E. Cui ſi iunxeris 126 $\frac{4}{63}$: reſultabit ſectio maior C B E, pedum quidem 1152 $\frac{46}{63}$. Vel eadem 126 $\frac{4}{63}$, ſi abſtuleris à 410 $\frac{2}{3}$: relinquetur ſectio minor C D E, pedum quidem 284 & $\frac{18}{63}$. In quorũ omnium fidem, ſi compoſueris utrũq; ſectorem, hoc eſt, 1026 $\frac{2}{3}$, & 410 $\frac{2}{3}$: uel utrãq; ſectionem, utpote, 1152 $\frac{46}{63}$ & 284 $\frac{18}{63}$ ſimul collegeris: nuper inuenta ſphæræ craſſitudo 1437 $\frac{1}{3}$, utrobique reſultabit.

De cæterorum regularium corporum dimenſione. *Caput* XXXII.

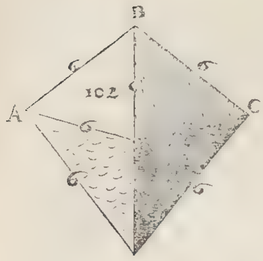
1 PATVIT EX PROXIME DESCRIPTIS CAPITIBVS, qualiter Tetrahedrum ex 4 æquiangulis triangulis compoſitum corpus, & hexahedrum ſiue cubum ſex quadratis compræhenſum, inter quinque regularia metiantur corpora. Reliquum eſt tandem oſtendere, cæterorum trium, utpote, Octahedri, Icoſahedri, & Dodecahedri quantitatem.

5. regularia corpora.

Hæc enim quinque regularia uocitantur corpora: propterea quòd & areis & lateribus claudãtur æqualibus, & intra eãdem ſphæram ſola deſcribantur. Octahedrum enim, 8 triangulis æquilateris & inuicem æqualibus clauditur, Icoſahedrũ 20: ſed dodecahedrum 12 pentagonis itidem æqualibus & æquilateris terminatur.

Octahedri menſura.

2 SIT IGITVR PRIMVM oblatum octahedrum A B C. Huius ſi uelis habere craſſitudinem, duc unum laterum in ſeſe, & productum multiplica rurſum per diametrum ipſius octahedri, conſurgentis demum numeri accipe tertiam partem: nam ea propoſitam craſſitudinem oſtendet. Fit enim hoc modo columna laterata, tripla ipſius octahedri corporis. Vt habeas autem diametrum, duc unũ latus in ſeſe, & productum duplica. adgregati demum quadratam extrahe radicem: quoniam per 47 primi, ipſa radix erit diameter optatus.



Sint in exemplum singula ipsius octahedri A B C latera pedum 6. Duc igitur 6 in sese, fient 36: hæc dupla, consurgent 72, quorum radix $8\frac{1}{2}$. totidem pedum est diameter ipsius octahedri. Multiplica tandem 36 in $8\frac{1}{2}$, resultabunt 306: quorum tertia pars 102. totidem pedum solidorum est dati octahedri crassitudo. Quod si acceperis aream unius basis triangularis, & eam per 8 multiplicaueris: uniuersa eiusdem octahedri superficies colligetur.

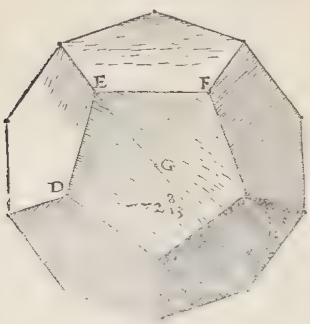
Exemplum.

3

DODECAHEDRI autē magnitudo, in hunc modum inuestigatur. Metire unam 12 pyramidum, per trigesimum caput, & ipsius pyramidis quātitatem multiplicato per 12: habebis enim ipsius dodecahedri crassitudinem. Quoniam dodecahedrum diuisibile est in 12 pyramides adinuicem æquales: quarum bases sunt ipsa 12 pentagona dodecahedrum terminantia, uertices autem ad centrum eiusdem dodecahedri conueniunt.

De metiēda dodecahedri crassitudine.

Ad metiandam porrò unam dictarum pyramidum, necessarius est eiusdem pyramidis axis: quem tali uenaberis arte. Duc subtendentem unum angulorum ipsius pentagoni in sese, & productum multiplica per 3, consurgētis inde numeri quadratam accipe radicem: erit enim diameter cubi, super quod dodecahedrū fabricatur. Huius autem diametri, siue radicis dimidium duc in sese, & à producto tolle quadratum semidiametri circuli circa idem pētagonum descripti residui, tandem quadratam extrahe radicem: nam ea erit axis, siue altitudo cuiuslibet pentagonæ pyramidis. Semidiametrum porrò circuli circa datum pentagonum descripti, respondenter obtinebis: si duxeris latus decagoni intra eundem circulum descripti in sese, & productum abstuleris à quadrato lateris ipsius pentagoni, & residui quadratam acceperis radicem. Vel inuento pentagoni centro, recta ab eodem centro in quemuis angulum pentagoni idem leuius ostendet.



Sit in exemplum dodecahedrum cuius una basium D E F pentagonus, singula uerò latera pedum $4\frac{2}{3}$, subtendens autē angulum D E F. utpote, recta D F pedum $7\frac{1}{5}$, semidiameter tandem circuli circa datum pentagonum descripti pedum 4. Duc igitur primum $7\frac{3}{5}$ in sese, fient $57\frac{2}{5}$. hæc triplata cōficiunt $172\frac{1}{5}$: quorum radix (quæ est axis cubi, super quod datum fabricatum est dodecahedrum) $13\frac{8}{65}$, & dimidium huiusce radicis $6\frac{73}{130}$.

Exemplum.

Duc rursum $6\frac{73}{130}$ in sese, fiēt $42\frac{49}{65}$: à quibus tolle quadratū semidiametri E G, utpote 16, relinquentur $26\frac{48}{65}$. horū radix $5\frac{111}{650}$: tanta est altitudo, uel axis cuiuslibet pyramidis. Area uerò pentagoni D E F, ex uigesimoquarto capite colligitur pedū $37\frac{1}{3}$. hæc ducta in $5\frac{111}{650}$ faciunt $193\frac{306}{1950}$, quorum tertia pars 64 & $\frac{5}{13}$ ferè (deest enim tantumodo $\frac{1}{975}$) totidem pedum solidorum est ipsius pyramidis pentagonæ crassitudo. Ergo $64\frac{5}{13}$ tandē multiplicata per 12, collectim efficiēt uniuersam dodecahedri magnitudinem, pedum quidem cubicorum $772\frac{8}{13}$.

Icosahedrū seu corpus 20 basiū qualiter metiatur.

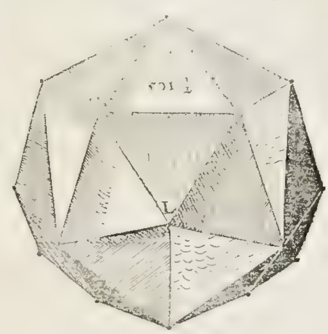
SI DENIQVE Icosahedrum metiri uolueris, inuenito primum rectam, ex totius corporis cētro in basium quamlibet perpendicularem, utpote, quæ singularum pyramidum (ex quibus uniuersum corpus integratur) determinat altitudinem. Accipito postmodum unius pyramidis quātitatem, iuxta doctrinam XXX capitis, eamq́ʒ per 20 multiplicato: consurget enim totius icosahedri corporis magnitudo. Nam icosahedrum componitur ex 20 pyramidibus trilateris & adinuicem æqualibus, quarum uertex communis est ipsius icosahedri centrum.

Reperitur autem axis siue altitudo cuiusuis dictarum pyramidum, in hunc modum. Notabis in primis singula basium latera pentagoni intra circulū descripti. Dato autem latere pentagoni, datur & decagoni latus intra eūdem circulum descripti: utpote, recta subtendens dimidium arcum ipsius pentagoni.

Metire igitur latus unius triangularium basiū dati icosahedri, & ipsum latus duc in sese, à productoq́ʒ tolle quadratū lateris decagoni: relinquetur enim quadratū semidiametri circuli idē pentagonū circūscripti. Quòd si lateri decagoni addideris mediā partē semidiametri circuli datū pentagonū circūscripti (extracta radice nuper inuenti quadrati eiusdē semidiametri) cōsurget axis, siue altitudo cuiuslibet trigonæ pyramidis.

Exemplum.

Sit corpus 20 basium triangularium H I L, cuius singula latera pedum 6: qualium autem partiū latus pentagoni fuerit 6, decagoni latus sit $3 \frac{1}{8}$. Duc igitur 6 in sese, fient 36: & $3 \frac{1}{8}$ in sese, producentur $9 \frac{3}{4}$. hæc tolle à 36, relinquentur $26 \frac{1}{4}$: quorum radix $5 \frac{1}{8}$. tantus est semidiameter circuli idem pētagonum atq́ʒ decagonum circumscripti. Adde consequenter ipsi lateri decagoni, utpote $3 \frac{1}{8}$, dimidium iuuenti semidiametri, scilicet $2 \frac{9}{16}$, cōsurgent $5 \frac{11}{16}$. totidē pedū est altitudo, siue axis datæ cuiuslibet trigonæ pyramidis ipsius icosahedri. Area porro trianguli cuius singula latera pedum 6, per antecedens XIX caput est $15 \frac{3}{5}$. hæc in $5 \frac{11}{16}$, faciunt $88 \frac{116}{163}$: quorū tertia pars $29 \frac{27}{40}$. tanta est unius trigonæ pyramidis crassitudo. Duc igitur tandē $29 \frac{27}{40}$ in 20, consurget uniuersa crassitudo corporis icosahedri, pedum quidem cubicorum $591 \frac{1}{2}$.



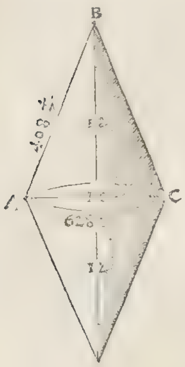
De Rhombo, Rhomboide, cæterisque solidis irregularibus, atque de uasis uinarii (quod dolium uocant) capacitate. Caput XXXIII.

Rhombi solidi cuius ... qualiter obtineatur.

SVNT PRAETEREA quædā solida, in Rhombi atque Rhōboidis figuram redacta: quorū dimensionē ex prædictis colligere, haud obscurum est. Cum igitur Rhombi solidi uolueris agnoscere quantitatē, metire utriusq́ʒ coni aut pyarmidis quantitatem, & productam utriusq́ʒ mēsuram in unū compone: resultabit enim dati rhōbi magnitudo. Cōficitur nāq́ʒ rhōbus solidus ex duobus conis, ex duabusúe lateratis pyramidibus ad eandē basim conuenientibus: quorū dimensio XXX capite tradita est.

Sit tamen in maiorem singulorum elucidationem Rhombus solidus A B C, ex duobus conis integratus, quorum altitudo pedum 12, basis autem circulus, cuius semidiameter

ſemidiameter A C pedum 10. Igitur ex præfato trigeſimo capite utriuſque coni magnitudo elicitur pedum ſolidorum 314 $\frac{2}{7}$: hæc igitur duplica, fient 628 $\frac{4}{7}$. tanta erit uniuerſa rhombi craſſitudo. Vtriuſque præterea coni ſuperficies, ex eodem trigeſimo capite colligitur pedum quadratorum 204 $\frac{2}{7}$: hæc rurſum bis ſumpta conficiunt 408 $\frac{4}{7}$. tanta eſt igitur uniuerſa dati rhombi ſuperficies. Nec aliter menſurabis rhombum ſolidum ex duobus conis inæqualibus, duabuſue quibuſcunque lateratis pyramidibus, aut æqualibus inter ſeſe, uel inæqualibus compoſitum: ſemper enim ex utriuſque pyramidis ſimul adgregata menſura, ipſius rhombi magnitudo reſultabit,

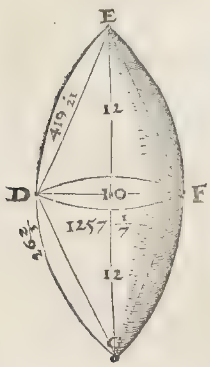


Exemplum de ſuperficie rhombi.

2 EST ET RHOMBI figura curuilinæa, quam oualem poſſumus haud indecenter appellare: quæ ſub dimentionem alio uidetur incidere modo.

De rhombi oualis curuilinæi quantitate.

Sit datus rhombus oualis curuilinæus D E F G, cuius maior axis E G, minor autem D F cum priori orthogonalis. Planum igitur circuli, cuius dimetiens recta D F, diuidet ipſum rhombum bifariam. conus autem, cuius baſis circulus D F, uertex E, ſubduplus eſt (per Archimedem in libro de ſphæroidalibus & conoidalibus) ipſius dimidij rhombi curuilinæi D E F G: idemque iudicato de reliquo cono ex aduerſo collocato. Totus ergo rhombus conoidalis totius oualis rhombi ſubduplus erit.



Metire itaque rhombum ex duobus conis reſultantem ueluti nunc admonuimus, & productam menſuram duplica: colligetur enim uniuerſa dati rhombi oualis craſſitudo. Archimedes autem huiuſcemodi rhombum ſphæroidale corpus appellare conſueuit.

Sit igitur, breuitatis cauſa, rhombus conoidalis D E F G priori, hoc eſt, A B C ſimilis & æqualis, eiuſque craſſitudo pedum cubicorum 628 $\frac{4}{7}$, hæc itaque duplata, efficiunt 1257 $\frac{1}{7}$. tantam ergo pronunciabis uniuerſam oualis rhombi D E F G quantitatem.

Exemplum.

Quòd ſi eiuſdem rhombi uolueris habere ſuperficiem, ita facito. Multiplica arcum E D G, in dimidiam circumferentiam circuli, cuius diameter recta D F: uel ducito totam circunferentiam in dimidium eiuſdem arcus.

De inueſtiganda oualis rhombi ſuperficie.

Idem etiam obtinebis, ſi multiplicaueris aream circuli, cuius diameter recta D F, per ipſum arcum E D G, uel G F E: & productum diuiſeris per ſemidametrum eiuſdem circuli. Sit in exemplum recta D F pedum 10, arcus autem E D G 26 $\frac{2}{3}$. Erit itaque circunferentia circuli, cuius diameter recta D F, pedum 31 $\frac{3}{7}$, area uerò 78 $\frac{4}{7}$. Duc itaque 26 $\frac{2}{3}$ in dimidium ipſorum 31 $\frac{3}{7}$, hoc eſt, in 15 $\frac{5}{7}$: fiet 419 $\frac{1}{21}$. Aut multiplica 31 $\frac{3}{7}$ per 13 $\frac{1}{3}$, hoc eſt, dimidium ipſorum 26 $\frac{2}{3}$: producentur rurſum 419 $\frac{1}{21}$. Vel ducito 78 $\frac{4}{7}$ in 26 $\frac{2}{3}$, prouenient 2095: quæ diuide per 5, utpote, dimidium ipſorum 10, generabuntur iterum 419 $\frac{1}{21}$. totidem ergo pedum quadratorum erit ipſius rhombi curuilinæi D E F G terminatiua ſuperficies.

Exemplum.

3 RHOMBOIDES autem ſolidum, non minus facile ad menſuram redigetur. Eſt enim rhomboides ſolidum, corpus ſex rhombis planis adinuicem

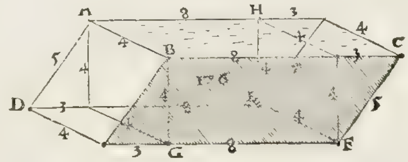
De rhomboide ſolido.

parallelis terminatum: cuiusmodi est subiecta figura A C D F, cuius uertex A B C, basis autem D E F. Huius itaque si uolueris habere crassitudinem, duc perpendiculares B G & E H, atque ipsis A B & B G, necnon F B & E H parallelas: Diuidetur ergo solidum rhomboides in cylindrum A B E F, & duo prismata adinuicē æqualia A B D & E F C, quorum omniū mensuram, uigesimonono capite monstrauimus.

Metire itaque cylindrum, ac utrūque prismatum, & compone inuicem productos mensurarum numeros: colligetur enim dati rhomboidis magnitudo.

Exemplum.

Vt si exempli causa singula cylindri latera fuerint pedum 8, utriusque autem basis latera pedum 4, prismatum quoque latera 4, triangularium porrò basium unum latus pedum 3, succedens 4, & reliquum 5. Erit itaque per ante dicta, ipsius cylindri crassitudo pedum 128, utriusque uero prismatis pedum 24: bis ergo 24, faciunt 48: hæc iuncta cum 128, conficiunt 176. totidē pedum solidorum erit eiusdem rhomboidis A C D F desyderata crassitudo.



Alius modus facilior.

Vel & breuius. Duc basim A B G in B C rectam, uel F E H basim in rectam E D, hoc est, 16 in 11: consurget enim cylindrus æqualis dato rhomboidi. Vndecies enim 16, efficiunt rursum 176. Nam etsi idem prisma ex una parte deficiat ad complendum cylindrum, per alterius tamen partis relictum prisma compensatur. Estque hic modus facilior atque ad omnem rhomboidis accidentem dispositionem indifferenter accommodus.

Corolariū generale de cæteris irregularibus solidis.

EX HIS, ATQVE PRAECEDENTIBVS OMNIBVS, HAVD 4 difficilè colligitur: quonam ingenio cætera corpora, quæ uocamus irregularia, sub mensuram ueniant redigenda. Quemadmodum enim trapezia plana in triangula, atque parallelogramma subdiuiduntur, & particularis eorundem mensura in unū colligitur: haud dissimiliter irregularia solida in rectangula corpora, prismata, pyramidesue (prout commodius acciderit) resoluere est operæpreciū, & singulorum seorsum accipere mensuras, dein quotlibet in unum componere numerum, uel alias ab alijs (si opus sit) auferre.

Notandum.

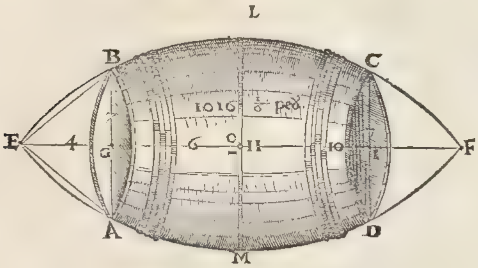
Cum igitur solidum fuerit irregulare: aut deficit à regulari, uel abundat. Si deficiat, ipsum complendum est, per laterum obseruatum concursum: & deficientes partes (acsi forent solidæ) mesurandæ, atque à totius corporis mensura tollendæ. Si autem abundauerint ipsa solida supra regularem figuram: metiatur regularis, dein superabundans crassitudo, atque singula simul tandem cōponantur. Sunt enim figurarum solidarum infinita pene discrimina: nulla tamen occurret, quæ etiam si fuerit integra, abundans, aut ab ipsis integris diminuta (nisi prorsus omnimodam figuræ rationem admiserit) quæ nuper expressorum documentorum, seu regularum, non facilè metiatur beneficio. Durum enim atque inutile foret, singulorum irregularium corporum dimensiones proprio exprimere documento, & cartam ipsam absque ratione replere, uel potius onerare. Frustra enim ea per plura fieri dicuntur, quæ possunt absolui per pauciora. In his tamen omnibus plurimum facilitatis discretum mensoris ingenium, & assidua eiuscemodi rerū frequentatio, præstare poterit: quemadmodū

ex prædictis

ex prædictis iudicare facilè potes.

5 HIS ITAQVE finem imponendo, iuuat addere quonã modo uaſa uinaria inſtar cylindri circunlinæi effigiata (quæ uocant dolia) ad præciſam redigãtur dimenſionem: etiam aliter, quàm uulgaris utatur obſeruatio. Sit ergo dolium A B C D, duobus circulis, quorum dimetientes A B & C D rectæ adinuicem æquales, unà cum cylindrica & curuilinæa ſuperficie terminatum. Compleatur itaque ſphæroidale corpus, ſiue rhombus curuilinæus E L F M: idquè uel in plano quopiã, ſumpta diametrorum A B, & C D, atque L M quantitate, uel adplicatis in longum conuexi flexilibus ad hoc præparatis regulis. Quibus ita ordinatis, ſubtendatur axis E F, per centrum H, dirimens bifariam rectam quidem A B in puncto G, & oppoſitam C D in puncto I. Metire deinde conum, cuius baſis circulus A B, uertex autem recta G E: per doctrinam trigeſimi capitis. Accipe rurſum uniuerſam rhombi curuilinæi E L F M craſſitudinem, ueluti ſecundo huiuſce capitis numero prædiximus: à qua ſubtrahito portiones eiuſdem rhombi curuilinæi extra uas ultro citróque comprahenſas, utpote, A B E & C D F, relinquetur enim oblati dolij ſeu uaſis uinarij magnitudo.

Qualiter tandē uaſa uinaria, ſiue dolia menſurentur.



Quantitatem porrò ſectionis A B E, ita curabis inuẽtam. Vide quam rationem habet recta ex G F & F H cõpoſita ad ipſam F G: nam eam ſeruat ſectio A B E ad conum eãdem baſim atq; altitudinẽ cum ipſa ſectione poſſidentem, hoc eſt, cuius baſis A B circulus, altitudo uerò recta G E. Tribus autem notis, cognoſcetur & quartum: per uulgatam quatuor proportionalium regulam. Idem uelim intelligas de ſectione C D F: habet enim eandem rationem ad ſuum conum, quam recta ex I E & E H compoſita, ad ipſam E I, ſiue A B ipſi C D fuerit æqualis, ſiue alteram reliqua contigerit eſſe longiorem. Quæquidem omnia, ex ipſius Archimedis demonſtrationibus, ſunt apertè deducta: quibus, uelut elementarijs Euclidis utimur demonſtrationibus: eas enim Archimedis atque ſimiles ſigillatim exprimere demonſtrationes, nouum & ampliſſimum uolumen expoſceret.

Principale documentum.

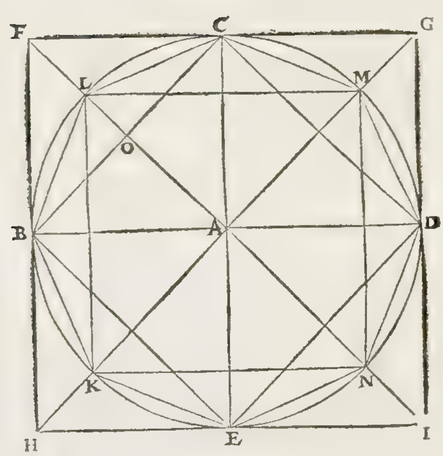
Eſto gratia maioris elucidationis utraque A B & C D pedum 7, medij autem circuli qui per centrum H dimetiens, hoc eſt recta L M 10 pedum, axis E F 20, utraque G H & H I pedum 6, & reliquæ G E & I F pedum 4. Erit itaque primum (ſi prædicta diligenter annotaueris) totalis rhombi curuilinæi E L F M craſſitudo pedum ſolidorum $1047\frac{13}{21}$. Nam conus, cuius baſis circulus habens pro diametro L M 10 pedum, altitudo uerò H E uel H F pedum itidem 10, per trigeſimum caput, inuenitur pedum ſolidorum $261\frac{57}{63}$: quæ duplata, faciunt dimidiũ rhombi curuilinæi E L M, aut F L M, ſimilium pedum $523\frac{51}{63}$. Hæc rurſum duplata, conficiunt $1047\frac{13}{21}$, totum uidelicet rhombum curuilinæum E L F M.

Diſcurſus exẽplaris prædictorum.

Conus præterea A B E, à circunducto triangulo A E G, uel G B E deſcriptus, per idem caput XXX, erit pedum cubicorum $51\frac{1}{3}$, compoſita autem ex

G F & F H

GF & FH est pedum 26, GF uerò 16: per hypothesim. Pone itaque 16 numerum primum, 26 secundum, & tertium $51\frac{1}{3}$. deinde multiplica tertium per secundum, hoc est, $51\frac{1}{3}$ per 26: fient $1334\frac{2}{3}$, hæc diuide per 16, primū in ordine numerum: fient pro quotiente $83\frac{5}{12}$. totidem pedum solidorum est sectio ABE, uel CDF. Aufer ergo tādem bis $83\frac{5}{12}$, hoc est $166\frac{5}{6}$, à præfato numero $1047\frac{13}{21}$: relinquentur $880\frac{11}{14}$. totidem pedum cubicorum concludes uasis ABCD capacitatem. Reliquum est igitur agnoscere, atque deinceps obseruare, quantū liquoris pes cubicus admittat, ad dati loci mensuram: & per ipsius capacitatis numerum tandem multiplicare $880\frac{11}{14}$. Supponamus, uerbi gratia, pedē cubicum 4 uini quartas continere, ad tui loci mensuram. Duc igitur $880\frac{11}{14}$ in 4, consurgent $3523\frac{1}{7}$: tot igitur uini quartas uas ipsum ABCD comprehendet.



LIBRI SECVNDI ET VLTI-
MI, TOTIVSQVE GEO-
METRIAE PRA-
CTICAE, ORON-
TIO FINEO
DELPHI-
NATE
AVTHORE, FINIS.

Virescit uulnere uirtus.

ORONTII FINEI DEL-PHINATIS, DE CO-SMOGRAPHIA, SIVE MVNDI SPHAERA LIBRI V,

Proprijs eiusdem Orontij commentarijs elu-cidati.

LVTETIAE PARISIORVM.

M. D. XXX.

Virescit uulnere uirtus.



Tetrastichon Authoris.

Florida diuinæ quisquis secreta mathesis
Scire cupis, facili mente fruare decet:
Nam licet assiduo possis superare labore,
Mens generosa tamen plurima sola capit.

FINIS.

ORONTII FINEI DELPHINATIS, DE COSMOGRAPHIA, SIVE MVNDI SPHAERA, LIBRI V.

LIBER PRIMVS, DE GENERALI ipſius Mūdi compagine,ſiue ſtructura.

De præcipuis Mundi partibus. *Caput primum.*

VNIVERSA MVNDI[a] FABRICA,DVOBVS principaliter integratur:elemētari[b] generationibus & corruptionibus ſemper occupata regione,& circūambiente cœleſti[c] machina omni prorſus alteratione priuata.

DIVINAM COELESTIS RATIONIS DOctricem Aſtronomiā,poſt Arithmeticæ atq; Geometriæ præmiſſa rudimēta,conſequēter adgreſſuri ,illud primum de ipſius Aſtronomiæ dignitate recenſendum arbitramur:quod Aſtronomia eā quæ clara,ordinata,& ſemper eodem modo ſe habent, uel ſola conſyderat, cæteraſq; fere diſciplinas cum ſubiecti dignitate, tum demonſtrationis certitudine uincit,atque excellit. quæ duo,teſte Philoſopho, eiuſdem Aſtronomiæ dignitatem,& examinatam amplitudinem aperte declarant. Nam ſubiectum Aſtronomiæ eſt ipſum cœleſte corpus, inter omnia corpora præſtantiſſimum, omni prorſus alteratione priuatum, ſupremo & nobiliori loco, motuque circulari omnium motuum priori ac perfectiori decoratum. ¶ Demonſtratur inſuper Aſtronomia per rationes firmiſſimas,utpote, arithmeticas atque geometricas,primum certitudinis gradum(uti ſupra diximus)obtinentes. ¶ Quantum uero commoditatis & ornamenti cūctis mortalibus adferat Aſtronomia(cū ea,tū mechanicæ,tū liberales artes ſūmopere uideantur indigere)ſatis eluceſcit. Theologis in primis plurimū opitulari uidetur:cū immobilē,inſeparabilemq; ſubſtantiā ab eorū cōmercio, quæ ſenſibilibus, mouētibus,& motis,æternis itē, ac impaſſibilibus ſubſtātijs accidere ſolent,ſola poſſit Aſtronomia recte dignoſcere. Maiorē præterea ad naturalē perſcrutationē obtinere partē,nemo ſanæ mētis ignorat:a cœleſtiū eteni localis motus proprietate,uniuerſa materialis ſubſtātiæ proprietas diſcernitur. Quā neceſſaria poſtmodum Apolineæ ſit arti,is iudicare poterit,quem præſagia Hipocratis legere non pigebit:in quibus cœleſte quoddam aſſerit eſſe,in quo & ipſum medicum præuidere oportet. Quod Galenus ille medicæ artis reſtaurator in teſtimonium adducens,omnem ſubſtātiam corpoream animatam cœleſtibus ſignis & planetis alligari demonſtrat. Adde quod uiris eccleſiaſticis non modo perutilis,uerumetiam neceſſaria uidetur Aſtronomia,idq; tāto magis,quāto grauiori dignitate fruūtur:ad mobilia feſta,cæteraque decus & ſtatum eccleſiæ reſpicientia penſiculatius diſcutienda. Ob cuius Aſtronomiæ neglectum,ne dicam prælatorum incuriā, a uera ſacri Paſchatis obſeruatione,& euangelico ritu (horreſco referens)tantum plærunq; diſtamus:ut pudeat hoc commune Chriſtianorum ſcandalum ulterius aperire.

Dignitas aſtronomiæ.

Subiectū aſtronomiæ.

Aſtronomiæ certitudo.

Theologis utilis aſtronomia.

Philoſophis cognata Aſtro.

Medicis neceſſaria Aſtrono.

Prælati indigent Aſtrono.

Notandum.

In astronomiæ detractores.

Vides igitur, humanissime lector, quā iniuste, & quā imprudēter qdā scioli, doctiq; nōnulli, sed parum prudentes, non solum Astronomiā, uerūetiam omnem mathematicam philosophiā, odio quodam incitatissimo prophanent: & (quod mirari satis nequeo) non modo uoce declamatoria, sed etiam scriptis, sua maxima infamia, suoque dedecore incessere non uerentur.

Astronomiæ diuisio.

¶ PORRO (ut nostrum prosequamur institutum) uniuersam Astronomiam, ueluti quālibet aliam disciplinam, bifariam discindi, apud omnes, etiam uulgariter eruditos, in confesso est. Aut enim ipsum scire, magisque necessaria cōsyderat Astronomia, utpote, cœlestes globos, sydera, eorum motus, & passiones, ac eiuscemodi: & theorica, uereque mathematica dicitur. Vel circa contingentia uersatur, qualia sunt accidentia actiuorum & passiuorū sphæræ, ex eorūdem cœlestium corporum latione prouenientia: & tunc practica, & a necessarioribus remotior, siue cōiecturalis appellatur.

Astronomia mathematica.

Harum ergo prior, utpote, quadriuialis Astronomia, pura, certa, inuiolabilis, ac stabilis semper essentiæ merito nūcupata, alteri incōmixta, atque suum commoditatis fructum (testante Ptolemæo, primo quadripartiti) peculiariter sortita est.

Astronomia iudiciaria.

Secunda autem, id est, practica, priorem siue theoricam, ad sui cognitionem necessario præsupponere uidetur: multo quidem incertior ea: nisi forsitā in quibusdā uniuersalibus pendentibus ex naturali philosophia: unde iudiciaria, imo uerius coniecturalis nominatur.

Astronomiæ mathematicæ subdiuisio.

Theoricæ rursum Astronomiæ duplex habetur consyderatio. Aut enim primi tantum & uniuersalis est motus: aut particularium orbium, peculiari & indefessa latione ductorum. At si primi tantūmodo, & uniuersalioris motus fiat obseruatio: hæc uniuersalior erit, multiplicem, cum numerum, tum cœlestiū corporum agitationem, signorum ascensus & descensiones, dierum & umbrarū incrementa & diminutiones, geographica omnia, & reliqua eiuscemodi ex eadē prima & regulata totius Vniuersi circūductione, inferioribus accidentia concernens. Quam præsenti cosmographico, siue de sphæra Mundi opusculo, proprijs commentarijs & decentibus figuris ornato, cunctis bonarum disciplinarum studiosis aperire nitemur: Reliquam theoricæ consyderationis speculationem, septem uidelicet errantium syderum, claris postmodum elucidationibus tradituri, modo Deus optimus id concedat, & hunc laborem nostrum studiosis perplacuisse cognouerimus.

Mundus quid.

¶ [a] MVNDVM IGITVR APPELLAMVS, PERfectā & absolutā omniū rerū congeriem, uel ornamentum: unde a græcis κόσμος dicitur. Diuinū certe, & admirādum naturæ naturantis opus: finitū tamen, licet infinito simile uideatur. Cuius partes principaliores duæ, & sensu, & ratione conuincuntur: cœlestis, & elementaris.



a

Elementaris regio.

¶ [b] Per regionem siue partem elementarem intelligimus ea, quæ intra totius cœli concauum reposita sunt: cuiusmodi sunt elementa, generationibus & corruptionibus continuo uacantia: & ex quorum uaria commixtione, materiali aut uirtuali concursu, diuersa, cum uegetantia sensiliaque, tum sensus & rationis participantia quotidie mixta generātur, corrūpunturq;.

b

Regio cœlestis.

¶ [c] Cœlestē porro machinā, nihil aliud, quā ipsum ingens cœlum uocare solemus, omni prorsus alteratione priuatum, lucentibus, cum fixis, tum errātibus astris, suisque partibus, id est, peculiaribus orbibus, a summo rerum conditore prudenter ornatum, suo item circūflexu cuncta celās, unde cœlū dici meruit: Extra quod cū nihil esse naturalis demōstret philosophia, relinquitur, ipsum Mundū præfatis elementari & cœlesti regionibus principaliter (uti supra diximus) integrari.

c

Quibus constet elementaris regio, ac de elementorum ordine. Caput II.

ELementaris regio quatuor [a] simplicibus elemētis, Igne, Aere, Aqua, Terra, & diuersa [b] ex eorūdem commixtione generatorū specie resultat. Inter [c] hæc autem quatuor elementa, Ignis omnium supremum, Aerem [d] trifariā diuisum circulariter ambit, Aer Aquam, Aqua uerò Terram: partibus [e] ad uiuentium salutem discoopertis manentibus, exceptis.

Primaria ratio quaternarii elementa.

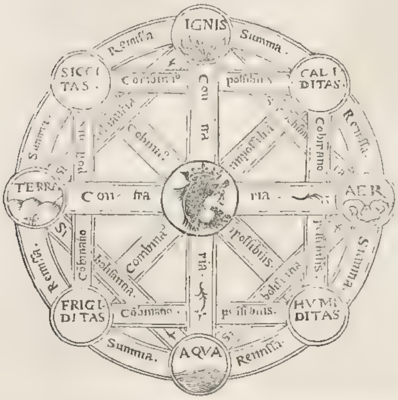
QVaternarius elementorū numerus, præter sensibilem quam habemus experientiā, potest duplici ratione cōuinci. Primo, ratione motuum simplicium: tot enim sunt corpora simplicia, quot motus simplices (primo cœli). Omnis nanque simplex motus competit alicui

a

corpori

corpori ſimplici: & omne ſimplex corpus motu ſimplici, uerſa uice, natum eſt moueri. Atqui præter motũ circularẽ, qui Cœlo cõpetere infra demõſtrabitur, quatuor tantũmodo ſunt motus recti ſimplices; ſurſum, id eſt, a medio, & deorſum, hoc eſt, ad mediũ Vniuerſi; quorũ uterq; aut ſimpliciter, aut reſpectiue ſumendus eſt. Motus ſimpliciter ſurſum leuiũ ſimpliciter eſt: quẽadmodum eſt ignis. Is porro motus qui reſpectiue fit a medio, competit Aeri: Aer nãque leuis eſt Aquæ & Terræ comparatus, nõ tamen ita leuis ut Ignis. Rurſum, motus ſimpliciter deorſum ſumme grauis, Terræ ſane proprius eſt. qui autem fit ad medium in reſpectu, ipſi Aquæ naturaliter deputatur; quæ in ordine ad Ignem & Aerem grauis eſt, ſed non adeo grauis ut Terra. Secundo, quoniam per Philoſophum (ſecundo de generatione) tot ſunt elementa, quot primarum qualitatum combinationes poſſibiles. ſed quatuor tantũmodo reperiũtur: utpote, caliditatis & ſiccitatis, quæ Ignis propria eſt; caliditatis & humiditatis quæ naturalis Aeri; frigiditatis & humiditatis competẽs Aquæ: frigiditatis & ſiccitatis ipſi Terræ peculiaris. Cuilibet tamẽ elemẽto, licet duæ uideãtur ineſſe qualitates, unica duntaxat ſupereminẽs ſiue dominatrix eſt: Ignis enĩ eſt ſumme calidus, Aer ſumme humidus, Aqua ſumme frigida, & Terra ſicciſſima, uelut obiecta uidetur indicare figura.

Secũda ratio, q̃ tantũ ſint quatuor elementa.



b ¶ b Præterea, quẽadmodum calidũ, humidũ, frigidum, & ſiccũ, aliarum qualitatum, utpote, dulcis, amari, tepidi, ſtiptici, acris, & eiuſcemodi cauſæ exiſtũt: ita ex reciproca quatuor elementorũ (in quibus præfatæ quatuor primæ qualitates, omnis alterationis ſunt principia) cõmixtione, alteratione, materiali aut uirtuali cõcurſu, uariæ tã perfectæ, quã imperfectæ generatorũ ſpecies fiũt: quæ mixta ea ratione dicũtur, quoniã elemẽtorũ mixtura cõpoſita ſũt, & in ipſa demũ reſoluũtur elemẽta. Ipſa porro quatuor elemẽta in partes diuerſarũ formarũ diuidi nõ poſſunt: ideo ſimplicia corpora, reſpectu mixtorũ ex eiſdẽ productorũ appellãtur, & ecõuerſo.

Quatuor elemẽta omniũ mixtorũ radices.

4 elemẽta cur ſimplicia dicta.

c ¶ c Eiſdẽ conſequẽter, uel paulo diſſimilibus rationibus, quæ de numero ſunt adductæ, elementorũ concluditur ordo. Nã Ignis, ob ſui raritatẽ ſumme leuis, ſupremũ locum adeptus eſt: ad quem naturaliter mouetur. poſt Ignem Aer cæteris leuior, grauior tamen Igne, ſedem obtinuit, ad quam moueri, & in ea conſeruari naturaliter inclinatur. Aqua porro deorſum reſpectiue tẽdens, inter Aerem & Terram coadunatur, uelut Igne & Aere grauior: at leuior ipſa Terra. Cum uero Terra ſit omnium grauiſſima, & deorſum ſimpliciter tendat, omniũ locorum infimum (nempe medium Vniuerſi) ſortita eſt. Præterea, quanto aliqua magis conueniunt in proprietatibus, tanto propius ſeſe naturaliter compatiuntur. Vnde cum Ignis & Aer participent de caliditate, Aer & Aqua in humiditate conueniãt, Aqua demum in frigiditate cũ Terra: fit ut Ignis contiguus ſit Aeri, Aer Aquæ, Aqua uero ipſi Terræ. Nec potuit Ignis cũ Aqua, uel Aer cũ Terra, ꝓxime uel immediate locari, propterea quoniã ĩter ſeſe prorſus aduerſant: idcirco media interpoſita ſunt elemẽta, in qualitatibus cũ utroq; participãtia.

Prima ratio de elementorũ ordine.

Secũda ratio de ſitu elementorum.



d ¶ d Quod autẽ Aerẽ trifariam diuiſerimus, partim ratione, partim experimẽto moti fuimus. Quandoquidem ſuprema regio Aeris, tum propter eius motum (quem per Cometam illic generatum percipimus) tum propter Ignis uicinitatem, & ſolariũ radiorum per eundem continuam emiſſionẽ; calida, & a media regione ſeparata uidet. Haud diſſimili cauſa, infima nobis uicinior Aeris regio, a ſolarium radiorum multiplici reflexione caleſcit, & ab eadẽ media regione diſtinguitur. quæquidem media Aeris regio

Aeris cur tres regiones.

 ſemper eſt

ſemper eſt frigida: quemadmodum indicant impreſſiones meteorologicæ ibidem generatæ. Vnde cum totus aereus orbis uniformis exiſtat, euidens eſt, mediam ipſius Aeris regionem latiorem eſſe circa Mundi polos, propter accidentem caloris debilitatem, & abundantiam frigoris: ipſarum porro extremarum & circũadiacentium partes, medias inter utroſque Mũdi polos, ob contingentem caloris multitudinem dilatari, & econuerſo. Hæc autem omnia ex præmiſſa clarius poſſunt elici deſcriptione.

Terra cur fruſtulatim diſcooperta. Geneſis. I.

¶ [e] De ratione tandem partium ipſius Terræ diſcoopertarum, nullum ſufficiẽs argumentum, nec ex aſtrorum attractiua uirtute, nec ex Telluris ſiccitate quæ Aquam ſorbeat, elici poſſe uidetur: ſed ſolius diuinæ bonitatis prouidentia, quæ ſic Aquas congregauit, & Aridam, hoc eſt, Terram aperuit, ut creatura rationalis ad ſui ſimilitudinem & imaginem facta, ſuper eam uiuere poſſet, & cunctis Terræ Mariſque frueretur naſcentibus. Nam ſi conſtitutos egrederetur Aqua terminos, uniuerſam Terræ molem ſuapte natura circulariter ambiret. e

De cœleſtium orbium numero, atque poſitione. Caput III.

Cœleſtis porrò machina [a] quinta à philoſophis eſſentia nũcupata, in octo [b] principales orbes, utraque terminatiua ſuperficie Mundo concentricos, & ſibi inuicem contiguos diſgregatur: utpote, ſeptem errãtium ſyderum uel planetarum orbes, & Firmamentum omnium maximũ. Inter [c] quos cœleſtes orbes, Aplanes ſeu Firmamentum, orbem Saturni planetarum [d] maximum circulariter ambit, ſaturnius orbem Iouis, iouianus orbem Martis, martialis Solarẽ [e] medium inter errantes orbẽ, ſolaris orbem Veneris, uenereus orbem Mercurij, mercurialis orbem Lunæ omnium infimum & minimum.

Cœlum quinta eſſentia nominatum.

Ex [a] X ſupradictis relictum eſt, cœlum ab elementis in hoc differre, quod omni corruptiua priuetur alteratione, id eſt, uno & ſemper eodem modo ſe habeat, lumen tantummodo perfectiue ſuſcipiendo: unde quinta a philoſophis eſſentia, hoc eſt, alterius & perfectioris a quatuor elementis eſſentiæ meruit appellari. Verũtamen, quemadmodum in elementis diſtinctionem & pluralitatem oſtẽdimus: ſic & in cœlo orbium particularium diſcreta reperitur multitudo. de quorum numero uariæ & hactenus incertæ fuerũt opiniones. a

Cœlũ in octo principales orbes diſtributũ.

Ariſto. 2. cœli.

Idem. 5. meta.

I. cœli & mun.

¶ [b] Saniores tamen in hoc conuenerunt, quod ſeptem ſunt orbes planetarum, id eſt, errantium ſyderum, utpote, Saturni, Iouis, Martis, Solis, Veneris, Mercurij, & Lunæ: una cum orbe ſtellarum fixarum, hoc eſt, fixam & inuariatam inter ſeſe diſtãtiã obſeruantiũ, quod Firmamẽtum a fixione ſyderum appellare ſolemus. Perceptum eſt etenim, ſeptem errantia ſydera uarijs & inæqualibus circũduci motibus, a peculiari ſtellarum fixarum latione diſtinctis. At cum ſtellæ non moueantur niſi ad motũ orbis (ſecundo Cœli) neceſſum eſt ipſum cœlum in tot orbes particulares ſeparari, quot ſunt diuerſi motus aſtrorum ſimplices. Si nãque cœlum eſſet cõtinuũ, unico ſimplici motu circũuolueretur (quinto Metaphyſicæ) quoniam impoſſibile eſt idem corpus ſimplex pluribus moueri ſimplicibus motibus (primo Cœli) Octo igitur præcipui ſũt ponendi cœleſtes orbes: prædictorũ uidelicet ſeptem planetarum, & Firmamẽtum omnium aliorum maximum, tot, tamque decoris ſyderibus ornatum. Supra quem fixarum ſtellarum orbem, nec ſyderum claritate, nec aliqua conuincente ratione, cœlum aliquod mobile cogimur aſſignare. Admittimus tamen (ſi uniuerſa cœlorum non ſufficiat machina) cœlum empyreũ nominatum, felicem beatorum ſedem, ne uideamur a Theologorũ opinione diſſentire: id tamẽ ab omnibus, etiam philoſophis, quieſcere dicitur. Octonario igitur, cum ueteribus, & quidem probatiſſimis Caldeorum, Aegyptiorum, & Græcorum (qui circa motus aſtrorum philoſophati ſunt) erimus contẽti mobiliũ cœlorũ numero. Nec plures diuinus ille Plato in de Repub. Epinomide, & Thimæo, Ariſtoteles ſecundo Cœli, & eius Commẽtator Auerrois, & Ptolemæus primo & ſeptimo magnæ conſtructionis poſuiſſe uidentur: imo nec uniuerſa mathematicorum ſchola, paucis admodum exceptis. quorum aliqui nouem, plæriquæ decem, contra tot grauiſſimos authores imaginati ſunt, & ſtabilitum cœleſtium orbium numerũ, nulla cogente ratione, uiolarũt. Cuius quidẽ opinionis extremæ, utpote, quæ denariũ admittit, imo uerius ſomniat orbium cœleſtium numerum, ſunt omnes fere iuniores: qui tantæ dementiæ Ptolemæum, b

Supra firmamẽtum nullũ mobile cœlum

Cœlum empyreum.

Antiqui philoſo[illegible] cœleſtes orbes admiſerunt.

Iuniorum opinio de cœleſt[illegible] orbiũ numero.

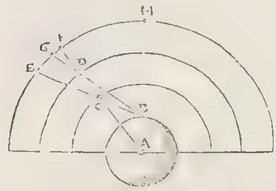
Alphonſum

Alphonſum regem,& Ioãnem Regiomontanum authores eſſe mentiuntur. Quemadmodũ in ſecũdo noſtræ Matheſis uolumine, ubi particulares cœleſtium orbium motus tractabimus, ſuo loco monſtrare nitemur;ubi nõ licere uidebis(niſi prorſus orbatis philoſophia)noua entia fingere,& multiplici id inſtrumẽto ſaluare,quod unico naturaliter & euidẽter permiſſum eſt.

c ¶ c Horum autem cœleſtium orbium coordinatio a Ptolemæo,& qui ante uel poſt eum cœlorum diſtantias geometricis inſtrumentis obſeruarunt,hoc modo reperta eſt. Perceperunt nãque planetas tãto maiorem aſpectus diuerſitatem habere,quãto fuerunt ipſi Terræ propiores,atque tanto minorem,quãto remotiores ab ea;intelligas uelim,planetis ſub eodem loco, in eademue linea conſtitutis. Diuerſitatem aſpectus nuncupamus,arcum circuli magni per loci uerticem educti,qui duabus lineis rectis intercipitur,quarum una ex Mũdi centro,altera ab inſpicientis oculo per centrum ſyderis,in præfatum extenditur circulũ. Quod ut facilius capias, ſit datus circulus magnus E F H,per uerticem H ſubiecti loci qui in B traductus; ſintq; duo planetæ alter quidem in C uicinior ipſi Terræ,& reliquus in D ab eadẽ Tellure remotior,ſub eodem tamen cœli puncto F,& in eadem linea A F,a centro Mundi A per utriuſque centrum educta,& ab inſpectore oculo B,per utriuſque ſyderis cẽtrum, uiſuales ducantur lineæ B E atque B G. Diuerſitas igitur aſtri quod in C,erit arcus E F;ipſius autẽ quod in D,arcus G F. Atqui E F a uiciniore planeta cauſatus,maior eſt ipſo G F qui a remotiore procedit. Quod præter ocularem inſpectionem,ex 15 & 16 primi elemẽtorum Euclidis deducere haud difficile eſt. Cum igitur maior aſpectus diuerſitas in Luna quam in Mercurio,& Mercurio quam Venere,& ita conſequenter(ſeruato quẽ nunc diximus ordine)reperiatur:ſupraſcriptus planetarum ordo ſtabilitus eſt.

Vnde repertus cœlorũ ordo.

Diuerſitas aſpectus quid.



Præterea,quanto planetæ ſunt remotiores a Terra,tanto tardius circũeunt lentiuſque mouentur proprio motu;quoniam maiorem deſcribunt circulum,& primo regulatoque totius Vniuerſi motu magis ſe cõformant.At Saturnus tardius ipſo Ioue,Iuppiter Marte,Mars ipſo Sole,& ita de reliquis (uti ſuo loco dicetur)ſuam inueniuntur adimplere circuitionem. Vnde uidemus ,ipſam Lunam celerius quouis alio planeta ad idem redire pũctum, a quo moueri uel incipit uel deſignatur;utpote,quæ infimũ & Terræ uiciniorem locum inter planetas occupat. Ad hoc etiam facit plurimum frequẽs ſuperiorum planetarum occultatio;quæ nuſquam accidere poſſe uidetur,niſi per interpoſitionẽ inferiorum,quod de planetis maxime, tum inter ſeſe,tum reſpectu fixorũ ſyderũ obſeruat. ¶ Firmamentũ igit orbẽ Saturni circulariter ambit, ſaturnius orbẽ Iouis, Iouianus orbem Martis,&c.ut ĩ textu.

Secũda ratio ad concludendum cœlorũ ordinẽ.

Argumentũ ab eclipſibus.

Cõcluſio prædictorum.



d d Ex qbus orbis Saturni(dẽpto firmamẽto)aliorũ maximus eſt, lunaris uero minimus;quoniã omne cõtinens corpus maius eſt cõtento corpore,tãetſi cõcaua cõtinentis ſuperficies cõuexæ quæ intra continetur ſit æqualis.

e ¶ e Sol autem inter alios miræ magnitudinis planeta , ueluti cor Mũdi (eſt enim Mundus animali ſimilis) medium locum non iniuria ſortitus eſt;ut ſuam uirtutem & admirandum lumen poſſet omnibus æqua lãce diſpenſare , ſuperioribus quidem aſtris , & his inferioribus ab eius latione pendentibus . Hæc autem omnia obiecta Mundi uidetur elucidare deſcriptio: una cum ſuccedenti ad maiorẽ ſingulorum euidentiã reſpõdenter adiuncta formula,in qua primũ ordo planetarũ,deinde characteres,poſtea colores & eiſdẽ ſignis attributæ naturæ,ſigillatim annotãtur.

Sol Mũdi cor.

Ordo planetarum. naturalis	quoad nos.	Nomina	Caracteres.	Colores.	Naturæ planetis attributæ.
1	7	Saturnus	♄	Plumbeus	Frigidus & ſiccus,maleuolus
2	6	Iuppiter	♃	Stanneus	Calidus & humidus beneuolus.
3	5	Mars	♂	Calibeus	Calidus & ſiccus,maleuolus.
4	4	Sol	☉	Aureus	Calidus & ſiccus,beneuolus.
5	3	Venus	♀	Cuprea	Frigida & humida beneuola
6	2	Mercuri.	☿	Argẽ ui	Eius cum quo graditur naturæ.
7	1	Luna	☾	Argẽteus	Frigida & humida,beneuola.

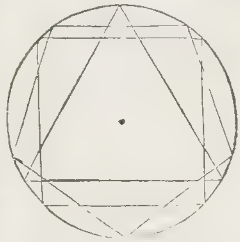
Quænam cœleſtium orbium figura,atque motus qualitas. Caput IIII.

IPſis autẽ cœleſtibus orbibus [a] ſphærica deputata eſt figura : ſuntque ſingulorum orbium cœleſtium uniuerſi [b] motus circulares, hique [c] duplices,terminorum poſitione,necnon axium & polorum ratione,atque uelocitate differentes.

Q̃ cœlum ſit ſphæricũ Prima ratio,à cõmoditate.

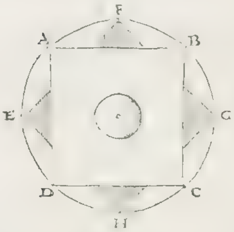
Ca Oelum ſphæricam obtinuiſſe figuram,duobus potiſſimũ fateri cogimur. Primo,ratione cõmoditatis. Natura enim peccatũ fugiẽs,cõmoditate quã maxime gaudet. Cœlum igitur omnia contenturũ,& inter corpora perfectiſſimũ,figura ſphærica,utpote,cõmodiſſima atq; perfectiſſima natura donauit. Hæc enim inter iſoperimetras figuras maximæ capacitatis exiſtit,licet minus occupatiua. Adde q̃ motui ad quãlibet poſitionis differentiã aptiſſima eſt ipſa figura ſphærica,ob cõtinuã partiũ ſucceſſionẽ,nulla extrinſecus impediente reſiſtentia:quod cæteris alterius,quã ſphæricæ figuræ corporibus,abnegatũ eſſe uidet̃.

Quæ dicantur iſoperimetræ figuræ.



Figuras iſoperimetras proprie nũcupamus,quæ intra eundẽ orbem cõſcriptæ ſunt:uel quarũ anguli eundẽ ambitũ capiunt,quẽadmodum ſi intra datũ circulũ trigona,& quadrangula, atq; pentagona regularis deſcriberet̃ figura:quarũ tetragona maior eſt triangulari,& pẽtagona maior quadrata,& cõſequenter ita de reliquis. Quãto enim inſcripta figura plures habuerit angulos,tãto eius area maior,quẽadmodũ Omniſictus ſuper annotationibus trãſmutationũ geometricarũ Nicolau de Cuſa aperte demõſtrat: & ex obiecta figura deprehẽdere haud difficile eſt.Circulus igit̃ cũ infinitos habeat angulos,maximã inter inſcriptas rectilinæas & regulares figuras obtinebit areã.

Secũda ratio à neceſſitate.

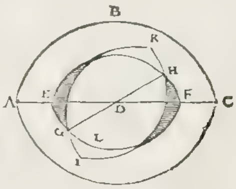


Secundũ, quo cœlũ ſphæricũ eſſe cõcludit̃,eſt ipſa neceſſitas. Cũ enim cœleſtes multi ſint orbes (uti ſupra diximus)ſeſe inuicem circulariter ambiẽtes,atque diuerſis (quẽadmodũ paulopoſt apparebit)circũducant̃ motibus,aliã quã ſphæricã pati figurã minime poſſent: uel particularem errantiũ motũ in proximũ declarandũ,cõtra rationẽ & experientiã negare cogeremur , aut ipſa cœleſtia corpora ſciſſionẽ & offenſionẽ pati,dari quoq; uacuũ,oporteret admittere:quæqdẽ omnia a naturali philoſophia ſunt reprobata.

De figura angulari.

Quẽadmodũ ex obiecta quadrilatera figura A B C D,abſtrahere uidetur eſſe facillimũ. Traductis enĩ angulis A,B,C,D,ea quæ prius occupabãt loca E,F,G,H, uacua relinquẽtur. Rurſum partes circũpoſitæ,ſcilicet,E A F,F B G, G C H,& H D A, uelis nolis abſcindentur, aut ipſi anguli A,B,C,D, in nõ locũ ſubintrabũt.

De irregulari figura.



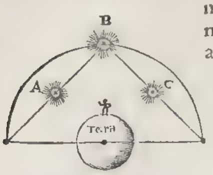
Idẽ etiam de figuris irregularibus unica tantũmodo ſuperficie terminatis,mõſtrare haud obſcurũ eſt. Sit enim oualis & ſuperior orbis A B C , cuius axis A D C,poli A & C puncta,interior uero itidẽ oualis orbis ſit G I H K, eius axis G D H Palã eſt,cũ peculiaris orbiũ errantium motus(uelut infra docebimus)fiat ſup alio axe,quã regularis totius cœli motus, circunſtãs corpus diſcindi,atq; penetrari:utpote,cũ pars E,circa C,traducet̃ in I,nõ enim recipiet̃ in L,manebitq; pars eadẽ circa E uacua,inuita natura. Idẽ ſubſequet̃ incõueniẽs de parte, quæ ex F traducetur in K.Cœlũ igit̃ nõ eſt angularis,neq; irregularis figuræ.

Tertia ratio ab experientia.

Præterea,quẽadmodũ dicit Alphagranus,ſi cœlũ eſſet angularis, uel irregularis figuræ,cũ Sol uniuerſum cœli ambitũ ſemel in anno circũgyret,aliquibus anni tẽporibus ſolito maior notabiliter appareret,alijs uero minor:propter neceſſariã laterũ uicinitatẽ,& angulorũ remotionẽ. Velut ex ſuccedenti figura utcũque potes

potes abſtrahere:in qua Sol propior eſt in A,quam in B,& in B remotior quam in C. Nam quæ nobis propiora ſunt,ſub maiori radiorũ uiſualiũ præſentanẽ angulo,& breuiorẽ ex oculo pyramidẽ cauſant:ideo cẽſenẽ maiora,cuius oppoſitũ accidit ijs ,quæ a remotiori diſtãtia proſpiciũtur:tanto nanq; minora iudicanẽ,quãto ſunt ab oculo remotiora. Quẽadmodũ ex 21 primi elemẽtorũ Euclidis,de

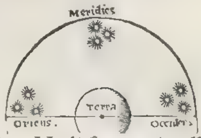
Cur eadem res quãdoq; maior quãdoq; uerò minor iudicet.





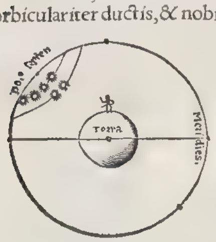
b ducere nõ eſt difficile:& appoſita figura utcunq; demonſtrat. ¶ b SECVNDVM uero principale,utpote,quod cœlum moueatur circulariter,ex ipſarũ ſtellarũ motu primitus concluditur. Experimur enim ſtellas oriri & paulatim eleuari ſurſum,donec mediũ cœli faſtigiũ poſſideãt: deinde pedetentim deſcendere,mox diſparere,poſtmodũ aliquãdiu ſub Terra latitari,rurſumq; priſtinam circunductionem continuare. Quæ quidem ſtellæ,cũ per ſeſe ita moueri non ualeant(ut in naturalibus deducitur)concludendũ rationabiliter, ſtellas tam fixas quã erraticas,ab ipſis orbibus ita circũduci:quare & ipſos orbes cœleſtes moueri circulariter.Hoc autẽ obiecta rudioribus ĩſinuabit formula.

Quòd cœlũ circulariter moueatur.



Præterea,idem non minus clare roboratur,de ſtellis fixis circa polum Mũdi ſeptentrionalẽ orbiculariter ductis,& nobis qui borealẽ Mũdi partem incolimus nuſquam occidẽtibus. Hæ nanque ſtellæ inuariata ſemper intercapedine diſtantes:completas circa eundem polũ reuolutiones adimplere uidẽtur. Quemadmodum de ſtellarũ ordinatione,q[illegible] Vrſa maior dicitur,alijſue circũpoſitis ſyderibus,coadiunãte præſenti figura,licebit facere periculum. Adde, quod nobiliori corpori perfectior debetur motus, qualis eſt circularis. Fit nãque circa mediũ,cui ſola orbium cœleſtium ſphærica figura conuenire uidetur,foreq; aptiſſima. Motus enim qui a medio,uel ad mediũ Vniuerſi cõtingunt,ipſis quatuor elemẽtis ſolũmodo cõpetere ſupra monſtrauimus. Motus igitur circularis ipſius cœli proprius eſſe uidetur:ſunt enim tot ſimplicia

Argumentum ab ſtellis ſemp apparẽtibus.



Ratio naturalis.

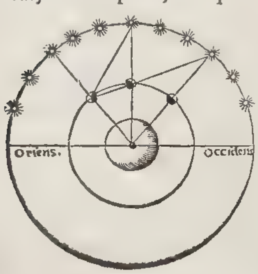
c corpora,quot ſimpliciũ motuũ occcurrũt differẽtiæ,& ecõtra. ¶ c PER EA autẽ quæ proxime dicta ſunt,& quotidiano nobis experimẽto cõſtãt,motũ quendã ab oriente ad occaſum, cũctis cœleſtibus orbibus cõmunem,ſuper duobus Mũdi polis regulariſſime fieri,ſatis ſuperque ſatis innoteſcit:quẽ circularẽ eſſe nuper oſtendimus. Ad cuius regulatã circunductionẽ, quæcunque extra Mũdi axem pũcta ſignauerimus,circulos eiſdẽ mũdi polis ac inter ſeipſos æquidiſtantes deſcribere cogitemus oportet:quorũ is omniũ maximus uenit imaginãdus,qui a cõuexi eiuſdẽ orbis pũcto inter eoſdẽ polos medio abſtractiue circũlineatur,in quo motus uelocitas in eodẽ orbe uenit attendẽda. Alius eſt motus particulariũ orbiũ,huic uniuerſali motui penitus aduerſus,ab occaſu uidelicet ad ortũ,ſuper alijs quidẽ polis & axe: ſecũdũ quẽ motũ ipſæ ſtellæ orbiculares imaginãtur deſcribere circũferẽtias,reſpectu polorũ alterius,hoc eſt, primi & uniuerſalioris motus oblique locatas. Hic porro motus,ab antiquis ita primũ cognitus eſt. Viderũt enim Solẽ,& alios errãtes,locũ ortus & occaſus ultro citroque mutare,& meridiano aut ſeminocturno tẽpore eandẽ cœli partẽ minime ſeruare:ſed nũc ad locorũ uertices accedere,nũc ab eiſdẽ lõgius remoueri,obliquas dietim obſeruãdo gyrationes,quare prudẽter cõcluſerũt,alios eſſe polos,circa quos is peculiaris & primo cõtrarius motus efficitur: quoniã utrũque ſuper eiſdẽ polis & axe,natura nõ poſſet admittere. Amplius,idẽ motus ab occaſu ad ortũ per ſtellarũ fixarũ obſeruationẽ , nõ minus facile diſcernitur.Primi nãq; taliũ rerũ admiratores,cũ ſtellas fixas inuariatã inter ſeſe diſtantiã obſeruare cõprobarent,a notabili quapiam illarum ſeptẽ errãtes uerſus ortum ſucceſſiue procedere cognouerũt,ab eadẽq; ſtella ſucceſſu tẽporis elongari,rurſumque in diuerſis temporũ interuallis ad ipſam redire ſtellam.Quod in Luna propter uelocẽ eiuſdem motum,breui poteris experiri tẽpore:obſeruata cõiunctione uel intercapedine ad notabilem quampiam ſtellarum fixarum,totieſque examinata,quatenus ad ipſam ſtellam eadem Luna,peracto ad propriũ motum circulo, reuertatur.

Motus uniuerſalis totius cœli.

Motus ſecũdus orbibus peculiaris,priori contrarius.

Vnde pceptus idẽm motus ſecundus.

Alia eiuſdem motus obſeruatio per ſtellas fixas.

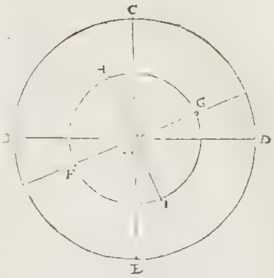


2 De Luna.

In cuius

Prædictorum motuum figuratio.

In cuius obseruationis exemplū, præcedentē rudioribus libuit depingere figurā. In exemplum autē horum motuū, sit octauus orbis siue Firmamētum B C D E, solaris uero globus F G H I: poli autem primi motus sint puncta B & D, secūdi [illegible] puncta F & G, centrum denique Mundi pūctum A. Imaginetur itaque uniuersa cœlorum multitudo, hoc est, totum cœleste corpus, circū axē B D, ex pūcto C in E, & rursum in C redeūdo, cōtinue circumuolui: solarem uero globum moueri in contrarium super axe F G, ex puncto quidem H in I uersus Austrum, rursumq; ex eodē puncto I in H ad Boreā redeundo. Erūt itaq; C E & H I, duo circuli maiores, penes quos eorundē motuū attendetur uelocitas. Idē iudica de reliquis uagātibus astris.



De generali eorundem cœlestium motuum expressione *Caput* V.

VNiuersa nanque [a] Cœli machina, circa Terrā, ueluti propria & indefessa Mundi latione, ab oriente per meridiē ad occasum, regulariter circūducitur: completam reuolutionem intra 24 horarum interuallū adimplendo. Singuli [b] tamen orbes in diuersis temporū spatijs, motu proprio, ab occidente ad ortum contra nituntur: stellatus enim orbis in 36000 annis secundū Ptolemæum, uel in 23760 iuxta mentē Albategni circulum cōplet, Saturnus uerò in 30 annis, Iuppiter in 12, Mars in duobus, Sol in 365 diebus & $\frac{1}{4}$ ferè (quæ annum faciūt) Venus atque Mercurius ueluti ferè Sol, Luna autem in 27 diebus & 8 circiter horis, integram circunductionem absoluit.

a CVm [a] Cœlorum motus in duplici reperiri differētia, proxime descripsimus: reliquū est, hic declarare, undenā proueniat regulatissimus ille ab ortu ad occidentē, & eidem aduersus ab occidente ad ortum syderū motus. Primus itaque motus (ut rē acu tāgamus) totius Vniuersi proprius esse uidetur: nec quispiā orbiū particulariū hoc motu proprie uel seipso circunfert, sed tātūmodo ueluti pars ipsius Vniuersi. Virtus itaque motiua huius primi atq; regulatissimi motus, per uniuersa diffunditur corpora: quæ alio, quā hoc primo motu, propria & intrinseca latione circūferri (super alijs tamē polis & axe) nullū sequitur incōueniēs, cū alius sit motus totius (sexto Physicorū) alius uero partis. Exēplum habemus de microcosmo, id est, homine: eo nanq; deābulante, & uelut seipso cōstat agitato, nō repugnat manū, uel aliud quoduis mēbrum particulare interea moueri. Cū igitur adgregati cœlestes orbes unū corpus iuxta Philosophos constituant, & ueluti particularia mēbra ipsum animal (est enim cœlū animatum) spirituali ligamento uideantur integrare: erit totius cœli motus unus, uelut animalis, utpote, is quē ab ortu ad occasum in 24 uulgariū horarum interuallo, suā circūductionē regulariter adimplere dietim experimur. Vnde cū uulgares metiātur dies, ac per eundē motū uulgus ipsum reguletur, motus hic diurnus & mundanus ab omnibus appellatur. Octauus tamē orbis, hoc est, Firmamētum, primū mobile (si uelis) nominari poterit, nō quod suo motu cæteros rapiat orbes: sed ueluti principale mēbrum, eā motricē uim primitus accipiat, quā postmodū ad cætera uidetur emittere cœlestia corpora. Quēadmodum cor humanū, a quo uirtus uitalis reliquis mēbris dispē[illegible] accipit, una tamē uelut pars cū toto corpore fertur: quasi motiua uis sit in toto corpore, & a corde principaliter diffundatur. Præterea, elementū Ignis, una cū supremo Aeris interstitio, hoc quē diximus ab oriente ad occidentem, motu, regulari circūductione rotatur, quod indicant cometæ, in eadem suprema Aeris regione plærunq; generati. Ex quo rursum liquet, ipsum motū diurnū non modo cœlestibus orbibus, uerūetiam elemētis esse cōmunem, id [illegible] Mundanæ structuræ peculiarem. Quam absurdum igitur, & a recte philosophantibus alienū sit, contra naturā, atq; rerum ordinē, nulla cogēte ratione, uel experimēto persuadē[illegible] supra Firmamentū effingere cœlos, & superflua somniare mobilia, pluribus hic dissererem: nisi me latius de his alibi (Deo duce) pertractaturū sperarem.

Primus motus quē diurnū appellamus, unde proueniat.

Analogia de homine.

Firmamentum quomodo primum dicatur [illegible] humano corde.

Argumentū q primus motus sit Vniuersi

In ponēdis [illegible] oportet [illegible]

b ¶ [b] SECVNDVS uero motus (quē in cōtrariū diurni, super alio axe atq; polis fieri supra memorauimus) cuilibet orbi naturalis & proprius esse uidetur. Volo dicere, omnes ab occasu ad orientē, peculiariter & intrinseca latione moueri. Quamuis autē ijdē 8 principales orbes sese orbiculariter ambientes, huiusmodi

De proprio singulorū orbium motu.

huiusmodi latione ferãtur: inæqualiter tamẽ suas adimplere reuolutiones inuentũ est. Qui eñi a Terra remotiores sunt orbes maiorẽ circulũ faciũt, & primo in aduersum magis se cõformãt, unde proprio motu tardiores esse uidentur. Saturnus enim in 30 annis, Iuppiter in 12, Mars in duobus, Sol in 365 diebus, & horis 5, minutis 49, & 12 circiter secũdis (desunt enim 10 minuta, & 48 secũda fere ad cõplendũ diei quadrantẽ, quo singulis 4 annis dies integratur bissextilis) Venus & Mercurius fere ut Sol, Luna uero ĩ 27 diebus, & 8 circiter horis, suã cõplet ab occidẽte ad ortum reuolutionẽ. Quẽadmodum in theoricis planetarũ (superis fauentibus) sigillatim, latiusque deducemus. De proprio autem motu octaui siue stellati orbis, non adeo certam uel examinatam resolutionem habemus: ob illius motus tarditatem. Tenemus tamen cum Albategni, Ptolemæo, Alphonso rege, Ioanne Regiomontano, cæterisque fidelioribus astrorum contemplatoribus, stellas fixas alio, quam diurno motu circũduci, & circa alterius axis polos: utpote, Eclipticæ seu Zodiaci circuli, secũdum signorum (de quibus infra) successionem, nempe ab occidente ad ortum. Porro uaria huiuscemodi stellarum motus a diuersis assignatur quantitas: duæ tamen saniores inter reliquas uidentur opiniones, Ptolemæi uidelicet, & ipsius Albategni. Ptolemæus nanque septimo magnæ constructionis (quam uocant Almagestum) dicit stellas fixas in quibuslibet 100 annis una fere circuli parte moueri: quemadmodũ Ioãnes Regiomontanus 4 & 5 septimi Epitomatis aperte deducit. Albategni uero diligẽtissimus cum philosophus tum mathematicus, stellas fixas unam circuli partem in quibuslibet 66 annis peragrare, nobis pro certo dereliquit: & quotãnis moueri 54 secundis, 32 ter, 43 quar, 38 quintis, & 20 sextis. Cuius opinionis meminit idem Ioãnes Regiomõtanus propositione 6, eiusdẽ septimi Epitomatis, & quasi eidẽ assentire, atque eundẽ Albategni inter alios plurimi facere uidetur.

Peculiares orbium reuolutiones.

De proprio motu octaui orbis.

Opinio Ptolemæi de motu octaui orbis.

Opinio Albategni.

Hanc quoque mentem Albategni Augustinus Ricius, uir sanequam eruditus, adeo uiuacibus argumentis, grauibus authoritatibus, & firmissima obseruationum concordantia, nuper sustinere conatus est: ut eandem opinionem ueritati propiorem, & inter reliquas magis apparentem iudicare cogaris. Iuniorum tamen quorũdam, imo fere omnium, esse uidetur, ut stellatus orbis duplici motu, præter diurnum (quem ficto tribuunt mobili) circũferatur. Primo, ab occidente ad ortum, in quibuslibet 200 annis uno fere gradu: quem motum a somniata nona sphæra pendere diiudicant. Secundo, proprio accessus & recessus artificioso motu, quem dixere titubationis, completam reuolutionem in 7000 annis absoluẽdo. Huius autem motus qualitatem, longũ nimis ac tædiosum, & huic loco dissonum esset, sigillatim exprimere: cõsule itaq; Purbachium, uel nostrũ Albertum Pighium. Nolumus enim super hoc inopinabili motu (quẽadmodum cum cæteris aliquando fecimus) ulterius titubare: utpote, qui opinionem hãc omniũ debilissimam, ne dicam falsissimam, a pertinacissimis & indoctissimis illius sectatoribus perperã etiam intellectam, atque non sine maxima iactura mortalium iudiciariam euertentem Astronomiam, cogẽte ratione fatemur, & recognoscimus. Neminem enim scio (ni prorsus orbatũ Philosophia) qui nesciat motum illum tam irregularem cuilibet cœlestium repugnare corporum: ueluti præfatus Augustinus Ricius, proprio demonstrat opusculo. Quicquid ergo prudẽtiores Astronomi super octauum orbem finxerunt, fuit sola immobilium circulorum imaginatio: ut per ipsos, & Firmamẽti, & reliquorum inferiorum orbium motus regulare ualerẽt. Idẽ quoque habendum est iudicium, de particularibus errantium syderum orbibus, utpote epicyclis & eccentricis, atque tam diuersis eorũdem motibus, & his similibus inuẽtis; quæ solum ad saluandam euidentem singulorum motuum uarietatem, & redigendam ad calculum irregulatũ eorundem motuum quantitatem, ex ubertate Geometriæ sunt admodum subtiliter excogitata.

Augustinus Ricius.

Opinio Iuniorum de motu eiusdem orbis octaui.

Reprobatio opinionis Iuniorum, de motu octaui orbis.

Notandum.

De quiete, loco, & figura ipsius Terræ Caput VI.

TErra [a] uerò motum localem non habet, sed [b] medium Uniuersi possidet immobiliter: Estq; [c] ipsius Telluris & Aquæ frustulatim circũsparsæ unica continuáue forinsecus superficies, quæ [d] rotundam ex omni parte uidetur habere figuram. In hunc quippe modum, ut [e] compositus ex Terra & eadem Aqua globus, respectu totius Uniuersi, insensibilis censeatur esse quãtitatis, & ueluti [f] pũctũ, centrũ eiusdẽ Uniuersi repræsentare uideatur.

COROLARIUM.

Fit igitur, [g] ut totalis ipsius Mundi ex prædictis collecta machina, ab omnibus Sphæra non indecenter appelletur.

¶ [a] Si possibile

Quod terra nõ mouetur circulariter.

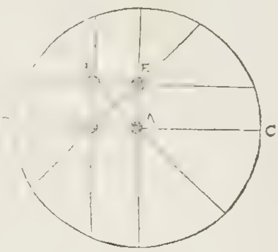
¶ a Si possibile foret Terram secundum se totam moueri: aut circulariter, aut motu recto pelleretur, quemadmodum eius partes. Non primũ: quoniã uel suapte natura id faceret, aut extrinseco uiolentante. Motum porro circularem propria & intrinseca natura habere non posset: nam is cœlestibus deputatus est corporibus. Præterea, ipsam Terram deorsum naturaliter, atque propria inclinatione tendere, supra monstrauimus. Vnius enim corporis simplicis, unicus est motus simplex (primo Cœli) & econuerso. Quod autem motus simpliciter deorsum Terræ naturaliter competat, hoc indicant eius partes, quæ (præter rationes superius adductas) deorsum moueri semper inclinantur: idem est enim motus naturalis totius, & partis. Rursum neque uiolenta circũductione potest agitari: hoc enim maxime faceret motus ille diurnus, omnium uelocissimus, uniuerso Mundo deputatus. & tunc eadem Cœli facies nobis semper appareret, atque inuariata stellarum habitudo: contra sensualem, & quotidianam experientiam. Vel ipsa Terra motu contrario ab ortu ad occasum traheretur ab aliquo: & cum oporteret eã uelocissime moueri propter sui grauitatem, quæcunque in Aere mouerentur, eius motum cõsequi minime ualerent, unde ad occasum uiderentur continue tendere. Adde q̃ si Terra circulariter moueretur, singula rectissime sursum proiecta (ut sagitta) ad eum locum, a quo moueri cœperãt, minime redirent: cuius experimur oppositum. Igitur Terra non mouetur circulariter.

Terra nõ mouetur motu recto, secundum se totam.

Secundo, quod etiam Terra motu recto non pellatur secundũ se totam, ita deducitur. Non enim sursum: quoniam uel id naturaliter, aut uiolente proueniret. Primum est impossibile: utpote, quæ uelut omniũ grauissima deorsum suapte natura tendat, & motus qui a medio Igni simpliciter, & Aeri respectiue sit peculiaris. Neque id uiolente pateretur: cum nõ sit dabile corpus grauius tota Terra, quod uel eandem pellere sufficeret. Quiescit ergo Terra secundum se totam, & nullo pacto mouetur.

Quod terra est in medio totius Vniuersi.

¶ b Dico præterea, quod Terra medium Vniuersi possidet. Nam per ea quæ dicta sunt, Terra, uelut omnium grauissima, deorsum moueri semper est inclinata: quousque sub cæteris elementis locum possideat infimum. sed omnium locorũ abiectissimus est medium Vniuersi, hoc est, Mundi centrum: quicquid enim ab eo recedit, necessum est ascendere, quod ipsi Terræ negatum esse uidetur. Rursum, omne motum indiget aliquo quiescente, secundum Philosophos. at quoniam Cœlum circa medium totius Vniuersi, cum ratione, tum necessitate, uel experiẽtia moueri conuincitur: quies ipsius Terræ in medio Mundi, ad motum cœli uidetur esse necessaria. Item si Terra alibi, quam in medio Mundi locaretur, utpote, extra centrũ A obiectæ descriptionis: oporteret eandem esse, uel in axe Mundi B A C, & a polis eiusdem B & C inæqualiter distare, ut in D. uel extra eundem axem, sed æqualiter ab eisdem polis remotam: uelut in E. aut denique extra axem, & inæqualiter ab utroque polorũ elongatam: qualis est situs F. Quod si quispiam horum locorum ipsi Terræ contigisset, sequeretur, unicum tantummodo circulorum inter maximos, qui per centrum Terræ ducerentur, Mũdum in duo æqua separare, utpote A D, uel A E, aut A F: reliquos autem circulos omnes idem Vniuersum inæqualiter dirimere, quemadmodum uidere licet de circulis D E, E F, atque F D. quapropter non contingeret omnes, Cœli mediam partem omni tempore conspicere.



[illegible] quod terra sit in medio Mundi

Præterea, si Terra medium non possideret Vniuersi, dierum & noctium uniuersa nusquã accideret æqualitas: atque adeo regulata eorundem augmentatio, uniforme quoque decrementum. Item umbrarum proiectiones aliter, quã experiamur, diuersificarentur. Neque Solis in coniunctione cum Luna, aut Luna cum Soli opponitur, contingeret eclipsis. Velut ex teipso, coadiuuãte supra scripta figura, abstrahere uel ratiocinari quã facillime potes. Hæc autẽ omnia nõ solum omnium Astronomorũ sententiæ, sed experimento quotidiano sunt penitus aduersa. Adde, quod grauia super Terram existentia, ex omni parte descendunt, centrũ Mundi suapte natura petẽtia: quod certe nusquam eueniret, si Terra alium locum, quam cẽtrum siue medium Vniuersi sortita fuisset. Nullus igitur, Terram alibi, quam in medio totius Orbis locare præsumet: nisi fuerit extra propriã mentem collocatus.

Telluris & aquæ superficies unica.

¶ c Ex superioribus autem satis superque innotescit, Terram ab Aqua circulariter ambiri: partibus ad uiuentium salutẽ discoopertis manentibus, exceptis. Quæ quidem partes ita discoopertæ cum eleuatiores sint ijs, quæ cõcauã Aquæ superficiẽ tangunt: manifestũ est, easdem Terræ partes, una cũ Aquæ frustulatim

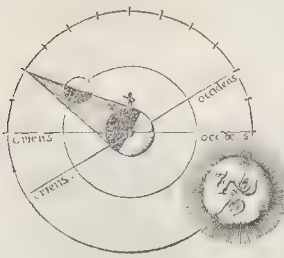
circumsparsis

circunſparſis tractibus, unicam & continuam forinſecus integrare ſuperficiem.

d ¶ d Hanc porro Telluris & Aquæ ſuperficiẽ, rotundam ex omni parte habere figuram, hoc eſt, quouis modo Terra uel Aqua extrinſecus conſyderetur, in rotunditatẽ undiquaque conglobari, talibus argumentis, ſeu rationibus perſuaderi compellimur. In primis, ſi libeat ſecundũ longitudinem, hoc eſt, ab ortu ad occaſum, uel econtra facere diſcurſum: ſtellæ non eodem tempore orientalibus & occidentalibus, ſiue Mare ſiue Terram incolentibus, oriuntur & occidunt, nec ad eorum perducuntur uertices, ſed illis celerius, iſtis uero tardius. Quod lunari facile depræhenditur eclipſi: facta temporis unius & eiuſdem eclipſis comparatione, iuxta orientalium computum ad obſeruationem occidentalium. Tempus enim orientalium maius comperietur occidentalium obſeruato tempore: non quidẽ re ipſa, ſed tantũmodo ſupputatione. Vno etenim eodemq; tẽpore, uniuerſo Luna deficit orbi. Sequitur ergo Solem orientalibus citius occidiſſe, quam occidentalibus. Velut ex obiecta figura depræhendere facile potes: in qua Luna citius orientalibus, quam occidentalibus, per duarum horarum interuallum figuratur eclipſari. Quod ſi plana foret Tellus (inquit Manilius) ſimul icta per omnes, deficeret pariter toto miſerabilis orbe: quæ res experimento diſſonat.

Globus ex Tellure & aqua reſultãs undiquaq; rotũdus.

Argumẽtum ab eclipſi lunari.

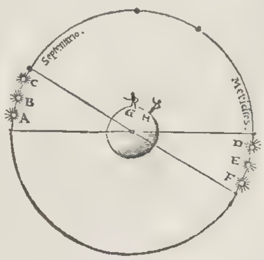


Manilius.

Præterea, ex præfato Lunæ defectu talis elicit̃ ratiocinatio. Vmbra ſecundum perſpectiuos talis eſt figuræ, qualis & opacum a cuius interpoſitione cauſatur (obſeruata diſtantiæ iuſta proportione) at in Lunæ defectibus umbram conglobati ex Tellure & Aqua corporis rotundã experimur: quod non eueniret, ſi Telluris & Aquæ globus rotundã ex omni parte non haberet figurã. Tranſuerſalem porro a ſeptentrione ad Auſtrum ipſius Telluris & Aquæ rotunditatem, ſic arguimus. Quoniã ſtellæ circa polũ Mũdi ſeptentrionalẽ nobis eleuatũ, nuſq; occidunt, ſed nobis ſemper apparẽt: at ſi uerſus Auſtrũ profecti fuerimus, in occaſum demergentur, ijs quæ ſunt circa alterũ Mundi polũ antea nobis tantũdem depreſſum, prorſus ſe ſe manifeſtantibus. Cuius oppoſitum accidet, ſi ab Auſtro ad Boream proficiſcamur, undecũque noſtrũ iter inchoauerimus. Pro quorum elucidatione obiecta contẽpletur figuram: in qua partẽ C ſeptentrionalem incolentes, ſtellas boreales A B C conſpicere notum eſt, auſtralibus D E F ſemper occultatis: cuius cõtrarium euenit ijs, qui partẽ H meridionalem habitare uidentur. Idcirco terris non omnibus omnia ſigna cõſpicimus: quod utriuſque Telluris & Aquæ ſufficiẽs rotũditatis indicium eſſe relinquitur.

Ratio perſpectiua.

Quòd idẽ globus, a ſeptẽtrione ad auſtrum ſit rotundus.



Adde, tã in Terra quam etiam in Aqua, hi qui ſunt in ſublimi, multa uidere ſolent, quæ in depreſſo conſtitutis occultãtur: qui ſi propius accedant, uel ſublimius eleuentur, montes, ſcopulos, arces, & huiuſcemodi apparere cõprobabunt. Exemplum habes de loco A obiectæ deſcriptionis, qui ab ijs qui ſunt in C (tametſi per æque rectum uideantur conſpicere radium) minime uideri poteſt: ſecus de ijs, qui ſunt in B altius eleuati, ut ipſa figura demõſtrat. Multa præterea ex naturalibus deduci facile poſſent, quæ parum etiam philoſophis ſunt manifeſta: ſed hæc ſatis.

Argumẽtum a radio uiſuali ſumptum.



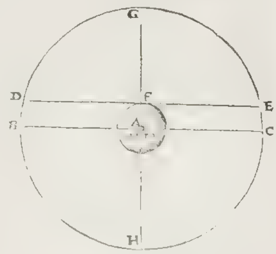
e ¶ e De magnitudine autẽ ipſius globi Telluris & Aquæ, quod inſenſibilis uideatur eſſe quãtitatis, id abſolute non uelim intelligas, ſed reſpectiue, hoc eſt, facta ipſius globi, ad uniuerſum cœlum comparatione. Habet enim reſpectu proximorum orbium (cuiuſmodi eſt orbis Lunaris, ſatis apparentem magnitudinem: quemadmodum capite tertio, per aſpectuum diuerſitatem argumentatum extitit. Eiuſdẽ porro globi reſpectu totius Vniuerſi imperceptibilis quãtitas, his rationibus perſuadetur. Primo, quoniam ubicunque fuerimus, cœli medietatem uidemus, ſtellarum magnitudines inuariatas conſpicimus, & dies noctibus æquales in anno bis experimur: quæ minime cõtingerent, ſi Terræ ſemidiameter ſenſibilem ad totũ Vniuerſum quantitatẽ haberet. Quemadmodũ ex ſequẽti formula utcũq; rimari licet. In qua circulus B A C ductus per aſſignatum Mundi centrum A, ſphæram bifariã ſecat: non autem circulus D E F, qui per

Quòd globus ex Tellure & aqua reſultans reſpectu uniuerſi, imperceptibilis ſit quãtitatis.

Prima ratio.

Exemplum.

qui per F ipsius Terræ cõuexum describitur, propterea ꝙ semidiameter A F respectu orbis B C G H notabilem uidetur seruare quãtitatem. Vnde nocturnus arcus E H D, foret notabiliter omni tempore maior ipso diurno D G E: quare dierum artificialium cum noctibus nunꝗ accideret æqualitas. Stella rursum in D uel E constituta, multo minor appareret, quam in G: quoniã linea B G utraque F D & F E minor est, per 7 tertij elementorum Euclidis. Nam quæ propiora fiunt (seclusa medij difformitate) solito maiora uidentur. Rei tamen ueritas ita se habet, ut nusquam præcisam cœli medietatẽ intueamur: sed cũ id sensu non sit perceptibile, idcirco semidiametrum Terræ uniuersi orbis semidiametro comparatum, imperceptibilis esse quantitatis fateri compellimur.



Secunda ratio notanda. Huc accedunt Mathematicorum instrumenta: quæ talem, & adeo uniformem solarium radiorum, & umbrarum rationem cernimus obtinere, acsi Mũdi centrum idem foret cum eorũdem instrumentorum cẽtro. Quod per uulgatum Planisphærium, duabus stellis e diametro notatis, experimẽto probare haud difficile est, utpote, si mediclinio instar diametri in transuersum constituto, oriente stellarum altera, utranque per ambo foramina pinnacidiorum conspexeris. *Tertia ratio.* Adde, quod paruo latitudinis interuallo: utpote, a septentrione in meridiem, uel econtra peragrato, ualde sensibiliter polorum, syderum, dierum & noctium, nariatur habitudo: quod non adeo subito contingere posset, si Terra respectu totius uniuersi notabilis esset magnitudinis. *Quarta ratio.* Item, stellæ quotquot uisu percipiuntur, puncta iudicantur a sensu, tametsi secundum Astronomos, & omnium philosophorum consensu, maiores sint ipsa Terra: a fortiori igitur Terra, præfatusue globus ex Tellure & Aqua resultans, tantæ machinæ comparatus, ueluti pũctum existimandus est.

Terra mundi centrum esse uidetur. ¶ f Cum igitur ipsa Terra in medio totius uniuersi orbis quiescere nuper sit demõstrata, nunc quoque relinquatur insensibilem ad ipsum uniuersum Mũdum habere quantitatem: conuincitur facile, eandẽ Telluris & Aquæ congeriẽ, centrũ ipsius uniuersi instar pũcti repræsentare. f

Corolarij declaratio, ¶ g Corolarium denique ex prædictis fit manifestum. De ratione nanque sphæræ est, quod solida sit, & unica superficie terminata, in cuius medio sit dabile punctum, cẽtrum eiusdem appellatum, circa quod ipsa sphæra super quouis axe sit facile uolubilis. g *Cõparatio mũdi ad sphærã.* Quæ quidem omnia in mundana reperiuntur structura. Est nanque primum corpus solidum, hoc est, plenum nõ uacuum (hoc enim abhorret ipsa natura) figuræ sphæricæ siue orbicularis (ueluti capite quarto monstrauimus) circa proprium axem dietim absque intermissione circunducta (quemadmodũ quinto fuit ostensum capite) punctum habet etiam in medio locatum, utpote, Terram, quæ nũc insensibilis respectu totius Orbis relicta est esse quantitatis: circa quam præfata Mũdi circunuoluitur machina. Corolarie itaque ex prædictis omnibus non indecẽter colligere possumus, Mũdum ipsum sphæram nõ iniuria ab omnibus uocitari. *Singuli orbes sphæræ dici possunt.* Idem etiam de quolibet orbe cœlesti seorsum accepto, dicere non est dissonum: modo cuncta quæ intra quemlibet orbem reposita sunt, uelut unum corpus integrantia respondenter fuerimus imaginati. Vtpote, si orbem Solis, una cum Veneris, Mercurij, & Lunæ orbibus, ac elementari regione, unum solidum & sphæricum corpus appellauerimus.

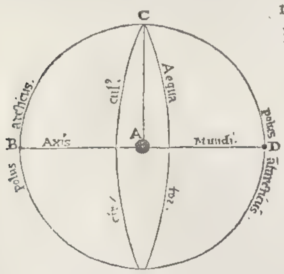
LIBRI PRIMI COSMOGRAPHIAE, SIVE SPHAERAE MVNDI FINIS.

LIBER SECVNDVS COSMOGRAPHIAE, SIVE Mundi Sphæræ, De principalioribus circulis in eadem Sphæra prudenter imaginatis.

De Aequatore circulo, & Mundi polis, Caput I.

PRAESTAT CONSEQVENTER DETERminare de circulis ipsi mundanæ sphæræ coaptatis: quorum imaginatio, ad capescẽdas motuum cœlestium rationes, uidetur admodum necessaria: atque suis locis singulorum exprimere commoditates. Inter porrò sphærales circulos, primum locum sibi uẽdicat Aequator. Est igitur [a] Aequator, circulus maior, Vniuersum bifariam discindẽs, inter Mũdi polos æquidistanter imaginatus, penes quem, regulata primi motus attenditur circunductio. Per Mundi [b] polos intelligimus duo pũcta ipsius Mũdi axẽ terminantia, circa quem totus Orbis (excepta Terra) ab oriente ad occidẽtem regulariter circunducitur: quorum is qui ad Boream, septẽtrionalis uel arcticus, qui uerò ad Austrum, meridionalis, antarcticúsue polus nominatur.

a QVinam sint maiores, quiue minores in sphæra circuli, decimo capite libri Geometriæ nostræ sufficiẽter annotauimus. Primus ergo circulorum sphæraliũ, quibus cœlestium motuum rationes contemplamur, & materialẽ ipsius sphæræ mũdanæ typum, uel in solido, uel in plano cõficere solemus, sese offert Aequator: aliorum quippe regula, quos tum æqua inuariataque a Mũdi polis distãtia, tum regulata motus uelocitate uidetur facile superare. Describitur autem Aequator circulus, a linea recta, ex Mũdi centro, ad punctum conuexi ipsius firmamẽti, inter utrosque Mũdi polos medium, completa eiusdem lineæ ab ortu per meridiẽ ad occasum circunductione: totum Vniuersum bifariam discindẽs, & circa Mũdi axem orthogonaliter erectus. Quemadmodum representare uidetur depictus hic circulus C E, in obiecta sphæra B C D E, cuius centrum A, poli uero puncta B & C, a linea quidem A C super axem B D orthogonaliter erecta, completa circunductione descriptus: in hunc quippe modum, ut circũferentialis eiusdem Aequatoris terminatiua linea, in eiusdem sphæræ cõuexo circũscribatur, plana uero supficies uniuersam sphæram bifariam dirimat, altera sphæræ medietate ad Boream, reliqua uero ad Austrũ separata. Hic autẽ circulus Aequator ideo nominatur, quoniam Sole ad eum perueniẽte, lucis noctisque spacia, æquali dimensione per uniuersum orbem compensantur. Quam quidem ipsius diei atque noctis uniuersam æqualitatem, æquinoctium appellare solemus: unde pari ratione præfatus Aequator circulus Aequinoctialis itidem dicitur, id est, æquãs diem artificialem cum nocte, ex quibus dies integratur naturalis. Quid autem sit naturalis dies, & dies siue nox artificialis, succedẽti libro quarto dicetur: ubi pariter declarabitur, ipsum Aequatorẽ circulum



Aequator primus sphæraliũ circulorum.

Imaginaria æquatoris circuli descriptio.

Exemplum.

Aequator circulus, cur ita nominatus.

circulũ primi motus(per quem tempus ipſum mẽſuratur)eſſe regulã:unde primi,hoc eſt, uniuerſalioris motus cingulus,plærũque uocaẽ. Fit enim eadẽ uniuerſalis totius orbis circũductio (uti ſupradiximus)circa Mũdi polos,ĩter quos mediat idẽ Aequator uel æquinoctialis circulus.

Poli mundi.

¶ [b] Poli autem Mundi ſunt duo pũcta,axem ipſius Mundi terminantia, in conuexo firmamẽti ſtabilita,circa quæ uniuerſa Mũdi ſtructura,ab oriente per meridiẽ ad occidentẽ quotidiana regularitate circũducitur:ueluti ſunt puncta B & D præmiſſæ deſcriptionis B C D E. b

Polorũ nomẽclaturæ.

Quorũ polorũ alter,utpote, B,ſeptẽtrionalis, arcticus (ab arctos maiore urſa) ſiue borealis dicitur:is ſcilicet,qui nobis partem Mũdi ſeptẽtrionalem habitamus,ſemper apparet eleuatus. At reliquus,utpote, C, auſtralis,meridianus,antarcticuſue,id eſt,arctico polo ſemper aduerſus nominatur. Hi autẽ poli,ad ipſam mundanam ſphæram talem obſeruant habitudinem:ut quantum alter ſurſum extollitur,tantundem reliquus ex aduerſo deprimatur;quemadmodum infra ſuo loco monſtrabitur.

De Zodiaco uel Ecliptica,atque 12 eiuſdem ſignis. *Caput* II.

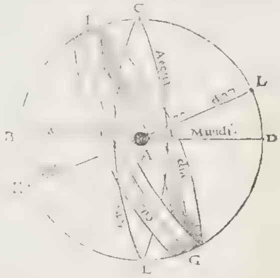
ZOdiacus autẽ [a], ſiue Ecliptica,eſt circulus itidem maior, inter Mũdi polos obliquè locatus,uiam indicãs ſolarem:cuius altera medietatum ab Aequatore ad polũ Mũdi arcticũ, reliqua uerò ad antarcticũ declinat. Hic [b] porro Zodiacus in 12 ſigna,ueluti quilibet alius in ſphæra circulus,diuidiẽ:ſed à uernali eiuſdẽ Zodiaci cũ Aequatore ſectione:in cõtrariam primi motus ſucceſſionẽ,tali & ordine & nomẽclatura diſtributa, ut primũ ſit Arietis, ſecundũ Tauri,tertiũ Geminorum,quartũ Cancri, quintum Leonis,ſextum Virginis,ſeptimũ Libræ,octauum Scorpionis,nonum Sagittarij, decimum Capricorni, undecimum Aquarij,duodecimum autem & ultimũ à Piſcibus denominetur:quorum ſex prima ſunt ſeptentrionalia,reliqua uerò ſex meridionalia:patiturq́ꝫ ſignum quodlibet ſolitã 30 graduũ,& gradus quilibet 60 minutorum,& minutum obſeruatã deinceps ſexagenariã partium diſtributionem.

Mathematica Zodiaci deſcriptio.

I [a] Maginatur & alius in ſphæra circulus maior,Zodiacus uel Ecliptica nominatus:qui circũſcribi fingitur a linea recta, ex Mũdi centro,per centrũ ſolare,ad firmamentũ uſqꝫ protenſa, cõpleta ipſius cẽtri ſolaris ab occidẽte per meridiẽ ad ortũ circũductione. Vnde uia Solis merito a plæriſqꝫ dicitẽ. Hic autẽ Zodiacus reſpectu axis & polorũ Mũdi atqꝫ Aequatoris circuli obliquè locatus eſt,altera medietatũ ad ſeptẽtrionẽ,altera uero ad meridiẽ,ab ipſo Aequatore declinãte:cuius itẽ plana ſuperficies, uniuerſum Mũdũ atque eundẽ Aequatorem,bifariam dirimit. Id enim expoſcere uidetur ratio maioris in ſphæra circuli. a

Exemplum.

Hunc porrò Zodiacum tibi repræſentat circulus F I G H, præcedenti figuræ cõſequẽter adiunctus,cuius axis K L, & poli ipſa puncta K & L,diuidenſque circumferentiã Aequatoris C E in pũctis I & H,altera medietatũ, utpote,H F I ad Boream ſiue polum arcticũ B,reliqua uero H G I,uerſus polum antarcticum D,uel Auſtrum inclinata.



Zodiacus circulus cur ita nominatus.

Quod autem præfatus circulus Zodiacus appelletur, ho ca ζωῆ, quod eſt uita traxiſſe uidetur:quoniam Sol continue ſub ipſo motus,imo uerius ad proprium motũ ipſum deſcribens Zodiacum,ijs quæ apud nos alterantur,corrũpuntur,generanturue,tanquam principalis cauſa,uitam influere uidetur:quẽadmodum Philoſophi teſtimonio,& experientia ſenſibili compertum habemus. Ob eum nanque finem natura naturans, ipſum iter Solis obliquè locauit:ut mutuo eiuſdẽ Solis acceſſu atque receſſu, multiformia producerẽtur entia,producta corrũperentur,& corrupta rurſum (ſpecie ſaltem) reuiuiſcerent.

Alia zodiaci interpretatio.

Dicitur & Zodiacus a ζῶον,quod interpretatur animal:propterea,quoniam in 12 partes inuicẽ æquales diſtribuitur,quæ ſigna uocantur,quorum quodlibet nomen alicuius animalis ſortitũ eſt. Nõ quidem ob ſyderum octaui orbis,quæ circa ipſum,uel in ipſo uidẽtur eſſe Zodiaco diſpoſitionem (ut plærique male exiſtimant)talium animalium effigiem repræſentantiũ:cũ imaginatio poſſit eſſe diuerſa,& pro cuiuſlibet arbitrio,ex unius imaginis cõſtellatione,alterius imago cogitari.

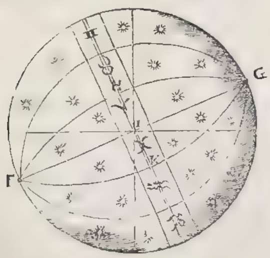
Verum

Verum id a diuerso Solis influxu tractũ est: qui dum tales Zodiaci partes perambulat, hæc inferiora ad similẽ cum ipsorũ animaliũ natura dispositionẽ sensibiliter mouet. Sol nãq; secũdum uariam quã in hæc inferiora ferat habitudinẽ, atq; materię dispositionẽ, aliũ & aliũ producit effectum. Nolo tamẽ denegare, sydera ultro citroq; Zodiacũ existẽtia, Solis effectus permutare, augere, uel minuere: sed ab eisdem syderibus, præfata signorũ non videtur pendere nomẽclatura.

Idem præterea Zodiacus circulus Ecliptica nominatur: quoniã Solis aut Lunæ nusquã contingit Eclipsis, nisi uterq; in eodem collocetur Zodiaco. Cũ enim Sol nunquã a Zodiaco discedat (quoniã Zodiacus & uia Solis idem sunt) necessum est, Lunã ad eãdem Zodiaci partẽ cum Sole coire prius, quã in tali cõiunctiõe Sol patiatur Eclipsim: uel ex diametro cũ eodẽ Sole locari, hoc est, in parte Zodiaci Soli opposita, si Luna ipsa deliquiũ sit ingressura. Cur autẽ Zodiacus a quibusdã latus imaginetur, hoc est, habẽs circũferentiam instar zonæ circũscriptã: hoc fuit sola (quãuis minime necessaria) quorũdam astronomorũ fantasia, qui duos circulos eidẽ Zodiaco uel Eclipticę parallelos, sex gradus ultro citroq; latitudinaliter includentes ideo sunt excogitati: ut sub quo signo atq; signi parte planetę mouerentur, rudiores possent agnoscere. perceperunt enim planetas (dempto Sole) nunc ad austrum, nunc autem ad septẽtrionẽ ab eadem Ecliptica deuiare: nusquã tamen sex graduũ ultro citroue præterire latitudinem. ¶ b De signis autem Zodiaci hoc in primis notandum duximus, quod tametsi quilibet in sphæra circulus (uti capite primo libri tertij nostræ docuimus Arithmeticæ) in 12 partes inuicẽ æquales a Mathematicis diuidatur, quarum quælibet signum dicitur, 30 circuli partes siue gradus compræhendens: ipsæ tamen 12 Zodiaci partes per Antonomasiam, signa uocitantur. tum quod a Sole peragratæ, uaria nobis uideantur signare tempora: tum etiam, quoniam motus omnium planetarum in eisdem signentur Eclipticæ partibus, siue ad ipsa referantur Eclipticæ signa. Ipsa porro signa ab alterutra sectionum Zodiaci cum Aequatore rationabiliorem sumpserunt ordinem, quã a quopiam alio eiusdem Zodiaci puncto: ea potissimum de causa, quoniam eædem sectiones ubique locorum uidentur esse communes, locum ortus uel occasus nusquam immutantes. Rectius tamen a uernali sectione, a qua Sol ex australi in borealem reuertitur Vniuersi medietatem: quam ab opposita, numerationis exordium accepere. Quoniam Sole in eadem existente sectione, uniuersa dierum & noctium accidit æqualitas, postmodum lucis supra tenebras augmentatio, cunctorum quoq; terræ nascẽtium renouatio haud iniucũda: nobis potissimum, qui septẽtrionalem Mundi partem habitamus. Q, autem in aduersum primi, seu regulati totius Vniuersi motus fuerint distributa: sola causa fuit, particularis errantium motus: quos in longum Zodiaci ab occasu per meridiem ad ortum, continue experimur circũduci. De signorum tandem in gradus sub diuisione, & graduum in minuta, & deinceps minutorum in succedẽtia partium discrimina, pręallegato capite primo libri tertij nostrę Arithmeticę sufficiẽter tractauimus: de his ergo cõsulto supersedemus. ¶ Nolumus tamen præterire, nonnullos etiã nõ aspernandos Astronomos, quadruplicẽ signorũ acceptionem, iuxta uariam eorundem imaginationem assignasse. In primis nãq;, signũ accipitur pro quadrangulari superficie, una uidelicet duodecima parte latę, superficialisue circũferẽtiæ Zodiaci, 30 gradus longitudine, & 12 secundũ latitudinẽ includente: qualem tibi repræsentat A B. Quo quidẽ modo, planetę in, id est, sub signo dicũtur esse. Secundo, signum imaginatur pyramidalis figura, cuius basis signum primo modo sumptum, & uertex centrum totius intelligitur Vniuersi: ut hic depicta pyramidis figura C D E, cuius concursus sit in E Mundi centro, repræsentat. Qua quidem acceptione, singuli planetarum proprie collocantur in signo. Tertio, signum accipitur pro figura superficiali, in medio lata, & ab uno Zodiaci polo in alterum acute terminata, signum primo modo captum media latitudine compræhendens: cuiusmodi sunt figuræ F H G I, & F I G K, & his similes, obiectæ descriptionis. Fit itaque, ut totum spheræ conuexum, sex maioribus circulis ex Zodiaci polis F & G per singula signorum initia ductis, in 12 partiatur æqualia, quæ domus a nonnullis perperam appellantur. Hoc autem acceptionis modo, quælibet stellarum fixarum aliquo claudetur signo: quemadmodum ex obiecta sphæra F G depræhendere facile est. Tandem, solet accipi signum, pro figura solida, binis superficiebus a signo tertio modo capto ad axem Zodiaci utrinq;







Zodiacus & Ecliptica idem

De zodiaci latitudine.

Q. signa pprie sunt zodiaci circuli.

De ordine ac initio signorũ.

De signorũ partibus.

Quadruplex signorũ acceptio

Prima.

Secunda.

Tertia signorũ acceptio.

Quarta.

concurrentibus clausa: cuiusmodi est apposita figura L M N. Quo deniq; modo, uniuersus Orbis in 12 signa distinguetur: unde nihil erit in rerum natura, quod aliquo non cōpræhēdatur signo. Sed hæc tam uaria signorum imaginatio non modo fantastica, sed prorsus inutilis, & a mathematica contemplatione mihi uidetur aliena. Solam enim syderum ad partes ipsius Eclipticæ respondentiam, ut eorundem syderum mutua cognoscatur habitudo, motusque diuersa supputetur quantitas, obseruare solemus. Referuntur nanque sydera ad Eclipticam in hunc modum. Imaginetur recta quædam linea a Mundi centro, per centrum syderis, ad conuexum usq; Firmamenti protensa: per cuius extremum, e polis ipsius Zodiaci, circulus maior traduci cogitetur, eādem Eclipticā siue Zodiacum intersecans. Terminus itaq; huiuscemodi lineę, uerū locū syderis in cœlo, & punctū intersectionis eiusdē circuli cum Zodiaco, respondētem in Ecliptica locū indicabit: tantū enim distabit uerus locus syderis in cœlo a signorū exordio, quātum respondens locus eiusdem syderis in Ecliptica.

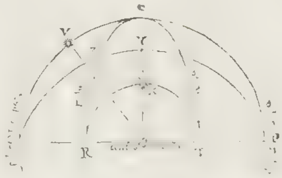
Reprobatio prædictarum acceptionum.



Quonā modo sydera ad Eclipticā referātur.

Exemplum.

In exēplum habes obiectā descriptionem: in qua syderis V uerus locus, in Ecliptica R S T, per circulū magnū O S P, e polis O & P eiusdem Eclipticę, per uerum syderis locum eductum designatur, in puncto uidelicet S. Planetę autem qui in X, uerus locus in cœlo per Y punctum, in Ecliptica autem per Z, respondenter uenit imaginādus. De cæteris idem uelim iudices. Ad maiorem tandem singulorum elucidationem, placuit signorum ordinem, nomina, sexum, & characteres, una cum corūdē signorū natura, quā Sol & alij planetę, iuxta uariam horum inferiorū dispositionē, in eisdē signis diuersa habitudine locati, accidētaliter cōtrahere docet experiētia, sequēti perstringere tabella.



Signa borealia.					Signa Australia.				
Ordo	Charac.	nomina	Naturæ signorum	sexus	Ordo	Charac.	Nomina	Naturæ signorum	sexus
1	♈	Aries	Calidum & siccum	mascu.	12	♓	Pisces	Frigidū & humidū	fœmi
2	♉	Taurus	Frigidum & siccum	fœmi.	11	♒	Aquarius	Calidū & humidū	mascu.
3	♊	Gemini	Calidū & humidum	mascu.	10	♑	Capricor.	Frigidum & siccū	fœmi.
4	♋	Cancer	Frigidū & humidū	fœmi.	9	♐	Sagittarius	Calidum & siccum	mascu.
5	♌	Leo	Calidum & siccum	mascu.	8	♏	Scorpius	Frigidū & humidū	fœmi.
6	♍	Virgo	Frigidum & siccum	fœmi.	7	♎	Libra	Calidū & humidū	mascu.

Quidnam sit declinatio & latitudo syderum, atque de ratione declinationis Zodiaci ab Aequatore. Caput. III.

DEclinationes porrò syderum, ab Aequatore: latitudines autem, ab Ecliptica ultro citróq; numerantur. [a] Declinatio est arcus circuli magni, per Mūdi polos, & datum astrum, uel cœli punctum educti: inter Aequatorem, & ipsum astrum, siue punctum compræhēsus. [b] Latitudo uerò, est arcus magni itidē circuli, sed ex polis Eclipticæ, per datum sydus, aut signatum in cœlo punctū transeuntis: qui inter ipsum sydus, uel idem pūctum, & Eclipticam capitur. [c] Quælibet igitur Eclipticæ pūcta, ab alterutris sectionibus cū Aequatore æquè semota, æquales habent declinationes: [d] atque tanto maiores, quanto ab eisdem sectionibus fuerint remotiora. [e] Vnde fit, ut puncta maximarum declinationum Eclipticæ ab eodem Aequatore, inter utrasque sectiones sint media, capitibus Cancri & Capricorni distincta: quæ solstitia dicta sunt. [f] Cōmunes autē sectiones Eclipticæ cū Aequatore, principijs Arietis & Libræ designatæ, tam latitudine, q̄ declinatione carēt: & æquinoctiorū puncta dicta sunt, id est, in quibus uniuersa cōtingunt æquinoctia.

COmmodissimum existimauimus, post imaginariam quorumlibet circulorum descriptionem, singulos terminos astronomicos, quibus uniuersa & theorica & practica referta est Astronomia, suis locis respondenter exprimere: atque singulorum usum breuissime declarare. ¶ [a] Primum ergo sese offert declinatio, quę nihil aliud esse diffinitur, quam dati syderis, uel signati puncti, ab Aequatore deuiatio: siue ad Mundi polos maior aut minor appropinquatio. Vnde per arcum magni circuli, ex Mūdi polis, per datum astrum siue punctum in cœlo notatū educti

Declinatio. Syderum. a

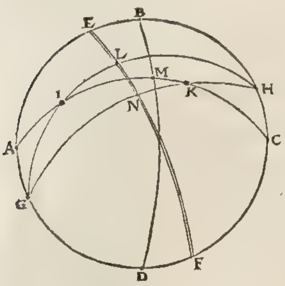
b educti conſyderatur,metiturue. ¶ b Latitudo autē ideo dicta eſt:quoniā ſecundū imaginatā circūferētiæ Zodiaci latitudinem,ultro citroue ſupputatur. Itaque per latitudinem intelligimus,ſolam dati ſyderis,aut ſignati puncti ab Ecliptica diſtantiā:quæ quidem diſtantia, per circulum magnum,qui per datum ſydus,uel punctum in cœlo notatum,ex polis Eclipticæ ducitur, merito uenit ſupputanda. Officium itaque declinationis,pariter & latitudinis eſſe uidetur:ut coadiuuante longitudinis arcu,hoc eſt,diſtantia ſecundū ordinem ſignorum ab Arietis initio,in ſtellarum cognitionem,& motuū ſiue locorum earūdem perueniamus. Quod,ad ſyderū in plana uel ſolida ſphæra reſpondentem ſituationem,uidetur admodum eſſe neceſſarium. Quælibet itaque declinatio,atque latitudo duplex eſſe uidetur:borealis quidē uel ſeptētrionalis,& auſtrina ſiue meridionalis. Borealē appellamus ab Aequatore declinationem,uel latitudinem ab Ecliptica,quoties uerſus borealē aut ſeptētrionalem Mundi partem numeratur:auſtrinam uero ſiue meridionalem,ſi ad meridianam auſtralemue partem Vniuerſi ſupputatio fiat. Exemplari deſcriptione forſitan melius intelliges. Sit igiť media Sphæra A B C D,in qua polus arcticus A,& antarcticus C,altera pars Aequatoris B D,Eclipticæ autem E F,cuius poli G & H:datum uero ſeptētrionale ſydus eſto I,meridionale uero K. per quæ ſydera,ex ipſius Mundi polis A & C,magnus ducatur circulus A M C,diuidens Aequatorem in puncto M: ex polis autem Eclipticæ G & H, duo itidē magni procedāt circuli G L H,& G N H,diuidentes Eclipticā in punctis L & N. Dati itaq; ſyderis quod in I declinatio,erit arcus M I,latitudo autē L I:eius autem ſyderis quod in K,declinatio erit arcus M K,latitudo uero N K,& utraque meridionalis. Ex his relinquitur euidēs, ſtellas nōnunquam declinationem habere ſine latitudine,uelut i Sol,aut puncta L & N:& econuerſo,latitudinem abſque declinatione,ut quæ ſub Aequatore repoſita ſunt ſydera. Itē declinationem maiorem eſſe plærūque latitudine,& econtra:ut in figura, maior eſt M I declinatio latitudine L I,& uice uerſa latitudo N K maior M K declinatione,

Latitudo ſyderum.

Declinationis atque latitudinis officium.

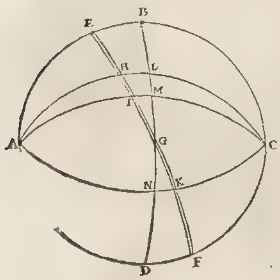
Declinatio atq; latitudo duplex.

Exemplū prædictorum.



Corolarium.

c ¶ c Ad maiorem autem ſuccedentium declarationem,ſit rurſum media ſphæra A B C D: in qua medius Aequator B C D,eius poli A & C,altera Zodiaci pars ſit E G F,ſintque data Eclíticæ puncta H,I,K,quorum I & K communi ſectioni G ſint æque propinqua,utroque uero ab eadē ſectione remotius ſit H:per quæ demum puncta H,I,K, ex Mundi polis A , C , magni ducantur circuli A H C,A I C, & A K C, Dico igitur,arcum declinationis M I æqualē eſſe declinationi N K:quod ita demōſtratur. Quoniā arcus Eclipticæ G I æqualis eſt per hypotheſim arcui G K,& angulus I G M angulo N G K æqualis,per 15 primi elementorum Euclidis:item angulus I M G angulo G N K pariter æqualis,nā uterque rectus. ſunt igitur bina triangula duos angulos duobus angulis æquales habentia, & unum latus uni lateri æquale. Igitur reliqua latera reliquis lateribus, ſub quibus æquales ſubtēduntur anguli adinuicē ſunt æqualia,&c. per 26 primi eorundē elementorū:arcus itaq; declinationis M I æqualis eſt arcui N K. Relinquitur ergo,maximas Solis, uel Eclipticæ declinationes inuicē coæquari:utpote,quæ a p̄fatis ſectionibus ſunt æque diſtātes. ¶ d Quod autē arcus declinationis ab alterutra ſectionū remotiores,ſint maiores propioribus:luce clarius eſſe uidetur. Concurrentes enim lineæ quanto lōgius ſunt productæ, tanto magis diſtant,& maiorem compræhendunt angulum. Cum igitur lineæ G H & G L longiores ſint ipſis G I & G M:ſequiť arcum declinationis L H,maiorē eſſe propriore M I. Idē de cæteris.



Quæ declinationes Eclipticæ ſint adinuicem æquales.

Corolarium.

Quę declinationes ſint maiores cæteris.

d

¶ e Ex quibus colligitur,quod maximæ Solis uel Eclipticæ declinationes ſunt in pūctis inter ſectiones præfatas medijs,qualia ſiunt puncta E & F:quoniam declinationes punctorum Eclipticæ ab utriſque ſectionibus cum Aequatore ultro citroque uniformiter augētur, quatenus deueniatur ad maximā:quæ in alio,quam medio nō poteſt accidere puncto . Hæc autem gemina maximæ declinantia Eclipticæ pūcta,capite Cācri atq; capricorni diſtinguūtur:diſtant enim 90 gradibus,hoc eſt,tribus ſignis,a præfatis interſectionibus,& ſolſtitia dicūtur. Alterū quidem æſtiuū,utpote borealē alterum uero hyemale,ſcilicet auſtrinum , facta relatione ad nos, qui ab

Vbinā maximæ Solis declinationes.

Aequatore uersus polum habitamus arcticũ:secus enim iudicandũ est de ijs,qui partẽ incolunt meridionalẽ. Sol enim quoties motu proprio ad hæc intermedia pũcta deuenit,stare uidetᷣ,hoc est,ultra non percipitᷣ declinare:imo nec longo tẽpore sensibiliter mutare declinationẽ, sed un=de digressus est successiuo progressu redire conatur. ¶ [f] In præfatis deniq; cõmunibus Aequatoris & Eclipticæ sectionibus,nullã accidere neq; declinationẽ neq; latitudinẽ,dementis potius q̃ intelligẽtis est in dubiũ uertere:cũ sint utriq; cõmunia. Ad hæc igitur pũcta cõmuniũ interse=ctionũ,signorũ Arietis & Libræ(uti supra diximus)initiatiua,cum Sol motu proprio deuenit,(quod bis accidit in anno)fit per uniuersum orbẽ æqualis diei cum ipsa nocte dispensatio:unde puncta æquinoctiorum,id est,in quibus uniuersa diei & noctis accidit æqualitas, uulgo nomi=nantur:& ipse Aequator,circulus Aequinoctiorum propterea dicitur.

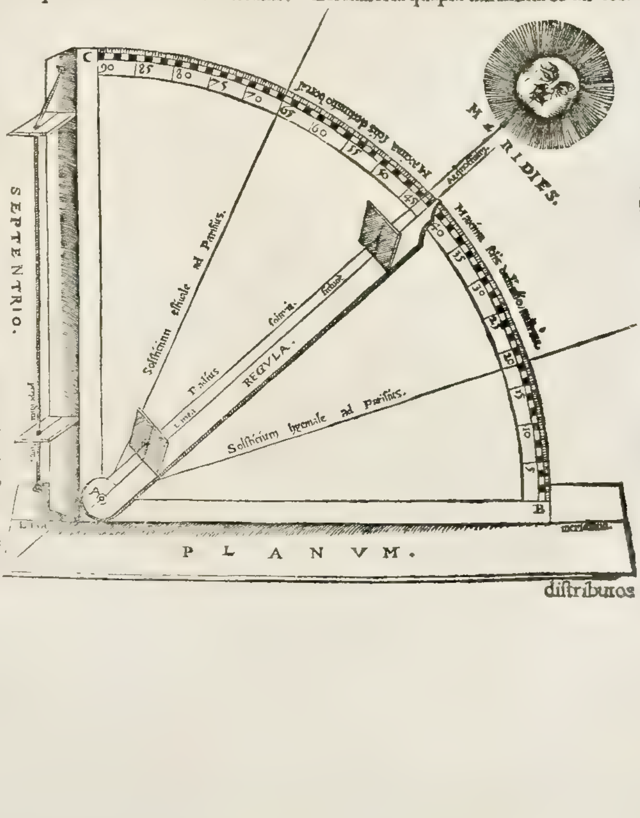
De duabus Eclipticæ cũ Aequatore sectionibus.
Pũcta equinoctialia.

Vt maxima Solis uel Eclipticæ declinatio,& reliquæ singulorum punctorum eiusdem Eclipticæ declinationes inueniantur. Caput IIII.

QVanta [a] uerò sit maxima ipsius Solis,uel Eclipticæ declinatio, non ex li=bris,sed per cõmodam instrumentorũ obseruationẽ depræhendes,& tuo=summa cũ diligẽtia examinabis tẽpore:utpote,à qua uniuersa pẽdere uidetᷣ Astronomia. [b] Hæc autẽ nostra tẽpestate,à iunioribus & quidẽ pe=ritioribus Astronomis,creditur esse 23 graduũ,& 30 circiter minutorũ. [c] Data igitur maxima Solis declinatione,si cuiuslibet puncti Eclipticæ,declinationem (si quã habet)ab Aequatore circulo uolueris obtinere:ducito sinũ totum ipsius maxi mæ declinationis solaris,in sinũ distantiæ puncti Eclipticæ dati ab alterutra sectio=num,productumq; diuidito per sinum totũ:fiet enim sinus declinationis ipsius da=ti puncti,cuius arcus quæsitã declinationẽ indicabit. [d] Hinc patet,q̃ facile sit,tabu=lã declinatiõis ipsius Solis supputare:examinatis enĩ singularũ partiũ unicæ quar tæ partis Eclipticæ declinationibus,eædem per ante dicta,reliquis eiusdem Eclipti cæ quadrantibus possunt indifferenter accommodari.

Instrumenti cõstructio,quo maxima declinatio Solis obseruatur.

I [a] Nter instrumẽta,quibus maxima Solis potest obseruari declinatio,hoc tibi selegimus om=niũ cõmodissimũ: quod in hunc modũ fabricatur. Ex materia quapiã durissima & ad nor=mam undiq; polita,quadrans circuli fabricetur, cuius semidiameter trium ad minus existat cubitorũ: sitq; A B C, A quidẽ centrũ, & B C quarta circũferẽtiæ pars. Ipsa postmodũ quarta B C,in 90 partes inuicem æquales solito more diuidatᷣ: circũductis tribus arcubus eidẽ B C paralle=lis,trina distin=guẽtibus inter ualla: quorũ in terius, hoc est, cẽtro uicinius, partium nu=meros quina=ria successione



distributos

distributos suscipiat, a puncto B uersus C in hunc modum ordinatos, 5, 10, 15, 20, 25, 30, & ita consequenter usque ad 90. In medio autem, singularum partium per lineunculas obseruetur distributio. tertium uero & extremum eorundem arcuum interuallum, subdiuisionibus partium adcommodetur: oportet enim ipsas partes siue gradus in 60 rursum subdistribuere minuta, uel saltem in 30 partes adinuicem æquales, quarum quælibet duo minuta repræsentet. Deinde, fabricetur regula quædam instar alterius partis mediclinij astrolabico dorso reponi soliti, ex paulo duriore materia, ut cupro, uel eiuscemodi: in cuius fiduciali linea, uersus eiusdem regulæ terminos, bina adaptentur pinnacidia subtiliter e diametro perforata. Hæc postmodum regula figatur in centro A; ea quidem arte, ut circumduci libere possit, & fiducialis eiusdem regulæ linea per idem centrum A traducatur. Collocentur rursum in A C latere duo alia pinnacidia itidem perforata ex diametroque constituta, sitque foramen eius pinnacidij quod ad A maius eo quod uersus C: a quo in reliquum, filum emittatur, una cum plumbeo uel quouis alio perpendiculo. Reliqua ex præmissa figura patent: & pro ingenio fabricatis relinquuntur absoluenda. Cum maximam igitur Solis uolueris obseruare declinationem, erige quadrantem uersus meridiem, super datum planum, in hunc finem ad libellam præparatum: eo quippe modo, ut latus A B in rectum lineæ meridianæ (Cuius inuentio suo loco docebitur) præcise coaptetur, ipso perpendiculo lateris A C ad Boream libere demisso. Quibus ita paratis, obseruabis utrunque solstitiorum, utpote, æstiuale & hyemale proximum, quo Sol ingressurus est Cancrum siue Capricornum: in hunc quidem modum. Leua aut deprime regulam singulis horis meridianis, quousque radius solaris pertranseat utraque pinnacidiorum foramina: notaque sectionem lineæ fiducialis ipsius regulæ cum arcu B C, facta supputatione partium à puncto B uersus C. Id autem toties facito, quousque maiorem in æstiuo, uel minorem in hyemali solstitio, meridianam obtinueris ipsius Solis altitudinem. Qua diligenter obseruata, demito minorem a maiori, & residuum (quod totam obliquationem continet Zodiaci) diuide bifariam: nam altera medietatum propositum ostendet. Porro si exploratam habeas in tua regione maximam Aequatoris eleuationem, sufficiet alterum prædictorum solstitiorum examinare, atque uel ipsius Aequatoris eleuationem ab æstiua & maiori Solis eleuatione demere, uel minorem & hyemalem a præfata Aequatoris altitudine respondenter auferre: quod enim facta alterutrius subtractione relinquetur, indicabit propositum. Sed meo iudicio, non semel tantummodo, uerum sæpiuscule, atque diligenter eandem maximam Solis uel Eclipticæ declinationem examinabis: quoniam uniuersa fere superiorum contemplatio, ex eadem pendere uidetur. quæ si non fuerit ad uerum obtenta, omnis tua corruat Astronomia necessum est. ¶ b De ipsius autem maximæ declinationis quantitate, uariæ repertæ sunt obseruationes. Hanc enim Ptolemæus, supra scripta uia (ut uidere licet primo suæ magnæ constructionis) reperit graduum 23, & minutorum 51. Post quem Alcmeon, paulo minorem eandem asseruit declinationem: utpote, graduum 23, & 33 minutorum. Purbachius uero testatur 17 primi Epitomatis, sese hanc inuenisse graduum itidem 23, sed 28 tantum minutorum. Nouissime autem quidam Itali doctissimi, una cum Ioanne Vernero germano, uiro in utraque lingua, Philosophia, & Mathematica admodum erudito, præter 23 gradus, aiunt sese reperisse minuta 29: quorum obseruatio parum differt a Purbachiana. Ego autem cum Ioanne Regiomontano, existimo eam fore 23 graduum, & 30 minutorum. Tu ergo ueriorem omnium harum obseruationum diligenter examinato: ea qua nunc monstrauimus arte.

Maxima Solis declinatio, qualiter per idem obseruetur instrumentum.

Maxima Solis declinatio fundamentum Astronomiæ.

b

Varia maximæ declinationis obseruatio.

Ioannes Vernerus.

c ¶ c SVPPVTATIONEM uero declinationum reliquorum punctorum Eclipticæ, ex 13 capite primi magnæ constructionis Ptolemæi, & respondente 18 propositione Primi Epitomatis Ioannis Regiomontani, supposita declinatione maxima, deprompsimus: ibidem enim demonstratur, sinum totum ad sinum maximæ declinationis eandem habere rationem, quam sinus distantiæ puncti Eclipticæ dati a uiciniori sectione eiusdem Eclipticæ cum Aequatore, ad sinum declinationis eiusdem puncti. Vnde fit, ut sinus rectus maximæ declinationis, in sinum distantiæ puncti Eclipticæ dati multiplicatus, & productum diuisum per sinum totum, quartum manifestet: utpote, sinum declinationis ipsius dati puncti, cuius arcus propositam declinationem indicabit. Quidnam uero sit sinus rectus alicuius arcus, sinusue totus, capite 12 primi libri Geometriæ nostræ declarauimus. Supponamus in exemplum, maximam Solis declinationem ueritati (ut nunc existimatur) propinquiorem, 23 graduum, & 30 minutorum: sitque propositum inuenire declinationem 15 gradus Arietis. Accipe itaque sinum rectum utriusque arcus, per quartum numerum 13 cap. primi libri nostræ Geometriæ. Erit igitur sinus maximæ declinationis partium 23, primorum minutorum 55, & 30 secundorum: sinus autem 15 graduum arcus dati, partium 15, primorum minutorum 31, & secundorum 45. sinus uero totus (ut semel dictum sit) est partium 60. Duc itaque partes 23, minuta 55, & 30 secunda, in partes 15, minuta 31 & secunda 45, per doctrinam sexti numeri quarti capitis libri tertij nostræ Arithmeticæ, id de partibus faciendo, quod de gradibus ibidem iussimus obseruandum: producenturque partes partium 6, partes uero simplices 11, prima minuta 32,

Vt reliquorum punctorum Eclipticæ declinatio supputetur.

Exemplum inuentionis declinationis 15 gra. Arietis.

secunda 7, totidem tertia, & 30 quarta. hæc rursum diuide per sinum totũ: & idẽ redibit numerus, sed mutata denominatione per unicũ genus uersus dextrã & subtiliorẽ partẽ, quẽadmodum 17 numero tertij cap. libri quarti nostræ Arithmeticæ prænotauimus. Fient ergo partes 6, minuta 11, secunda 32, tertia 7, totidem quarta, & 30 quinta: quorũ si respõdentẽ collegeris arcum, per quintũ numerũ eiusdẽ 15 cap. ipsius Geometriæ nostræ, coadiuuãte duodecimo numero tertij capitis libri quarti præcedẽtis Arithmeticæ, offendes 5 gradus, minuta 55, & 24 secunda. Tãtam ergo pronunciabis declinationem ipsius 15 gradus Arietis. Idem facito de cæteris.

De cõponenda tabula declinationis.

¶ d Habes igitur latã & plus quã facillimã uiam, cõ texendi tabulã declinationis ipsius Solis: quantancũq; sumpseris declinationẽ maximã. Sunt enim in Ecliptica duo puncta æquinoctiorũ declinatione carẽtia, duo itẽ solstitialia puncta maximas & æquales habentia declinationes: inter hæc rursum enumerata puncta, quatuor tibi semper occurrunt æqualẽ sortita declinationẽ, ea scilicet quæ ab alterutra sectionum Eclipticæ cum Aequatore sunt æque remota. Sufficit itaq; unicæ tantũmodo quartæ declinationes inuenire, & easdem cæteris Eclipticæ quadrantibus sigillatim adcõmodare. Quẽadmodum ex succedenti declinationũ licet uidere tabula: quam tibi in laboris subleuamẽ diligenter supputauimus, supposita maxima Solis declinatione 23 graduum, & 30 minutorũ.

gra.	mi.	secũ.	
23	30	00	Maxima Solis declinatio
15			Distãtia puncti ab ♈
5	55	24	Declinatio eius puncti
			quod est 15 gradus ♈.

d

Vsus tabulæ succedentis.

Intrabis ergo lateraliter tabulã cum oblato signo sursum uel infra reperto, una cũ eiusdẽ signi gradibus, in læua graduum descendente columna sumẽdis, si signum ad uerticem occurrerit tabulę, uel ĩ dextro & sursum ascẽdente graduũ ordine, si idem signum in calce eiusdem tabulæ offendatur: nam in cõmuni utriusq; angulo, sese offeret ipsius oblati puncti Eclipticæ declinatio, in gradibus, minutis, atq; secundis. Cuius rei exemplo nõ uideris indigere: ni prorsus hebes fueris, & omnium antecedẽtiũ ignarus.

Quando arcus datus ex gradibus & minutis integratur.

¶ Cum autẽ præter gradus occurrerint minuta, & curiosam uolueris obtinere declinationẽ: consule octauũ numerũ tertij capitis libri quarti eiusdem Arithmeticæ nostræ. Sũpta enim graduũ integrorũ declinatiõe, uti nũc admonuimus: uidebis eodẽ numero qualiter sit accipiẽda pars proportionalis differentiæ proximarum declinationum, quarũ altera numero graduũ proximo minori, altera uero pximo maiori respõdet, in ea ratione, qua se habent minuta oblatis gradibus adiacẽtia ad 60. Hãc igitur partẽ proportionalẽ addes prius inuẽtæ declinationi, quę uidelicet cum solis accepta est gradibus, si ea fuerit minor succedente, quod accidit quando signa sursum accipiuntur: uel ab eadem minues declinatione, si præfata declinatio prima fuerit maior succedente proxima, uti uidetur accidere

TABVLA DECLINATIONIS SOLIS,

præsupponens maximam eius declinationem 23 gra. & 30 mi. per Authorem supputata. 1530.

p signis superioribus	Libra. Aries			Scorpio Taurus.			Sagitta. Gemi.			
G.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	
0	0	0	0	11	30	1	20	12	1	30
1	0	23	22	11	51	3	20	42	10	29
2	0	47	41	12	11	10	20	36	30	28
3	1	11	8	12	32	19	20	48	30	27
4	1	35	24	12	53	10	21	0	0	26
5	1	59	21	13	13	1	21	11	1	25
6	2	24	7	13	33	10	21	21	16	24
7	2	47	7	13	53	5	21	32	1	23
8	3	10	9	14	12	8	21	41	32	22
9	3	34	21	14	32	0	21	51	10	21
10	3	58	13	14	51	4	22	0	0	20
11	4	21	18	15	0	8	22	8	7	19
12	4	45	15	15	28	14	22	17	3	18
13	5	8	6	15	46	37	22	24	22	17
14	5	32	6	16	5	1	22	32	0	16
15	5	55	24	16	22	12	22	30	0	15
16	6	18	14	16	40	5	22	45	31	14
17	6	41	29	16	57	27	22	51	38	13
18	7	4	3	17	14	3	22	57	23	12
19	7	27	15	17	30	24	23	2	1	11
20	7	50	16	17	47	7	23	7	2	10
21	8	12	11	18	3	0	23	11	6	9
22	8	35	16	18	18	13	23	15	7	8
23	8	57	46	18	33	6	23	18	15	7
24	9	20	1	18	49	9	23	21	10	6
25	9	42	4	19	3	2	23	24	7	5
26	10	4	0	19	18	6	23	26	9	4
27	10	25	2	19	32	7	23	27	25	3
28	10	47	17	19	45	39	23	29	2	2
29	11	8	5	19	59	10	23	29	22	1
30	11	30	1	20	12	1	23	30	0	0
	Virgo. Pisces.			Leo. Aquarius.			Cancer. Capricor.			p signis inferioribus

accidere, cum eadem signa sese offerunt deorsum. Verba sunt plurima: sed res ipsa adeò facilis est, ut exẽplo cẽseatur indigna. ¶ Porro si uersa uice oblata quacunq; declinatione, uolueris inuenire cui puncto Eclipticæ ipsa declinatio respondeat: id per areale ingressum in eandem tabulã obtinebis. Quoniã inuẽta declinatione, respondentis arcus signum ad caput aut calcem eiusdem tabulæ, & gradum leuorsum aut dextrorsum offendes, prout quarta indicabit Eclipticæ.

Declinatione data, rẽspõden tẽ arcũ inuenire.

Quod si præcisam nõ offenderis in area declinationem: utendum erit duplici introitu, & sumenda pars proportionalis, prout negocium exigit, quemadmodum numero quinto decimi tertij capitis lib. primi Geome. nostræ, atq; duodecimo numero tertij cap. lib. 4. nostræ itidẽ Arithmeticæ luculẽter expressimus. ¶ Idẽ etiã obtinebis per cõuersionẽ antecedẽtis documẽti, qđ de supputãda cuiuslibet arcus declinatione tradidimus. Si nanq; multiplicaueris sinũ totũ per sinũ declinationis oblatæ, & productũ diuiseris per sinũ maximæ declinationis: generabit sinus distãtiæ puncti Eclipticæ, cui talis declinatio respondet, cuius inuẽtus arcus propositũ indicabit.

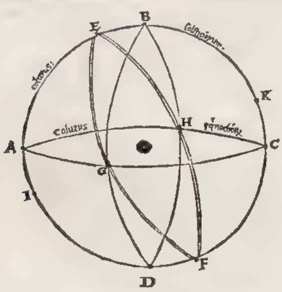
Documẽtũ qñ pcisa nõ offen dit declinatio.

Idẽ sine tabula supputare.

De duobus circulis maioribus, quos Coluros appellant. *Caput. V.*

COluri [a] autem sunt duo circuli maiores, in Mundi polis sese orthogonaliter intersecantes, & tam Aequatorem quàm Zodiacum in quatuor quartas dirimẽtes: quorum alter per æquinoctiorũ puncta, reliquus uerò per utrunq; solstitiũ, & polos Eclipticæ transire describitur. [b] Arcus itaq; coluri, qui per solstitia & polos ipsius Eclipticæ ducitur, inter Aequatorẽ & præfata solstitiorũ pũcta cõpræhẽsi, maximarũ declinationũ ipsius Solis uidetur ostẽdere quantitatẽ: [c] quos tantos esse necessum est, quanti sunt arcus Mundi atque Zodiaci polos intercepti.

a COluri proprie dicuntur circuli apparentes omni tempore curti, id est, truncati: quorum uidelicet altera medietas tantum apparet, altera respõdenter occultatur. Officium horũ circulorum in sphæra est, tam Aequatorem q̃ Eclipticam in 4 diuidere quadrantes: & quatuor ipsius Eclipticæ cardinalia distinguere pũcta, hoc est, quæ notatu digniora uidentur, cuiusmodi sunt cõmunes Eclipticæ cũ Aequatore sectiones, in qbus uniuersa cõtingũt æquinoctia: & duo maxime declinantia eiusdem Eclipticæ puncta, quæ solstitia dicta sunt. Circulus itaq; magnus, qui ex Mundi polis per æquinoctialia puncta ducitur, colurus æquinoctiorum appellatur: qualem tibi repræsentat circulus A G C H obiectæ descriptionis, qui ex Mundi polis A & C, per communes Aequatoris B D, & Eclipticæ E F intersectiones G & H ducit. Alius porro circulus itidem maior, ex præfatis Mundi polis, per Eclipticæ polos, & utraq; solstitialia eiusdem Eclipticæ puncta descriptus, colurus solstitiorum uocitatur. In cuius exẽplũ, habes circulum A B C D, qui ex eisdem Mundi polis A & C, per Eclipticæ polos I & K, atq; solstitiorum puncta E & F circũfiguratur. Hic porro colurus rectos sphærales cũ priori facit angulos: & propterea per polos Eclipticæ transire diffinitur, quoniam poli Zodiaci in eodem necessario uidentur esse circulo cum punctis maxime ab Aequatore declinantibus. ¶ b Cum autem declinationes per magnum circulũ, ex Mundi polis per oblatũ punctum eductum, metiri supra diximus: sequitur, arcus ipsius coluri solstitialis, inter eadem solstitia & eis in Aequatore respondentia puncta cõpræhensos, maximarũ declinationũ ostendere quãtitatẽ. Cuiusmodi sunt arcus B E & D F, qui maximæ declinationis solaris arcus etiã dicti sunt: quoniã Sole eadẽ solstitia possidente, maxime tunc ab Aequatore declinat. Quanta uero sit hæc maxima Solis declinatio, quoue ingenio perquirenda sit: suo loco docuimus. ¶ c Hi tandem maximarum declinationũ arcus, qui ex prædictis relinquuntur adinuicem æquales, tanti necessario uidentur esse, quanti sunt arcus eiusdem coluri, Mundi atq; Zodiaci polos intercepti. Volo dicere paucis, arcus B E & D F, æquari arcubus A I & C K: quod ita demonstratur. Quoniã eiusdem circuli quartæ sunt adinuicem æquales, quarta igitur a Mundi polo A ad punctum Aequatoris B, æqualis est quartæ inter Zodiaci polum I & solstitiale punctum E compræhensæ: quarũ cõmunis arcus A E. Porro si ab æqualibus idem commune tollatur, quæ relinquuntur inuicem erunt æqualia, per uulgatam ac cõmunem sententiam: igitur arcus A I æqualis est arcui B E. Nec minori facilitate monstrabitur arcus C K eidem B E, aut D F, atq; eidem A I coæquari.



Coluri qui dicantur circuli, & eorũ officiũ.

Colurus æquinoctiorum.

Colurus solstitiorum.

Qui nã arcus maximas Solis metiãtur declinationes.

Q. maximæ declinationes polorũ distantijs adæquãtur.

De meridiano

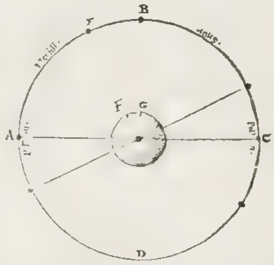
De Meridiano & Horizonte circulo. *Caput.VI.*

DIcendum eſt conſequenter de Meridiano, atq; Horizonte circulo: utpote, qui in ſphærica ratiocinatione non aſpernandæ uidentur eſſe commoditatis. Eſt igitur Meridianus circulus maior, per Mundi polos, & locorum uerticem eductus: cuius proprium eſſe uidetur, meridiem, hoc eſt, dimidium diem præfinire. [b] Hinc patet, orientaliora quælibet loca peculiares ab occidentalioribus habere meridianos: [c] atq; lineæ terreſtris meridiano reſpondentis inuentionem, ad uarios inſtrumentorum uſus, potiſſimum horariorum, admodum eſſe neceſſariam.

[d] Horizon autē, eſt circulus itidē maior, ſuperius hemiſphærium ab inferno, id eſt, uiſam cœli partem ab occulta, dirimens, à locorū uertice æqualiter ex omni parte ſemotus: unde Finitor proprio nomine dicitur. [e] Is rectus dicitur, quoties per Mundi polos eductus, rectos cū Aequatore facit angulos. [f] Obliquus uerò, cū eundem Aequatorē ad angulos impares & obliquos interſecat, altero Mūdi polorum ſurſum eleuato, & reliquo tantundem infrà depreſſo. [g] Ex Horizontis itaq; rectitudine uel obliquitate, Sphæra Mundana recta uel obliqua dicitur. Quātum igitur alter Mundi polus ſuper Horizontem extollitur, tantundē locorū uertex ab Aequatore remouetur. [i] Rurſum, quāta eſt uerticis à polo ſurſum eleuato diſtātia, tantum etiam Aequator ſuper eundem eleuatur Horizontem.

Meridianus circulus, unde dictus.

M [a] Eridianus circulus, nō mediocris tam apud Aſtronomos, q̄ etiā Geographos, eſt utilitatis: quēadmodum apertius ex ſuccedentibus colligetur. Dicitur autē meridianus, quoniā ubi Sol diurno motu ad eū peruenerit, meridies, aut mediū noctis accidit: hoc eſt, tā naturalis, quā artificialis dies, ſiue nox bifariā ſeparatur, Vnde circulus mediæ diei plærunq; nominatur. Tātus enim eſt arcus diei artificialis, quē Sol deſcribit ab ortu ad meridiē, quātus eſt reliquus a meridie ad occaſum: atq; nocturnus ab occidēte ad mediū noctis æqualis ei, qui a medio noctis ad ortū. Ex quo rurſum colligitur, medietatē diei naturalis a ſubterranea Meridiani parte, per ortum, ad meridiē, æquari reliquæ medietati, quæ ab ipſa meridie, per occaſum, ad eundē meridianū ſub Terra deſcribit. Cū enim meridianus ſit maior circulus, totā Vniuerſi ſphærā bifariā ſecabit, altera Orbis medietate ad ortū, altera uero ad occaſum derelicta. Quid autem ſit dies naturalis, & artificialis, ſiue dies ſiue nox, ſuo loco declarabimus. A circulo itaq; meridiano dies naturales 24 horarū numerati ſunt: ab Aſtronomis quidē a puncto mediæ diei, ſecundū autē uulgares, potiſſimū Gallos, a media nocte: idq; nō ſine ratione. Quoniā idē circulus Meridianus, reſpectu eiuſdē loci nuſquā uariat, manetq; totus omni tēpore fixus: qđ ad huiuſcemodi ſupputationē uidetur eſſe neceſſariū. Huius autē Meridiani tibi ſit in exēplū obiectus circulus A B C D, per Mundi polos A & C, atq; uertices B & E, locorū quæ in F & G ſunt, cōplete deſcriptus.



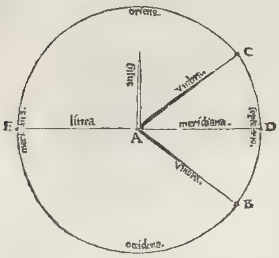
Meridianorum diuerſitas.

¶ [b] Tot igitur ſunt Meridiani circuli, quot particularia ab ortu ad occaſum diſcrepantia loca: quoniā eorūdē locorū uertices ſub eodē nō cadūt Meridiano. Atqui Meridianus per locorū uertices trāſire diffinitur: igit̄ tot erūt Meridiani circuli, quot fuerint loca, lōgitudine ab occidēte ad ortū, uel ecōtra differētia. Secus de locis, q̄ latitudine tātū ab auſtro ad ſeptētrionē, uel cōtra diſtare uidētur: plura enim loca ſub eodē poſſunt eſſe Meridiano, modo unus datorū locorū nō ſit orientalior, uel occidētalior reliquo, cuiuſmodi ſunt loca F, G, quorū idē Meridianus A B C D.

Lineæ meridianæ ſuper terreſtre planum ad inuentio.

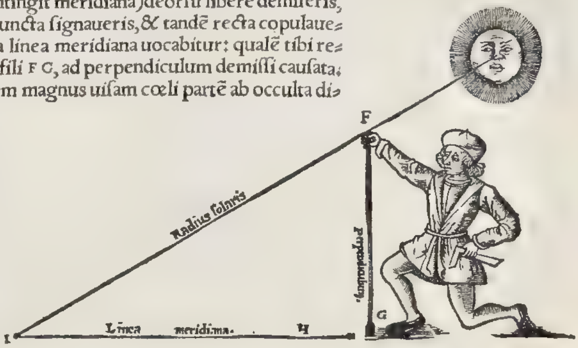
¶ [c] Cuilibet inde Meridiano circulo reſpōdentē in terra lineā, quā meridianā itidē uocitamus, inuenire, ad horologiorū & cæterorū utilium inſtrumentorū uſum cōmodiſſimū eſſe uidetur. Dato igitur quocūq; plano, illud primū ad libellā ita diſponatur, ut omnes eiuſdem partes æqua lance deprimātur, adeo ut nulla ſit decliuior reliqua: quod Bignomonis ſeu gemini rectāguli abſoluetur officio. Poſtmodum ſuper ipſo plano, circa datū in eo centrū A, circulus liberæ quantitatis deſcribatur B C D E. in cuius centro A ſtilus perpendiculariter erigatur, tantæ circiter longitudinis, quāta fuerit quarta diametri eiuſdem circuli pars: in hunc quippe modum, ut umbra ipſius ſtili meridiana

meridiana(quæ omniũ est minima) intra præfatũ circulũ,longe quidem a circunferentia cadat. His ita constructis, præstoletur lucente Sole umbra stili antemeridiana,circũferentiam ipsius circuli præcise con iungẽs: qua obtenta,punctũ contactus signetur notula B. Rursum similis post meridiẽ examinetur umbra,quæ nõ dissimiliter eandem circunferentiã præcise contingat: in cuius extremo contactu ponatur notula C.Deinde,arcus B C bifariam secetur in D puncto: a quo tandẽ per datum centrum A,recta quædã protrahatur linea, quæ sit D A E, quantũlibet utrinque producta.Hæc igitur linea tui loci Meridiano respondebit: in cuius rectum meridianæ ho rologiorũ & aliorum solariũ instrumentorum lineæ ue= niunt ad amussim collocandæ,quẽadmodum suo loco de= clarabitur. Poteris etiam (si libeat) uarias meridianorũ lineas,unica (ut monstrauimus) obtẽta,ubilibet procrea= re:si filum una cum perpẽdiculo, quando umbra stili in rectum lineæ meridianæ prius inuẽtæ ceciderit(quod hora contingit meridiana)deorsũ libere demiseris, atq; in eius umbra duo puncta signaueris,& tandẽ recta copulaue= ris linea.Hæc enim noua linea meridiana uocabitur: qualẽ tibi re= præsentat H I,ab umbra fili F G, ad perpendiculum demissi causata.



Alia meridiana rum linearum obseruatio.

d ¶ d CIRCVLVS autem magnus uisam cœli partẽ ab occulta di= rimens, Horizõ est ap= pellatus,id est,finitor ui sus: non sinit enim pter hemisphærium quẽquã aspicere, unde circulus hemisphærij a nõnullis etiã dicit. Huius porro circuli Horizontis po= lus superior,idẽ semper est cũ dati loci uertice: uertex enim cuiuslibet loci, in medio patẽtis lo catur hemisphærij,circulus itẽ Horizõtis æqualiter ex omni parte distat a suo polo: necessium est igitur,polum Horizontis cũ dati loci cõuenire uertice,atq; eũdem Horizontẽ circulum 90 gradibus quaquauersus ab eodẽ uertice distare. Vnde fit,ut quẽadmodũ uariato loco mutatur ipsius loci uertex:ita mutato uertice uariatur Horizon,& ecõtra.Quot igit fuerint particula= ria loca,etiã quouis modo distãtia,tot erũt Horizõtes circuli:quorũ aliqui recti,quidã uero di= cunt obliqui.



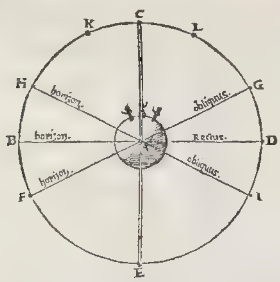
De Horizonte circulo.

Vertex loci idẽ quod polus Ho rizontis.

e ¶ e Horizon rectus dicit, qui per Mũdi polos eductus rectos cũ Aequatore facit angulos,a quorũ rectitudine rectus appellat:siue etiã qd' Sphæra recte tũc uideat esse locata, neutro polorũ sursũ Horizõta leuato. Hæc autẽ sphæræ uel Horizõtis habitudo ijs solũ accidit, quorũ uertex sub Aequatore locat.Exẽplũ abstrahere po tes q de imaginato semicirculo B A D,p Mũdi polos B & D trãsiẽs,rectos cũ medio Aequatore C A E cõficit angulos.

Horizõ rectus.

f ¶ f Obliquus uero siue decliuis Horizon omniũ eorum esse uidet, quorũ uertex ultro citroue locat Aequatorẽ: utpote,quibus alter Mũdi polus sup Horizõtẽ eleuatur, alter uero tãtũdẽ ĩfra deprimit:Obliquus ideo nominatus, qm̃ Aequatorẽ ad obliquos & impares diuidit ãgulos,uel qm̃ Sphæra, facta relatione ad eos quorũ uertex sub Ae= quatore,uidet oblique locata. Quẽadmodũ repræsentare uident semicirculi F A G & H A I: eorũ qppe Horizontes, quorũ uertices K & L,supra quorũ alterũ,utpote,F A G,polus septẽtrionalis B leuat,& meridionalis D tãtundẽ infra deprimitur:cuius cõtrariũ accidit ipsi H A I,fit enim con uersa polorũ exaltatio atque depressio,uti figura monstrat.



Horizon obli quus.

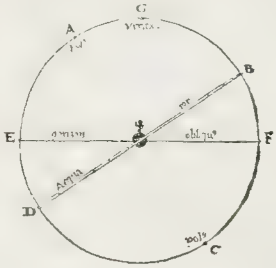
g ¶ g Cũ igitur ipsa Mundi sphæ= ra ad Horizontium referatur habitudinem, & iuxta maiorem aut minorem Aequatoris ad

Cur sphæra re cta uel obliqua dicatur.

 Horizontem

Horizontẽ inclinationem consyderetur: ea recta, uel obliqua, ab Horizontis rectitudine, uel obliquitate dicetur. Rectam igitur sphæram ij solum habere dicentur, quorum Horizon rectus est, & uertex sub Aequatore: Obliquam uero, quorum Horizon obliquus, & uertex ultro citroue locatur Aequatorem, qui tanto dicentur obliquiorem sphæram habere, quanto uertex eorum remotior fuerit ab Aequatore, & poli magis ab Horizonte distantes.

¶ h Omnes tandem præfatæ inuicẽ relatæ distãtiæ, in Meridiano circulo ueniunt cõsiderãdæ: utpote, quoniã uterq; Mundi polus, & locorum uertices in ipso locantur Meridiano, atq; maxima tum Aequatoris, tum signati cuiusuis in cœlo puncti super Horizontẽ cõtingit exaltatio. Sit igit̃ Meridianus A B C D, Aequator B D, obliquus Horizon E F, Mundi polus arcticus super eundẽ Horizontẽ eleuatus A, antarcticus uero tantũdem infra depressus C, uertex autẽ dati loci esto G. Aio itaque primũ, arcũ A E, id est, polarẽ eleuationẽ, ęqualẽ esse arcui B G, siue distãtiæ uerticis ab Aequatore. Quoniã A Mũdi polus distat ab Aequatore B D per Meridiani quadrantẽ, tantũdem etiam remouetur uertex G ab Horizonte E F, nẽpe eiusdẽ Meridiani quadrãte: quadrãs igitur A B, quadranti E G est æqualis (sunt enim eiusdem circuli quartæ inuicẽ ęquales) quorũ cõmunis arcus A G. Atqui ab ęqualibus idẽ cõmune sublatũ relinquit æqualia, p uulgatã ac cõmunẽ sententiã: subtracto igitur arcu A G, reliquus A E reliquo B G erit æqualis, quod oportuit demonstrasse.



Q̃ poli sublimitas & distantia uerticis ab Aequatore sunt æquales,

¶ i Nec minus euidens est, quod arcus A G, cõplementũ uidelicet polaris altitudinis, ęquetur ipsi arcui B F, hoc est maximæ Aequatoris eleuationi. Præfatus enim quadrans, A B æquus est quadranti G F, quorum rursum cõmunis arcus B G: qui si deducatur ex utroq;, reliquus A G reliquo B F erit æqualis, per superius allegatam cõmunẽ sententiã, igit̃ propositũ. ¶ CVM IGITVR loci cuiuspiã latitudo nihil aliud sit, quã distãtia uerticis ab Aequatore (uelut ĩfra dicet̃) uides quã facile, habita poli sublimitate, habeat̃ & loci latitudo, siue distãtia uerticis ab Aequatore circulo. Eadẽ rursũ eleuatione polaria 90 subducta gradibus, relinqtur ipsius Aequatoris eleuatio. Et ecõuerso, si Aequatoris habueris altitudinẽ, & eã a 90 subduxeris gradibus, poli sublimitatẽ, ipsiusue regionis latitudinẽ respõdẽter obtinebis. Qualiter aũt Aequatoris inuestiget̃ altitudo, suo loco demõstrabit̃.

Q̃ distãtia uerticis apolo mũdi æquatur Aequatoris altitudini.
Corolaria notatu dignissima.

De duobus Tropicis, totidẽque polaribus circulis, quinque Mundi partes (quas Zonas uocant) distinguentibus. Cap. VII.

SVnt & alij uulgares in sphæra circuli, minores appellati: duo uidelicet Tropici, totidémque circuli polares. [a] Tropici sunt duo circuli minores atque inuicẽ æquales, à binis solstitialibus Eclipticæ punctis ultro citroq; Aequatorẽ, cõpleta Vniuersi ab ortu ad occasum circũductione descripti. [b] Quorũ qui septẽtrionalis, Tropicus Cancri, uel æstiuus dicitur. [c] Is autẽ qui uersus austrum, Tropicus Capricorni, uel hyemalis, a nobis (qui borealẽ Mundi partẽ incolimus) nominatur. Ab ijs autẽ qui austrũ uersus habitant, qui nobis æstiuus, hyemalis: & econtra uenit appellandus. [d] Polares autẽ circuli sunt, qui à polis Eclipticæ, circa Mundi polos, integra totius Vniuersi reuolutione describũtur æquales. [e] Horũ qui circa Mundi polũ septẽtrionalẽ lineatur, acticus, borealisue dicitur. [f] Qui uerò circa meridionalẽ describit̃, antarcticus, uel australis appellat̃ circulus. [g] Hi porrò quatuor minores & paralleli circuli, duo uidelicet Tropici, & totidem polares, uniuersam Mundi cõgeriẽ in quinq; præcipuas uidentur distinguere regiones, [h] Figura, magnitudine, atq; natura inter sese differẽtes, quas Zonas uulgares dicũt A

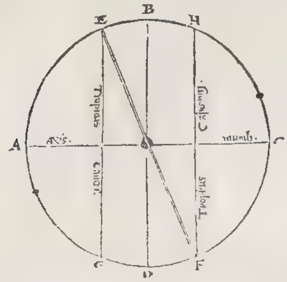
E[a]Xpeditis 6 maioribus & uulgatis in sphæra circulis, cõsequẽs est, quatuor minores præcipuosque circulos breuibus declarare: & primũ duos Tropicos. Circuli itaque, qui a maxime declinãtibus Eclipticæ pũctis, ad cõpletã Vniuersi circũductionẽ, abstractiue describunt̃ circũlineãturue, Tropici noĩati sunt, id est, circuli reuersionis (τροπὴ enĩ græce, reuersio dicit̃ latine) Reuertit̃ nãq; Sol ad æqnoctiorũ pũcta, dũ suo motu ꝑprio maximas occupauit Eclipticę declinationes: nec ultro citroue Aequatorẽ, boreã uel austrũ uersus, potest ulterius declinare, utpote, quoniã Ecliptica nihil aliud est, quã solaris uia. Quapropter eadem Eclipticæ maxime

Tropici unde ita nominati.

ab Aequatore

ab Aequatore declinãtia pũcta, Solis stationes dicta sunt: Sol nãq; redeũdo unde digressus, stare quodãmodo iudicatur, hoc est, non ultra declinando, locum in Meridiano circulo, lõgo tẽporis

b interuallo, sẽsibiliter mutare minime percipiť. ¶ b Tropicus igitur a boreali solstitio, siue Cãcri capite, prædicto modo circũlineatus, Cancri tropicus uel æstiuus circulus a nobis (qui septẽtrionalẽ Mundi partem incolimus) appellatur: quoniã Sole ad ipsum peruẽto, aut ꝓpiore facto, æstas nobis accidit. Hũc tibi repræsentat circulus adiunctæ sphæricæ descriptionis A B C D, in qua Mundi axis A C, Aequator B D, Ecliptica autẽ E F. ¶ c Reliquus uero Tropicus, ab initio Capricorni, altero ue maximæ declinatiõis pũcto descriptus, ab eodẽ Capricorno denominatur: & hyemalis propterea dicitur, quoniã dum Sol eundẽ Tropicũ occupat, a nostro uertice maxime remouetur, ex qua quidẽ remotione, hyems nobis accidẽtaliter producitur. Cuiusmodi est Tropicus F H, eiusdẽ obiectæ descriptiõis. Qui tamẽ ex Tropicis a nobis æstiuus dicitur, ab ijs qui australẽ Mũdi partem habitãt, hyemalis, & qui hyemalis, æstiuus uenit appellãdus: quæcũq; enim Sole borealia signa discurrente nobis accidunt, eisdẽ australibus euenire solent, cum idẽ Sol meridiana perambulat signa. Hos itaque Tropicos inuicem æquales atq; parallelos esse necessum est: æqualibus enim interuallis, utpote, maximis Eclipticæ declinationibus ultro citroq; lineãtur Aequatorẽ. Vnde fit, ut Tropicorũ cẽtra a Mundi centro sint æque semota, & utriusq; plana superficies rectos cũ axe Mundi faciat angulos: ex quibus arguitur ipsorum Tropicorũ æqualitas, & parallela tã adinuicem, quam ad ipsum Aequatorem distantia: quẽadmodum ex capite decimo libri primi nostræ Geometriæ deducere haud difficile est. Patet igiť, quod maxima Solis declinatio geminata, eorũdẽ Tropicorum distantiã manifestat.



Tropicus æstiualis, siue cãcri.

Tropicus hyemalis, siue Capricorni.

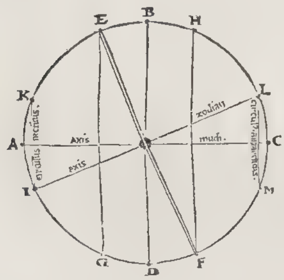
Nota, ꝓ ijs qui austrũ uersus habitant.

Tropici adinuicem æquales, & paralleli.

d ¶ d Reliqui duo minores & uulgati in sphæra circuli sunt, qui ab Eclipticæ polis, circa Mundi polos, ad præfatum motũ Vniuersi, imaginaria circũscriptione lineãtur: & ob id polares nõ iniuria dicti sunt. Mouetur enim uterq; polus Eclipticæ circa Mũdi polos & axem: quẽadmodũ solsticialia, atque reliqua totius sphærici cõuexi designata pũcta.

De polaribus circulis.

Repetať in exẽplũ antecedẽs figura, in qua sint omnia priori descriptioni similia: sed adiũctis duobus circulis minoribus I K & L M, circa Mundi polos A & C, a polis Eclipticæ I & L abstractiue lineatis, præfatos circulos polares utcũq; repræsentãtibus. Hi duo polares circuli, quẽadmodum & Tropici, sunt adinuicem æquales, & tam inter sese quã Aequatori atque Tropicis peralleli. Arcus enim A I & C L, eorũdem polarium circulorũ semidiametrales, adinuicẽ, atque maximis æquãtur Eclypticæ declinationibus: & cum eiusdẽ circuli quadrãtes sint adinuicẽ æquales, fit ut uterque polarium circulorũ æqualiter ab Aequatore remoueať, & unus tantum a proximo distet tropico, quãtum reliquus a reliquo.



Q. circuli polares inuicẽ æquales sunt & paralleli.

e ¶ e Is autem polaris circulus, qui ab septẽtrionali Eclipticæ polo, ut I, circumlineatur, Arcticus a Mũdi polo arctico, atq; borealis ab eiusdẽ partis septẽtrionalis denominatione uocatur: cuismodi est I K circulus, circũ A polũ arcticũ figuratus.

Circulus arcticus.

f ¶ f Alter uero, qui a meridionali eiusdẽ Eclipticæ polo, uelut L, cõpleta gyratione describiť, antarcticus a polo Mũdi antarctico, atq; australis circulus a meridiana sic appellata regione denominať: qualẽ tibi repræsentat L M, circa Mundi polum antarcticum C respondenter designatus. Ex his deducitur, tantos esse diametrales arcus horũ duorũ polariũ circulorũ, quãtus est arcus utrosque Tropicos interceptus: suntque per suppositiã maximã Solis obliquationẽ, graduũ 47, reliqui autẽ intermedij, uelut E K & H L, 43 gradus includere uidẽtur.

Circulus antarcticus.

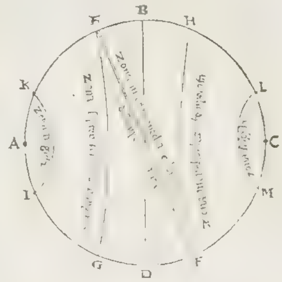
Corolarium.

g ¶ g Vnde manifestũ est, præfatos Tropicos, una cum polaribus circulis, totũ cœlum in quinque præcipuas distinguere partes: Zonas ideo dictas, quoniam cœlum instar zonæ circũambire uidẽtur. Prima geminos intercipitur tropicos. Duæ autẽ extremales, circa Mundi polos arctico & antarctico, polaribus clauduntur parallelis. Inter has autem & ipsam mediam, reliquæ duæ sunt collocatæ, una quidem (quam nos incolimus) inter Cancri tropicum, & arcticum parallelũ, altera uero (quæ nunc a multis inhabitari comperitur)

Quinq; zonæ cœlestes.

inter Capricorni

inter Capricorni tropicum,& antarcticum locatur circulum. Quemadmodum ex obiecta potes elicere figura: in qua Mundi poli A & C, Aequator B D, Tropicus Cancri E G, & Capricorni F H, arcticus autem parallelus I K, & antarcticus L M. ¶ h Has itaque Mundi regiones siue Zonas, & figura, & magnitudine discrepare necessum est. Nam intermedia uniformis & omniũ maxima uidetur esse; utpote, q̃ ab Aequatore bifariam distinguitur, binisq; tropicis inuicẽ æqualibus terminatur. Duæ uero remotiores circa Mũdi polos unico clauduntur circulo, altera quidẽ arctico, & reliqua Antarctico: qui cum minores sint tropicis, & adinuicẽ ęquales, eædẽ zonæ pares, & omniũ erunt minimæ. Porro inter mediæ uersus tropicos sunt maioris ambitus, quã uersus polares circulos, neque tantæ sunt latitudinis, quãtæ reliquæ tres: ut ipsa te docebit supputatio. ¶ i Rursum q̃ natura differãt, ita persuadet. Mediã in primis Zonã, reliquis esse calidiorẽ (potissimũ circa tropicos) ac ægre difficulterq; habitabilẽ: ex recto & assiduo radiorũ solariũ defluxu, atq; morosa ipsius Solis reuersione cõcludimus. Duæ autẽ extremales circa Mũdi polos, uelut a Sole remotiores, & obliqua nimis solariũ radiorũ ,piectione circũfusæ: nimio frigore distẽperatæ sunt, & malæ duræq; uidenť habitatiõis. At reliquæ duæ inter has & mediã collocatæ, caliditatis eiusdẽ mediæ & frigoris extremarũ cõmixtura tẽperatæ, bene facileq; habitabiles sũt: quarũ ptes tãto uidenť esse tẽperatiores, q̃to a circũpositis fuerit remotiores, uelutí circa mediũ, in quo moderata Solis, id est, neq; recta, neq; obliqua nimis cõtingit irradiatio. Hęc de uulgaribus sphæræ circulis sint satis: nũc de reliqs, a qbus maxima pars pẽdere uideť Astronomiæ, tractemus o portet.



De figura et magnitu line præ dictarũ zonarũ

Q̃ præfatæ zonæ accidentali natura differãt.

h

i

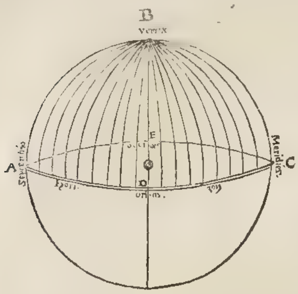
De uerticalibus, atque altitudinum circulis. Caput. VIII.

PRæter hos autem supra descriptos sphæræ circulos, uaria reperitur in eadẽ sphæra aliorum circulorũ imaginatio: de quibus cõsequẽter tractare cõmodissimum existimamus. utpote, à quibus bona pars ipsius Astronomiæ, ac uniuersa ferè cœlestium instrumentorum & theorica & practica pendere uidetur. Inter quos primũ sese offerunt, qui dicũtur uerticales: & ij, quos altitudinũ solemus appellare circulos. a Sunt igitur uerticales circuli, qui ex dati cuiuslibet loci uertice, in singulas Horizontis partes deducũtur: & supernũ hemisphæriũ in tot partes quot & Horizontẽ undiquaque distribuunt. b De quorũ numero est ipse Meridianus: qui unà cum eo uerticali circulo, quẽ ad rectos intersecat angulos, idem hemisphæriũ in quatuor quartas, atque uera orientis, occidentis, septẽtrionis, & meridiei puncta distinguit. c Altitudinũ uerò circuli sunt, qui circa locorum uerticem parallelicè describũtur, & cuiuslibet uerticalis circuli quadrantẽ, ab eodẽ uertice ad Horizontẽ interceptũ, in 90 partes inuicẽ æquales distribuũt, & uicissim ab eisdẽ uerticalibus circulis, in 360 partes, siue gradus, sigillatim diuidũtur: quorũ primus, & omniũ maximus est Horizon, minimus uero, qui propior est uertici. d Officiũ itaque uerticalium circulorum est, orientium uel occidentiũ syderũ à uero ortu uel occasu distantiã (quæ ortiua, uel occidua uocatur amplitudo) in quà ue quarta superioris locetur hemisphærij, & quãtum ab eius initio distet determinare. e Per altitudinũ uero parallelos, eorũdẽ syderũ super Horizõtẽ distingũtur eleuationes. f Est enim altitudo syderis, arcus circuli, qui ab eodẽ sydere ad Horizontem, per eosdem altitudinũ circulos dimetitur. g Vnde fit, ut in uerticalibus circulis æqualiter à Meridiano distantibus, æquales cõtingant syderum eleuationes.

INter circulos, quos præter 10 uulgatos nuperrime descriptos, in ipsa sphæra imaginantur Astronomi, primũ sese offerũt, q uerticales appellantur: & ij quos altitudinũ circulos nominare cõsueuimus, ad uarias syderũ obseruationes excogitati. Verticales appellamus circulos, qui e cuiuslibet

Verticales circuli.

qui e cuiuſlibet loci uertice, ad quaſlibet Horizontis particulas ſiue gradus emittũtur, & in eodem ſeſe interſecantes uertice, totũ patens hemiſphærium in 360 partes inuicẽ æquales, ad cõpletam Horizontis rotunditatem diſtribuunt. Quẽadmodum abſtrahere potes ex ſubiecta figura: in qua Meridianus A B C, Horizon A D C E, uertex punctum B, per quod ad ipſum Horizontẽ præfati uerticales ducuntur circuli, denis inter ſeſe gradibus in exemplum diſcreti.



b ¶ b Meridianus autem circulus inter ipſos adnumeratur uerticales. ex uerticalibus autem circulis, unicus duntaxat in ipſo uertice eũdem Meridianũ ad rectos interſecat angulos. qui proprio nomine inter cæteros, uerticalis propterea nuncupatur: atque in ea Horizontis puncta decidit, in quibus cõmunes Aequatoris & Horizontis cõtingunt interſectiones, quæ uera oriẽtis & occidentis puncta nominãtur, qualia ſunt D & E.

Meridianus inter uerticales adnumeratus.

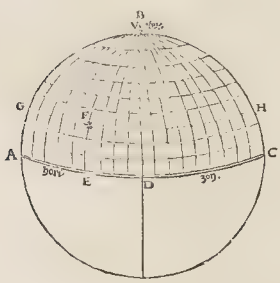
Quis circulus propriè uerticalis dicatur.

Fit igitur, ut ipſe Meridianus una cum præfato uerticali circulo, qui rectos cum Meridiano facit angulos, ſupernũ hemiſphæriũ (cui ſolũ deſeruiũt ipſi uerticales circuli) in quatuor diſtinguant quartas: quarum duæ ſunt orientales, & reliquæ duæ occidentales, duæ item auſtrales, & totidem ſeptentrionales. Vt in figura, quarta ab ortiua ſectione D ad punctum auſtrale C numerata, orientalis & meridiana dicitur: reliqua uero ab eadem ſectione D ad boreale pũctum A, ortiua pariter atque ſeptentrionalis appellatur. Aliarum porro quartarum, quæ ab occidentali prædictorũ circulorum interſectione, ut E, uerſus idem meridionale pũctum C diſtribuitur, occidentalis meridiana ſolet appellari: ultima tãdem quarta ab eodem pũcto occidentis E, ad præfatum ſeptentrionale punctũ A, occidentalis pariter, borealiſq; nũcupatẽ.

De diſtinctiõe quartarum patẽtis hemiſphærij.

c ¶ A uerticali autem puncto dati cuiuſlibet loci, ad Horizontem circulũ, undique ſunt 90 gradus: diſtat enim uertex a quauis Horizontis parte, per quadrantẽ circuli. per ſingulas itaq; horum 90 graduũ diſtinctiones, ſi parallelos imagineris tranſire circulos, hi ſunt quos altitudinũ circulos appellare ſolemus: quorũ primus & omnium maximus eſt Horizon circulus tam rectus quã etiam obliquus, ultimus uero ac omniũ minimus, is eſſe cogitur, cuius centrum eſt ipſe loci uertex. Hi porro circuli altitudinum, tam Meridianum, quam reliquos uerticales circulos, ab Horizõte ad uerticem in 90 partes inuicem æquales, ſiue gradus diſtribuunt: atq; ab eiſdem uerticalibus, in 360 partes inter ſeſe pariter æquales, uerſa uice diuidũtur, hemiſphæricã quandam efficientes contexturam, Quẽadmodum præſens uidetur indicare figura: in qua Meridianus rurſum A B C, altera pars Horizõtis A D C, a qua ad uerticem B, præfati deſcripti ſunt altitudinum circuli, denis inter ſeſe gradibus in exemplum diſtributi.

De parallelis altitudinum.



d ¶ d Officium itaque uerticalium circulorum eſt, tam Solis, quam aliorum ſyderum, uel datorũ quorũcunque punctorum diſtantiam a uero ortu uel occaſu determinare: cum uidelicet ſurſum Horizõta leuantur, uel ſub eodem occidendo deprimuntur. Necnon in qua nuper deſcriptarum quartarũ patẽtis locẽtur hemiſphærij: quantũue diſtẽt ipſa ſydera ab ipſius quartæ principio diſcernere. Cũ eñi Sol, uel quoduis aliud aſtrũ oriẽdo præciſe tetigerit Horizontẽ: arcus Horizontis inter ipſum ſydus & uerũ oriẽtis punctum compræhenſus, amplitudo uocatur ortiua. Cum autem occidendo ſtella, eundẽ contangere uidebitur Horizontem: arcus eandem ſtellã & uerum occidentis punctum interceptus, occidua reſpõdenter dicetur amplitudo. Vtraq; præterea, & ortiua & occidẽtalis amplitudo, borealis uel auſtralis appellabitur: prout datũ ſydus, in ſeptentrionali uel meridiana fuerit ab Ecliptica ipſius cœli parte. Eiuſmodi uero diſtantia ſuper Horizontem conſiderata, uertex Solis, alteriuſue ſyderis (Zenith autem barbare a uulgatis dicitur Aſtronomis) hoc eſt, diſtantia per quam huiuſmodi ſydus, a circulo uerticali (quẽ rectos cum Meridiano facere prædiximus angulos) Boreã uel Auſtrũ uerſus remouetur: quod in uſũ uulgati planiſphærij frequẽter occurrere ſolet.

Officiũ uerticaliũ circulorum.

Ortiua amplitudo.

Occidua.

Vertex ſyderis quid.

e ¶ e Per altitudinũ uero parallelos, omniũ cũ fixorũ, tũ errantiũ ſyderũ dimetiunẽ altitudines: hoc eſt, ſuper Horizontẽ eleuationes. Nõ poteſt eñi datũ quodcunq; ſydus, ad motũ Vniuerſi (quẽ diurnũ appellamus) ſup Horizontẽ eleuari, quin eius altitudo aliquo diſtinguat parallelo.

Ad quid excogitati altitudinũ paralleli.

¶ f Hinc

Syderis altitudo quid.

¶ f Hinc patet, ipsius altitudinis diffinitio, utpote, q̄ sit arcus uerticalis circuli per centrum syderis educti, inter Horizōtem & ipsum astrum interceptus, qui ab eisdē altitudinū parallelis distinguitur. Vt in suprascripta figura, sit datum astrum F, per cuius centrū sit demissus uerticalis circulus B F E: sitque G H parallelus, qui per ipsum astrum respōdenter educitur. Per altitudinē itaque syderis F, intelligimus arcū E F, inter Horizontem A C, & parallelū G H compræhensum: qui per assumptum circulorū exemplū, 30 uidetur esse graduum, qualium totus quadrans B E, est 90. Altitudo porro syderum meridiana uocetur, quoties astrum ad ipsum peruenerit Meridianum. Quod si nōdum Meridianū attigerit, oriētalis ante meridiana dicenda est: si autē eūdem præterierit Meridianum, occidētalis pomeridiana uenit appellanda. ¶ g Quod autem sydera in uerticalibus circulis a Meridiano circulo æque distantibus, æquales obtineant eleuationes: hoc ex eo prouenit, quoniam polus Mūdi est in ipso Meridiano circulo, circa quem sydera ab ortu ad meridiem tanta regularitate leuantur, quāta ab eodem meridie deprimūtur ad occasum. Hinc fit, ut in horis æque distantibus a Meridie, cuiusmodi sunt, septima ante & quinta post meridiem, octaua & quarta, nona & tertia, decima & secunda, atque undecima antemeridiana & prima post meridiem, utpote, quæ simul iunctæ duodenarium uidentur integrate numerum, Sol æquales obtineat super Horizontem eleuationes: unde rursum in solaribus horologijs, lineæ quæ antemeridianis horis deseruiūt, etiam pomeridianis, sed uerso accommodantur ordine. Debet igitur prædictorū circulorum & uerticalium & altitudinū contextura, in ordine ad eundem sphæræ sitū immobilis imaginari: adeo ut nusquam uarientur, nisi mutato uertice. Vnde particularia quælibet loca, peculiares habebunt uerticales atque altitudinū circulos: ueluti proprios Horizontes & Meridianos. In sphæra itaque solida, hi uerticales & altitudinum circuli, per quadrantem in 90 partes inuicē æquales distributū, atque circa uerticē ad singulas Horizontis partes facile uolubilem, repræsentātur: ipse enim quadrās hoc modo circunductus, singulorum uerticalium, & 90 eiusdem partes eorundem altitudinaliū circulorum fungitur officio.

Altitudo. Meridiana antemeridiana. pomeridiana.

Vbi [illegible] æquales [illegible] eleuationes.

Corolariū notatu dignum.

De prædictorum circulorū immobilitate.

Notandum.

f g

De circulis horarum distinctoribus, Caput IX.

NOn prosus aspernandam consequēter iudicamus horariorum circulorū designationem: ab ipsis enim uniuersa, tum horarum, tum solarium horologiorum ratio potissimum deducitur. a Horarios itaque circulos appellamus, qui ex Mundi polis educti, una cum Meridiano circulo, totum Aequatorē in 24 partes adinuicē æquales (quas horarū dicimus intercapedines) distribuūt.

b Eū porrò uerticalem circulū, qui rectos cum Meridiano facit angulos, & quēlibet obliquum Horizonta, itidem in 24, sed inter sese discrepantia dirimūt interualla, earundem horarum lineamenta in solaribus horologijs distinguentia.

c Hinc primum elucescit, tam horizontalibus, quàm erectis ad Austrum, pendulis, ortiuis, uel occiduis horologijs, horarum intercapedines plurimum inter sese differre: tametsi ab æqualibus prodeant Aequatoris arcubus, d Plures etiam horizōtalibus, quàm ipsis pendulis, aut uerticalibus horologijs, inscribi posse horarū distinctiones, relinquitur manifestum. e Item, lateralia horologia, ad ortum uel occasum inclinata, ante, uel post meridiē tantūmodo deseruire: multūque à cæteris quoad horarum lineamenta, discrepare. f Sequitur rursum, eiusmodi horologia, pro diuersa alterius Mundi polorum sublimitate, peculiari contextura fore describenda. g Adde, quòd in regionibus, quarum polares eleuationes simul iunctæ 90 conficiunt, horizontale unius horologium esse alterius uerticale, & ècontra.

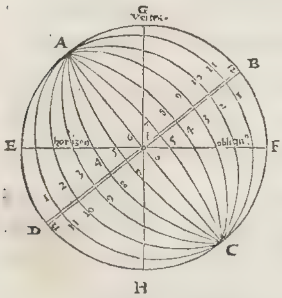
h Vnde fit, ut in locis in quibus polus Mundi 45 gradibus extollitur, horizontale non discrepet à uerticali.

TEmpus esse mensuram motus, & uersa uice motum esse mensuram temporis: ex Physicis relinquitur manifestum. Cum igitur primi atque regulati totius Vniuersi motus, ab oriēte per meridiem ad occasum, penes Aequatorem attendatur uelocitas: regulatam ipsius Vniuersi circunductionem, idem metietur Aequator. Fitque, ut uigesimaquarta pars tēporis, quo

Quòd Aequator primū Vniuersi metitur motum.

totus

totus circũducitur Aequator, uigesimę quartę parti eiusdẽ respondeat æquatoris: & econtra. Hanc autẽ uigesimã quartã partem prefati temporis, horã (ut infra dicetur) appellare solemus: igitur uigesimaquarta pars Aequatoris, unius horæ metietur quãtitatem. Ea autẽ est 15 graduũ, qualiũ totus Aequator est 360: si enĩ diuiseris 36 0 per 24, nascẽtur 15. ¶ a Per horarios itaque circulos eos intelligimus, qui per singulas Aequatoris uigesimasquartas, id est, 24 horarũ interualla, 15 gradus ĩcludẽtia, trãsire cogitanť, utroq; Mũdi polo cõcurrẽtes: de quorũ nũero est ipse Meridianus, per locorũ uertices, & præfatos Mũdi polos eductus. A diuersa itaq; eorũdẽ horariorum circulorum intersectione, nutu, reflexione ue, tam uaria solarium horologiorũ ratio pendere dicitur: unde præfati circuli, horarum distinctores, finitores ue, propria nomenclatura sunt appellati. ¶ b Qui quidem horarij circuli, etsi Aequatorẽ in 24 inuicẽ ęquales distribuant horarum intercapedines: non tamẽ obliquũ Horizontem, neq; eum uerticalem circulum, qui per uerticem rectos cũ Meridiano facit angulos, paribus inter sese dirimunt interuallis. Singula tamen eiusdem Horizontis, atq; uerticalis circuli segmẽta ab ipso Meridiano circulo ęque distantia, sunt adinuicem ęqualia: sed tanto maiora reliquis, quanto fuerint ab eodem Meridiano remotiora. Quę quidẽ omnia ob id uidentur accidere, quoniã æqualis sit polorũ respectu Horizontis eleuatio atq; depressio: unde cuiuslibet horarij circuli tanta super Horizontem portio relinquitur, quãta sub eodẽ occultatur. Ad quod etiam plurimũ facit, quod hi circuli utpote, Aequator, Horizon, idem uerticalis, & is circulus horarius, qui rectos cum Meridiano facit angulos, in eisdem punctis sese mutuo intersecent: ueri scilicet orientis & occidentis, utriusq; horę sextę distinctoribus. Ea aũt q̃ diximus, ex hac hemisphærica facilius poteris depræhẽdere figura: ĩ qua Meridianus A B C D, Aequator B I D, obliquus Horizon E I F, polus septẽtrionalis sursum Horizonta leuatus A, tantũdẽ infra depressus C, uerticalis porro circulus G I H, cõcurrens in puncto I, cum eodem Aequatore, Horizõte, atq; horario circulo A I C. Reliqua, figura primo intuitu manifestat. ¶ c Pro corollariorũ deinceps elucidatione, sciẽdum est, ea horologia plana uel horizontalia nominari, quę super plana Horizontis superficie delineantur: Erecta autem, seu uerticalia, quę in planis ad austrũ perpendiculariter erectis fabricari solẽt, quorũ omnium index horarius, est axis Mũdi. Pendula uero dicuntur horologia, quę super plano in longum axis Mundi, instar tecti, pendulo, cõstruũtur: ortiua porro, uel occidua (quæ lateralia proprie nominantur) sunt, quæ in plano ad ortum uel occasum cõuerso depinguntur. Cũ igitur plana, a sectionibus horariorũ circulorũ cum Horizonte, erecta autẽ ab eorũdẽ circulorũ intersectionibus cum uerticali circulo, pendula uero atque lateralia, ex cõpressa p̃dictorũ circulorũ inclinatione, reflexioneue pendere uideantur, sintq; eiusce modi circulorũ atq; planorum habitudines uariæ atq; diuersæ: manifestum est, tam in planis, & erectis, quã pendulis uel lateralibus horologijs, quibus uidelicet per fili, stili, perpẽdiculi, alteriusue rei umbrã ęquales & uulgatæ cognoscuntur horæ, ipsarum horarum intercapedines fore admodũ inter sese differẽtes: tametsi eorũdem horariorum circulorum habitudo, ab ęqualibus Aequatoris (uti supra definitum est) prodeat intersectionibus. ¶ d Quod autẽ plures horizontalibus siue planis, quã erectis aut pendẽtibus horologijs plures inserãtur horarũ distinctiones, ex eo p̃uenit: quoniã ipse totus Horizõ ubiq; locorũ in p̃patulo est, uerticalis autẽ circuli atq; ipsius Aequatoris dimidium sub ipso semper occultať Horizonte, unde talium horologiorũ semicirculus ab hora sexta matutina, usque ad sextam uespertinam a Sole tantũ irradiatur. ¶ e Nec minus euidẽs est, horologia quę lateralia superius nominari diximus, ante uel post meridiem, hoc est, antemeridianis, aut pomeridianis horis fore tantũ accõmoda: atq; horariorũ interuallorum lineamẽta, ab alijs horologijs multum habere diuersa. Quoniam in longum Meridiani circuli super Horizontem erecta plana, aut uersus ortum, uel ad occasum tantũmodo uergunt: in quibus ita cõstitutis planis, uaria ab alijs cõtingit horariorũ circulorũ umbratilis repræsẽtatio. In his enim horaria spacia tanto minora sunt, quanto fuerint a Meridiano remotiora: cuius contrarium planis & erectis, atq; pẽdulis accidit horologijs: nã interualla circa utrãq; horam sextã sunt omniũ aliorũ maxima. Similis tamẽ in antemeridianis horologijs ab ortu ad Meridiẽ, quę in pomeridianis a meridie ad occasum fit horariorũ interuallorũ alternata respõdẽtia: quod nõ eiuscemodi tantũmodo, sed omnibus horologijs accidere uideť. ¶ f Hinc facile colligitur, huiusmodi horologia solaria, pro diuersa alterius Mundi polorũ super Horizontem eleuatione, peculiari



Horarij circuli.

De diuisiõe Horizõtis atq; uerticalis circuli p horarios circulos.

Eẽplaris predictorũ elucidatio

Varia solarium horologiorum discrimina.

Vnde tam uaria in horologijs horarũ intercapedines.

Cur plures in planis q̃ alijs horologijs describantur hore.

Propter quid lateralia ante uel post meridie tãtum deseruiant horologia.

Horologia pro data poli sublimitate fabricanda.

peculiari descriptione fore fabricanda. Nam ex uaria polorum inclinatione (ad quos horarios circulos cõuenire diximus) eorũdem horariorum circulorũ intersectiones tam in Horizonte quàm etiã uerticali circulo diuersificãtur, fitque alia & alia prędictorũ circulorũ in datũ planum extensio, siue linealis repræsentatio, alia quoque cõtingit indicis umbra: A quibus omnibus, cũ præfata pẽdeãt horologia, corollariũ per sese fit manifestũ. ¶ g Vnde cũ ex maiori uel minori ipsius poli sublimitate, magis uarię cõtingãt horariorũ circulorũ cum Horizonte aut uerticali circulo intersectiones, tãtoque magis inęquales ĩter sese in uerticali circulo, quãto plus eleuabit polus, uel in Aequatore, quãto minor extiterit eiusdẽ poli sublimitas: necessũ est, ut datis duabus poli sublimitatibus, quę simul iunctę cõponã 90, planũ unius horologiũ sit alterius erectũ, & econtra. Nam una prędictarũ eleuationũ, est alterius cõplemẽtũ: Ex quo fit, ut quã sectionũ diuersitatẽ faciant horarij circuli cum unius uerticali circulo, eundẽ obseruẽt cũ alterius Horizõte, & ecõtra. ¶ h Ex quibus subinfertur, quòd in eleuatione poli per 45 gradus, planum horologium non differt ab erecto: hoc est, horizontalia eadẽ esse cum uerticalibus. Eadẽ est enim inclinatio poli sursum eleuati ad Horizontẽ, quę ad uerticalẽ circulum: utpote, quoniã ipsa poli sublimitas suo ęquatur complemento. unde fit, ut quales intersectiones faciũt horarij circuli cum Horizonte, easdem faciant cum uerticali circulo, fitque alternata partiũ unius cũ alterius partibus respõdẽtia: ex quo cõuincitur planũ siue horizõtale horologiũ, ab erecto seu uerticali minime discrepare. ¶ Multa possent pter hæc respõdenter inferri, quę ex his utcũque prægustatis, cuilibet fient euidentissima. Hęc autẽ omnia ita se habere, ueluti sigillatim expressimus, ex succedentibus nostris solarium horologiorũ descriptionibus experimento probabis: in quorũ omniũ clariorẽ elucidationẽ, hęc præmittere nõ duximus importunũ, utpote, quę nõ modicã speramus opem allatura.

In quibus poli sublimitatibus planũ unius horologiũ est erectũ alterius, & econtra.

Vbinã planum horologiũ idẽ sit cũ erecto, et econtra.

Quibus circuli 12 cœli partes (quas uocant domos) separentur: atque de circulo positionis appellato. Caput. X.

DE a circulis tandẽ cœlestium domiciliorũ distinctoribus, uariæ inter Astronomos reperiuntur opiniones. Saniores tamen in hoc uidentur conuenire, ut per quatuor maiores circulos, ex cuiusuis Horizontis cum Meridiano mutuis intersectionibus prodeuntes, una cũ ipso Meridiano atque Horizonte circulo, tota cœlestis sphæra ĩ 12 distinguatur interualla, quæ domus appellant: quarũ sex supra, & totidẽ infra, ab eodẽ separãtur Horizonte. b Differunt aũt inter sese. quoniã nõnulli eius uerticalis circuli, qui rectos cũ Meridiano facit angulos, discretos Meridiano & Horizonte quadrantes, in tres partes adinuicem æquales diuidere solent, atque per ipsas diuisiones, eosdem quatuor educere circulos: quo modo, uniuersum cœlum in 12 domos, ubique locorum inuicẽ semper æquales distribuit. c Iuniores uero singulos Aequatoris quadrantes, ab eodẽ Meridiano atque Horizonte distinctos, in tres itidem partes æquas distribuunt, & per ipsarum partiũ distinctiones eosdem circulos transire cõpellunt: unde fit, ut ipsa cœlestis sphera in 12 partiatur domicilia, sed inter sese tanto plus magnitudine discrepantia, quãto magis polus super Horizontẽ eleuatur, inuariatam tamẽ quoad eundẽ sphæræ situm obseruantia dispositionẽ. d Hunc itaque modũ, cũ priori in solis quatuor cœli cardinibus, horoscopo scilicet, angulo Terræ, occidẽtis cuspide, atque medio cœli, hoc est, initijs primæ, quartæ, septimæ, atque decimæ domorũ conueniẽtem, eodẽ haud sine ratione præferendũ iuniores uolunt Astronomi: tametsi prior domorũ distributio, possit haud minus uiuaci argumento sustentari. e Quocũque autem duorũ modorũ præfatas acceperis domos: easdẽ ab ortiua Horizontis medietate, per subterraneũ Meridianũ, ad occiduã, in cõtrariũ primi motus ordinabis. f Is demum circulus, qui ex eisdem mutuis Horizontis, Meridiani atque prædictorũ circulorũ intersectionibus, per cuiusuis astri cẽtrum educitur: circulus positionis appellatur, quem & Horizontem stellæ plærumque nominamus.

Vnde orta domorum distinctio in cœlo.

QVa otquot ex ueteribus atque retentioribus Astronomis, multiplicẽ ac indefessam cœlestiũ corporum agitationẽ contemplati sunt, atque de uaria cum fixorũ tũ errantiũ syderũ natura

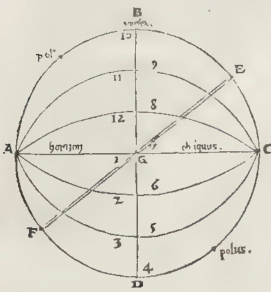
natura philoſophati, in hoc ſane conuenerunt: ipſa uidelicet ſydera alium & alium influentiarum effectum in hæc inferiora iugiter imprimere, ſecūdum quod aliam & aliam ad totum Cœlum obtinent habitudinem, diuerſoq; radiorum influxu hæc eadem afficere uidentur inferiora. Vnde rationabiliter imaginati ſunt, uniuerſum Cœli ambitum in 12 interualla diſtingui, quæ domos appellarunt: quarum 6 ſupra, & totidem infra quēlibet Horizontem ſeparari, ipſa iudicialis requirit Aſtronomia. Et quoniam uaria de huiuſcemodi cœleſtium domorum diſtinctione inter Aſtronomos offenditur opinio, unicus autem ſit modus, quo ad uerā & Aſtronomicam doctrinam, ipſa Cœli domicilia diſtingui, æquariue debeant: reiectis ueterum atque uulgarium Aſtronomorum opinionibus, utpote futilibus, aſtrologicæque ueritati contrarijs, & (ut in pauca conferam) quæ recenſeantur indignis, ſaniorum Aſtronomorum mētem paucis aperire uolumus. Imaginantur itaque moderniores ac prudentiores Aſtronomi, quālibet Cœli quartam partem Meridiano & Horizonte diſtinctam in tria interualla, per quatuor circulos magnos ex mutuis eiuſdem Meridiani cum Horizonte ſectionibns prodeuntes, ſeparari: Quiquidem circuli, una cum Horizonte atque Meridiano circulo, uniuerſam cœleſtem ſphæram in 12 partes diſtingunt, ſex quidem ſuper Horizontem & totidem infra, quas domos, ſiue domicilia, ſiue ædes Cœli, ipſos autem circulos Cœli cuſpides appellare ſolemus.

Vnde orta domorū diſtinctio in Cœlo.

Generalis domorū conſtitutio ſecundū modernos.

b ¶ b Verum qualis, quātaue ſit eorundem circulorum inter Meridianum & Horizontem concurrētiū intercapedo, duæ ſeſe offerunt opiniones, utcunque inter ſeſe diſſidentes, & apparentibus argumentis utrinque fulcitæ. Prima opinio eſt ipſius Campani uiri in mathematicis eruditiſſimi, aliorumque modernorum non minori doctrina præſtantium. Diuidit itaque Campanus quamlibet quartam eius uerticalis circuli, qui rectos cū Meridiano facit angulos, inter eundē Meridanū atq; Horizontem cōpræhēſam, in tres partes inuicem æquales: per quarum intermedias diuiſiones, ex præfatis Meridiani atque Horizontis interſectionibus, eoſdem quatuor maiores circulos educit, qui una cum ipſo Meridiano atque Horizonte uniuerſam Cœli machinam in 12 domos inuicem ſemper & ubique locorum æquales diſtribuunt. Quēadmodum ex obiecta potes deprehendere figura, in qua Meridianus A B C D, Aequator E G F, Horizon A G C, uerticalis circulus B G D, cōmunes autē Horizontis cum Meridiano ſectiones puncta A & C, a quibus præfati emittuntur circuli, eadem Cœli domicilia, eo quo nunc diximus modo diſtinguentes.

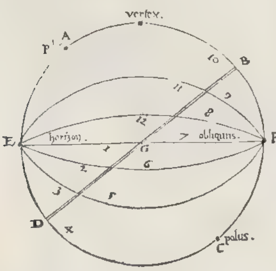
Opinio Campani de 12 Cœli domicilijs.



Exemplum.

c ¶ c Alij uero, utpote iuniores Aſtronomi, ſola authoritate Ioannis Regiomontani mathematici præſtantiſſimi potius q̄ ratione ducti, campanicam reiecerunt opinionem: & aliam prædictorum interuallorum rationem ſunt excogitati. Rationabiliorē nāque domorum conſtitutionē exiſtimauit idē Io. Regiomontanus, ſi quadrantes Aequatoris Meridiano atq; Horizonte comprehenſi, in tria ſecētur æqualia, & per quālibet diuiſionē intermediā, ex præfatis ſectionibus Horizontis atq; Meridiani, ijdem magni ducantur circuli, una cū Meridiano & Horizōte præmiſſam domorū diſtinctionē efficiētes. Velut præſens hemiſphærica figura demōſtrat: in qua (uelut prius) Meridianus A B C D, Aequator autē B G D, Horizon obliquus E G F, cōmunes eiuſdē cū Meridiano ſectiones puncta E & F, & reliqua ut in figura. In hunc ergo modū, etſi in quolibet Horizōte decliui deſcripta nūc domorū interſtitia inuariatā uideātur obſeruare magnitudinē: erunt tamē inter ſeſe differētia, atq; tāto magis adinuicē inæqualia, quāto polus borealis aut ſptētrionalis ſuper Horizontē magis eleuabitur, propter maiorē Aequatoris ad Horizontē inclinationē. Singulę tamē domus a Meridiano uel Horizōte circulo æqualiter diſtātes, erūt adinuicē æquales: tanto quoq; maiores cæteris, quanto Meridiano propiores, uel remotiores ab eodē fuerint Horizonte.

Opinio Ioānis Regiomōtani.



Exemplum.

De inæqualitate domorū, per modū Regiomontanū conſtitutarum.

d ¶ d Conuenit itaq; Regiomontanicus diſtinguēdorū cœleſtiū domicilorū modus, cū prius enarrato, in quatuor tantūmodo pūctis, quæ Cœli cardines uocitātur: utpote, quæ partim a Meridiano, partim quoq; ab Horizonte determinātur circulo. Idē ergo diſcernetur

De mutua prædictorū modorum cōuenietia atque diſconuenientia.

horoscopus, uel ascendens, aut initium primæ domus: per utrũque modum. Idem quoque angu lus Terræ, siue principium quartæ domus. eadem etiam Cœli pars occidentis cuspidem, uel septimæ domus initium occupabit. neque aliter iudicandum de parte Cœli meridiana, quæ medium Cœli, initiũue decimæ domus appellatur. Hæc enim sunt ipsius Cœli cardinalia puncta. Discrepat autem hic modus a traditione Campani: quoniã ipsæ domus æqualem inter sese non possunt obseruare magnitudinẽ, quod iudiciaria desyderare uidetur Astronomia: utpote, quæ in hũc finẽ eiusce modi domos excogitare coegit, ut paulatim eleuatis sYderibus, atq; sub Horizonte depressis, sensibiliter mutata radiorum proiectio (a qua uniuersa iudicialis pendere uidetur Astronomia) determinaretur. Hoc autem non potuit rationabilius obseruari, quã per sex equalium domiciliorum super Horizontem, & totidem infra distinctionem: quod plærosque non infimæ sortis Astrologos obseruasse, & ueriora q̃ alio quouis modo dedisse iudicia comperimus. Ioannes tamen Regiomontanus suum, hoc est, ultimum modum æquandarum domorum, ab ipso Abraham Auenezre antea obseruatum, rationalem appellat omnimoda cauillationum obiectione priuatum, atque reliquũ excellere firmissimis nititur persuadere rationibus: quas si ampliori discursu libeat intelligere, consule librum secundum problematum eiusdem Ioannis Regiomontani in Magnam Ptolemæi constructionem, & decimum quartum problema in tabulas directionũ, ubi Campani modum infirmare, ac prorsus reijcere conatur: tametsi, nihil contra Campanum obijciat, quod uel in proprium modum retorqueri non facile possit, dempta forsitã leuitate calculi, propter quã nihil tamen in his temere uenit immutandum. Vter autem eorum saniorem excogitauerit modum, hic disputare nolumus: sed tuo relinquimus arbitrio discutiendum. Si meo tamen stare uelis iudicio, a uia Campani non discedes: multo siquidem fideliora, cũ probatissimus Astrologis poteris elicere iudicia. ¶ [e] Quomodocũque autem præmemoratæ domus assignentur, distinguanturue, eum tamen semper obseruare debent ordinem, eam quoque singularum nomenclaturam, quæ sequitur. Prima domus incipit ab ortiua Horizontis medietate: unde cardo, seu cuspis, seu angulus orientis dicitur, quæ & horoscopus uel ascendens nominatur: attollitur enim ab inferiori ad supernum hemisphærium. Huic sub Horizonte succedit secunda, deinde tertia, postmodũ quarta, a subterraneo inchoata meridiano: quæ cardo, seu cuspis mediæ noctis, uel angulus Terræ uocitatur. Cui succedit quinta, deinde sexta, postea septima, ab occidua Horizontis parte sursũ eleuata: hæc autẽ uel cuspis, uel cardo, uel angulus occidentis appellatur. Septimam consequitur octaua, deinde nona, postea decima, a uerticali Meridiano uersus ortum distributa: quæ cardo, uel cuspis, angulusue meridiei, siue medium Cœli nuncupari solet ab iudiciarijs Astronomis. Tandem sequitur undecima, atque duodecima & ultima, ortiuo Horizonte finita: quemadmodum ex præobiectis figuris elicere haud difficile potes. Ex prædictis autẽ omnibus facile colligitur, quotlibet domos ex diametro constitutas ad inuicem æquari: primam quidem septimæ, secundam octauæ, tertiam nonæ, quartam decimæ, quintam undecimæ, & sextã deniq; ipsi duodecimæ. Sunt enim uel a Meridiano, uel ab Horizonte circulo (uti supra diximus) æquidistantes. Rursum euidens est, quatuor tantummodo, hoc est, primam, quartam, septimam, atque decimam, cardinales appellari: utpote, quæ solæ a quatuor Mundi cardinibus, hoc est, principalioribus pũctis ortum habent. Quæ autem cardinales proxime sequuntur domus, succedentes, reliquæ uero cadentes nominãtur. Quarum omnium peculiarem exprimere naturam, iure supersedemus: nempe quod præsentis non uideantur esse speculationis, sed ad iudiciarios pertinere Astrologos. Libuit tamen, ad maiorem singulorum euidentiã, figuram tandẽ adiungere, qua iudices Astrologi ipsa Cœli domicilia in plano repræsentare consueuerunt. ¶ [f] Solent tandem Astronomi inter præfatos circulos cœlestiũ domorũ distinctores, per centrũ dati cuiuscunq; syderis, ex præfatis Meridiani cũ Horizõte sectionibus, propriũ educere circulum, quẽ positionis circulũ appellant, & Horizon stellæ plærũq; dicitur. Cuius quidem



¶Figura generalis 12 cœlestium domiciliorum secundum iudiciarios Astrologos.

In quẽ finẽ domus cœlestes excogitatæ.

Secundus modus æquandarũ domorũ a Ioã. Regiomõtano rationalis appellatus.

Notandum.

De cœlestium domorũ ordine, atque nomẽclatura.

Quod domus oppositæ adinuicem æquales.

Quæ domus cardinales dicãtur.

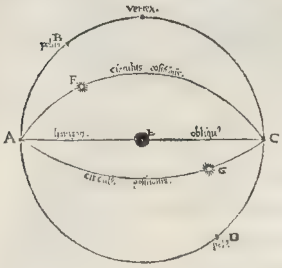
succedentes. domus cadentes.

De circulo positionis appellato.

Cuius quidem circuli nõ prorſus aſpernaberis officiũ,ſi directionũ artem,& reliqua ſacretioris Aſtronomiæ diſcrimina, fueris aliquãdo rimatus. Hunc præſens tibi figura demonſtrat,breuiſſimoque deſcribit exẽplo. Eſt enim circulus A B C D Meridianus, obliquus Horizon A E C, puncta autem quibus Meridianus & Horizon ſeſe interſecant, A & C. Circulus itaque A F C, per datum ſydus F, ex eiſdem ſectionibus A & C productus,poſitionis appellatur circulus. Idem iudices de circulo A G C, qui per aſtrum G, ex eiſdem interſectionibus ducitur. ¶ Varij præter hos omnes, quos iam deſcripſimus,excogitari poſſunt in ſphæra circuli,pro rerum atq; terminorum occurrente neceſſitate: quos unuſquiſque (modo non ſit talium ſpeculationũ prorſus ignarus)diffinire per ſeſe quam facillime poterit,& iuxta ſingulorum exigentiam, propriam abſtrahere, uel adaptare deſcriptionem.De his ergo ſatis.

Exemplum.

Conclusio.



LIBRI SECVNDI COSMOGRAPHIAE, SIVE SPHAERAE MVNDI.

FINIS.

O F

LIBER TERTIVS

COSMOGRAPHIAE, SIVE MVNdi Sphæræ: de signorum & arcuum ascensionibus & descensionibus: atq; syderum ortu & eorūdem occasu.

De uulgari syderum ortu, ac eorundem occasu. Caput I.

MAGNA PARS IPSIVS ASTROnomici fructus, qui ex regulata totius Vniuersi circūductione, primóue motu potissimū decerpitur: ab ortus uel occasus, ascensionisúe atque descensionis syderum, & datorum quorumcūque arcuum, sanè quàm intellecta ratione dependet. Conuenit itaq; de his luculēter hoc loco determinare: & primū de generali stellarū ortu atq; occasu, prout sumūtur à uulgaribus (quorū obseruatio ab Astronomorū consyderatione discrepat) ne quidpiā, quod desyderetur, incōlultè pretereamus. [a] Generalis ergo, seu uulgatus syderū ortus, nihil aliud esse uidetur, q̄ ipsorū syderū super Horizōtē eleuatorū apparitio: quæ prius sub occulto Cœli hemisphærio uideri nō poterāt. Occasus uerò, est eorundē syderū sub Horizōte depressio: quæ scilicet antea supernū occupantia Cœlū, & in infernū hemisphærium descendentia, tandem occultantur. [b] Vterque autē, hoc est, tam ortus quàm etiam occasus syderū duplex esse uidetur. Aut enim sydera diurno oriuntur, occidúntur tempore: & huiuscemodi ortus, uel occasus, cosmicus siue mundanus appellatur. [c] Vel noctu idē accidit ortus, uel occasus: tuncq; chronicus, hoc est, temporaneus uterque dicitur. [d] Hinc facile colligitur, eadem sydera nonunquā oriri cosmicè, & chronicè tendere in occasum: aliquando uerò contrarium obseruare. [e] Est & alia ortus & occasus consyderatio, ad Horizontem minimè relata: quæ penes ipsum Solem attenditur. Cum enim sydera à solaribus radijs liberata, nobis sese manifestant, eiuscemodi apparitio heliacus dicitur ortus. Cum uerò solares rursum ingrediuntur radios, & à nostro se subtrahunt aspectu, heliacū subire censentur occasum. Vterque demū, hoc est, ortus uel occasus heliacus, uel ante Solis ortum, uel post ipsius Solis accidit occasum: unde ortus heliacus, similiter & occasus matutinus, aut uespertinus appellatur. [f] Ex quibus colligitur, astra Sole ueIociora oriri ortu heliaco uespertino, & occasum heliacum subire matutinum: secus de syderibus tardius ipso Sole circunductis.

Gn̄alis ortus & occasus syderū interpretatio.

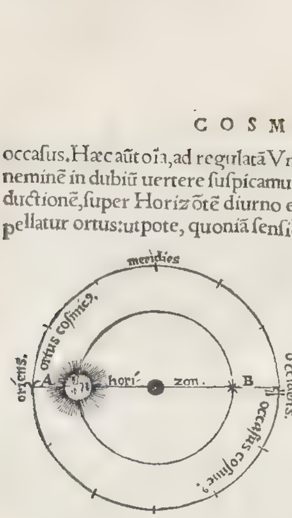
[a] QVemadmodum singulorū Terræ nascentiū e uisceribus ipsius Telluris in lucē exitus, aut mortaliū ex matrum utero expectata natiuitas, ortus dicit̄, & eorūdē omniū interitus occasus appellat̄: sic astra quælibet ab occulto ipsius Orbis hemisphærio in ꝓpatulū sese exhibētia, similitudine quadā oriri dicuntur, & rursum a superno atq; uisibili in occultū Orbis hemisphærium descēdentia, in occasum præcipitari, uel occidere iudicātur. Id autem obseruatur secundū generalē & cōmunē hominū sensum: unde præfatus syderū ortus uel occasus, cōmunis uulgarisq; nuncupat̄ ab omnibus. Præcipua itaq; syderū occultatio, sub ipso cōtingit Horizōte, atq; sup eūdē Horizōtē prædictorū syderū magis usitata resurrectio: unde fit, ut dati cuiuscūq; syderis sup Horizōtē eleuatio, dicat̄ ortus, & eiusdē syderis sub Horizōte depressio, nominet̄

occasus

occasus. Hæc aũt oĩa, ad regulatã Vniuersi circũductionẽ siue primũ ipsius Cœli motũ euenire, nemině in dubiũ uertere suspicamur. ¶ b Quoties aũt sydera ad regulatã ipsius Vniuersi circũductionẽ, super Horizõtẽ diurno eleuanť tẽpore: illorũ apparitio cosmicus, siue mũdanus appellatur ortus: utpote, quoniã sensibilius a mũdanis seu uulgaribus tunc percipitur: siue quod a

b

Ortus cosmicus.



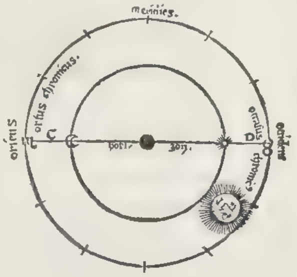
mũdano, hoc est, quotidiano totius Orbis motu (quẽ primũ appellari sępiuscule diximus) efficiať. Hic porro cosmicus & uulgaris ortus, prĩcipaliter in Sole (ueluti Mũdi luminari) notatur: referturq; plærumq; ad signũ, sub quo tunc Solem peragrare contingit. Haud dissimiliter quæcumque sydera etiam interdiu, hoc est, Sole patens hemisphærium occupante, sub ipso deprimuntur Horizonte, cosmicum subire dicuntur occasum. Talis enim occultatio, cosmicus occasus eadem ratione nominatur. Quẽadmodũ ex obiecta descriptione, si Solem in A super Horizontem A B leuari, & e regione sydus B sub eodem Horizonte descendere cogitaueris, abstrahere quã facillime potes. ¶ c Quæcunque uero sydera, ad præfatum motum diurnum noctu, Sole infernum hemisphærium possidente, sursum Horizonta leuantur, chronice dicuntur oriri. Haud dissimiliter quæ sub eodem Horizonte, etiam noctu deprimuntur, chronicum itidẽ subire dicuntur occasum. Chronicus igitur ortus nihil aliud est, quã nocturna syderis super Horizontẽ eleuatio: cuius item syderis noctu facta sub Horizonte depressio, chronicus uocitatur occasus. χρόνος enim tẽpus significat. inter porro tempora, nocturnum Mathematicorum obseruationibus solet esse cõmodissimum: unde fit, ut nocturnus syderum ortus, uel occasus chronicus, hoc est, tẽporaneus uocitetur. Huius autem ortus & occasus exemplum, rudiores ex hac poterunt elicere figura: In qua oriẽte ☾ super Horizontẽ C D, occidit ✳, id est, astrum D, Sole sub eodem Horizonte depresso. ¶ d Hinc Corollarium facile manifestatur. Nam sydera succedentem a loco Solis semicirculũ occupantia, cosmice oriũtur, & chronice occidũt: Ea autem quæ in reliquo semicirculo ex diametro cõstituuntur sydera, oriuntur chronice, & cosmice occidunt. Vnde cum Sol totam in anno perambulet Eclipticam, relinquitur euidens, sydera quæ prius oriebantur cosmice, & chronice tendebant in occasum, chronice tandem oriri, & occidere cosmice, atq; ecõtrario: quẽadmodum ex prædictis colligere, uidetur quam facillimum. ¶ e Contingit præterea eadem sydera aliam ortus & occasus obseruare rationem, quæ ad Horizontem minime refertur: sed ab ipsius Solis uidetur pendere lumine. Nã sydera propter accessum suum ad Solẽ, uel Solis ad ea, uelut a maiori lumine sæpius occultantur: atque propter ipsius Solis elongationem ab eisdem syderibus, uel eorũdem syderum a Sole remotionem, rursum uideri & apparere cõsueuerunt. Huiuscemodi autẽ apparitionẽ, ortum uocãt Heliacũ, id est, solarẽ: occultationẽ uero, solẽt occasum itidẽ heliacũ (licet improprie) nominare, ἥλιος enim græce, Sol latine dicit̃. Qđ si præfata sydera mane ante Solis ortũ uideãtur a radijs solaribus liberari, uel eosdẽ radios subintrare solares, hunc ortum uel occasum heliacũ matutinũ appellare consueuimus: si autẽ id acciderit post Solis occasũ, uespertinum. Exemplum habes de sydere H, modo Solẽ in parte occidẽtis F ipsum occupaturũ fueris imaginatus: idemq; sydus ante Solis ortũ appariturũ in G. Et uersauice, si astrum G ad Solem uersus ortum E accedere, & ab eodẽ Sole recedendo rursum appariturũ in H cogitaueris. ¶ f Quod tandem ex his subinfertur corollariũ, facile patet. Omnia namque fixa sydera, atque inter errantia, Saturnum, Iouem, & Martem (quæ tardius ipso

Occasus cosmicus.

Exemplum.

c

Ortus chronicus. Occasus



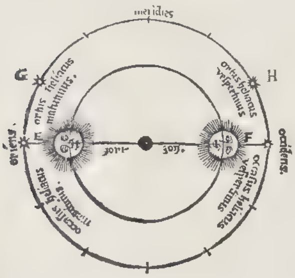
Exemplum.

d

Corollarium.

e

Ortus heliacus. Occasus



Exemplum.

f

Corollarium.

Sole mouentur) propter accessum Solis ad ea, uespertino percipiuntur occultari tempore: atq; matutino, Sole ab eisdem recedente, rursum apparere. Vnde oriri heliaco ortu matutino, & occidere occasu heliaco uespertino dicũtur: secus de astris Sole uelocioribus, uti sunt Venus, & Mercurius: quoniam propter accessum eorũ ad Solem, mane uidentur occultari, & rursum ob dicessum eorundem a Sole, uespere sese manifestãt. Quapropter oriri heliaco ortu uespertino, occidere autem occasu heliaco matutino iudicantur. ¶ Hoc demum triplici & uulgato syderũ ortu & occasu, poetæ frequentius uti solent: utpote, qui circuitiones tantũmodo consyderant, ad discernenda uidelicet anni tempora. Vti uidere licet ex Virgilio, Ouidio, Lucano, & cæteris eiusdemodi. Quorum exempla dare, esset mathematicam uiolare puritatem.

Notandum.

De signorum Eclipticæ, atque syderum ortu, ac eorundem occasu, qui ab Astronomis Ascensio, atque descensio proprie nominantur: quæ recta item uel obliqua tam ascensio, quàm descensio uocitetur.

Caput. II.

SOlent [a] autem Astronomi non modo syderum, uerũetiam signorum atque datorum quorũuis arcuum ipsius Eclipticæ ortum & occasum perscrutari, ipsum quoque ortum ascensionem, occasum uerò descensionem, peculiari uocitare nomine: utpote, qui utriusque & ortus & occasus temporaneam uidentur cõsyderare quantitatem [b] Est itaque, secũdum Astronomos, signi uel dati cuiusuis arcus ascensio, pars Aequatoris circuli cum signo uel arcu dato, super Horizõtem eleuata. [c] Descensio uerò, est arcus itidem Aequatoris, qui cum eodem signo uel arcu respondenter sub Horizonte deprimitur. [d] At syderis ascẽsio, est arcus Aequatoris ab Arietis initio, secundum ordinem signorum, usque ad Horizõtem exortiuum, cũ oriente sydere terminatus. [e] Non aliter de ipsius astri descensione iudicabis. [f] Signum porrò rectè dicitur ascendere, cum quo plures 30 gradus Aequatoris simul eleuantur: Obliquè uerò, cũ quo pauciores 30. [g] Illud quoq; signum rectius ascendit altero, cum quo maior coascendit pars Aequatoris: Obliquius autem, cum quo minor. [h] Idem censebis respondenter de recta uel oliqua, necnon rectiori uel obliquiori signorum descẽsione: [i] Atque de signorum partibus, hoc est, quibusuis arcubus Eclipticæ seorsum consyderatis.

Quid i ortu uel occasu syderum cõsyderat Astronomus.

O[a]Fficium Astronomorum, quãtum spectat ad signorum ascensionem siue descensionẽ, & stellarum ortum uel occasum, non est eorum solam apparitionem occultationemue (uti uulgarium) sed temporis, & partium eius determinatam consyderare quãtitatem: hoc est, regularem uel irregularem temporis tam oriendo q̃ occidendo rationem determinare. Cum enim Astronomi proprium esse uideatur cœlestes motus contemplari, omnis autem motus metiatur a tempore, & econuerso; non poterit quispiam Astronomus præfatos motus cœlestes, absque noticia temporis obtinere. At quoniam motuũ (quos plures, seu multiplices esse, capite quarto libri primi declarauimus) omnium primus & regulatissimus est is, quem toti rationabiliter deputamus Vniuerso, ab ortu per meridiem ad occasum cuncta circunducens cœlestia corpora: erit igitur idem primus, regulatissimusque totius Vniuersi motus, temporis mensura, siue regula, atque ab eodem tempore idem primus motus uersa uice metietur, hoc est, tempus ipsum eiusdem primi motus regulata uidetur esse mensura. Puncta uero & axis, circa quæ uniuersa cœlorum circunducitur machina, sunt poli & axis Aequatoris circuli, quem ad rectos cum eodem axe consistere monstrauimus angulos: igitur Aequator ipsius primi atque regulati totius Vniuersi motus, regulatam circunductionem imitabitur, hoc est, ascendet super Horizontem, sub eodemque descendet semper & in quauis habitudine sphæræ regulariter. In hunc quippe modum, ut datus quilibet arcus Aequatoris tam in recta, q̃ obliqua sphæra, æquali temporis interuallo conscendat, descẽdatue sub Horizonte: atque singuli eiusdem Aequatoris adinuicem æquales arcus, æquales sortiantur oriendo uel occidendo temporis intercapedines. Relinquitur ergo, tam Zodiaci, q̃ aliorum circulorum respectu ipsius Aequatoris oblique locatorum, irregularem arcuum ascensionem atque descensionem, penes

Primus motus est temporis regula, & ecõtra.

Aequator regula seu mensura primi motus.

a

continuam

continuam uniformemque eiusdem Aequatoris circunductionem fore regulandam: motus enim rectus & uniformis, difformis & obliqui semper est iudex siue regula. Nec te pigeat lector optime, hæc, atque succedentia ad ascensum uel descensum spectantia signorum datorũue quorumcunque arcuum uel syderum, sedula mente concipere: utpote, a quibus uniuersa pendet ipsius Astronomiæ commoditas, quẽadmodum suis locis experiri licebit.

Notandum.

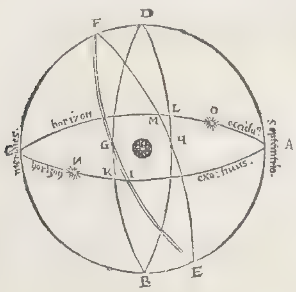
b ¶ b Est itaque (ut ad rem ipsam deueniamus) astronomicus ortus uel ascensio cuiuslibet signi uel arcus Eclipticæ, is Aequatoris arcus, qui cum dato signo uel arcu eiusdem Eclipticæ sursum Horizõta respondenter eleuatur: ut quemadmodum totus Aequator toti Zodiaco, ita et pars parti respondeat Cum primum enim signatus arcus Zodiaci incipit oriri, & aliquod Aequatoris punctum cum eiusdem arcus initio respondenter eleuatur: atque aliud & aliud Aequatoris punctum cum ipsius arcus termino datum cõtingit Horizõtem. Arcus igitur Aequatoris inter hæc duo puncta compræhẽsus, eleuatio, ortus, uel ascensio respondentis seu dati arcus Eclipticæ uocitatur:

Quid ortus uel ascẽsio signi aut dati arcus Eclipticæ.

c ¶ c Haud dissimiliter occasus uel descensio signi, datiue cuiuslibet arcus Eclipticæ diffinitur. Est enim arcus eiusdem Aequatoris, qui cum dato signo uel arcu ipsius Eclipticæ respõdenter sub Horizõte deprimitur: ille inquã Aequatoris arcus, qui inter punctum eiusdem Aequatoris, quod una cum initio dati arcus contingit Horizontẽ, & id quod simul cum fine arcus dati ad eundem uenit Horizontem, capitur. Exemplarem horum descriptionem, habes in obiecta figura. ortus quidem uel ascensionis, de arcu G K Aequatoris B G D H, cum arcu G I Eclipticæ E G F H, super exortiuã partem Horizontis A I K C respondenter eleuato: occasus uero, de arcu H L eiusdem Aequatoris B G D H, una cum arcu H M, sub occidua eiusdẽ Horizontis parte A L M C pariter depresso.

Descensio uel ocasus signi uel dati arcus Eclipticæ.

Exemplum.



d ¶ d De syderibus autẽ, datisue quibuscunque punctis, aliter cẽsendum est: Nõ habent enim Aequatoris arcus in ortu uel occasu respondentes (cum sint tanquã puncta) sed punctorum simul eleuatorum respondentiam: ni a quopiam alio puncto ipsi arcus ordinentur. Hoc autem initium ab Arietis capite seu uernali sectione congruẽtius, quam a quopiam alio Zodiaci uel Aequatoris puncto distribuerũt Astronomi: concurrit enim ibidem alter cum altero, atque primaria signorum seruatur ordinatio. Quoties igitur stella, uel datum quoduis in cœlo punctum ortiuum tangit Horizontem (facta semper relatione ad centrum syderum) aliquod punctum Aequatoris ad eundem simul uenit Horizontem: unde arcus Aequatoris ab eodẽ Arietis initio usque ad idem punctum interceptus, orientis puncti uel astri nominatur ascensio.

Syderum ortus uel ascẽsio quid.

e ¶ e Hæc autem omnia si ad occiduum referantur Horizontem: eiusdem astri siue puncti descensio cognita relinquetur. Per descensionem ergo syderis, intelligimus arcum Aequatoris, qui idem Arietis initium, & punctum Aequatoris quod simul cum dato sydere ad occiduũ peruenit Horizontem, intercipitur, facta eiusdem arcus supputatione iuxta rectum signorum ordinem.

Descẽsio uel occasus eorũdem syderum.

Exemplum abstrahere potes, ex suprascripta figura. de oriente quidem sydere N, cuius ortus uel ascensio erit præfatus arcus G K: atque simul occidẽte sydere O, cuius descẽsionis arcus erit G B L, prænominati Aequatoris circuli B G D H. Non aliud habeto iudicium de quibuscumque cæteris, tam signis, quam arcubus, uel astris, aut datis quibusuis in Cœlo punctis.

Exemplum.

¶ f Certum est præterea, inæquales Aequatoris arcus æqualibus arcubus Eclipticæ, tam ascendendo quam etiam descendendo respondere: adeo, ut plus temporis ponat unum signum in suo uel ascensu uel descẽsu, q̃ reliquum, propter obliquitatem Zodiaci. Quapropter maioris euidentiæ gratia, hoc discrimen signatum est ab Astronomis: ut signorum alia recte, alia autem oblique oriri uel occidere dicantur, Recte diffinitur oriri, uel ascendere signum, cum quo plures 30 gradus Aequatoris respondenter eleuãtur, id est, cum quo plus quam unum Aequatoris signum exoritur. Oblique uero dicitur oriri uel ascẽdere signum, cum quo pauciores 30 eiusdem Aequatoris gradus coascendunt: hoc est, cum quo eleuatur arcus Aequatoris signo minor. Ita enim oportuit unum ab altero differentiæ gratia separare. In utraque igitur sphæra, recta scilicet et obliqua, aliqua signa recte, aliqua uero oriuntur oblique: quemadmodum infra uidebitur. Huiusce autem rectitudinis uel obliquitatis denominatio sumpta uidetur ex Eclipticæ ad Horizontem habitudine. Nam quanto plures

Signum oriens. rectè. obliquè.

Vnde recta uel obliqua signorum ascensio.

Aequatoris gradus cum aliquo leuantur signo, tanto minus acutos, ad rectosue magis accedentes angulos, ipsum signum cum Horizonte facit: & quanto pauciores, tanto eosdem angulos causare uidetur obliquiores. Velut ex ipsa materiali sphæra deprehendere haud difficile est. ¶ g Rursum, quoties duo signa adinuicem comparata, siue recte siue oblique coascendat, inæquales tamẽ offendũtur ascensiones habere: illud cuius ascensionis arcus est maior, rectius dicitur ascendere reliquo, cuius ascensio minor. tametsi, uti nunc diximus, utrũq; recte, uel utrũque oriatur oblique. ¶ h Postmodũ, quicquid de ortus uel ascẽsionis rectitudine, obliquitateue dictum est, id & de occasu uel descensione respõdenter uenit intelligendum. Signum ergo recte dicetur descẽdere, si cum eo plus q̃ signũ, hoc est, plures 30 gradus Aequatoris cõdescendant: oblique uero, quoties eidem signo continget oppositum. Item illud rectius descendet altero, cui maior Aequatoris arcus in descensu respõdebit: obliquius autẽ, cũ quo minor cõdescendet, tametsi utrunque recte, uel utrunq; descendat oblique. ¶ i Adde tandẽ, quod singula quæ de totis & seorsum acceptis signis tradita sunt, particularibus etiam signorum, alijsue quibuscũque separatis arcubus ueniunt respõdenter accõmodanda. Dabitur ergo partium signorũ adinuicem cõparatarũ, quorũuis etiam æqualium arcuũ Eclipticæ, præmissa ascensionum atque descẽsionum diuersitas: recta scilicet & obliqua, rectior item uel obliquior, ueluti de signis, aut totalibus & seorsum consyderatis arcubus nuper tradidimus.

Quæ signa rectius oriantur cæteris.

Signum occidens. rectè obliquè.

Quæ signa rectius occidãt cæteris.

De signorũ uel arcuũ partibus.

Quænam ascensionis atque descensionis accidentia in recto contingant Sphæræ situ: necnon de rectarum ascensionum supputatione. Caput. III.

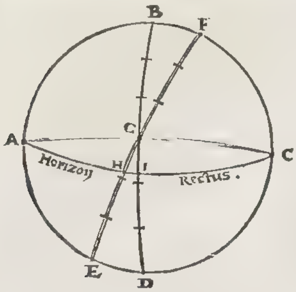
IN a recta sphæra, quatuor Zodiaci quartæ, à quatuor punctis duobus æquinoctialibus & totidem solstitialibus inchoatæ, æquales habent ascensiones atq; descensiones: b Partibus intermedijs difformiter ascendentibus & descendẽtibus, à duobus quidẽ æquinoctialibus punctis ad duo solsticia obliquè, & ab eisdem solsticijs ad duo æquinoctia rectè. c Quilibet tamen duo arcus æquales, ab altero æquinoctialium aut solstitialium punctorum inchoati, uel æquè distantes: æquales habent ascensiones atque descẽsiones. d Hinc relinquitur, signa ex diametro constituta, æquales ascensionum & descensionum arcus obtinere: e Necnon descensiones cuiuslibet oppositorum signorum, eiusdem ascensionibus adæquari. f Cuiuslibet igitur arcus Eclipticæ ab altera sectionum cum Aequatore, uel aliunde sumentis initium, ascẽsionem in eodem recto sphæræ situ, ita deprehendes. Duc sinum complementi dati cuiusuis arcus non excedentis quadrantem circuli, in sinum totum, & productum diuide per sinum complemẽti declinationis ipsius puncti datum arcum terminantis: fiet enim sinus, cuius arcus à circuli quadrante semotus, rectam arcus propositi relinquet ascensionem. g Vnde poteris tabulam ascensionum cuiuslibet arcus Eclipticæ ab Ariete gradatim initium sumentis, ad rectum sphæræ situm quàm facillimè supputare.

Eclipticæ quadrãtes, æquales ascẽsiones atq; descensiones habentes.

CVm duo coluri tam Aequatorẽ q̃ Eclipticam in quatuor dirimant quartas alternatim respondentes, atq; ortogonalis colurorum interfectio (quẽadmodum Horizontis & Meridiani) in polis Mundi contingat: non potest cuiuspiã prædictarum quartarum Eclipticæ principiũ, finisue, ad ortiuũ Horizontem peruenire, quin respondens Aequatoris quarta ad ipsum cõueniat Horizõtem. Hoc autem ꝓpterea uidetur accidere, quoniã uterque colurorum in locũ succedit Horizontis, quoties aliqua prædictarũ quartarũ incipit aut desinit sursum Horizõta leuari. Fit igitur, ut cum singulis Eclipticæ quadrantibus singuli quadrantes Aequatoris præcise coascendant, descendãtue sub Horizõte. Et quoniã singuli eiusdem circuli quadrãtes sunt adinuicem æquales: necessum est, prædictarũ quartarum Eclipticæ tam ascẽsiones q̃ etiã descẽsiones inuicem respondenter adæquari. ¶ b Verũtamen partes earũdem quartarum intermedias inæqualiter ascendere atq; descẽdere cõtingit: propter uariã ipsarũ ab Aequatore declinatiõnẽ. In quartis etenim ab Arietis atq; Libræ principijs, ad fines usque Geminorũ & Sagittarij, hoc est, ab utroq; æquinoctiali puncto ad utrũq; solstitium, iuxta signorũ ordinem supputatis, plus eleuatur

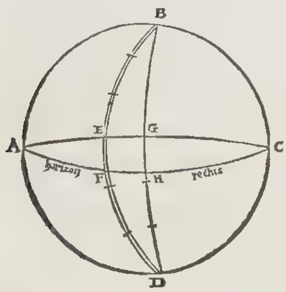
Partes quartarũ intermediæ obliquè ascẽdentes & descẽdentes.

plus eleuatur de Zodiaco ſuper Horizontem, quam de Aequatore circulo: quod ita perſuadetur. Sit colurus ſolſtitiorum A B C D, æquinoctiorum A G C, Aequator B G D, poli eiuſdem Aequatoris A & C puncta, rectus Horizon A H C, altera porro ſectionum Eclipticæ cū Aequatore eſto G. Eleuata itaq; ſectione G ſuper Horizontem A H C, fit triangulum ſphæricum G H I, cuius angulus G I H, rectus eſt, id enim eſt neceſſarium in recto ſphæræ ſitu: ergo quilibet aliorum duorum recto minor erit. Omnis nanq; trianguli, etiam ſphærici, tres anguli duobus rectis ſunt æquales, per 32 primi elementorum Euclidis: excipitur tamen ſphæricum triangulum, cuius unumquodq; latus, duoue tantum latera quadranti ſunt æqualia. Maior eſt igitur angulus G I H, angulo G H I: quapropter & arcus Eclipticæ G H, maior Aequatoris arcu G I. Nam ſicut in planis & rectilinæis triangulis, maiori angulo maius ſubtenditur latus, per 18 primi eorūdem elementorum: ita in ſphæricis triangulis, maior angulus maiorem ſubtendit arcum.



In alijs autem quartis, a duobus ſolſtitijs ad duo æquinoctiorum puncta compræhenſis, hoc eſt, a principio Cancri ad finem Virginis, & ab initio Capricorni uſq; ad finem Piſcium, contingit oppoſitum: plus enim eleuatur de Aequatore, q̃ de Zodiaco circulo. Quod ut clarius intelligas, repetatur antecedens figura: ſitq; colurus æquinoctiorū A B C D, ſolſtitiorū A E C, Aequator B G D, Eclipticæ medietas B E D, rectus tandem Horizon A H C, atque ſolſtitiale punctum E. Cum igitur eleuatur colurus A G C ſuper rectum Horizontē A H C, fit quadrā gulū E F G H: cuius arcus Aequatoris G H maior eſt arcu E F ipſius Eclipticæ. Nā colurus A G C & Horizon A H C in polis A & C concurrentes, maiorē arcū cōpræhendunt circa mediū G & H, per quod tranſit Aequator, quā in E & F punctis ipſi A polo uicinioribus. In præfatis ergo partibus intermedijs, maior eſt arcus Aequatoris, quam ſimul aſcendens arcus Eclipticæ. Notanter diximus in partibus intermedijs: nam hæc partium intermediarum aſcendendo atque deſcendendo contingens irregularitas, circa fines earundem quartarum, paulatim reducitur ad uniformitatē.

In quibus quartis partes intermediæ rectè cōſcendāt atq; deſcendant.



c ¶ c Quod autem quilibet arcus Eclipticæ adinuicem æquales, ab altero ſolſtitiorum uel æquinoctiorum puncto ſumentes initium, uel æque diſtantes, æquales habeant aſcenſiones atque deſcenſiones: in cauſa uidetur eſſe, ſimilis eademue quartarum Eclipticæ ad Aequatorem habitudo. Tantū enim inclinatur Ecliptica ab eodem Aequatore circa alterum æquinoctialium punctorum, quantum circa reliquum: talis inſuper eſt habitudo eiuſdem Eclipticæ reſpectu ipſius Aequatoris circa unū ſolſtitiorum, qualis circum oppoſitum. Ex quo prouenit alternatim ſumptorum arcuum, alternata aſcenſionis atq; deſcenſionis reſpondentia, ſiue paritas.

Qui nam arcus præter quartas ſupradictas, æquales habeāt aſcenſiones & deſcenſiones.

d ¶ d Vnde rurſum infertur, ſigna oppoſita, id eſt, ex diametro conſtituta, æquales aſcenſiones atq; deſcenſiones obtinere. Quouis enim modo capiatur ſignorum, quorūuis item æqualium arcuū adinuicem comparatorum oppoſitio: ſemper alterum dictorum ſignorum, uel arcuū oppoſitorum, tantum diſtabit ab alterutro duorum æquinoctialium aut ſolſtitialium punctorum, quantum reliquus a reliquo. Oppoſita uero ſigna, per hunc uerſum exprimūtur. Eſt Li. Ari. Scor. Tau. Sa. Gemi. Capri. Cā. A. Le. Piſ. Vir. Primum itaque ſignum boreale primo auſtrali opponitur, ſecūdum ſecundo, & ita de reliquis: uti præſens monſtrat formula, reſpondenter adiuncta.

De ſignis oppoſitis.

Oppoſito ſignorum.

Aries.	Taurus.	Gemini.	Cancer.	Leo.	Virgo.	Signa borealia.
♈	♉	♊	♋	♌	♍	
♎	♏	♐	♑	♒	♓	Signa australia.
Libra.	Scorpius.	Sagitta.	Capricor.	Aquarius	Piſces.	

e ¶ e Nulli tandem dubium eſſe debet, in eadem recta ſphæra, ſignorum aſcenſiones eorundem æquari deſcenſionibus. Quoniam talis eſt habitudo quadrātum Aequatoris atque Zodiaci circuli a Meridiano ad Horizontem occiduum, qualis ab ortiuo ad eundem Meridianum aſcendendo. Semper enim altero colurorum cum ipſo Meridiano

 coincidente

coincidente circulo, aut quouis modo diſtante: reliquus cum Horizonte uel ſimul iungitur, uel tantum ab eodem remouetur, quantum ſcilicet alter a Meridiano. Ex quo infertur, præfata aſcenſionum & deſcenſionum oppoſitorum ſignorum, atq; æqualium quorũuis arcuum itidem oppoſitorum æqualitas, ſiue reſpondẽtia. ¶ CVIVSLIBET AVTEM dati arcus Eclipticæ, ab altera ſectionem cum Aequatore, uel aliunde ſumẽtis initium, rectæ aſcenſionis ſupputatio, ex cap. ultimo primi libri magnæ conſtructionis Claudij Ptholemæi, & reſpondente uigeſima quinta propoſitione primi Epitomatis Ioannis Regiomontani, elicitur. Ibidem nanq; demonſtratur, ſinum totum ad ſinum complementi aſcenſionis rectæ, eandem habere rationem, quam ſinus complementi declinationis puncti Eclipticæ datum arcum terminantis, ad ſinũ cõplementi ipſius arcus, cui præfata reſpondet aſcenſio recta. Hic rectam uocamus aſcenſionẽ, quæ ad rectum ſphæræ ſitum conſideratur. Igitur ſi ſinus cõplementi dati cuiuſuis arcus nõ excedentis quadrantem circuli ducatur in ſinum totum, & productum diuidatur per ſinum cõplementi declinationis ipſius puncti datum arcum terminantis: naſcetur ſinus rectus, cuius arcus a circuli quadrante ſemotus, rectam arcus propoſiti relinquet aſcenſionem. Exempli cauſa, faciamus periculum de primis 10 gradibus Arietis. Subtrahe itaq; primũ 10 a 90: relinquentur 80, complementum ipſorum 10 graduum. Accipe conſequenter declinationem puncti terminantis decimum gradum Arietis, per doctrinam quarti cap. antecedentis libri ſecundi: ea autem offendetur 3 gra. 58 mi. & ſecun. 15. Quam declinationem ſubtrahe pariter a quadrante circuli, neglectis 15 ſecundis (poſſunt enim ſecunda, dummodo fuerint pauciora 30, ſine iactura relinqui: quæ ſi 30 ſuperauerint numerum, addendum eſt unum minutum loco ſecundorum occurrenti minutorum numero) & ſupererunt 86 gra. & 2 minuta. Horum ergo duorum complementorum accipe ſinus rectos, ex præmiſſa ſinuum rectorum tabula, quemadmodum numero quarto decimitertij capitis primi libri Geometriæ noſtræ prædocuimus: & offendes ſinum eorundem 80 graduum, partium primarum 59, mi. 5, & 18 ſecundorum, ipſorum uero 86 graduum & 2 minutorum ſinus, erit primarum partium 59, mi. 51, & 22 ſecundorum. Sinus porro totus (uti crebro diximus) ſemper eſt partium 60. His in abaco notatis, multiplica partes 59, mi. 5, & 18 ſecunda, per 60, iuxta præceptum quarti cap. libri tertij noſtræ præcedẽtis Arithmeticæ: & generabũtur partes partium 59 (quarum quælibet ualet 60 partes primas ſiue ſimplices) primæ, hoc eſt, ſimplices partes 5, mi. 18, & ſecunda 00, idem ſcilicet numerus, aſſumpta proxime groſſiori denominatione per unicum limitem uerſus læuam. Hũc itaq; productum numerum 59, 5, 18, 00, diuide per 59 partes, mi. 51, & 18 ſecunda, quemadmodum eiuſdem Arithmeticæ cap. quinto monſtrauimus: & generabitur ſinus complementi aſcenſionis optatæ, partium quidem primarum 59, mi. 13, & 49 ſecundorum. Quorum arcus ex præfata ſinuum rectorum tabula colligitur graduum 80, & minutorum 49: quem quidem arcum ſi demum a quadrãte circuli dempſeris, relinquentur 9 gra. & 11 minuta. Tantam ergo pronunciabis rectam aſcenſionem præaſſumpti arcus 10 primorum graduum Arietis: idemq; facies de cæteris.

Canon ſuppu[illegible] [illegible] cuiuſlibet arcus Eclipticæ.

Exemplum.

Exempli formula.	Arcus.			Sinus.		
	Gra.	Minu.	Secun.	Partes.	Minu.	Secun.
Arcus Eclipticæ datus.	10	0	0			
Complementum eiuſdem.	80	0	0	59	5	18
Declinatio puncti terminantis arcum datum.	3	58	15			
Complementum eiuſdem declinationis.	86	2	0	59	51	22
Complementum aſcenſionis optatæ.	80	49	0	59	13	49
Aſcenſio arcus dati.	9	11	0			

¶ At ſi propoſitus arcus quadrantem exuperet circuli (ut uniuerſis ſatis faciamus arcubus) conſyderabis in primis eiuſdem arcus quantitatem. Nam ſi minor fuerit ſemicirculo, uelut arcus A B E ſubfigurati Zodiaci, is a ſemicirculo minuendus eſt, utpote A B C: & reſidui, ſcilicet E C, inuenta (uti nunc docuimus) aſcenſione recta, ea ex ſemicirculo rurſum auferenda eſt, ut recta dati arcus relinquatur aſcenſio. Verbi gratia, ſit arcus A B E 170 graduum, uigeſimo gradu Virginis terminatus, cuius rectam deſyderemus aſcenſionem. Subtrahe itaque primum 170 a ſemicirculo, hoc eſt, a 180 gradibus, relinquẽtur 10: quorum 10 graduum aſcenſio recta (uti proximo ſupputauimus exemplo) eſt 9 gra. & 11 minutorum. Subducito igitur 9 gra. & 11 minu. ab eiſdem 180 gradibus, ſupererunt 170 gradus, & 49 minuta: tanta igitur eſt aſcenſio recta ipſis dati arcus 170 graduum, principium Arietis & uigeſimum gradũ Virginis intercepti.

De arcu quadrante maiore, ſed minore ſemicirculo.

Exemplum.

	Gra.	Mĩn.
Semicirculus.	180	0
Arcus datus.	170	0
Reſiduum.	10	0
Aſcenſio reſidui.	9	11
Aſcenſio arcus dati.	170	49

¶ Si autem



¶Si autem oblatus arcus maior fuerit ſemicirculo, ſed tribus quartis minor, qualis eſt A B F: ſubducatur ab eodem ſemicirculus A B C, & relicti arcus C F inueſtigetur aſcenſio recta, quæ rurſum eidem iungatur ſemicirculo. nam recta propoſiti arcus integrabitur aſcenſio. Sit in exemplum præfatus arcus A B F 190 graduũ, decimo gradu Libræ terminatus. Deme igitur ab eodem arcu 180: & reſiduum erit (ut prius) 10 gra: quorum aſcenſio recta, inuenta eſt graduum 9, & minu. 11. Adde itaque 9 gra. & 11 minu. eiſdem 180 gradibus, colligentur gra. 189, & minu. 11: quanta eſt aſcenſio dati arcus Eclipticæ graduum 190, ad rectum ſphæræ ſitum calculata. Quemadmodum obiecta deſcriptio monſtrat.

Quãdo arcus maior eſt ſemicirculo, ſed tribus quartis minor.

Exemplum.

	Gra.	Miñ
¶Arcus datus.	190	0
Semicirculus.	180	0
Reſiduũ arcus dati.	10	0
Aſceuſio reſidui.	9	11
¶Aſcẽſio arcus dati.	189	11

¶Q. ſi datus arcus Eclipticæ tres circuli quadrantes exuperet, cuiuſmodi eſt arcus A B C G: is a toto ſubducatur circulo, atq; reſidui, utpote G A, recta ſupputetur aſcenſio. nam ea ex toto reiecta circulo, ipſius dati arcus deſyderatam relinquet aſcenſionem. Eſto, exempli cauſa, datus arcus A B C G 350 graduum, qui uigeſimo gradu Piſcium terminatur. Is ergo primum dematur a circulo, hoc eſt, 360 gradibus, deinde reſidui (quod rurſum erit 10 gra.) recta ſupputetur aſcenſio: hæc autem erit gra. 9, & 11 minu. Tolle itaq; 9 gra. & 11 minuta, a 360 gradibus: relinquẽtur enim 350, & 49 minuta. tantus eſt arcus aſcenſionis, in recto ſphæræ ſitu, præoblatorũ 350 graduum Eclipticæ. Idem facito de quibuſcunq; cæteris arcubus, quadrantem exuperantibus circuli.

De arcu maiore tribus quadrãtibus, at circulo minore.

Exemplum.

	Gra.	Minu.
Circulus.	360	0
¶Arcus datus.	350	0
Reſiduum.	10	0
Aſcenſio reſidui,	9	11
¶Aſcenſio arcus dati.	350	49

¶Hæc autem omnia, de quolibet arcu ab alterutra ſectionum Eclipticæ cum Aequatore ſupputato ueniunt intelligenda. Cum igitur arcus datus aliunde ſumpſerit exordium, fueritue ſeorſum conſyderatus, quærenda eſt aſcenſio recta utriuſq; termini, hoc eſt, principij atq; finis eiuſdem arcus dati, facto ſupputationis initio, ab ipſa uernali ſeu autumnali ſectione: poſtea minor a maiori ſubtrahenda; relinquetur enim aſcenſio arcus dati. Conſueuerunt tamen Aſtronomi eaſdem aſcenſiones, ueluti motus cæteros, in utroq; ſphæræ ſitu, a uernali ſectione, hoc eſt, Arietis capite numerare. Repetatur in exemplum antecedens Eclipticæ deſcriptio A B C D: ſitq; A initium Arietis, arcus uero datus E F, uigeſimo gradu Virginis & decimo Libræ diſtinctus cuius aſcenſio recta proponatur inueſtiganda. Quoniam igitur aſcenſio recta arcus A B E nuper inuenta fuit graduum 170, & 49 minutorum, recta item aſcenſio arcus A B F gradunm 189, & minutorum 11: ſi dempſeris itaq; 170 gradus & 49 minu. a 189 gradibus & 11 minutis: relinquetur aſcenſio arcus E F dati, 18 graduum, & 22 minutorum. Idem habendum eſt iudicium, de quibuſcũq; cæteris arcubus ſeorſum cõſyderatis.

Documentum pro ſeparatis arcubus aliũde, q̃ ab Arietis mutuò ſupputatis.

Exemplum.

	Gra.	Minu.
Aſcenſio arcus A B F.	189	11
Aſcenſio arcus A B E.	170	45
Aſcenſio arcus E F dati.	18	22

g

¶ g EX HIS DEMVM colligitur, quã leuiter & iucunde quiuis (etiã ſubrudis) tabulã aſcenſionum rectarum, id eſt, ad rectum ſphæræ ſitum ſupputatarum, condere poſſit. Cum enim ex prædictis perſpicuum ſit, ſingulos Aequatoris quadrantes geminis coluris diſtinctos, ſingulis Eclipticæ quadrãtibus inter eoſdẽ coluros interceptis, in aſcenſu atq; deſcẽſu reſpõdere; ſatis huic negocio faciemus, ſi cuiuſlibet arcus Eclipticæ quadrantem circuli minime ſuperãtis proprias ſupputauerimus aſcenſiones, eundemq; ſupputatum quadrantem cæteris tribus addendo ſubtrahendoq; (prout ordo requirit) accommodauerimus. In cuius rei maiorem euidentiam & laboris ſubleuamen, ſuccedentem aſcenſionum rectarum tabulam diligenter ſupputauimus, ſingulorum quidem arcuum Eclipticæ ab Ariete gradatim initio ſumpto.

De cõponenda aſcẽſionũ rectarum tabula, Corollarium.

SEQVITVR TABVLA RECTARVM ASCENSIONVM, AB AVTHORE FIDELITER SVPPVTATA.

TABVLA RECTARVM ASCENSIONVM SINGVLORVM

arcuum Eclipticæ, ab Ariete gradatim initiatorum, per Authorem supputata.

Signi Bo-	♈		♉		♊		♋		♌		♍		realia.
Gra.	Gra.	Mi.	Gra.	Mi.	Gra.	Mi.	Gra.	Mi.	Gra.	Mi.	Gra.	Mi.	Gra.
1	0	55	28	52	58	52	91	5	123	13	153	3	1
2	1	50	29	49	59	55	92	11	124	15	154	0	2
3	2	45	30	47	60	57	93	16	125	18	154	57	3
4	3	40	31	44	62	0	94	22	126	20	155	54	4
5	4	35	32	42	63	3	95	27	127	22	156	51	5
6	5	30	33	41	64	7	96	32	128	23	157	47	6
7	6	25	34	39	65	10	97	37	129	24	158	43	7
8	7	21	35	38	66	14	98	43	130	26	159	40	8
9	8	16	36	36	67	17	99	48	131	27	160	36	9
10	9	11	37	35	68	21	100	53	132	28	161	32	10
11	10	7	38	34	69	25	101	58	133	28	162	28	11
12	11	2	39	34	70	30	103	3	134	28	163	24	12
13	11	58	40	33	71	34	104	7	135	28	164	19	13
14	12	53	41	33	72	39	105	12	136	28	165	15	14
15	13	49	42	32	73	43	106	17	137	28	166	11	15
16	14	45	43	32	74	48	107	21	138	27	167	7	16
17	15	41	44	32	75	53	108	26	139	27	168	2	17
18	16	36	45	32	76	57	109	30	140	26	168	58	18
19	17	32	46	32	78	2	110	35	141	26	169	53	19
20	18	28	47	32	79	7	111	39	142	25	170	49	20
21	19	24	48	33	80	12	112	43	143	24	171	44	21
22	20	20	49	34	81	17	113	46	144	22	172	39	22
23	21	17	50	36	82	23	114	50	145	21	173	35	23
24	22	13	51	37	83	28	115	53	146	19	174	30	24
25	23	9	52	38	84	33	116	57	147	18	175	25	25
26	24	6	53	40	85	38	118	0	148	16	176	20	26
27	25	3	54	42	86	44	119	3	149	13	177	15	27
28	26	0	55	45	87	49	120	5	150	11	178	10	28
29	26	57	56	47	88	55	121	8	151	8	179	5	29
30	27	54	57	49	90	0	122	11	152	6	180	0	30

Signi Au-	♎		♏		♐		♑		♒		♓		stralia.
Gra.	Gra.	Mi.	Gra.	Mi.	Gra.	Mi.	Gra.	Mi.	Gra.	Mi.	Gra.	Mi.	Gra.
1	180	55	208	52	238	52	271	5	303	13	333	3	1
2	181	50	209	49	239	55	272	11	304	15	334	0	2
3	182	45	210	47	240	57	273	16	305	18	334	57	3
4	183	40	211	44	242	0	274	22	306	20	335	54	4
5	184	35	212	42	243	3	275	27	307	22	336	51	5
6	185	30	213	41	244	7	276	32	308	23	337	47	6
7	186	25	214	39	245	10	277	37	309	24	338	43	7
8	187	21	215	38	246	14	278	43	310	26	339	40	8
9	188	16	216	36	247	17	279	48	311	27	340	36	9
10	189	11	217	35	248	21	280	53	312	28	341	32	10
11	190	7	218	34	249	25	281	58	313	28	342	28	11
12	191	2	219	34	250	30	283	3	314	28	343	24	12
13	191	58	220	33	251	34	284	7	315	28	344	19	13
14	192	53	221	33	252	39	285	12	316	28	345	15	14
15	193	49	222	32	253	43	286	17	317	28	346	11	15
16	194	45	223	32	254	48	287	21	318	27	347	7	16
17	195	41	224	32	255	53	288	26	319	27	348	2	17
18	196	36	225	32	256	57	289	30	320	26	348	58	18
19	197	32	226	32	258	2	290	35	321	26	349	53	19
20	198	28	227	32	259	7	291	39	322	25	350	49	20
21	199	24	228	33	260	12	292	43	323	24	351	44	21
22	200	20	229	34	261	17	293	46	324	22	352	39	22
23	201	17	230	36	262	23	294	50	325	21	353	35	23
24	202	13	231	37	263	28	295	53	326	19	354	30	24
25	203	9	232	38	264	33	296	57	327	18	355	25	25
26	204	6	233	40	265	38	298	0	328	16	356	20	26
27	205	3	234	42	266	44	299	3	329	13	357	15	27
28	206	0	235	45	267	49	300	5	330	11	358	10	28
29	206	57	236	47	268	55	301	8	331	8	359	5	29
30	207	54	237	49	270	0	302	11	332	6	360	0	30

¶CVM uolueris itaq; dati cuiuslibet arcus Eclipticæ rectam ascensionem per ipsam inuenire tabulam, intra lateraliter cum signo atq; signi gradu, quibus datus arcus terminatur, inuento signo ad uerticem alterutrius partis tabulæ, gradu autem in dextro uel sinistro lateralium ordine: colliges enim in cõmuni utriusq; angulo, rectam ipsius dati arcus ascensionẽ. ¶Q; si forsitan cum gradibus adhæreant minuta, & præcisam uolueris ascensionẽ colligere, accipe rectam ascensionẽ Solis gradibus respondẽtẽ (uti nunc expressimus) deinde partem proportionalẽ differentiæ eiusdem ascensionis atq; proximo maioris, in ea ratione qua se habent minuta eisdem gradibus adiacentia ad 60: queãdmodum octauo numero tertij capitis libri quarti Arithmeticæ nostræ declarauimus, quam partẽ proportionalẽ adde ascensioni rectæ cum Solis gradibus acceptæ: nam eiusdem arcus dati recta colligetur ascensio. Quorum omniũ exemplarẽ addere calculum, cõsulto supersedemus: ne toties expressa, ex prædictisq; facillima, in uanum repetere uideamur. ¶Ex hac præterea rectarũ ascensionũ tabula, facile licebit experiri, quæ de signorũ, & datorum quorũuis arcuũ ascensionibus atq; descensionibus supra deduximus: quorũ ductu, ad reliqua secretiora (ut uidebis suo loco) non sine cõmoditate peruenitur. ¶Q; si uersa uice, data quauis ascensione recta, cui nã arcui Eclipticæ ipsa debeatur ascensio, ex eadem uolueris elicere tabula, intrabis tabulã areatim cum ascensione data: qua reperta, offendes ad uerticem colũnæ signum, in dextro autẽ sinistroue latere eiusdem signi gradum coascendẽtis arcus Eclipticæ. ¶Verum si contingat ascensionẽ datam minime esse (saltẽ præcise) reperibilẽ, accipe tunc duas ascensiones, quarũ una sit proximo minor, altera uero proxime maior ascẽsione proposita, consequenter accipito partem proportionalẽ de 60 (qui est numerus minutorum unius gradus) in ea ratione, qua se habet differentia minoris & ipsius ascensionis datæ ad differentiã, qua minor a maiore superatur ascensione: per doctrinam duodecimi numeri tertij capitis libri quarti Arithmeticæ nostræ. Quã quidem partẽ proportionalẽ adde numero graduum, qui minori respondet ascensioni, prout uidetur exigere negocium, & numero quinto decimitertij capitis libri primi nostræ Geometriæ seruandum iussimus: colligetur enim arcus Eclipticæ, cui talis debetur ascensio. ¶Potes etiam sine tabula, eiusdem ascensionis rectæ coascendentem arcum, per antecedentis canonis conuersionẽ, in hunc elicere modum. Duc sinum complemẽti declinationis, puncti Eclipticæ datum arcum terminantis, in sinum complementi ascensionis rectæ propositæ; & productum diuide per sinum totum: fiet enim sinus complementi arcus dati, cui proposita debetur ascensio. Quod tu ipse, ni prorsus ignores antecedentia, potes exemplari probare calculo. ¶Vt tandem oculis uideas, quænam signa rectam uel obliquam, quæ item æqualem in recto sphæræ situ nanciscantur ascensionẽ, subiectam placuit seorsum colligere tabellã: in qua singulæ ascensiones, respondentibus ultro citroq; signis, accõmodãtur, hoc est, signa quælibet in eadem linea constituta, eandem ascensionem atq; descensionem sortita sunt.

Inuentio rectarum ascẽsionũ per tabulã sequentem.

Documentum quando gradibus cohærent minuta.

Corollarium.

Ascensione recta proposita, respondentem arcũ inuenire.

De ascensionibus in tabula minimè reperibilibus.

Canon supputationis coascẽdentiũ arcuum, sine tabula.

TABELLA RECTARVM ASCENSIONVM

pro signis seorsum acceptis, extractarum.

	¶Signa Borealia.		Gra.	Minu.	¶Signa Australia.		
Obliquè.	Virgo. ♍	Aries. ♈	27	54	Libra. ♎	Pisces. ♓	Obliquè.
Obliquè.	Leo. ♌	Taurus. ♉	29	55	Scorpius. ♏	Aquarius. ♒	Obliquè.
Rectè.	Cancer. ♋	Gemini. ♊	32	11	Sagittarius. ♐	Capricornus. ♑	Rectè.

De ascensionum atq; descensionum accidentibus in obliquo sphæræ situ contingentibus: quonam item modo obliquæ supputentur ascensiones. Caput. IIII.

IN [a] obliqua autem sphæra, duæ tantũ Eclipticæ medietates, à duobus æquinoctiorum punctis inchoatæ, æquales sortiuntur ascensiones. [b] Intermediæ uerò partes ita uidentur ascensione discrepare, ut arcus singuli ab Arietis initio, ad finem usq; Virginis, polo septẽtrionali sursum Horizonta leuato, obliquius ascendant, quàm in sphæra recta: a Libræ autem capite, ad extremum Piscium, rectius. [c] Vbi autẽ polus meridionalis extollitur, cõtrariũ accidere uidetur. [d] Ea tamen utrobiq; ita proportionatur earundem ascensionum diuersitas: ut quantum fuerit ascensionis in altera medietatum Eclipticæ decrementum, tantum sit respondentis ascensionis augmentum in reliqua. [e] Quilibet tamẽ duo arcus adinuicem æquales, ab alterutro duorum punctorum æquinoctialium inchoati, uel æquè distantes, æquales nanciscuntur ascensiones. [f] Ex quo respondenter infertur, tam

signorum

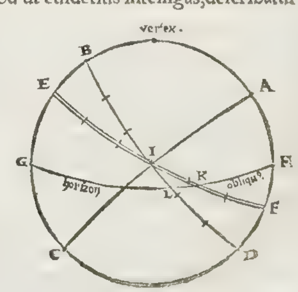
ſignorum,quàm etiam æqualium quorũuis arcuum oppoſitorum, uel ab alterutro ſolſtitiali puncto æquè diſtantium,aſcenſiones ſimul iunctas ijs aſcenſionibus adæquari,quas habent in ſphæra recta. [g] Adde,quòd in obliquo ſphæræ ſitu,ſigna recte aſcendentia obliquè deſcendunt,& ècontra: [h] necnon aſcenſionẽ unius eſſe deſcenſionem oppoſiti. [i] Quanto igitur alter polorũ magis eleuatur, tanto maior accidit aſcenſionũ atq; deſcenſionũ diuerſitas. [k] Cum autẽ dati cuiuſlibet arcus Eclipticæ, ab alterutra ſectionũ cum Aequatore,aliundéue ſumentis exordiũ,aſcẽſionẽ ad quãlibet obliquitatẽ ſphæræ ſupputare uolueris,ita facito. Ducito primũ ſinum rectum datæ polaris altitudinis in ſinum totũ,productumq; diuidito per ſinum cõplementi eiuſdem eleuationis polaris:fiet enim ſinus ad ſupputandas ſingulas aſcenſionales differẽtias(hoc eſt,arcus Aequatoris,quibus ſingulorum arcuum aſcenſiones in data ſphæræ obliquitate,à rectis differunt aſcenſionibus)indifferenter accõmodus,quem ſinum,gratia differentiæ,regionis ſinum appellabis. [l] Multiplicato poſtmodum ipſum ſinum regionis,per ſinum declinationis puncti datum arcum Eclipticæ terminantis,& productũ diuidito per ſinum cõplementi eiuſdem declinationis:generabitur enim ſinus optatæ aſcenſionalis differentiæ. [m] Hanc igitur aſcenſionalem differentiã demito tandem à recta dati arcus aſcenſione,ſi declinatio puncti eundem arcum terminantis fuerit ſeptentrionalis:uel addito eidẽ aſcẽſioni,ſi præfata declinatio meridionalis extiterit. [n] Idq; uelim intelligas,de borea poli exaltatione:obſeruabis enim cõtrarium,ſi hæc ad auſtrinã referãtur poli ſublimitatẽ. [o] Ex quibus,primũ tabulã differentiarũ aſcenſionaliũ: [p] deinde obliquarum aſcenſionũ,ad quãuis obliquitatẽ ſphæræ,quiuis poterit facile ſupputare.

Cur in obliqua ſphæra duæ tãtum Eclipticæ medietates æquales habeant aſcenſiones.

Q [a] Vanuis iſtud capiτt ex ſola diſpoſitione circulorum,& rectæ ad obliquã ſphæram cõparatione,deduci facile poſſit:conabor tamen ſingula rudioribus efficere clariora. Primũ itaq; ex eo conuincitur,quoniam in obliquo ſphæræ ſitu,neuter colurorum cnm ipſo cadit Horizonte:ſed eundem Horizontem ſemper interſecat. Vnde fit,ut inter pmcta quartarũ Eclipticæ & Aequatoris terminatiua a geminis diſtincta coluris,ſola æquinoctia utriſq; Aequatori & Eclipticæ,atq; Horizonti cõmunia,eundem ſimul attingant Horizontem. Quoties igitur alterum æquinoctiorum ab ortu per meridiem ad occaſum circumducitur,ipſius Aequatoris medietas cum reſpondenti Eelipticæ medietate ſimul eleuatur atq; deprimitur ; unde æque cito aſcendit atq; deſcendit una prædictarum medietatum,q̃ cito & reliqua. Id enim facere cogit communis Aequatoris,Eclipticæ,ac Horizontis in utroq; æquinoctiali puncto contingens interſectio,mutuaue colligantia. Duæ igitur tantum Eclipticæ medietates a duobus æquinoctialibus punctis inchoatæ,in obliqua ſphæra,æquales habent aſcenſiones atque deſcenſiones. a

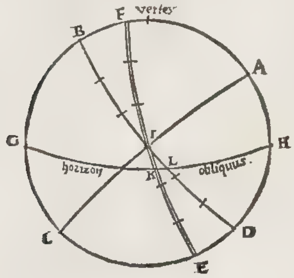
De partibus intermedijs ab Ariete ad finẽ Virginis interceptis,in boreali ſphæræ obliquitate.

¶ [b] Partes autẽ,inter eaſdem æquinoctiorum ſectiones mediæ,nihilominus difformiter aſcendunt. In borea nãque ſphæræ obliquitate ,ubi polus eleuatur arcticus ; cum ſingulis arcubus Eclipticæ ab Arietis initio ad finem Virginis interceptis,minus coaſcendit de Aequatore q̃ de Ecliptica,atque multo minus,q̃ in recta ſphæra. Quod ut euidẽtius intelligas,deſcribatur colurus ſolſtitiorum A B C D,æquinoctiorũ A I C,medius Aequator B I D,Ecliptica E I F,obliquus Horizon G L H,uernalis autem ſectio,initiumue Arietis eſto pmctum I. Eleuata igitur utcunque ſectione I ſuper Horizontem G L H,fit triangulũ amblygonium I K L;cuius angulus I L K utroque reliquorũ duorũ maior eſt,nempe obtuſus. Arcus igitur Eclipticæ I K maiori angulo ſubtenſus , maior eſt I L Aequatoris arcu reſpondenter eleuato, atque ex aduerſo minoris anguli conſtituto: quemadmodum antecedenti proximo capite,pro recto ſphæræ ſitu demonſtrauimus. Quòd autem angulus I L K .ſit obtuſus , nullus uertet in dubium , niſi b



præcedentium ignarus:ob id enim sphæra uocatur obliqua,propterea q Aequator ad obliquos Horizontem dispescit angulos, quorum obtusus eum respicit polum, qui sursum Horizonta leuatur. Obliquius igitur ascendunt præmemoratæ partes,initium Arietis atque finem Virginis interceptæ,in obliquo sphæræ situ,q̃ in recto,poli septētrionalis eleuatione sup posita. ¶Contrarium tamen accidit alterius Eclipticæ medietatis partibus,ab initio Libræ ad finem Piscium cōpræhēsis.Nam eadem Eclipticæ medietas ad polū sub Horizonte depressum inclinatur:unde fit,ut angulus Eclipticæ cū Horizonte maior sit angulo ab Aequatore & eodem Horizonte intrinsece causato. Repetatur enim antecedēs figura:in qua punctum I sectionem repræsentet autumnalem,hoc est,initium Libræ,reliqua uero suprascriptam non mutēt interpretationem. Ascendente igitur sectione I, efficietur rursus triangulum amblygonium I K L: cuius angulus I K L obtusus est,ob idq; ceteris eiusdem trianguli angulis maior. Quapropter arcus Aequatoris I L maiori subtensus angulo, maior erit I K arcu Eclipticæ ex opposito minoris anguli collocato. Cum igitur præmemorata Eclipticæ medietas obtusum cum Horizonte, & intra ipsum triangulum compræhensum efficiat angulum: necessum est, cum singulis arcubus præfatæ meridionalis Eclipticę medietatis,maiores Aequatoris arcus coascendere,in eadem boreali sphæræ obliquitate,q̃ in recto ipsius sphæræ situ.

De ascēsu partiū ab initio Libræ ad finem Pisciū interceptarū,in eodē boreali sphærę situ.



c ¶ c Verum si eiusdem sphæræ meridionalis con syderetur obliquitas,hoc est,si polus antarcticus super Horizontem fuerit eleuatus, contrarium ex omni parte continget:quemadmodum ex præobiectis figuris elicere haud obscurum est,polo A pro antarctico,& super Horizontem eleuato respondenter accepto. Pars enim Eclipticæ,quæ ab Aequatore uersus polum eleuatum,ad uerticem in boreali situ erigitur, in australi sphæræ obliquitate ab eodem Aequatore uersus Horizontem inclinatur, & econtra: ex quo alternatim mutata contingit in partibus intermedijs ascensionum diuersitas.

De uaria earūdē partiū intermediarū ascensione,in meridiana sphæræ obliquitate.

d ¶ d In utraq; porro sphæræ obliquitate,eædem ascensionum diuersitates tali respondentia adinuicem proportionantur,ut quantum in eadem poli sublimitate arcus Aequatoris cum borealis Eclipticæ medietatis arcubus coascēdentes,ab ea deficiūt quātitate,quā habent in recto sphæræ situ,tantundem cum respondentibus australis Eclipticæ partis arcubus ascendendo superabundent,& econtra. Cum enim in recto sphæræ situ præmemoratæ medietates Eclipticæ ab eisdem æquinoctialibus punctis inchoatæ similes habeant ad Horizontem inclinationes,necessum est,in obliqua sphæra,ut ea pars Eclipticæ inter Aequatorem & polum eleuatum intercepta tanto minus inclinetur ad Horizontem,quanto magis reliqua ad eundem Horizontem uidetur obliquata:ex quo præfata crementi atq; decrementi obliquarum ascensionum cogitur euenire respondentia.

De prædictarū ascēsionū obliquarū alternata respōdentia.

e ¶ e His non obstantibus infertur,quotlibet arcus æquales ab alterutra sectionum Eclipticæ cum Aequatore uel inchoatos aut æque distantes,æquales ascensiones ob tinere.Quoniam prædicta æquinoctiorum puncta,earundem Eclipticæ medietatum initiatiua, non possunt secundum æquales arcus eiusdem Eclipticæ super Horizontē eleuari,sub eodemue Horizonte deprimi,quin similis & æqualis subsequatur arcuum Aequatoris respondentia. Ea potissimum de causa,quoniam ipsi arcus Eclipticæ ab altera prædictarum sectionum æque distantes,æquales habent ab Aequatore declinationes (quemadmodum notula C,tertij capitis antecedentis secundi libri demonstrauimus)unde similes cum Horizonte ultro citroq;,seu ma uis sursum & infra eundem Horizontem conficiunt angulos. Ex quo necessario consequitur simul ascendentium arcuum Aequatoris alternata quantitatis respondentia siue paritas.

Qui nā arcus in obliqua sphæra æquales habeant ascensiones.

f ¶ f Hinc consequenter infertur,non modo signorum,sed quorūuis etiam arcuum æqualium ex diametro constitutorum ascensiones simul iunctas,ijs ascensionibus simul iunctis coæquari, quas habere solent in recta sphæra. Quoniam eleuato polo arctico,altera medietatum Eclipticæ quæ uergit ad boream,tantum ascensiones suas quas habet in recto sphæræ situ, minuit in obliquo,quantum reliqua easdem augere uidetur,ueluti nuper ostendimus,& eadem opposita signa in recta sphæra æquales sortiantur ascensiones, sitque alterum eorum in boreali, & reliquum in austrina Eclipticæ medietate:sequitur igitur ascensiones eorundem signorum uel arcuum oppositorum simul iunctas,compositis eorundem rectis ascensionibus adæquari. Idem

Quorū arcuum ascensiones simul iunctæ rectis eorundem æquantur ascēsionibus.

uersa

uersa uice potes intelligere, ubi polus extollctur antarcticus. Neque aliud habeto iudicium, de quibuslibet arcubus eiusdem Eclipticæ adinuicem æqualibus, ab alterutro punctorum solstitialium æque distantibus. Quemadmodum ex obliquarum ascensionum tabulis, ipsa te docebit supputatio. ¶ g Præterea necessarium est, signa recte ascendentia oblique descendere: & econuerso. Nam arcuum Eclipticæ & Aequatoris super Horizontem respondenter ascendentium habitudo, conuersa est ab ea, quam habent ijdem arcus sub eodem Horizonte descendentes: & econtra. Quales enim angulos facit arcus signi datus ascendendo cum Horizonte, tales & proportionales efficit respondens Aequatoris arcus sub eodem Horizonte descendendo: atque e diuerso. Ex quo sequitur, ut quanto signum uel datus arcus rectius ascendit, tanto descendat obliquius, in obliquo sphæræ situ, & econtra: fit enim prædictorum arcuum Eclipticæ & Aequatoris simul ascendentium aut descendentium alternata seu permutata respondentia. Vnde rursum euidens relinquitur, eiusdem signi ascensionem cum descensione iunctam, coæquari ascensioni atque descensioni simul iunctis, quas idem signum habet in sphæra recta. h ¶ Adde, quod in obliqua sphæra ascensio eiusdem signi, est descensio sui oppositi, & econtra. Quantum enim unum oppositorum signorũ rectius ascendit tã in obliqua q̃ in recta sphæra, tantum & reliquum ascendit obliquius, & econuerso, per ea quæ nunc deduximus: in hunc quippe modum, ut augmẽtum ascẽsionis uel descensionis unius, sit decremẽtum ascẽsionis uel descẽsionis oppositi, ascẽsiones ascẽsionibus atque descẽsiones descẽsionibus cõparãdo. Sequitur ergo, ut quantum additur ascensioni rectæ cuiuspiam signorum, tantũdem auferatur a propria descensione, & ascensione sui oppositi: quantum præterea minuitur eiusdem ascensio, tantundem augetur descensio tam propria quã signi ex diametro cõstituti. Ex quo patet, ascensiones quorumlibet signorum seorsum acceptas, fore descensiones oppositorum: & econtra.

¶ i Q. autem maior contingat ascensionum atque descensionum diuersitas, quanto alter Mundi polorum super Horizontem magis eleuatur, ampliori non uidetur indigere declaratione: cum ex eo maior aut minor Eclipticæ & ipsius Aequatoris ad Horizontem, accidat obliquitas. ¶ k RELIQVVM EST igitur, clarius exprimere datam obliquarum ascensionum supputationem. Ptolemæus itaque capite septimo secundi libri Almagesti seu magnæ compositionis, atque Ioannes Regiomontanus uigesima secunda propositione secundi Epitomatis, nobis demonstratum reliquerunt, sinum complementi declinationis puncti arcum Eclipticæ datum terminantis, ad sinum ipsius declinationis eandem habere rationem, quam sinus generatus ex multiplicatione sinus oblatæ cuiuscunque polaris altitudinis in sinum totum, & producti diuisione per sinum complementi eiusdem eleuationis polaris, ad sinum cuiuslibet ascensionalis differentiæ, rectæ & ipsius datæ obliquitatis sphæræ. Si ducatur itaque primum sinus oblatæ cuiusuis polaris altitudinis in sinum totum, & productum diuidatur per sinum complementi eiusdem altitudinis polaris: fiet sinus ad supputandas singulas ascensionales differentias singulorum arcuum Eclipticæ, in data poli sublimitate indifferenter accommodus, immutabilisque permanens. Quoniam nec sumpta polaris eleuatio, nec eiusdem polaris eleuationis complementum in eodem sphæræ situ mutantur: unde præfatus sinus potest nõ indecenter sinus regionis appellari, hoc est, ad sumptam polarem regionis eleuationem præparatus. Vocamus autem differentiam ascensionalem, arcum Aequatoris, quo discrepat ascensio eiusdem arcus Eclipticæ ad datam obliquitatem sphæræ supputata ab ascensione, quam idem arcus obtinet in sphæra recta. hæc autem ascensionalis differentia nulla est, cum datus arcus in alterutro punctorum æquinoctialium terminatur: utpote, quod necessum sit medium Aequatorem ascendere, atque descendere respondenter cum media Ecliptica. ¶ l Hunc itaque sinum regionis appellatum, duc in sinum declinationis puncti arcum Eclipticæ (cuius obliqua desyderatur ascensio) terminantis, productumque diuide per sinum complementi eiusdem declinationis: habebis enim pro quotiente numero sinum optatæ ascensionalis differentiæ, qua uidelicet ascensio dati arcus Eclipticæ in sumpta regionis obliquitate, differt a recta eiusdem arcus ascensione. ¶ m Inuentam ergo tandem ascensionalem differentiam deme ab ascensione recta ipsius arcus dati, si punctum eiusdem arcus terminatiuum, boreale obtinuerit declinationem, fueritue in borea Eclipticæ medietate: uel eandem ascensionalem differentiam adde ipsi ascensioni rectæ, si cõtingat ipsum punctum austrinam Eclipticæ medietatem, declinationemue possidere meridionalem. Quod enim ex præfata subtractione relinquetur, consurgetue per nunc expressam additionem: obliquam dati arcus, ad electam poli sublimitatem, indicabit ascensionem. ¶ n Hæc autẽ omnia de boreali sunt intelligenda poli sublimitate, in qua monstratum fuit, ab Arietis initio ad finem Virginis iuxta rectum signorum ordinem, minus ascẽdere de Aequatore cum singulis arcubus intermedijs

Q. signa rectè ascẽdẽtia obliquè descendãt, & econtra.

Quod ascensio unius signi, est descensio oppositi.

Corollarium.

De ratione supputationis obliquarum ascẽsionum.

Canon primus

Sinus regionis.

Ascensionalis differentia.

Secundus Canon.

Ascensionalis differẽtia quando rectæ additur, aut subtrahitur ascẽsioni.

De borea uel australi poli sublimitate cautela.

intermedijs,q̃ de Ecliptica,atq; minus q̃ in ſphæra recta : a Libræ autẽ principio ad extremum Piſciũ,hoc eſt,alteri Eclipticæ medietati,prorſus euenire cõtrariũ. Q, ſi polus auſtralis eleue‑tur,neceſſum eſſe mõſtrauimus,eaſdẽ Eclipticæ medietates cõtrariã aſcẽſionis obſeruare ratio‑nem.quapropter aſcenſionalis differentia minuetur,ubi prius addebatur,rectæq; addetur aſcen ſioni,ubi ſubtrahendam iuſsimus in boreali ſphæræ ſitu : ſi uoluerimus eaſdem obliquas aſcen‑ſiones ad datam quamuis poli meridionalis eleuationem ſupputare.

Prædictorum exẽplariscalculus.

¶ ESTO in exẽplũ oblata regio ſeptẽtrionalis,ſupra cuius Horizontẽ polus arcticus eleuatur 48 gra.una cũ minu.40:qualis eſt ſitus Lutetiæ Pariſiorũ,ſeptimiue climatis.Cõplemẽtũ eiuſce polaris altitudinis eſt gra.41,& 20 minu.cuius ſinus rectus,eſt primarũ partium 39,minu.37,& ſecũdorũ 34.ſinus autẽ ipſius polaris eleuationis eſt earundẽ partiũ 45,minu.3,& 10 ſecũdorũ: ueluti præmiſſa ſinuũ indicat tabula. Duc igitur primũ 45,3,10,in ſinũ totũ partiũ 60,ueluti ſæ‑pius expreſſimus : fiẽt enim partes partiũ 45,partes ſimplices 3,& 10 mi.ſine ſecũdis.Quẽ qui‑dẽ numerũ 45,3,10,0,diuide p 39,37,34,ſinũ cõplemẽti datæ polaris altitudinis: habebis enim ꝑ quotiẽte 1,8,13,hoc eſt,unã partẽ partiũ,8 partes ſimplices,& 13 minuta partis ſimplicis.Quẽ ita productũ ſinũ,ad datæ regionis uſum immutabilẽ reſeruabis. His præparatis,eſto propoſitum inueſtigare differẽtiã aſcẽſionalẽ 10 primorũ gra.Arietis,in præaſſumpta poli borealis ſublimi‑tate 48 gra.& 40 mi.Declinatio itaq; puncti decimũ Arietis gra.terminãtis,eſt 3 gra.58 mi.& 13 ſecũ.Huius autẽ declinationis cõplemẽtũ(neglectis 13 ſecũdis)eſt gra.86,& 2 mi. Sinus cõſe‑quẽter ipſius declinationis eſt partiũ 4,mi.9,& 2 ſecũ.ſinus uero cõplemẽti eiuſdẽ declinationis eſt partiũ 59,mi.51.& ſecun.22.Multiplica itaq; 1,8,13,0,hoc eſt ſinũ regionis nuper inuẽtũ,per 4,9,2:producẽtur partes partiũ 4,ſimplices uero partes 43,mi.8,ſecũda 13,& tertia 26.Hæc au‑tẽ diuiſa per 59,51,22,dant ꝑ quotiẽte partes 4,mi,43,& 49 ſecũda:quorũ elicitus arcus offendi tur gra.4,& 31 fere minutorum.Hæc autẽ omnia in ſubſcriptam placuit colligere formulam.

¶ Exempli formula.	¶ Arcus.		¶ Sinus recti.		
	Gra.	Mi.	Partes	Mi.	Secũ
¶ Altitudo poli ſeptentrionalis data.	48	40	45	3	10
Complementum eiuſdem altitudinis.	41	20	39	37	34
¶ Arcus Arietis datus.	10	0			
Declinatio eiuſdem arcus dati.	3	58 ſẽ.	4	9	2
Complementum ipſius declinationis.	86	2	59	51	22
¶ Aſcenſionalis differentia arcus dati.	4	31 ſẽ.	4	43	49

Exemplũ additionis atq; ſubtractionis differentiæ aſcẽſionalis inuentæ.

¶ Per ea autẽ quæ proxime dicta ſunt,ſi præfatã aſcenſio‑nalẽ differentiã dempſeris ex 9 gradibus & 11 minu. rectæ aſcẽſionis ipſorũ 10 primorũ gra.Arietis : relinquetur obli qua eiuſdẽ arcus aſcenſio,gra. 4,& 40 mi.in data poli ſeptẽ‑trionalis eleuatione. Q, ſi eandẽ aſcenſionalẽ differentiã ſubduxeris reſpondenter a recta ui‑geſimi gradus Virginis aſcẽſione,quæ eſt 170 gra.& 49 mi,remanebit obliqua eiuſdem uige‑ſimi gradus aſcenſio,gra.166,& 18 minu.ad prius datam poli borealis ſublimitatẽ 48 gra,& mi. 40. ¶ Verum ſi eandem inuentam aſcenſionalẽ differentiam addideris aſcenſioni rectæ deci‑mi gradus Libræ,utpote,189 gradibus,& 11 minu.eiuſdem arcus decimo Libræ gradu termina‑ti,ad eandem poli ſeptentrionalis eleuationem,obliqua cõſurget aſcẽſio,graduum quidẽ 193,& 42 minu.Tandem ſi præfatã aſcenſionalẽ differentiã rectæ uigeſimi gradus Piſcium iunxeris aſcenſioni,quæ eſt 350 gra.& 49 minu.obliqua ipſius arcus dati conflabitur aſcenſio,eritq; gra. 355,& 20 minu.ad prius acceptam poli borealis exaltationem graduum 48,& minutorum 40: Quorum omnium,in maiorem elucidationis facilitatem,ſubiectam accipe deſcriptionem.

Præcedẽtis exẽpli formula.

Arcus dati.			Aſcenſiones.			Arcus dati.			Aſcenſiones.		
Signa.	Gra.		Gra.	Miñ.		Signa	Gra.		Gra.	Minu.	
♈	10		9	11	Recta.	♎	10		189	11	
		Differentia.	4	31				Differentia.	4	31	
			4	40	Obliqua.				193	42	Obliqua.
♍	20		170	49	Recta.	♓	20		350	49	Recta.
		Differentia.	4	31				Differentia	4	31	
			166	18	Obliqua.				355	20	Obliqua.

De arcubus aliũde,quàm ab Arietis initio ſupputatis.

¶ Porro hæc oĩa ueniũt intelligẽda,de ſingulis arcubus Eclipticæ ab Arietis exordio ſupputa‑tis.Cũ igitur oblatus arcus aliunde fuerit initiatus,agendũ erit uelut immediate præcedẽti cap. tertio,de rectis iuſsimus aſcenſionibus.Inuẽta enim utriuſq; termini,hoc eſt,principij atq; finis dati arcus aſcẽſione,minor a maiori ſubducatur : nã ipſius arcus ſeorſum accepta relinquet aſcẽ ſio. Vt ſi ab obliqua ipſius arcus aſcẽſione,quẽ terminat decimus gradus Libræ dematur ſemi‑circulus,qui eſt aſcẽſio medietatis Eclipticæ ab Arietis initio ad Libræ caput inter‑ceptæ: relinquet aſcẽſio ipſorũ 10 primorũ gra.Libræ ſeorſum acceptorũ,gra.quidẽ 13,& 42 minu.ueluti obiecta monſtrat formula.Idem habeto iudicium de cæteris ar‑cubus Eclipticæ,tam ab Arietis capite,q̃ aliunde ſupputatis.

Exemplum.

¶ Gra	Mi.
193	42
180	00
13	42

Defabricanda differentiarum ascensionaliũ tabula.

¶ O EX HIS PRIMVM colligitur, q̃ facile sit tabulam differentiarum ascensionalium, ad liberã quamuis polarem eleuationem supputare. Qualẽ tibi in maiorem singulorum elucidationem, ea quam nunc tradidimus arte, ad præassumptam polarem altitudinem construximus. Singulas itaq; differẽtias ascensionales ab Arietis initio ad finem usq; Geminorum tantũmodo supputauimus: easq; reliquis Eclipticæ quartis eundo redeundoq; gradatim accommodauimus. Quoniã æquales & oppositi, uel ab alterutro solstitialium punctorum æque distantes arcus, non possunt ascẽsiones suas in obliqua sphæra simul iunctas ijs ascensionibus simul iunctis æquales habere, quas sortiũtur in recto sphæræ situ: quin easdem nãscīscãtur ascẽsionales differentias. Item nec arcus itidem æquales & ab alterutro punctorum æquinoctialium æque distantes, æquales ascẽsiones obtinere: quin pariter eadem sortiantur ascẽsionum discrimina. Quæ quidẽ omnia proxime uidẽtur esse demõstrata.

Quomodo inueniẽda ascẽsionalis differentia per tabulam.

¶ Intrabis ergo lateraliter ipsam differentiarum ascẽsionaliũ tabulã, cũ signo sursum & gradu ad læuã, aut signo infra & gradu dextrorsum inuẽto: colligetur enim solito more in cõmuni utriusq; angulo, & ea colũna quæ oblato signo deputatur, ascẽsionalis differentia ipsius arcus, ꝓpositi. Cuius rei non indiges exẽplo, ni fueris rudior ipso asino.

TABVLA DIFFERENTIARVM *ascẽsionalium, ad eleuationem poli arctici 48 gra. & 40 mi. per Authorem supputata.* O

Pro signis superioribus	♎		♏		♐		
	♈		♉		♊		
Gra.	Gra.	Mi.	Gra.	Mi.	Gra.	Mi.	Gra.
0	0	0	13	22	24	44	30
1	0	27	13	47	25	1	29
2	0	54	14	13	25	18	28
3	1	22	14	38	25	35	27
4	1	50	15	4	25	52	26
5	2	16	15	29	26	9	25
6	2	43	15	54	26	23	24
7	3	10	16	19	26	38	23
8	3	37	16	43	26	52	22
9	4	4	17	8	27	7	21
10	4	31	17	33	27	21	20
11	4	58	17	57	27	33	19
12	5	25	18	20	27	45	18
13	5	52	18	44	27	56	17
14	6	19	19	7	28	8	16
15	6	46	19	31	28	20	15
16	7	13	19	53	28	28	14
17	7	40	20	16	28	37	13
18	8	6	20	38	28	45	12
19	8	33	21	1	28	54	11
20	9	0	21	23	29	2	10
21	9	26	21	44	29	7	9
22	9	53	22	5	29	12	8
23	10	19	22	25	29	17	7
24	10	46	22	46	29	22	6
25	11	12	23	7	29	28	5
26	11	38	23	26	29	30	4
27	12	4	23	46	29	32	3
28	12	30	24	5	29	34	2
29	12	56	24	25	29	36	1
30	13	22	24	44	29	38	0
	♍		♌		♋		Pro signis inferioribus
	♓		♒		♑		

Similaria obliquarũ ascẽsionũ tabulæ compositio.

¶ P NEC minus facile tabula ascẽsionũ obliquarũ, ad liberã quãuis polarẽ eleuationẽ supputatarũ respõdẽter cõponetur. Supputatis enim ascẽsionalibus differẽtijs primi quadrãtis Eclipticæ, ab Arietis initio ad finẽ usq; Geminorũ, ad datã poli sublimitatẽ, notæ fient ex prædictis singulorũ quadrãtũ ascẽsiones in eadẽ exaltatione polari. In borei itaq; poli super Horizontẽ eleuatione, singulæ differẽtiæ ascẽsionales a respõdẽtibus singulis ascẽsionibus rectis quorũlibet arcuũ ab ipsius Arietis initio ad finẽ usq; Geminorũ suo ordine ueniũt auferẽdæ. Idẽ quoq; faciẽdũ est, de succedẽti Eclipticæ quadrãte, ab Cãcri uertice ad finẽ usq; Virginis; sed ordine cõuerso. quoniã arcus æquales & a solstitialibus punctis æque distãtes, eadẽ sortiũtur ascẽsionũ discrimina. Eiusdẽ rursum quadrãtis ascẽsionales differẽtiæ, rectis australis Eclipticæ medietatis ascẽsionibus sunt adijciẽdæ: suo quidẽ ordine a capite Libræ ad finẽ Sagittarij, ab exordio autẽ Capricorni usq; ad finẽ Pisciũ ordine præpostero. Quẽadmodũ de superius adinuẽta ascẽsionali differẽtia 10 primorũ graduũ Arietis, apertũ fecimus periculũ. Q, si eandẽ obliquarũ ascẽsionũ tabulã ad austrinã poli supputare uolueris altitudinẽ, cõtrariã differẽtiarũ ascẽsionaliũ tũ subtractionẽ, tũ additionẽ obseruabis: addendæ enim sunt rectis ascẽsionibus singulorũ arcuũ ab Ariete ad finem Virginis, demẽdæ autẽ a principio Libræ ad finẽ usq; Pisciũ.

De succedentibus obliquarũ ascẽsionalibus tabulis, & earũdem usu.

¶ In hũc ergo modũ, succedẽtes obliquarũ ascẽsionũ cõposuimus tabulas, ad prius assumptã poli sublimitatẽ 48 gra. & 40 mi. sed alterã polo arctico, reliquã uero antarctico, in maiorẽ singulorũ elucidationẽ, deputauimus. Ex quibus quidẽ tabulis, quæcũq; obliquarũ ascẽsionũ nuper expressimus discrimina, calculo poterũt haud difficile cõprobari. Est autẽ usus, siue introitus earũdẽ, atq; similiũ omniũ tabularũ idẽ, qui de rectarũ ascẽsionũ tabula, ꝓximo capite tertio, atq; notula G, traditus est. Ne igit toties elucidata iterũ atq; iterũ repetere, uel ipsam chartã potius onerare uideamur, singulorũ exẽpla ex ꝓdictis tibi relinquimus colligẽda.

Tabula

TABVLA ASCENSIONVM OBLIQVARVM, AD ELEVATIOnem poli arctici 48 gra. & 40 minu. per Authorem ab Ariete gradatim supputata.

Signa Bo	♈		♉		♊		♋		♌		♍		realia.
Gra.	Gra.	Mi.	Gra.	Mi.	Gra.	Mi.	Gra.	Mi.	Gra.	Mi.	Gra.	Mi.	Gra
1	0	28	15	5	33	51	61	29	98	48	140	7	1
2	0	56	15	36	34	37	62	37	100	10	141	30	2
3	1	23	16	9	35	22	63	44	101	32	142	53	3
4	1	50	16	40	36	8	64	52	102	54	144	16	4
5	2	19	17	13	36	54	65	59	104	15	145	39	5
6	2	47	17	47	37	44	67	10	105	37	147	1	6
7	3	15	18	20	38	32	68	20	106	59	148	24	7
8	3	44	18	55	39	22	69	31	108	21	149	47	8
9	4	12	19	28	40	10	70	41	109	43	151	10	9
10	4	40	20	2	41	0	71	51	111	5	152	32	10
11	5	9	20	37	41	52	73	4	112	27	153	55	11
12	5	37	21	14	42	45	74	18	113	50	155	18	12
13	6	6	21	49	43	38	75	30	115	12	156	39	13
14	6	34	22	26	44	31	76	44	116	35	158	2	14
15	7	3	23	1	45	23	77	57	117	57	159	25	15
16	7	32	23	39	46	20	79	13	119	20	160	48	16
17	8	1	24	16	47	16	80	30	120	43	162	10	17
18	8	30	24	54	48	12	81	45	122	6	163	33	18
19	8	59	25	31	49	8	83	2	123	29	164	55	19
20	9	28	26	9	50	5	84	18	124	52	166	18	20
21	9	58	26	49	51	5	85	36	126	16	167	40	21
22	10	27	27	29	52	5	86	54	127	39	169	2	22
23	10	58	28	11	53	6	88	12	129	2	170	25	23
24	11	27	28	51	54	6	89	30	130	25	171	47	24
25	11	57	29	31	55	5	90	45	131	49	173	9	25
26	12	28	30	14	56	8	92	8	133	12	174	30	26
27	12	59	30	56	57	12	93	28	134	35	175	53	27
28	13	30	31	40	58	15	64	47	135	58	177	16	28
29	14	1	32	22	59	19	96	7	137	21	178	38	29
30	14	32	33	5	60	22	97	27	138	44	180	0	30

Signa Au	♎		♏		♐		♑		♒		♓		stralia.
Gra	Gra.	Mi.	Gra.	Mi.	Gra.	Mi.	Gra.	Mi.	Gra.	Mi.	Gra.	Mi.	Gra.
1	181	22	222	39	263	53	300	41	327	38	345	59	1
2	182	44	224	2	265	13	301	45	328	20	346	30	2
3	184	7	525	25	266	32	302	48	329	4	347	1	3
4	185	30	226	48	267	52	303	52	329	46	347	32	4
5	186	51	228	11	269	12	304	55	330	29	348	3	5
6	188	13	229	35	270	30	305	54	331	9	348	33	6
7	189	35	230	58	271	48	306	54	331	49	349	2	7
8	190	58	232	21	273	6	307	55	332	31	349	33	8
9	192	20	233	44	274	24	308	55	333	11	350	2	9
10	193	42	235	8	275	42	309	55	333	51	350	32	10
11	195	5	236	31	276	58	310	52	334	29	351	1	11
12	196	27	237	54	278	15	311	48	335	6	351	30	12
13	197	50	239	17	279	30	312	44	335	44	351	59	13
14	199	12	240	40	280	47	313	40	336	21	352	28	14
15	200	35	242	3	282	3	314	37	336	59	352	57	15
16	201	58	243	25	283	16	315	29	337	34	353	26	16
17	203	21	244	48	284	30	316	22	338	11	353	54	17
18	204	42	246	10	285	42	317	15	338	46	354	23	18
19	206	5	247	33	286	56	318	8	339	23	354	51	19
20	207	28	248	55	288	9	319	0	339	58	355	20	20
21	208	40	250	17	289	19	319	50	340	32	355	48	21
22	210	13	251	39	290	29	320	38	341	5	356	16	22
23	211	36	253	1	291	40	321	28	341	40	356	45	23
24	212	50	254	23	292	50	322	16	342	13	357	13	24
25	214	21	255	45	294	1	323	6	342	47	357	41	25
26	215	44	257	6	295	8	323	52	343	20	358	10	26
27	217	7	258	28	296	16	324	38	343	51	358	37	27
28	218	30	259	50	297	23	325	23	344	24	359	4	28
29	219	53	261	12	298	31	326	9	344	55	359	32	29
30	221	16	262	33	299	38	326	55	345	28	360	0	30

TABVLA ASCENSIONVM OBLIQVARVM, AD ELEVATIOnem poli antarctici 48 gra. & 40 mi. per Authorem ab Ariete gradatim supputata.

Signi Bo	♈		♉		♊		♋		♌		♍		realia.
Gra.	Gra.	Mi.	Gra.	Mi.	Gra.	Mi.	Gra.	Mi.	Gra.	Mi.	Gra.	Mi.	Gra
1	1	22	42	39	83	53	120	41	147	38	165	59	1
2	2	44	44	2	85	13	121	45	148	20	166	30	2
3	4	7	45	25	86	32	122	48	149	4	167	1	3
4	5	30	46	48	87	53	123	52	149	46	167	32	4
5	6	51	48	11	89	12	124	55	150	29	168	3	5
6	8	13	49	35	90	30	125	54	151	9	168	33	6
7	9	35	50	58	91	48	126	54	151	40	169	2	7
8	10	58	52	21	93	6	127	55	152	31	169	33	8
9	12	20	53	44	94	24	128	55	153	11	170	2	9
10	13	42	55	8	95	42	129	55	153	51	170	32	10
11	15	5	56	31	96	58	130	52	154	29	171	1	11
12	16	27	57	54	98	25	131	48	155	6	171	30	12
13	17	50	59	17	99	30	132	44	155	44	171	59	13
14	19	12	60	40	100	47	133	40	156	21	172	28	14
15	20	35	62	3	102	3	134	37	156	59	172	57	15
16	21	58	63	25	103	16	135	29	157	34	173	26	16
17	23	21	64	48	104	30	136	22	158	11	173	54	17
18	24	42	66	10	105	42	137	15	158	46	174	23	18
19	26	5	67	33	106	50	138	8	159	23	174	51	19
20	27	28	68	55	108	0	139	0	159	58	175	20	20
21	28	50	70	17	109	10	139	50	160	32	175	48	21
22	30	13	71	39	110	29	140	38	161	5	176	16	22
23	31	30	73	1	111	40	141	28	161	40	176	45	23
24	32	53	74	23	112	50	142	16	162	13	177	13	24
25	34	21	75	45	114	1	143	6	162	47	177	41	25
26	35	44	77	6	115	8	143	52	163	20	178	10	26
27	37	7	78	28	116	16	144	38	163	51	178	37	27
28	38	30	79	50	117	23	145	23	164	24	179	4	28
29	39	53	81	12	118	31	146	9	164	55	179	32	29
30	41	16	82	33	119	38	146	55	165	28	180	0	30

Signa Au	♎		♏		♐		♑		♒		♓		stralia.
Gra	Gra.	Mi.	Gra.	Mi.	Gra.	Mi.	Gra.	Mi.	Gra.	Mi.	Gra.	Mi.	Gra.
1	180	28	195	5	213	51	241	29	278	48	320	7	1
2	180	56	195	30	214	37	242	38	280	10	321	30	2
3	181	23	196	0	215	22	243	44	281	32	322	53	3
4	181	50	196	40	216	8	244	52	282	54	324	16	4
5	182	19	197	13	216	54	245	59	284	15	325	39	5
6	182	47	197	47	217	44	247	10	285	37	327	1	6
7	183	15	198	2	218	32	248	20	286	59	328	24	7
8	183	44	198	55	219	22	249	31	288	21	329	47	8
9	184	12	199	28	220	10	250	41	289	43	331	10	9
10	184	40	200	2	221	0	251	51	291	5	332	32	10
11	185	9	200	37	221	52	253	4	292	27	333	55	11
12	185	37	201	14	222	45	254	18	293	50	335	18	12
13	186	6	201	49	223	38	255	3[illegible]	295	12	336	39	13
14	186	34	202	26	224	31	256	44	296	35	338	2	14
15	187	3	203	1	225	23	257	57	297	57	339	25	15
16	187	32	203	39	226	20	259	13	299	20	340	48	16
17	188	1	204	16	227	16	260	30	300	43	342	10	17
18	188	30	204	54	228	12	261	45	302	6	343	33	18
19	188	59	205	31	229	8	263	2	303	29	344	55	19
20	189	28	206	9	230	5	264	18	304	52	346	18	20
21	189	58	206	49	231	5	265	30	306	16	347	40	21
22	190	27	207	29	232	5	266	54	307	39	349	2	22
23	190	58	208	11	233	6	268	12	309	2	350	25	23
24	191	27	208	51	234	6	269	30	310	25	351	47	24
25	191	57	209	31	235	5	270	48	311	49	353	9	25
26	192	28	210	13	236	8	272	8	313	12	354	30	26
27	192	59	210	5[illegible]	237	12	273	28	314	35	355	53	27
28	193	30	211	[illegible]	238	15	274	47	315	58	357	16	28
29	194	1	212	22	239	19	276	7	317	21	358	38	29
30	194	32	213	5	240	22	277	27	318	44	360	0	30

¶Cum

¶ CVM AVTEM DESCENSIONEM CVIVSLIBET ARCVS PROPOSITI, EX data quauis obliquarum ascensionum tabula placuerit elicere: accipito oppositi arcus ascensionem, in hũc qui sequitur modũ. In primis, si datus arcus ab Ariete sumpserit exordium, adde eidem semicirculum, & inde consurgentis arcus obliqua colligatur ascensio, a quã rursum idem auferatur semicirculus: quod enim relinquetur, erit obliqua descensio ipsius arcus dati. Idem etiam habebis, si differentiam ascensionalem eidem arcui respondentem, rectæ eiusdem arcus ascensioni uel adiunxeris, uel ab eadem abstuleris, prout eleuatio poli, & borealis uel australis Eclipticæ medietas exposcere uidetur: quemadmodum suo loco declarauimus. Quod si datus arcus aliunde q̃ ab Ariete fuerit initiatus, utpote, signum aliquod seorsum consyderatum: accipito rursum obliquam ascenscensionem arcus eidem arcui dato æqualis & oppositi, subtrahendo obliquam ascensionem principij ipsius arcus oppositi ab ascensione puncti eundem arcum terminantis. quod enim relinquetur, erit ipsius arcus dati descensio proposita. Quoniam, uti supra monstrauimus, signa recte ascendentia in obliqua sphæra oblique descendunt, & econtra: ascensionis augmento decremento descensionis, respectu eius quam habent in sphæra recta, æquali semper existente. Vnde cum unum signorum oppositorum tantum pariter augeat ascensionem suam in obliqua sphæra, quantum minuit reliquum, & econuerso; necessum est, tam signorum q̃ æqualium quorũuis arcuum e diametro constitutorum, unius ascensionem esse descensionem oppositi, & econtra. Hæc autem omnia, intellectis quæ supra diximus, adeo uidentur esse facilia: ut exemplari discursu censeantur indigna. Quod si quis antecedentia prorsus ignorauerit: sciat se horum, atq; succedentium omnium futurum incapacem.

De inuestigãda descensione cuiuslibet arcus, p obliquarũ ascẽsionũ tabulam.

Præcedentium elucidatio.

¶ DATA TANDEM OBLIQVA QVAVIS ASCENSIONE, SI COASCENDENTEM arcum Eclipticæ uersa uice desyderaueris obtinere: id facies more solito, per lateralem ingressum. Nam si datam ascensionem obliquam in area propriæ tabulæ curaueris inuentam: offendes ad uerticem columnæ signum, in dextro autem sinistroue latere gradum, cui talis debetur ascensio. Memento tamen bis intrandum esse, quoties ascensió data non fuerit præcise reperibilis: quod uidetur accidere, quoties gradibus ascensioni datæ respondentibus cohærẽt minuta. ¶ Quãtus autẽ arcus propositæ cuicunq; descẽsioni respõdeat, ita cognosces. Adde semicirculũ ipsi oblatæ descensioni, & cõsurgẽtis inde numeri, ac si foret obliqua quædam ascẽsio, elice respondentẽ arcũ, modo nũc primũ elucidato, a quo quidẽ arcu aufer rursum semicirculum: quod enim relinquetur, erit arcus Eclipticæ desyderatus. ¶ Porro hæc sunt intelligẽda de obliqua descẽsione uel ascẽsione ab Ariete cõnumerata. Si autem aliunde sumpserit initium, quærẽdus est respondens ascẽsionis uel descẽsionis arcus duorũ punctorũ, quorũ alterũ initio, alterum uero fini eiusdem ascẽsionis aut descẽsionis respõdeat, ueluti supra declarauimus: arcus enim, qui per subtractionẽ minoris a maiori relinquetur, ipsi datæ ascẽsioni uel descẽsioni huiuscemodi puncta interceptæ respõdebit. ¶ In maiorẽ itaq; singulorũ elucidationẽ, obliquam cuiuslibet signi ascẽsionẽ atq; descẽsionẽ, ex utraq; præmissa collegimus tabula, ad utriusq; poli sublimitatẽ 48 graduum & 40 minutorũ supputata: & in subscriptas redegimus tabellas. Ex quibus primum uidere licebit signa ab altera sectionũ cum Aequatore æque distãtia, æquales ascensiones atq; descensiones habere. Necnon signa ab alterutro solstitiorum æque pariter semota, uel e diametro cõstituta, obliquas ascensiones suas simul iunctas, ijs ascensionibus simul compositis adæquare, quas habent in recto sphæræ situ. Idq; præterea de eorundem signorum descẽsionibus respondenter uerificari: ueluti proprio singulorum poteris experiri calculo. ¶ Adde, q ascẽsio eiusdem signi uel arcus, ad borealem quãuis poli sublimitatem calculata, est descẽsio eiusdem signi uel arcus ad eandem poli australis eleuationem, & econtra. unde sufficit obliquas ascẽsiones, ad singulas alterutrius poli sublimitates calculare: quod ex prædictis tuo arbitrio tum colligendum, tum eligendum relinquimus.

Ascẽsione data, arcũ Eclipticæ cui talis debet ascẽsio colligere.

Descẽsionis, p priũ arcũ respõdẽter inuenire.

De ascensione atq; descẽsione seorsum ab ariete numerata.

De subsequẽtibus tabellis in exẽplum adductis.

Corollariũ notandum.

TABELLA OBLIQVARVM ASCENSIONVM ET *de'censionum cuiuslibet signi per sese consyderati, ad eleuationem poli arctici 48 gra. & 40 mi. seorsum extractarum.*

¶ Ascensiones.		Gra.	Mi.			Gra.	Mi.	¶ Descensiones.	
Obliquè.	♈. Aries.	14	32	Pisces. ♓	♈. Aries.	41	16	Pisces. ♓	Rectè.
Obliquè.	♉. Taurus.	18	33	Aquarius. ♒	♉. Taurus.	41	17	Aquarius. ♒	Rectè.
Obliquè.	♊. Gemini.	27	17	Capricornus. ♑	♊. Gemini.	37	5	Capricornus. ♑	Rectè.
Rectè.	♋. Cancer.	37	5	Sagittarius. ♐	♋. Cancer.	27	17	Sagittarius. ♐	Obliquè.
Rectè.	♌. Leo	41	17	Scorpius. ♏	♌. Leo.	18	33	Scorpius. ♏	Obliquè.
Rectè.	♍. Virgo.	41	16	Libra. ♎	♍. Virgo.	14	32	Libra. ♎	Obliquè.

EADEM OBLIQVARVM ASCENSIONVM ATQVE DESCENSIONUM tabella, ad eandem, sed poli antarctici sublimitatem calculata.

¶ Ascensiones.		Gra.	Mi.			Gra.	Mi.	¶ Descensiones.	
Rectè.	♈.Aries.	41	10	Pisces. ♓	♈.Aries.	14	32	Pisces. ♓	Obliquè.
Rectè.	♉.Taurus.	41	17	Aquarius. ♒	♉.Taurus.	18	33	Aquarius. ♒	Obliquè.
Rectè.	♊.Gemini.	37	5	Capricornus. ♑	♊.Gemini	27	17	Capricornus. ♑	Obliquè.
Obliquè.	♋.Cancer.	27	17	Sagittarius. ♐	♋.Cancer.	37	5	Sagittarius. ♐	Rectè.
Obliquè.	♌.Leo.	18	33	Scorpius. ♏	♌.Leo.	41	17	Scorpius. ♏	Rectè.
Obliquè.	♍.Virgo.	14	32	Libra. ♎	♍.Virgo.	41	10	Libra. ♎	Rectè.

Conclusio.

¶ Hæc sunt humanissime lector, quæ de rectarum & obliquarum ascensionum atq; descensionum supputatione declaranda putauimus, quæ si forsitan prolixius, q̃ doctus uideatur indigere lector tractauerimus, id uelim feras libenter: nam maxima pars rerum astronomicarum, uaria item compositio tabularum, ex ipsis pendet ascensionibus. Quemadmodum ex directionũ opere Ioannis Regiomontani, & ijs quæ sequuntur, licebit facere periculum.

Quid sit ortus uel occasus latitudo, qualiter præterea ad liberam quamuis obliquitatem sphæræ, unà cum ascendente Eclipticæ gradu supputetur. Caput. V.

IN utroq; tandem sphæræ situ, alia sese offert ortus uel occasus nõ aspernanda cõsyderatio: quæ ortiua, uel occidua latitudo uocitatur. [a] Ortiuam solemus appellare latitudinem, arcum Horizontis inter ascẽdens quodcunq; punctum uel astrum & Aequatorem comprehẽsum: qui si ab eodem Aequatore uersus polum acciderit arcticum septentrionalis, si uerò ad antarcticum australis dicitur. [b] Idem respondenter iudicadis, de occidua cuiuscunq; puncti uel astri latitudine: quæ ipsi ortiuæ, & ècontra, semper adæquatur. [c] In recto itaq; sphæræ situ, ortiua cuiuslibet puncti, syderis ue latitudo, eadem est cum ipsius puncti uel astri declinatione. [d] Secus autem euenit, ubi sphæra obliquè locabitur: contingetq; tanto maior ipsius ortiuæ aut occiduæ latitudinis diuersitas, quanto alter polorum fuerit super Horizontem magis eleuatus. [e] Quælibet tamen puncta in eodem existentia parallelo, quemadmodum & eandem obtinentia declinationem, ortiuas amplitudines sortiuntur æquales. [f] Supputabis itaq; dati cuiuslibet puncti Eclipticæ latitudinẽ ortiuã, ad liberã poli sublimitatẽ, in hũc modũ. Ducito sinũ declinationis ipsius dati puncti in sinũ totũ, productumq; diuidito per sinũ complemẽti datæ polaris altitudinis: fiet enim sinus, cuius arcus propositã ortus latitudinẽ indicabit. [g] Hinc patet, quàm facile sit tabulã ortiuæ latitudinis cuiuslibet puncti ipsius Eclipticæ, in quouis Horizonte supputare. [h] Ascẽdens porrò ipsius Eclipticæ punctũ, quocũq; tẽpore dato, hac arte colligitur. Adde gradus à meridie fluxos, ascẽsioni rectæ loco Solis respõdenti, & recta medij Cœli resultabit ascẽsio: cui si 90 gradus adiunxeris, obliquã ascẽsionẽ ipsius cõflabis ascẽdentis, cuius per propriã tabulã inuẽtus arcus, eundẽ ascẽdentẽ uel horoscopũ indicabit. [i] Vnde potes rursum tabulã ascendentis, [k] & reliquarũ domorũ initia, ad quæcunq; tẽpora, & liberã poli sublimitatẽ, ex prædictis non minus facile colligere.

QVamuis ea pars Horizontis, supra quã eleuãtur sydera, ortiua dicatur, reliqua uero, ut pote, sub qua eadẽ sydera deprimũtur uocetur occidua: nihilominus tamẽ cõmunes eiusdem Horizontis cũ Aequatore sectiones, inter utrosq; Mũdi polos mediæ, uera oriẽtis atq; occidentis puncta proprie nominãtur, ea uidelicet puncta in quæ incidit ille uerticalis circulus, qui rectos cum Meridiano facit angulos. [a] Cum itaq; sydera ab Aequatore declinantia, ad regulatam Vniuersi circunductionem, ortiuum tangunt Horizontem, inter ipsum sydus & uerum orientis punctum, arcus quidam clauditur Horizontis. Hunc igitur arcum ortiuam solemus appellare latitudinem, siue amplitudinem ortus, hoc est, arcum quo datum sydus oriendo a præfato ueri orientis puncto distare uidetur. Atqui sydera ab Aequatore ad septentrionem declinantia,

uerum oriens. uerum occidẽs.

Ortiua latitudo syderum.

a

declinantia,inter borealem Meridiani cum Horizonte ſectionem & ipſum uerum punctum orientis eleuantur,quæ uero ab eodem Aequatore uerſus meridionalem polum uidentur de-clinare,inter idem ueri orientis punctum & auſtrinam Meridiani cum Horizonte ſectionem oriũtur : duplicem propterea colligimus ortus latitudinem,nempe boream uel ſeptentriona-lem,& auſtralem ſiue meridianam. ¶ b Necꝗ aliter iudicandum de occaſus amplitudine,la-titudineue ſyderis occidua.Eſt autem ortiua cuiuslibet ſyderis latitudo,occiduæ ſemper æqua-lis : propter eandem Aequatoris ad Horizontem utrobiꝗ,hoc eſt,tam ad ortum ꝗ̃ ad occaſum factam inclinationem. Vnde habita una,habetur & reliqua. Exemplũ capere potes,ex utraꝗ figura antecedentis quarti capitis,de arcu L K,inter uerũ oriens L,& aſcendens Eclipticæ pun-ctum K intercepto : borealis quidem ortiuæ latitudinis in prima figura,& auſtrinæ in ſecunda.

Duplex ortus latitudo. Occidua latitudo. Exemplum.

¶ c Fit igitur,ut in recto ſphæræ ſitu,ortiua cuiuslibet ſyderis aut puncti latitudo,eadem ſit cum eiuſdem ſyderis aut puncti declinatione.Quoniam Horizon tranſit per ipſius Mundi po-los:& propterea dum oriuntur uel occidunt ſydera,cũ eo uidetur incidere circulo,qui ex præ-fatis Mundi polis eductus,eorundem ſyderũ declinationes oſtendit. ¶ d Et quoniam in obli-qua ſphæra idem circulus declinationum indicatiuus,nusꝗ̃ cum ipſo conuenit Horizonte,ex-ceptis mutuis eiuſdem circuli cum Horizonte ſectionibus : idcirco neceſſum eſt,ut ortiuæ uel occiduæ ſyderum latitudines differant ab ipſorum declinationibus,in hunc quippe modum,ut in poli ſeptentrionalis eleuatione,ſydera borealem habentia declinationem,maiores ꝗ̃ ſint eo-rundem ſyderum declinationes,obtineant ortus uel occaſus amplitudines : quæ uero ad Auſtrũ declinãt,minores,fietꝗ hæc diuerſitas tanto maior,quanto idem Mundi polus fuerit ſuper Ho rizontem magis eleuatus. ¶ e Neceſſum eſt tamẽ,quælibet Cœli puncta in eodem exiſten-tia parallelo , necnon quæ eaſdem ſortiuntur declinationes : eandem habere latitudinem orti-uam. Cadunt enim huiuſmodi puncta,in idem Horizontis punctum : ſimilesꝗ faciunt paral-leli per ea tranſientes ſydera,quæ æquales adinuicẽ habent declinationes,oriendo uel occiden-do cum Horizonte inclinationes,æqualesꝗ eiuſdem Horizontis capiunt arcus. Quemadmo-dum ex ipſa materiali ſphæra depræhendere,haud difficile eſt. ¶ f IN OBLIQVA igitur ſphæra,cuiuslibet Eclipticæ puncti latitudinis ortiuæ ſupputatio,ex ſecunda propoſitione ſe-cundi Epitomatis Ioãnis Regiomõtani,in magnam Ptolemæi compoſitionem,decerpitur. Ibi-dem nanꝗ demonſtratur,ſinum altitudinis Aequatoris in data obliquitate ſphæræ,ad ſinum to-tum eandem obſeruare rationem,quam habet ſinus declinationis puncti Eclipticæ dati,ad ſinũ ortiuæ latitudinis eiuſdem puncti. Igitur ſi per regulam quatuor proportionalium, ſinus de-clinationis ipſius dati puncti Eclipticæ per ſinum totum multiplicetur,& productum diuida-tur per ſinum altitudinis Aequatoris,hoc eſt,complementi polaris altitudinis (æquantur enim adinuicem) fiet ſinus ortiuæ latitudinis ipſius dati Eclipticæ puncti. Eſto uerbi gratia datus Eclipticæ gradus,decimus Arietis : cuius ortiuam deſyderemus habere latitudinem, ad poli quidem borealis exaltationem 48 graduum,& 40 minutorum. Declinatio itaꝗ decimi gradus Arietis,eſt 3 graduum,58 minutorum,& 13 ſecundorum : eius autem ſinus,partium 4,minuto-rum 9,& 5 ſecundorum,Eleuatio porro ipſius Aequatoris in data poli ſublimitate,eſt 41 gra. & 20 minutorũ : eiuſdem uero ſinus,partium 39,minutorum 37,& ſecundorum 34. Duc itaꝗ partes 4,minuta 9,& 5 ſecunda,in partes 60 totius ſinus : fient partes partiũ 4,ſimplices uero partes 9,& 5 minuta. Hæc diuiſa per 39,37,34 : dant pro quoto numero partes 6,minuta 17,& 9 ſecũda,quorũ ſolito more collectus arcus offenditur graduũ 6,& unius mi. Tantã ergo pronũ ciabis ortiuã latitudinẽ ipſius decimi gradus Arietis : de cæterisꝗ idẽ faciendum eſſe iudicabis.

De ortus latitudine in recta ſphæra. Latitudinis ortiuæ diſcrimina in obliqua ſphæra. Quæ eandẽ habeãt ortus latitudinem. Ortus latitudo in obliqua ſphæra,qualiter ſupputanda. Exemplum.

¶ Exempli formula.	¶ Arcus			¶ Sinus.		
	Gra.	Mi.	Se	Partes.	Minu.	Semi.
Punctum Arietis datum.	10	0	0			
Declinatio eiuſdem puncti.	3	58	13	4	9	5
Altitudo Aequatoris data.	41	20	0	39	37	34
Ortiua latitudo dati puncti.	6	1	0	6	17	9

¶ g Ex quibus colligitur,ꝗ̃ facile ſit tabulã ortiuæ latitudinis cuiuslibet puncti Eclipticæ,ad liberã quãuis obliquitatẽ Horizontis ſupputare.Sũt enim ſemper in Ecliptica quatuor puncta eandẽ habentia declinationẽ : & altitudo ipſius Aequatoris manet eadẽ in data regione.Sufficit itaꝗ unicæ tantũmodo quartæ ipſius Eclipticæ ortiuas ſupputare latitudines,& eaſdẽ cæteris quartis ſuo ordine(queadmodũ in ſupputãdis eiuſdẽ Eclipticæ declinationibus,aſcẽſionalibusꝗ differẽtijs obſeruandũ iuſſimus) adcommodare. Vtpote,ortiua latitudo decimi gradus Arietis,

decimo gradui Libræ, atq; uigesimo tã Virginis q̃ etiã Pisciũ uenit respõdenter adaptanda. Idem cẽseto de cæteris Eclipticæ punctis ab alterutro duorum æquinoctialium punctorum æque distantibus. In hunc itaq; modum, obiectam ortiuarum latitudinũ supputauimus tabulam, ad poli arctici sublimitatem 48 graduum & 40 minutorum. In quam quidem tabulam non aliter intrabis, ad habendam cuiuslibet puncti ipsius Eclipticæ ortiuam latitudinem, q̃ pro supputandis singulorum punctorum eiusdem Eclipticæ declinationibus, propriam tabulam suo loco intrandam esse docuimus. Inuento enim signo ad uerticem, & gradu ad læuam, uel signo in calce tabulæ, gradu autem ad dextrũ numerorum ordinem: offendes in angulo communi, ortiuam ipsius dati gradus latitudinem. Suntq; reliqua omnia ad usum spectantia tabulæ, ueluti frequenter admonuimus, respondenter absoluenda.

De usu tabulæ latitudinis ortus.

¶ TABVLA LATITVDINIS ORTVS, *ad eleuationem poli arctici 48. gra. & 40. mi.*

Signa	♎		♏		♐		Australia
	♈		♉		♊		Borealia.
G	G	M	G	M	G	M	G
0	0	0	17	34	31	31	30
1	0	36	18	6	31	51	29
2	1	12	18	38	32	11	28
3	1	49	19	11	32	30	27
4	2	25	19	43	32	50	26
5	3	1	20	15	33	10	25
6	3	37	20	46	33	27	24
7	4	13	21	17	33	43	23
8	4	49	21	48	34	0	22
9	5	25	22	19	34	16	21
10	6	1	22	50	34	33	20
11	6	37	23	19	34	46	19
12	7	12	23	48	35	0	18
13	7	48	24	18	35	13	17
14	8	23	24	47	35	27	16
15	8	59	25	16	35	40	15
16	9	34	25	43	35	50	14
17	10	9	26	11	36	0	13
18	10	45	26	38	36	9	12
19	11	20	27	6	36	19	11
20	11	55	27	33	36	29	10
21	12	29	27	58	36	35	9
22	13	4	28	23	36	41	8
23	13	38	28	47	36	46	7
24	14	13	29	12	36	52	6
25	14	47	29	37	36	58	5
26	15	20	30	0	37	0	4
27	15	54	30	23	37	2	3
28	16	27	30	45	37	4	2
29	17	1	31	8	37	6	1
30	17	34	31	31	37	8	0
Signa	♍		♌		♋		Borealia.
	♓		♒		♑		Australia

De supputãdo ascẽdẽte gradu Eclipticæ.

¶ h CVM AVTEM ASCENdentium atq; descendentium graduũ Eclipticæ, ortiua uel occidua latitudo perscrutetur: non absentaneum duximus consequenter ostendere, quonam ingenio, dato quocunq; tempore, ipsum ascendentem Eclipticæ gradum inueniamus. Quod ut clarius elucidemus, esto propositum inuestigare ascendens Eclipticæ punctum in regione, supra cuius Horizontem polus arcticus extollitur 48 gradibus & 40 minutis: sitq; Sol in 15 gradu Aquarij, distãs a meridie (intellige proxime lapso) per 4 horas & 16 minuta. Pro singulis itaq; horis accipito 15 gradus circuli, & pro quibuslibet 4 minutis unum gradum (uti res ipsa postulat) consurgent gradus 64, quibus Sol distare uidetur a meridie. Recta postmodum loci Solis colligatur ascensio, per doctrinam antecedẽtis tertij capitis: ea autem erit 317 gra. & 28 mi. Hæc igitur cum eisdem 64 gradibus solito more cõiuncta, faciunt gra. 381, & mi. 28: a quibus si dematur circulus, relinquẽtur 21 gra. & 28 mi. Tanta est igitur ascẽsio recta medij Cœli, hoc est, partis Eclipticæ Meridianũ tũc tẽporis attingẽtis circulũ: & ipsa medij Cœli pars, 23 gra. & 12 fere mi. Arietis. Adde cõsequenter ipsis 21 gradibus & 28 minutis, rectæ scilicet ascẽsioni medij Cœli, gradus 90: cõsurgent 111 gra. & 28 minu. ascensio uidelicet ipsius ascendentis Eclipticæ gradus. Hunc autem si per propriam ascensionum elicias tabulam, ad præassumptam eleuationem poli supputatam, iuxta documentum quarti capitis immediate præcedentis: offendes esse 10 grad. & 18 minu. Leonis.

Exemplaris discursus.

Gra. medij cœli

¶ Exempli formula.	Signa	Gra.	Mi.
Locus Solis datus.	♒	15	0
Distantia à meridie.		64	0
Ascensio recta loci Solis.		317	28
Ascensio recta medij Cœli.		21	28
Pars Medij Cœli.	♈	23	12
Ascensio obliqua ascendentis.		111	28
Pars ascendens.	♌	10	18

De reliquis duobus cœli cardinibus.

¶ Ex quibus rursum apparet, q̃ facile sit, per diametralem earundem partium acceptionem, reliquos Cœli cardines elicere, occidẽtis uidelicet ac ipsius mediæ noctis angulos, initia quartæ atq; septimæ domorum separantes. ¶ i Potes itaq; tibi facile supputare, ad datam quãuis obliquitatẽ sphæræ, singulis temporibus a meridie numeratis, ascẽdentes Eclipticæ gradus: atq; in propriam redigere tabulam, ad futurarum supputationum expeditiorem usum accommodam. Quæ cum ex prædictis uideatur

De supputãda ascẽdentium tabula.

h

i

uideatur admodum facilis: eam tibi, in gratiam exercitij, relinquimus absoluendam.

k ¶ k PLACET tamen prius q̄ huic libro finem imponamus, nonnulla consequenter annectere, ad discernēda reliquarum octo domorum initia, per utrunq; saniorem modum, etiam ubiq; locorum admodum conducētia, uel a quibus uniuersa cœlestium domiciliorū distributio pendere uidetur: ut ijs uiam aperiamus, qui directoriam artem frequentius tractare desyderabūt.

De cœlestiū domorū intermediarum initiis discernēdis, digresio notāda.

¶ In primis itaq; necessūm est inuenire, quantum polus borealis, super quēlibet semicirculorū easdem octo domos cardinibus interiectas distinguētium, eleuetur: quæ quidem eleuatio, per arcum magni circuli, ab eodem polo boreali in quēuis iam dictorum semicirculorū ad rectos incidentem angulos, determinatur. Satisfaciamus ergo primum ijs, qui modum Regiomōtanum, rationalem appellatum, insequūtur: iuxta quem, ipsi quatuor magni circuli, una cum Meridiano & Horizonte duodecim cœlestia domicilia definientes, trigenos gradus Aequatoris intercludunt. Duc igitur sinum dati arcus Aequatoris a Meridiano supputati, in sinum latitudinis seu polaris eleuationis datæ regionis, & productum diuide per sinum totum: fiet enim sinus, cuius arcus primus uocitetur. Deinde multiplicetur sinus complementi latitudinis ipsius datæ regionis per sinum totum, et productum diuidatur per sinum complementi eiusdē arcus primi: nam inde producti sinus collectus arcus ex quadrante subductus circuli, desyderatam poli borealis relinquet exaltationem. Sed hæc exemplo clarius enodabuntur. Sit itaq; propositum inuestigare, quātum idem polus aquilonius super eum eleuatur circulum, qui initium undecimæ domus definire perhibetur: sitq; data regionis latitudo 48 graduum, & 40 minutorum. Complementum igitur ipsorum 30 graduum, est graduum 60: quorum sinus rectus partium 51, primorum minutorum 57, & 41 secundorum. Sinus præterea 48 gra, & 40 mi, cōtinet partes 45, mi. 3, & secunda 10. Duc igitur 51,57,41, in 45,3,10, & productum diuide per 60: proueniēt tādem partes 39, & 1 minutum, quorū arcus graduum offēditur 40, & 34 minutorū. hūc igitur arcū, primum appellabis: cuius complemētum est graduum 49, & minutorū 26, & sinus eorūdem, partium 45, minutorū 34, & 44 secundorum. Complemētum præterea datæ latitudinis, est 41 graduū & minutorum 20: atq; rectus eorūdem sinus partium 39, primorum minutorum 37, & 34 secundorum. Hæc igitur multiplicata per 60, atq; demum diuisa per 45 partes, 34 mi. & 44 secunda, dant pro quoto numero partes 52, mi. 9, & 49 secunda: quorum arcus 60 graduum, & 23 minutorū. quæ tādem si a 90 subduxeris gradibus, relinquētur gradus 29, & 37 minuta. Tanta est igitur altitudo poli borealis super datum semicirculum positionis, undecimæ domus initium in data regione definientem. Nec aliter facias de circulo principium duodecimæ domus distinguente, inter quem & Meridianum 60 gradus includuntur: atq; cæteris quibuscunq; similibus. Offendes itaq; præfatum polum borealem, super eundem semicirculum duodecimæ domus distinctorem, ad præassumptam latitudinem 48 graduum & minutorum 40, eleuari gradibus 44, & 34 minutis. Vnde propriam eidem latitudini seorsum colliges tabellam. Accōmodabis enim polarem eleuationem undecimæ domus, ipsi tertiæ, quintæ, & nonæ: & ipsius duodecimæ domus polarem altitudinem, secundæ, sextæ, atq; octauæ. Sūt enim singulæ domus oppositæ, uel æqualiter a Meridiano distantes adinuicē æquales: habētq; æquales aut reciprocas poli borealis aut meridionalis eleuationes.

Quantum eleuatur polus borealis sup quēlibet semicirculorū, 8 domos intermedias definientiū, secundū modū rationalē appellatum.

Canon.

Exēplaris discursus prædictorum.

¶ Exempli formula.	Gra.	Mi.	ptes	mi.	secū
Arcus Aequatoris datus.	30	0	0	0	0
Complementum eiusdem.	60	0	51	57	41
Latitudo Regionis data.	48	40	45	3	10
Arcus primo repertus.	40	34	39	1	0
Complementum arcus primi.	49	26	45	34	44
Complementum datæ latitudinis.	41	20	39	37	34
Complementum polaris eleuationis.	60	23	52	9	49
Eleuatio poli desyderata.	29	37	0	0	0

De domorū cōueniētia quoad polarē numerū

¶ TABELLA POLARIVM *eleuationum, intermediarum domorum: ad latitudinem 48 graduum, & 40 minutorum: iuxta modū rationalē.*

Domus	Numerus polaris.				Domus
Vndecimæ.	G.	M.	G.	M	Duodecimæ
Tertiæ	29	37	44	34	Secundæ
	Quintæ Nonæ		Sextæ, Octauæ		

¶ His ita paratis, supputandæ sunt in perpetuum usum eiusdem latitudinis geminæ obliquarum ascensionum tabulæ, præter eam quæ ad proprium supputata est Horizontem: utpote, ad præfatas eleuationes polares 29 graduum & minutorum 37, atq; graduum 44, & 34 minutorum: deinde absoluenda domorum æquatio, in hunc qui sequitur modum. Inuēto gradu medii Cœli, uti nuper ostēdimus, adde rectæ eiusdem ascensioni 30 gradus: & obliqua undecimæ domus colligetur ascensio, unde per tabulam ascensionum obliquarum undecimæ domui deputatam, colliges arcum Eclipticæ, cui talis debetur ascensio: finis autem huiusmodi

Quo modo supputāda reliquarū domorū ab ascēdēte aut medio cœli principia.

arcus erit initium ipſius undecimæ domus. Conſequenter, obliquæ undecimæ domus aſcenſioni, adde 30 gradus, & obliqua cõſtabitur aſcenſio duodecimæ domus: cuius arcus Eclipticæ, per propriam ipſius duodecimæ domus tabulam elicietur. Rurſum, eidem obliquæ duodecimæ domus aſcenſioni, adijcito 30 gradus, & obliqua ipſius aſcendentis Eclipticæ partis reſultabit aſcenſio: ex propria itaq; regionis tabula, ipſum horoſcopum, uel aſcendentem Eclipticæ gradum obtinebis, ueluti proximo indicauimus capite. Q. ſi aſcenſioni obliquæ eiuſdem aſcẽdentis, 30 coniunxeris gradus, obliquam ſecundæ domus compones aſcenſionem: atq; per tabulam polari numero ſecundæ domus deſeruientem, initiũ eiuſdem ſecundæ domus adiſces. Tandem, ſi 30 gradus aſcenſioni ſecundæ domus adiunxeris, conficies obliquam tertiæ domus aſcẽſionem: unde per tabulam ipſi tertiæ domui præparatam, initium præfatæ domus tertiæ ſolito more ſupputabis. Habitis autem ſex orientalium domorum capitibus, habebis & initia reliquarum ſex domorum: cuilibet oppoſitæ diametralem Eclipticæ partẽ diſtribuendo. ¶ Poſſent & alia uia, dato quocũq; aſcendẽte, eo modo quo ſupra diximus inuento, reliquarũ domorũ initia depræhẽdi. Nam ſi ab obliqua eiuſdẽ aſcẽdẽtis gradus aſcẽſione, 30 ſubduxeris gradus: relinquetur aſcenſio duodecimæ domus. A qua rurſum ſi 30 gradus auferãtur: quod relinquetur, undecimæ domus aſcenſionem oſtendet. Q. ſi propoſitæ eiuſdem aſcendentis aſcenſioni 30 gradus, cõtinuo iunxeris: aſcenſionẽ ſecũdæ atq; tertiæ domorũ reſpõdẽter cõſtabis. Vnde ſingulis, per proprias tabellas, reſpondentẽ Eclipticæ gradũ poteris aut diſſimili uia ſupputare. Quorũ omniũ, ni prorſus ignoraueris antecedentia, exẽplari nõ uideris indigere calculo.

Idem aliter, ſed paulo diſſimili uia.

Eleuatio poli borealis ſupra quemlibet octo domorũ intermediarũ finitorẽ, ſecũdũ Cãpanum.

¶ RELIQVVM EST, VT SINGVLA, IVXTA MENTEM IPSIVS CAMPANI, abſoluere doceamus. Ad habendam igitur poli borealis, ſuper datum ſemicirculum cuiuſuis domus intermediæ finitorem, eleuationem: ita facito. Multiplica ſinum latitudinis oblatæ regionis, in ſinum arcus circuli uerticalis, inter Meridianum & datum ſemicirculum clauſi, productũq; diuidito per ſinum totum: obtinebis enim ſinum quæſitæ polaris altitudinis. Cum autem uolueris cognoſcere arcũ Aequatoris, inter ipſum datum ſemicirculum & Meridianum comprehenſum: hac procedito uia. Ducito ſinum complementi dati arcus uerticalis, in ſinum totum, & productum diuidito per ſinum cõplementi ipſius inuentæ polaris altitudinis: fiet enim ſinus arcus, cuius complementum propoſitum Aequatoris arcum indicabit. De circulo uerticali ſemper intelligimus, qui rectos ad uerticem cum Meridiano facit angulos: de quo quidem circulo, inter quoſuis proximos ſemicirculos ipſarum domorum diſtinctores, 30 gradus includũtur. Vnde ſecus eueniet de Aequatore circulo: neceſſum eſt etenim, in quauis obliqua ſphæra, propter inclinationem ipſius Aequatoris a uertice, interclufos eiuſdẽ Aequatoris arcus eſſe adinuicem inæquales, exceptis arcubus domorũ æqualiter a Meridiano uel Horizonte diſtantium.

Quãtus Aequatoris arcus quãlibet domũ intercipiatur, per modũ eiuſdem Campani.

Exemplũ prædictorum.

¶ Repetatur in cauſam exempli, præaſſumpta latitudo 48 graduum & 40 minutorum: ſitq; propoſitum inuenire, quantum eleuatur polus borealis ſupra ſemicirculum initium undecimæ domus definientem. Arcus igitur circuli uerticalis, eſt 30 graduum: & eius ſinus, partiũ 30, minutorum 0, ſinus autem ipſius datæ latitudinis, partium 45, minutorum 3, & 10 ſecundorũ. Duc igitur 45, 3, 10, in 30, 0, 0, & productum diuide per 60: fient partes 22, prima minuta 31, & 35 ſecunda. quorũ arcus graduũ 22, & 3 minutorũ. Tantũ igitur eleuatur idẽ polus, ſuper datũ ſemicirculum. Rurſum ducito ſinum complementi dati arcus uerticalis, ſcilicet partes 51 minuta 57, & 41 ſecũda, in 60, & productum diuidito per ſinum complementi iam inuentæ polaris altitudinis, utpote, per 55 partes, 36 minuta, & 41 ſecunda: producentur enim

¶ Exempli formula.	G.	M.	P.	M.	S.
Arcus uerticalis circuli, datus.	30	0	30	0	0
Latitudo Regionis propoſita.	48	40	45	3	10
Altitudo polaris deſyderata.	22	3	22	31	35
Complementum dati arcus uerticalis.	60	0	51	57	41
Complementum inuentæ polaris altitudinis.	67	57	55	36	41
Complementum arcus Aequatoris quæſiti.	69	8	56	3	43
Arcus Aequatoris 10. domus.	20	52	0	0	0

partes 56, minuta 3, & 43 ſecunda. quorum arcus offenditur graduum 69, & 8 minutorum: quẽquidem arcum ſi dempſeris ex 90 gradibus, relinquẽtur 20 gradus, & 52 ſecunda. Tantum capitur de Aequatore circulo, inter Meridianum & datum ſemicirculum. Haud diſſimiliter numerum polarem, atq; arcum Aequatoris duodecimæ domui reſpondentem inueſtigabis: inter cuius finitorem & Meridianum circulum, 60 gradus eiuſdem uerticalis clauduntur circuli. Inuenies itaq;, polum ſuper eundem ſemicirculum initium duodecimæ domus præfinientem eleuari gradibus 40 & 34 minutis: atq; de Aequatore inter eundem ſemicirculum & Meridianum intercipi 48 gradus, & 50 minuta. A quibus ſi dẽpſeris nuper inuẽtos 20 gradus, & 52 minuta: relinquetur

Notãdũ ꝓ duodecima domo & reliquarũ tã in polaribus numeris q̃ arcubus Aequatoris cõuenientia.

relinquetur arcus Aequatoris undecimæ domus seorsum acceptus, graduum 27, & 58 minutorum. Q. si eosdem 48 gra. & 50 mi. de 90 subduxeris gradibus: residuum, arcum Aequatoris indicabit, qui a duodecimæ, uel primæ domus capitur interstitio. Itaq; propriam tabulam eidem latitudini, in hunc modum separabis: ut obiecta monstrat formula. Accõmodabis enim numerum polarem undecimæ domus ipsi tertiæ, atq; duodecimæ ipsi secundæ: arcũ porro Aequatoris decimæ domus eidem tertiæ, atq; undecimæ domus arcum ipsi secũdæ respondẽter deputabis, & reliqua reliquis, uti supra diximus. Quãuis enim, secundũ ipsius Campani descriptionẽ, eiuscemodi domus sint adinuicem æquales: illæ tamen easdem polares eleuationes, necnon Aquatoris arcus tantũmodo sortiuntur æquales, quæ æqualiter distant a Meridiano uel Horizonte circulo.

TABELLA POLARIVM *eleuationum, & arcuum Aequatoris, intermediarum domorum, secundum Campanum definitarum: ad latitudinem 48 graduum, & 40 minutorum.*

Arcus Aequatoris		Numerus polarie.		Arcus Aequatoris.		Numerus Polaris.	
Gra.	Mi.	Gra.	Mi.	Gra.	Mi.	Gra.	Mi.
20	52	22	3	27	58	40	34
Decimæ, Tertiæ.		Vndecimæ Tertiæ.		Vndecimæ Secundæ.		Duodecimæ Secundæ.	

¶ CVM IGITVR initia duodecim cœlestiũ domorum, iuxta modũ Campani, dato quocunq; tempore uolueris supputare: fabricabis in primis duas obliquarũ ascensionũ tabulas, ad nuper inuentos polares numeros 22 graduum & 3 minutorum, atq; graduũ 40, & minutorũ 34, una cum propria obliquarũ ascensionũ tabula, ad datã latitudinem 48 graduũ & 40, minutorũ, in perpetuũ usum supputata. Quibus præparatis, propositã domorũ æquationem absolues hac uia. Accipito primũ gradum medij Cœli, ueluti supra mõstrauimus, & rectam eiusdem ascensionem; cui adiungas arcum Aequatoris decimæ domus, nam obliquam undecimæ domus colliges ascẽsionẽ. unde per tabulã ascensionũ obliquarum, ad polarẽ undecimæ domus numerũ supputatã, gradum Eclypticæ principio ipsius undecimæ domus debitũ obtinebis. Obliquæ postmodum undecimæ domus ascẽsioni, addito arcũ Aequatoris ipsius undecimæ domus: & obliqua duodecimæ domus consurget ascensio. qua mediante, respondentẽ Eclipticæ gradũ, per tabulam obliquarũ ascensionũ, ad polarem numerũ ipsius duodecimæ domus fabricatam excerpere poteris. Q. si ascensioni duodecimæ domus, propriũ Aequatoris arcũ adiunxeris; obliqua primæ domus uel horoscopi conflabitur ascensio. Vnde per propriã Regionis tabulam, ascendentem Eclipticæ gradũ, uel ipsum horoscopum de more cognosces. Hinc per additionem arcus Aequatoris primæ domus eidem ascensioni horoscopi, cõsurget obliqua secũdæ domus ascensio. Cui si rursum arcum Aequatoris eiusdẽ secundæ domus adieceris, obliquam tertiæ domus producces ascensionẽ. Per tabulas igitur ascensionũ, polaribus secundæ & tertiæ domorũ numeris respondẽtes, ipsarũ domorũ initia de more supputabis. ¶ Nec minus facile, ascendẽte quocũq; dato, prædictarũ domorũ initia uenari poteris: pcõtinuã additionẽ uel subductionẽ arcuũ Aequatoris præfatarũ domorũ, ab obliquis ipsius ascendẽtis Eclipticæ gradus ascensionibus. consurgent enim, aut relinquentur obliquæ supradictarũ domorũ ascensiones; ueluti supra, iuxta modũ Ioannis Regiomõtani, respondenter expressimus. Habitis autẽ sex domorũ cuspidibus, siue principijs, reliquarũ sex facile colligentur initia: per diametralẽ partiũ Eclipticæ cuiuslibet primarũ domorũ acceptionẽ. Oppositæ nanq; domus, gradus Eclipticæ sortiuntur oppositos. ¶ EX SVPRADICTIS omnibus primũ elucescit, q̃ facile sit tabulam positionũ generalẽ, qualẽ præmemoratus Io. Regiomõtanus in suis directionũ tabulis inseruit, ad calculũ redigere. ¶ Itẽ, quonã modo fabricãda sit polariũ numerorũ, atq; interclusorũ arcuũ Aequatoris, singularũ domorũ tabula, singulis gradibus latitudinũ accõmoda; siue modũ Ioãnis Regiomõtani, siue Campanũ fueris imitatus. ¶ Præterea nõ minus euidẽs relinquitur, q̃ fideli calculo, p utrũq; prædictorũ modorũ tabula domorũ, iuxta quælibet tẽpora a meridie supputata, uel dato quouis horoscopo, seu ascendẽte Eclipticæ gradu, ad liberã quãuis regionis latitudinẽ in perpetuũ eiusdẽ regionis usum, cõponi haud dissimili facilitate possit: atq; singula, ad uniuersam directionũ artẽ spectãtia. Quorũ omniũ exẽplarẽ discurrere calculũ, hoc in loco supersedemus: utpote, q̃ singula periculo discutienda minime sumpsimus: sed uerã tãtũmodo, ac uniuersalẽ exhibere doctrinã, uel potius eiuscemodi rerũ studiosis uiã aperire, nostræ uidetur esse uolũtatis.

Initia 12 domorũ qualiter, secũdũ uiã Cãpani, ueniant supputanda.

Alius modus ad idem.

Primũ Corollarium.

Corollariũ. 2.

Corollariũ. 3.

LIBRI TERTII COSMOGRAPHIAE, SIVE SPHAERAE MVNDI, FINIS.

LIBER QVARTVS COSMOGRAPHIAE, SIVE MVNdi Sphæræ, De dierum & horarum tam æqualium, quàm inæqualium, & umbrarum ratione: deq́ singulorum accidentibus, iuxta uarium sphæræ situm obseruatis.

De Die naturali. *Caput. I.*

OMNES FERE, QVI DE COSMOgraphia, Geographiáue scripserunt, à diuersa tum dierum & horarum, tũ umbrarũ, pro uario Sphæræ situ contingente ratione: maximam intelligẽtiæ partem, fructúmue decerpere soliti sunt. Congruum erit itaq́, hoc quarto libro, ipsorum dierum, & horarum, necnon umbrarum uniuersa percurrere discrimina: & quæ singulis ipsius mundanæ Sphæræ uidentur accidere dispositionibus, succinctè declarare. [a] Dierum igitur, alius naturalis, alius artificialis dicitur. Naturalem solemus appellare diem, tempus quo centrum corporis solaris, ad regulatum Vniuersi motum, integram reuolutionem circa Terram, ab ipso Meridiano supputatam adimplet. [b] Hæc autem reuolutio, ex completa Aequatoris circunductione, & tanta eiusdem Aequatoris portiuncula resultat: quanta est ascensio recta partis Eclipticæ, quam Sol interea motu proprio, in contrarium ipsius primi motus absoluit. [c] Constat igitur dies naturales, duplici de causa, esse adinuicẽ inæquales, nẽpe ob irregularẽ motũ Solis circa Mũdi centrum, & contingentem arcuum (etiam æqualium) ipsius Eclipticæ ascẽsionis diuersitatem: tametsi eiuscemodi uarietas, haud notandæ uideatur esse quãtitatis.

CVM GENERALEM ASCENSIONVM ATQVE DESCENSIONVM, TAM arcuum Eclipticæ, q̃ etiam syderum capite secundo proximi libri describeremus imaginationem, euidens relinquimus, ipsum Aequatorem circulum temporis regulatam esse mensuram, atq́e diuerso, tempus ipsum regularem Aequatoris, uel potius uniuersi Orbis, ab oriente per meridiem ad occasum metiri circunductionem. At cum uniuersa cœlestium orbium machina, una cum elementari regione (dempta ipsius Telluris & Aquæ congeriæ) eodem Aequatoris, totiusue Vniuersi temperato motu circunducatur: non potuit ipsa mundana reuolutio a quopiam circũductorum cum orbibus syderum notabilius designari, q̃ a Sole, hoc est, a Mundi luminari, atq́ inter errantia sydera, motu peculiari regulatissimo. ¶ [a] Placuit itaq́ primis inuẽtoribus, completam centri solaris circa Mundi centrum reuolutionem, a uerticali aut subterraneo inchoatam Meridiano, id est, tempus quo centrum Solis, a dato Meridiani puncto, ad idem Meridiani punctum, propter motum Vniuersi reuertitur, diem naturalem appellare: naturalem quidem propterea, quoniam a naturali & regulato totius Vniuersi motu causetur, siue q̧ naturalius ipsam dierum naturalium mensuram per Solem animaduertamus, q̃ si ab alio quopiam sydere, uel dato quouis in Cœlo puncto notaretur. ¶ [b] At quoniam interea, hoc est, dum

Dies naturalis.

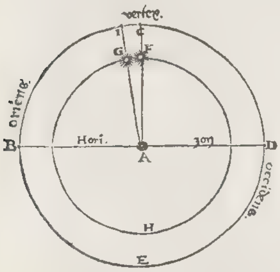
a

b

Ex quibus dies naturalis integretur.

dum uniuersa cœlestium orbium machina ab ortu per meridiem ad occasum complete circumducitur, Sol in contrarium, ab occasu quidem per meridiem ad ortum, in longum Eclipticæ peculiari motu gradatim circũfertur: necessum est, integram ipsius centri solaris circunductionẽ, reuolutum Aequatorem integre comprehendere, & rectam præterea ipsius partis ascensionem, quam Sol interea dum totus circunducitur Aequator, proprio motu, ex ipsa perambulat Ecliptica. Vt si in obiecta figura circulus B C D E Aequatorem repræsentet, F G H uero ipsum orbem solarem, pũctum autem C Meridiani cum eodem Aequatore denotet intersectionem, sub qua sit Sol in notula F: imaginatus denicp fueris Solem ex F atcp Meridiani puncto C, per occasum D, & medium noctis E, ad ortum B, circa Mundi centrum A complete circunductum, redire tandem in C. Cum igitur Sol interea uersus ortum utcuncp motus extiterit, utpote per arculũ F G, unicũ circiter gradũ Eclipticæ, cui respõdet in ipso Aequatore arcus C I: operæpreciũ est ipsum Solẽ ex puncto G redire tãdem ad F, sub eodem puncto C, necnon Aequatoris arculũ C I, totali eiusdem Aequatoris circulationi cõiungi, ut ipsius diei naturalis integretur reuolutio F H G F.

Exemplũ diei naturalis.



Cur dies naturales sint adinuicẽ inæquales.

¶ C Cum autem Sol non moueatur regulariter circa Mundi centrũ, sed in tẽporibus æqualibus inæquales arcus Eclipticæ percipiatur ambulare, demõstratum quocp sit cũ singulis arcubus (etiam æqualibus) Eclipticæ, conscendere inæquales arcus Aequatoris: clarũ est, singulas eiusdem Aequatoris portiunculas, totalibus ipsius Aequatoris reuolutionibus adiungendas, fore adinuicem inæquales. Ex quo dierum naturalium, duplici de causa, facile concluditur inæqualitas.

Dies naturales cõmodius à Meridiano, q̃ ab Horizõte numerari.

¶ Neque ignoramus dies ipsos naturales ab Horizonte supputari posse. Verum cum ipsa ex ascensionum difformitate proueniens inæqualitas, pro Horizontiũ discrimine uaria rursum existat (uelut ex proximo libro facile deprehenditur) commodius a Meridiano, q̃ ab Horizonte circulo, dies naturales numerandos esse censuimus. Meridianus enim circulus, uices quodãmodo recti supplere uidetur Horizontis: adeo, ut quæ sub recto contingunt Horizonte, ad cuiuslibet loci Meridianum pendenter sint referenda. Fit igitur, ut præfata dierum ex rectarũ ascensionũ diuersitate proueniens inæqualitas eadem in omni regione permaneat. cõmodius itacp recta partium Eclipticæ dietim a Sole perambulatarum ascensio, q̃ obliqua, totali ipsius Aequatoris reuolutioni iungitur: ut dies integretur naturalis.

Q. p dies naturales nõ possunt regulari motus syderũ, sed oporteat dies medios & æquales effingere, & mutuã eorũdẽ obseruare cõuersionem.

¶ Nõ potuerũt itaque ueri dies naturales, cum sint adinuicem inæquales, aliorum motuũ regulatam esse mensuram: operæprecium ergo fuit, in supputationibus astronomicis dies inuicem æquales, siue medios, aut uniformes assumere, & eos in apparentes, aut inæquales, uel inter sese differẽtes, econtraue reducere, prout ipsum uidetur exposcere negocium. Tametsi enim differentes, tum adinuicem, tum ab æqualibus parum, uixcp sensibili tẽporis discrepare uideãtur interuallo: plurimæ tamen eorũ differentiæ in unũ collectæ, notabilis atcp non aspernandi uidentur esse discriminis. Quãuis itacp motus syderum quæ tarde comperiuntur esse reuolutionis, præfata dierum æquatione possent sine iactura carere: in uelocioribus tamen syderibus, cuiusmodi est Luna, si negligeretur plurimũ diuersitatis efficere posset.

Quid dies mediocris & ex quibus constet.

¶ Est igitur dies mediocris uel æqualis, cõpleta reuolutio Aequatoris, cum tanta eiusdem Aequatoris portiuncula, quantã Sol dietim medio, hoc est, regulari motu, de ipsa Ecliptica fingitur ambulare: ea autem est 59 minutorum & 8 fere secundorum unius gradus.

Aequatio dierũ

Ergo dierum Aequatio nihil aliud esse uidetur, q̃ differentia temporis, qua mediocris uel æqualis dies naturalis, ab apparente uel inæquali seu uero die superatur, aut econtra.

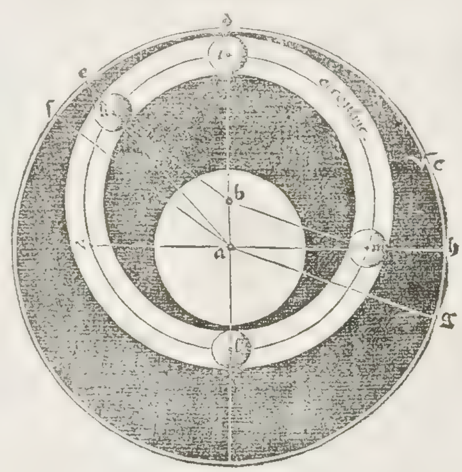
¶ VT AVTEM VNIVERSA DIERVM NATVRALIVM DISCRIMINA, ET MEDIOrum ad ueros dies, aut econtra, reductionem concipere facile possis: theoricã motus ipsius Solis, ad saluandam, supputandamcp motus eiusdem Solis circa Mundi centrum obseruatam irregularitatem subtiliter excogitatam, hoc loco perstringere libet. Adferet enim nõ modicam elucidationẽ ipsi Geographiæ, atcp succedẽtibus horologijs, & instrumentis Astronomicis, ab ipsius Solis cursu, seu uero motu pendentibus.

Theorica orbiũ Solis, & motuũ eorundem.

¶ Imaginantur itacp prudentiores Astronomi, solarem orbem in tres adinuicem contiguos orbes separari: in duos quidem extremos, crassitudine difformes, quoad exteriores, hoc est, totalem orbem claudentes superficies, idem cum Mundo cẽtrum habẽtes (quos admodum repræsentare uidentur orbes nigri succedẽtis descriptionis) & medium

medium uniformem prorsus eccentricum, id est, cuius centrum est aliud a centro Mundi, contiguis & interioribus utriusque difformis orbis superficiebus commune, in cuius orbis crassitudine corpus solare fixum est. cuiusmodi est albus & intermedius orbis eiusdē figuræ succedentis. In qua Mundi centrū A, & centrum eiusdem eccentrici B: quorū distantia, hoc est, ipsa eccentricitas, est partium 2, & 30 circiter minutorum, qualium semidiameter eccentrici, secundum obseruationem Ptolemæi, supponitur 60. ¶ Fingunt præterea, circa idem centrū eccentrici, circulum quendam, partem Eclipticæ, itidem eccentricum nominatum, cuius circunferentia per centrum Solis transire diffinitur; ueluti circulus I K L M. In hunc porro circulum eccentricum procedētium ex Mundi centro rectarum linearum, maxima est in qua centrum eccentrici, uelut A I, & longior ob id uocatur longitudo, apogium siue augem eiusdem indicans eccētrici: minima uero reliqua, ut A L, quæ longitudo breuior respondenter appellatur, & perigiū, hoc est, punctum apogio uel augi denotat oppositum. Inter autem has inæquales longitudines, duæ tantum lineæ rectæ, sed ad utrasque partes minime, cadunt adinuicem æquales: quæ si ad rectos excitentur angulos, mediæ (proportionales intellige) uocātur longitudines, cuiusmodi sunt A M & A N, uelut ex 7 tertij, atque 15 sexti elementorum Euclidis fit manifestum.

Eccentricitas Solis.
Circulus eccētricus.
longior / breuior longitudo.
Longitudines mediæ.



¶ Mouentur autem extremales & difformes orbes (præter motum diurnum) circa Mundi centrum, & super axe Zodiaci, iuxta signorum consequentiam: ea quidem ratione atque uelocitate motus, qua fixarum stellarum circunducitur orbis, in hunc quoque modum, ut gracilior pars unius a crassiore alterius parte, & utraque nusquam discedat ab Ecliptica. Cum igitur ijdem orbes medium secum rapiant orbem, consequitur ut centrum eccentrici circa Mundi centrum, & axis eiusdem circum axem Eclipticæ, atque utraque longior scilicet & breuior longitudo, in lōgum ipsius Eclipticæ, secundum ordinem signorum paulatim circunducatur. Vnde ipsi orbes difformes, apogiū uel augem eccentrici deferentes, haud iniuria uocitantur. ¶ Arcus itaque Zodiaci, ab Arietis initio iuxta signorum distributionem, ad longitudinem usque longiorem supputatus: motus augis uel apogij ipsius Solis dicitur. Cuiusmodi est arcus C D, circulo C D F G Eclipticam repræsentāte, atque initio Arietis in puncto C cōstituto. ¶ Orbis uero medius, deferens Solem appellatus, circa proprium centrum & axem, secundum ordinem signorū (præter diurnum, & supradictorum orbium motum) regulariter circūfertur: ita ut Sol de circunferentia proprij eccentrici 59 minuta, & 8 fere secunda partis quotidie perambulet. ¶ Sed cū oporteat tam medios quam ueros syderū motus, ad centrū ipsius Mūdi referre, si ducatur ex ipso Mūdi centro recta quædā linea ei semper æque distās, quæ ex cētro deferētis uel eccētrici solaris ad centrū ipsius Solis protrahitur: ea medij motus linea nūcupabitur, ut A F, uel A G. Tales enim faciet in tēporibus æqualibus circa Mūdi centrū angulos, quales & reliqua circa propriū supponitur efficere centrū, per 29 primi elemētorū Euclidis: unde similes (facta cuiuslibet ad propriū circulū relatione) capient arcus. Similis est igitur arcus eccentrici ab auge usque ad centrum Solis ei, qui in Ecliptica a loco augis usque ad præfatam lineam medij motus intercipitur. ¶ Vocatur autem huiusmodi arcus, pro signorum successione numeratus, Argumentū ipsius Solis: ut arcus D F, aut D F G. ¶ Arcus uero eiusdem Eclipticæ, iuxta signorum consequentiam, ab Arietis initio usque ad lineam medij motus interceptus, medius motus Solis appellatur: uelut arcus C D F, Sole in K, uel arcus C F G, eodem Sole in puncto M collocato. ¶ Linea autem ueri motus non modo Solis, sed & dati cuiuscunque syderis est ea, quæ a præfato Mundi centro, per ipsius syderis centrū educitur: ut A E, uel A H præmemoratæ descriptionis.

Motus orbium difformiū, augem Solis deferentium.
Corollarium.
Motus augis Solaris.
Motus eccētrici seu deferētis Solis.
Linea medij motus Solis.
Argumentum Solis.
Medius Solis motus.
Linea ueri motus Solis.

¶ Verus

¶Verus ergo motus Solis eſt arcus Eclipticæ,ab eodem Arietis capite,ſecundum ordinem ſignorum,uſq; ad lineam ueri motus comprehenſus ; quemadmodum repræſentat arcus C D E,aut C F H. ¶ Is porro arcus eiuſdem Eclipticæ,qui inter lineas medij atq; ueri motus Solis capitur,Aequatio Solis nuncupatur ; uelut arcus E F,atq; G H.Hæc autem Aequatio nulla eſt,Sole in auge uel oppoſito ſui eccentrici conſtituto,propter dictarum linearum conuenientiam: maxima uero dum Sol ſtatuitur in medijs longitudinibus.In punctis autem æqualiter ab auge diſtantibus,eandem æquationem accidere neceſſum eſt.Ergo ſolum in auge,atq; in eius oppoſito, medius motus Solis & uerus ijdem ſunt. ¶ Ex his concluditur,Solem irregulariter moueri circa Mundi centrum ; impoſsibile eſt enim,eundem orbem ſuper diuerſa centra regulariter circunduci.Sequitur etiam,Solem ipſum tardius in Ecliptica moueri per partem eccentrici ſuperiorem ; uelocius autem,dum per inferiorem eccentrici graditur partem. ¶ Verum itaq; motũ Solis,ex ſupradictis omnibus,ita colligimus.Inuẽto motu augis,is a medio motu Solis uenit auferendus,accommodato(ſi expediat)circulo ; relinquetur enim Solis Argumentum. Cum quo quidem Argumento,æquatio Solis ex propria decerpitur tabula.Quibus ita paratis , conſyderanda eſt ipſius argumenti magnitudo.Nam ſi argumentum fuerit minus ſex ſignis communibus,tũc linea medij motus præcedit lineam ueri,fitq; propterea medius motus maior ipſo uero: auferenda eſt igitur æquatio ab ipſo motu medio,ut uerus relinquatur. Q; ſi idem argumentũ eiſdem ſex ſignis maius extiterit,hoc eſt,dimidium ſuperauerit circulũ,uerus motus maior eſt medio,propterea ꝙ linea ueri motus antecedit lineam ipſius medij ; addenda eſt igitur æquatio eidem medio motui,ut uerus eiuſdem Solis motus coaleſcat.Quemadmodum ex ipſa præcedẽti figura deprehendere haud difficile eſt: & uulgatus tabularũ calculus reſpõdenter manifeſtat.

¶ DIVERSITAS ITAQVE dierũ naturaliũ (ut redeamus unde digreſsi ſumus) quatenus a motu Solis efficitur,ab alterutra longitudinũ mediarũ ſolaris inchoatur eccentrici:ubi ſcilicet medius motus diurnus,uero eiuſdẽ motui diurno cõtingit æqualis.Prout uero ex rectarũ aſcẽſionũ difformitate generatur,in ea Eclipticæ parte uidetur initianda,ubi unus Aequatoris gradus in recto ſphæræ ſitu cũ uno gradu ſurgit Eclipticæ,utpote,circa medias partes quartarum eiuſdẽ Eclipticæ a duobus æquinoctijs,totidemq; ſolſtitialibus punctis diſtinctarum,ueluti ſunt partes Tauri,Leonis,Scorpij,& Aequarij. ¶ Habetur autem ipſa differentia mediocris & inæqualis cuiuſcunq; diei,ex proprio & irregulato motu Solis proueniens,in hunc qui ſequitur modum.Perſcrutare quo tempore Sol deueniat in longiorem ſui eccentrici longitudinem,a quo numera tempora tam ad initium q̃ etiam finem diei propoſiti,& utriuſq; temporis medium atq; uerum colligito motum.Subtrahito poſtmodum utrunq; minorem ab utroq; maiori motu, medium uidelicet a medio,& uerum a uero ; & diurnus tam medius q̃ uerus motus Solis relinquetur.Q; ſi tandem unum ab altero(cum fuerint inæquales)abſtuleris ; præfata dierũ ex motu Solis procreata relinquetur differentia.¶Probabis itaq; medium motum Solis diurnum,per partem ſuperiorem eccentrici,ſuperare uerum ; contrarium autem accidere,per inferiorem eiuſdem eccentrici partem. Item,nullam euenire dierum uarietatem ratione motus Solis,ubi uerus motus ipſius Solis maxime diſcrepat a medio ; nempe in medijs eccentrici longitudinibus.Vbi autem medius atq; uerus motus conueniũt adinuicem,utpote,in longiori atq; breuiori longitudine,præfatam diuerſitatem euenire maximam. ¶ Cum autem præfatam differentiam mediocris & inæqualis diei,ex rectarum aſcenſionum diuerſitate cauſatam,ad datũ quodcunq; tempus uolueris obtinere ; ita facito.Accipito pro dato tempore medium motum ipſius Solis,atq; rectam eiuſdem medij motus aſcenſionem ; quam aufer ab ipſo medio motu,ſi idem recta maior fuerit aſcenſione,uel eundem medium motum ab eadem aſcenſione recta ſubducito,ſi contingat eam medium ſuperare motum ; quod enim relinquetur,propoſitam differẽtiam oſtendet. Cum igitur aſcenſio recta medij motus Solis,maior eſt ipſo medio motu,ueri dies ſunt maiores mediocribus ; cum autem medius motus ſuam rectam ſuperat aſcenſionem , dies mediocres ſunt maiores ueris. Quanta uero ſit ex utraq; cauſa procreata diuerſitas , quantum deniq; dies uerus maximus ſuperet diem uerum minimum ; ipſe te docebit calculus.

¶ Q; ſi conſurgentem ex utraq; cauſa differentiam,colligere placuerit ; ſingulas ex utraq; cauſa prouenientes differentias,ad ſingulos dies ſeorſum (uti nunc diximus) obſeruato,perpenditoq; diligenter,ubi unaquæq; differentia diei mediocri ueniat addenda,ubiue ſubtrahenda ſit. Nam ſi utranq; uel addendam, uel auferendam offenderis ; eas in unam compones differẽtiam. Si autem una debeat addi,altera uero ſubtrahi ;auferto minorem a maiori,& ſeruato reſiduam. Q; ſi præfatæ differentiæ fuerint adinuicem æquales,& una earum addenda,altera uero ſubtrahenda fuerit ; pronunciabis eo loco diem mediocrem æqualem fore uero ſeu apparenti.

¶Principium

Verus motus Solis.

Aequatio Solis

Vbi Aequatio. nulla. maxia. eadem.

Corollarium.

Canon ſupputationis ueri motus Solis.

Vbi dierum initiãda diuerſitas ex parte motus Solis.

Ex parte rectarũ aſcenſionũ.

Dierũ uarietatẽ ex motu Solis pҫuenientem indagare.

Corollarium.

Eandem uarietatẽ dierum ex parte rectarũ aſcẽſionum inquirere.

Differentiã ex utraq; cauſa reſpõdenter colligere.

Vbi nã æquatio dierũ addenda atq; minuenda. ¶ Principium itaq; additionis, ibidem faciendum esse iudicabis, ubi utraq; differentia concurrit addenda, uel ubi addenda ipsam minuendam exuperauerit differentiam: hoc autem a principio Scorpionis, usq; ad dimidium Aquarij accidere comperitur. Subtractionis uero principium eo loco uenit obseruandum, ubi utraq; differentiarum subtrahenda est, uel ubi minuenda superauerit addendam: quod ab ipsius Aquarij dimidio, ad finẽ usq; Libræ cõtingere probarũt Astronomi. *Gñalis æquationis dierũ supputatio.* ¶ Reliquum est, ut dies mediocres in ueros, aut econtra conuertere doceamus. Ad datum itaq; tempus accipe medium atq; uerum motum Solis: uelut in proprijs tabularum præcipitur canonibus. Accipe deinde rectam eiusdem ueri motus ascensionem, quam subtrahe ab ipso medio motu, uel econtra, prout alterum duorum arcuum maiorem offenderis reliquo: nã relicta differentia erit ipsa dierum æquatio, ex utraq; causa simul aggregata. Hanc resolue in temporis particulas: dando cuilibet gradui æquationis 4 minuta, cuilibet autem minuto 4 secũda unius horæ. *De cõponenda æquationis dierum tabula.* ¶ Hinc patet, q̃ facile sit tabulam æquationis dierum, ad liberum quodcunque tempus fabricare. *Veros dies in mediocres uertere.* ¶ Veros itaque dies, in mediocres ita conuertes. adde ipsam æquationem tempori dato, si præfata ascensio recta medium exuperauerit motum: uel eandem æquationẽ subtrahe ab ipso tempore dato, cum idem medius motus recta maior fuerit ascensione: consurgent enim, aut relinquentur dies ipsi mediocres. *Mediocriũ in ueros dies conuersio.* ¶ Quòd si mediocres ad ueros dies uersa uice conuertere fuerit operæprecium, inuentam (ut prius) æquationem adde ipsi mediocri tempori dato, si contingat medium motum rectam ascensionem uincere: uel aufer ipsam æquationem, si cõtrarium acciderit. Hac enim uia, dies ueri ex mediocribus generabũtur. Nec obliuioni dabis, hanc æquationem semper addendam esse diebus ueris, uel auferendam a mediocribus, si data radix temporis super initium additionis fuerit stabilita: contrarium autem obseruãdum esse, si eadem radix a subtractionis initio fuerit confirmata. *Notandum.* Animaduerte tamen, nulla utẽdum esse dierum æquatione, quoties datum tempus per solarem inspectionem, uel horologia iuxta cursum Solis uerificata fuerit obseruatum: nam huiuscemodi tempora, propriam includunt, secumue portant æquationem. Sed de his satis: & supra q̃ locus hic indigere uideatur. Si quis horum rationes desyderet, consulat tertium Epitomatis Ioannis Regiomontani in magnam Ptolemæi constructionem.

De die artificiali, eiusq; differentijs, & calculo. Cap. II.

ARtificialis [a] porrò dies, est arcus diei naturalis, qui super Horizontem, ab ortu per Meridiem ad occasum intercipitur: Nox uerò, reliqua pars diei naturalis, ab occasu per medium noctis ad ortum comprehensa. [b] In recta igitur sphæra, dies artificiales sunt adinuicem, atq; noctibus semper æquales. [c] In obliquo autem sphæræ situ, bis tantum in anno dies artificialis nocti coæquatur: quoties uidelicet Sol Arietis, aut Libræ caput ingreditur. [d] Sole autem alibi constituto, contrarium accidere necessum est: tantoq; maior dierum atq; noctiũ artificialium prouenit inæqualitas, quanto alter polorum ipsius Mundi sublimior extiterit super Horizontẽ, & Sol ab Aequatore remotior. [e] Sunt tamẽ ipsi dies artificiales suis noctibus ita proportionati: ut in punctis eiusdem medietatis Eclipticæ æqualiter ab Aequatore semotis, dierum atq; noctium eadem accidãt in eodem Horizonte discrimina. [f] In ijs autem Eclipticæ partibus, quæ ultro citroq; præfatum Aequatorem coassumptæ, æquali rursum ab eodem Aequatore distant interuallo: dies æstiui tanto sunt hibernis productiores, quanto noctes breuiores noctibus, hac quidẽ lege, ut quanta fuerit dies ex una parte, tanta sit & nox ex altera, & econtra. [g] Hinc sequitur, ab Aequatore uersus polum sursum Horizonta leuatum, dies artificiales in obliquo sphæræ situ esse maiores noctibus: ex ea autem parte, qua reliquus polus deprimitur, noctes maiores esse diebus: atq; sub ipsis tropicis maximam dierum & noctium prouenire diuersitatem. [h] Item sub ea poli sublimitate, quæ maximæ declinationis solaris complemento fit æqualis, cũ Sol æstiuum occupauerit tropicum, integrum accidere diem naturalem sine nocte: sub hyemali autem tropico constituto, noctem ad naturalis diei quantitatem sine luce prolongari.

prolongari. i In cæteris autem poli sublimitatibus præfatū exuperantibus complementum, fit continua dierum naturalium sinè nocte, atq; noctiū brumalium respondens sinè luce successio, pro datis Eclipticæ portionibus, ultro citroq; Solstitia, tam super Horizontem, quàm sub eodem Horizonte continuè permanētibus.

k Vbi deniq; polus 90 partibus extollitur, & sub uertice locatur, Sole dimidiam Eclipticam ad eundem polum inclinatam perambulante, fit lux continua sinè tenebris: quàm diu uerò Sol reliquam, hoc est, sub Horizonte depressam, discurrit Eclipticæ medietatem, nocturnales absq; luce uidentur accidere tenebræ.

l Cùm uolueris igitur ad quamcunque poli borealis eleuationem complemento maximæ declinationis Solis minorem, arcum diei artificialis agnoscere, accipito differentiam ascensionalem loco Solis respondentem: nam ea est differentia arcus semidiurni æquinoctialis, & pro dato Solis loco contingentis. Hanc itaq; differentiam, adde quadranti circuli, si Sol borealia peragrauerit signa, uel aufer eandem ascensionalem differentiam ab eodem quadrāte, si Sol in austrina fuerit Eclipticæ parte, contrarium autem facito, si polus austrinus eleuetur: conflabitur enim, aut relinquetur arcus semidiurnus optatus. qui si dupletur, diurnū integrabit arcum: hunc porrò si à toto dempseris circulo, nocturnus arcus remanebit.

Idem etiam arcus diurnus relinquetur, si ab obliqua loci Solis ascensione, pūcti eidem loco Solis oppositi obliqua, pro dato loco, itidem subducatur ascensio.

m Vbi autē polaris altitudo maior extiterit complemento maximæ Solaris obliquationis, & continuatæ lucis arcum inuestigare uolueris: accipito complementum ipsius polaris altitudinis, & illius (ac si foret quædam declinatio) respondentem elicito arcum. nam complementum eiusdem arcus duplatum, propositum ostendet arcum. Quàm diu ergo Sol in eodem fuerit arcu, tanto tempore lux Solaris sinè aliqua noctis obscuritate continuabitur.

n Hinc satis elucescit, quonam ingenio tabula dierum artificialium, ad liberam quamuis obliquitatem sphæræ supputari possit: maximarum quoque dierum tabula, ab Aequatore uersus polum eleuatum gradatim, aut quouis alio modo distributa.

CVm Sol dimidiam circiter & quidem semper obiectam partē corporis ex Tellure & Aqua resultantis, continuè uideatur illuminare: dum ipse Sol ab ortu per meridiem ad occasum circunducetur, ipsum patens super Horizontem clarescet hemisphærium: quàm diu autem sub Horizonte uersabitur, propter umbram eiusdem conglobati ex Tellure & Aqua corporis (quæ in partem Soli aduersam continuè dirigitur) idem hemisphærium accidentaliter efficietur obscurum, siue tenebrosum. Completam itaq; diei naturalis reuolutionem, in diem propriè sumptā, & noctem seperauerunt artificialem, hoc est, pro uario & artificioso sphæræ situ sensibiliter ab ipso lucis arcu, & econtra discrepantem.

Vnde orta diei atq; noctis artificialis distinctio.

a ¶ a Artificialem ergo diem uocauerunt, arcū diei naturalis, qui ab ortiuo Horizontis contactu, per uerticalem Meridianum, ad occidentem, à Sole, propter motum Vniuersi, describitur: Reliquus porrò diei naturalis arcus, ab occasu per subterraneum Meridianum, ad ortum rursum comprehensus, nox uocatur artificialis. Vterq; igitur, dies scilicet atq; nox artificialis, à Meridiano circulo bifariam discinditur: dies quidem à uerticali, nox autem à subterranea eiusdem Meridiani parte, quemadmodum ex ipsius Meridiani ratione fit manifestum.

Dies artificialis Nox.

¶ Quamuis autem ex solarium radiorum undiquaq; diffusa reflexione, Sole nondum exorto, Aer incipiat splēdescere, atq; post Solis occasum itidem elucescat: ipsa tamen interualla temporis, ab initio apparitionis radiorum solarium ad completum usq; Solis exortum, & ab occasu eiusdem Solis ad perfectam tenebrarum obscurationem comprehensa, non diei artificiali, sed ipsi nocti ueniunt annumeranda, & crepuscula dicta sunt, quorum matutinum, auroram, siue diluculum; reliquum autem, uespertinum appellare solemus.

De crepusculis

Aurora seu diluculum.

Crepuſculorũ termini atq; durationes.

Contingit autem initium matutini, finiſq; ueſpertini crepuſculi, ſecundum uulgares Aſtronomos, Sole 18 partibus Eclipticæ ſub Horizonte depreſſo. Per tantum itaq; temporis interuallum matutinum crepuſculum præcedit ortum Solis, quanta eſt obliqua 18 graduum locũ Solis immediatè præcedentium aſcenſio, pro dato ſphæræ ſitu contingens; ueſpertinum autẽ poſt ipſius Solis occaſum tanto temporis produci uidetur interuallo, quanta eſt obliqua deſcenſio 18 pariter graduum ab eodẽ loco Solis immediatè ſuccedentium.

Corollariũ de crepuſculorum uarietate.

Cùm igitur Sol alium & alium in Ecliptica locum adipiſcatur, & æquales arcus ipſius Eclipticæ uarias & inæquales pro dato ſphæræ ſitu poſſidere uideantur aſcenſiones: neceſſum eſt, eadem crepuſculorũ interualla, continuè ex utraq; cauſa diuerſificari, hoc eſt, nunc breuiora, nunc uerò longiora, atq; inſtabilis eſſe durationis. ¶

Cur in recta ſphæra dies ſint ſẽper æquales noctibus.

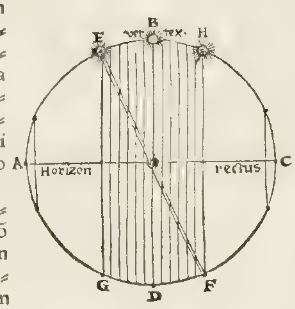
b Quòd autem in recto ſphæræ ſitu, dies artificiales ſint adinuicem, atq; noctibus ſemper æquales: duplici potiſſimum conuincitur argumento. Primo, quoniam ſex ſigna à loco Solis ſuccedentia diurno eleuata tempore, atq; reliqua ſex noctu conſequenter aſcendẽtia, à quocunq; initientur Eclipticæ puncto, æquales ſemper habent aſcenſiones: nempe dimidium Aequatorem, uelut ipſa rectarum aſcenſionum indicat tabula. b

Secunda ratio.

Præterea, ſingulæ dierum naturalium reuolutiones, inter utroſq; tropicos à Sole deſcriptæ, orthogonaliter ab Horizonte ſecantur: quapropter & bifariam, per ſextum numerum decimi capitis libri primi noſtræ Geometriæ. Tanti igitur ſunt arcus diurni, quanti & nocturni.

Exemplum.

Quod ex obiecta deſcriptione comprehendere haud difficile eſt: in qua polus arcticus A, antarcticus C, Aequator B D, rectus Horizon A C, Ecliptica E F, Cãcri tropicus E G, & Capricorni F H. Quorum quidem tropicorũ tanti ſunt arcus diurni relicti ſuper Horizõtem A C, quanti ſunt & nocturni ſub eodem Horizonte depreſſi. Idem iudicato de cæteris.



Corollariũ 1.

Ex quibus facile cõuincitur, in eodem recto ſphæræ ſitu ſtellas omnes oriri atq; occidere: propterea ꝙ Horizõ per Mundi polos tranſire diffinitur, ſuper quos ad motum Vniuerſi cuncta Cœli uel puncta, uel ſydera continuè circunducuntur, proprias deſcribẽdo reuolutiones, ab eodem Horizonte bifariam diſtributas.

Corollariũ 2.

Ex quo rurſum euidens relinquitur, ſtellas orientes & occidẽtes, diurnum (utpote ſupernum) & nocturnum (hoc eſt infernum) arcum deſcribere: atq; eoſdem arcus, in recto ſphæræ ſitu, fore adinuicem æquales. ¶

Quòd in quauis obliquitate ſphæræ, bis tãtũ in anno dies ſint æquales noctibus.

c In obliqua porrò ſphæra, bis tantum in anno, cùm uidelicet Sol communes Eclipticæ cum Aequatore ſectiones, hoc eſt, Arietis atq; Libræ capita poſſederit, diem artificialẽ nocti coæquari, ex eo primum fit euidẽs: quoniam in obliqua ſphæra cum ſingulis Eclipticæ medietatibus ab eiſdem ſectionibus inchoatis, ſingulæ coaſcẽdunt atq; deſcendũt Aequatoris medietates. Adde ꝙ omnes Horizõtes obliqui, tam Eclipticam quàm ipſum Aequatorem, diuidunt bifariam, in eiſdem communibus Eclipticæ & Aequatoris interſectionibus: unde cùm tunc ipſius diei naturalis reuolutio in eodem fiat Aequatore, nulli dubium eſſe uidetur, diem artificialem nocti per uniuerſum Orbem fore tunc æqualem. Ob hanc enim cauſam, præfatæ communes Eclipticæ cum Aequatore ſectiones, æquinoctiorum denominationem obtinuiſſe uidentur. ¶ c

De reliquis diebus artificialibus in obliquo ſphæræ ſitu cũ noctibus ſemper inæqualibus.

d Cùm autem Sol extra præfatas æquinoctiorum interſectiones conſtituitur, contrarium accidere neceſſum eſt, hoc eſt, dies artificiales ſuperare noctes, aut econtra: idq; duplici de cauſa. Quarum prima, eſt inæqualitas aſcenſionum ſingulorum arcuum Eclipticæ à loco Solis uel eidem oppoſito ſuccedentium, noctu uel interdiu ſurſum Horizonta leuatorum. Præterea, cùm Horizõ ad obliquos & impares angulos ipſum dirimat Aequatorem; ergo & ſingulos dierum naturalium perallelos ultro citroq; eundem Aequatorem à Sole deſcriptos, ad obliquos itidem diſpeſcet angulos, ea propter & inæqualiter, per eundem ſextum numerũ decimi capitis ſuperius allegatæ Geometriæ noſtræ. Maior erit itaq; prædictorum parallelorũ arcus diurnus ſuper Horizontem, quàm nocturnus infra derelictus: aut econtra. Veluti ſuccedẽs uidetur oſtendere figura; in qua ſint omnia atq; in præcedenti deſcripta, iuncto tantum obliquo Horizõte I K, & utriuſq; recti ſcilicet & obliqui Horizontis cum Tropicis, in punctis L, M, & N, O, factis interſectionibus. d

Cauſa maioris inæqualitatis dierum & noctiũ in obliqua ſphæra.

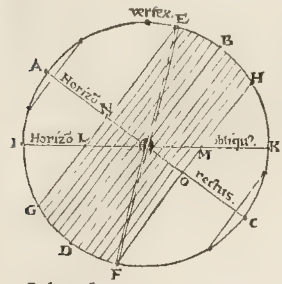
Quòd autem hæc dierum & noctium artificialium tanto maior accidat inæqualitas, quanto alter Mundi polorum ſublimior extiterit, & Sol ab Aequatore remotior: cuilibet uel facile manifeſtatur. Cõtingit enim ex utraq; cauſa maior aſcenſionum atq; deſcenſionum difformitas; fitq; magis uaria ſingulorum parallelorum dierum naturalium ab Horizonte diſtributio.

¶In locis

e ¶ e In locis igitur eiusdem medietatis Eclipticæ æqualiter ab Aequatore distantibus Sole constituto (quod bis accidit in anno) similis, quoad eundem Horizōtem, prouenit ipsius diei atq; noctis artificialis inæqualitas. Nam sicut in eiuscemodi locis Sol æquales sortitur declinationes: & diurna pariter signa, atq; nocturna æquales habent ascensiones, caditq; tūc Sol sub eodem naturalis diei parallelo, qui ab Horizonte circulo semper eodem modo dirimitur. Tātus est itaq; dies artificialis, Sole in fine Tauri constituto, quantus accidit in principio Leonis: tantus item sub Libræ termino, quantus rursum sub initio Piscium. haud alienum de noctibus habeto iudicium: atq; de similibus Eclipticæ punctis in eadem parte æquidistanter ab Aequatore concurrentibus. Quemadmodum ex ea quæ sequitur figura deprehendere, haud difficile est.

In quibus locis Eclipticæ, dierum & noctiū alternata contingat paritas.

f ¶ f Veruntamen ipsi dies artificiales cum noctibus ita proportionantur: ut in quibuslibet punctis Eclipticæ ultro citroq; circulū Aequatorem coassumptis, & æquali ab eodem Aequatore distantibus interuallo, quātus fuerit dies æstiualis in uno, tanta sit & nox brumalis in altero,



& econtra (Aestiuales dies nuncupamus, qui maiores suis uidentur esse noctibus: brumales autem uel hyemales, qui à proprijs noctibus superantur) Quantùm enim augetur sex signorum interdiu eleuatorū ascensio ex una Eclipticæ parte, tantundem minuitur oppositorum signorum ascensio ex altera. Præterea, signa quæ ad boream diurno eleuantur tempore, noctu conscendunt Horizontem, Sole meridianam Eclipticæ partem perambulante, & econtra. Adde, quod reuolutiones seu paralleli dierū naturalium sub eisdem punctis æquè distantibus accidentes, ad arcus alternatim positos æquales, ab Horizonte truncantur: ueluti præallegato numero sexto decimi capitis libri primi Geometriæ nostræ demonstratur. Tantus est igitur arcus diurnus, Sole in fine Tauri uel initio Leonis existente: quantus est nocturnus arcus, eodem Sole finem Scorpionis uel initium Aquarij possidente, & ecōtra. Vt in figura supra scripta, de tropicis E G & F H licet uel facilè uidere. tanta est enim portio diurna E L, quanta & nocturna F M: atq; nocturna G L, diurnæ H M itidē æqualis. de similibus similiterq; positis Eclipticæ punctis, idem respondenter iudicato.

Dies. æstiuales brumales.

Exemplum.

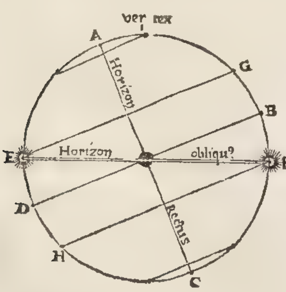
g ¶ g Vnde cùm ab Aequatore uersus polum eleuatū diurnæ augeantur ascensiones, nocturnæ uerò minuantur, maioresq; sint dierum naturalium sectiones super Horizontem apparentes reliquis sub eodem occultatis, contrarium autem accidat ex ea parte qua reliquus polus deprimitur: consequitur propterea, dies artificiales uersus polum sursum Horizonta leuatum maiores esse noctibus, uersus autem polum tantundē infra depressum noctes maiores esse diebus. Præterea, cùm hæc ex utraq; causa collecta diuersitas tanto maior existat, quanto ipsius Eclipticæ puncta fuerint ab Aequatore remotiora, quorum tropica solstitiáue omnium uidentur esse remotissima: subinfertur rursum, maximam dierum atq; noctium artificialium sub ipsis tropicis euenire diuersitatem. uelut ex ipsa præcedenti descriptione, oculari licet exemplo confirmare.

Qui dies sint noctibus maiores, & econtra.

Vbi dierum & noctium diuersitas maxima.

h ¶ h Consequenter haud minus rationabiliter infertur, sub ea eleuatione polari, quæ complementum efficit maximæ solaris obliquationis, cùm Sol æstiuum, hoc est, eleuatum occupauerit tropicum, diem naturalem integrum accidere sinè aliqua noctis obscuritate: sub hyemali autem, utpote depresso tropico, existente Sole, noctem uersa uice ad diei naturalis quātitatē sinè luce prolongari.

Sub qua poli sublimitate dies naturalis continuè lucidus, uel totus contingat obscurus.

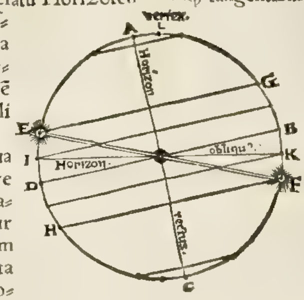


Repetatur enim antecedēs figura, sed ueluti litera sonat collocata: sitq; uertex I, & ipsa Ecliptica E F cū Horizonte coniuncta. Clarum est igitur, utrumq; tropicorū in præfato sphæræ situ contingere eiuscemodi Horizōtem: sed alterum uelut E G totum apparere supra, reliquum autē scilicet F H, sub eodem Horizonte semper occultari. Talium itaq; locorum uertex sub polari locabitur parallelo. Cùm igitur Sol eleuatum occupans tropicum continget Horizontem, polus Eclipticæ idē fiet cum loci uertice, & Ecliptica cū ipso iungetur Horizōte. Surgēt itaq; subitò sex nocturna signa: adeò quidē, ut cū diurnis signis à loco Solis supputatis, totus circūuoluatur Aequator. Cū autē Sol reliquū, hoc est, depressū occupauerit tropicū, ipsum pariter

tanget Horizontem: sed diurna signa surgent in instanti, nocturna uerò cum toto Aequatore circulo. Ex quo uersa uice, nox continua per integrum diem naturalem sine luce continget.

De diebus artificialibus diem exuperantibus naturalem.

¶ i Quod autem de his consequenter dicitur, qui polum habent eleuatum supra ipsius maximæ solaris declinationis complementum: ita redditur manifestum. Huiuscemodi nanque polarem habentium eleuationem uertex, inter circulum polarem & Mundi polum uersatur eleuatum. Quantum igitur uertex ab ipso polari remouebitur circulo, tantundem distabit uterq; tropicus ab Horizonte. Vnde cum Ecliptica tropicos utrinq; contingat, necessum est, ut tantus arcus Eclipticę circa solsticia cōtinuè super Horizontē atq; sub eodem relinquatur: quātus est is, qui à dierū naturalium parallelis præfatū Horizōtem utrinq; tangentibus intercipitur. Quamdiu ergo Sol hunc superiorem & nusquā occidentē arcū Eclipticę peragrauerit, fiet lux cōtinua sine nocte: dum autē infimū & nusquā orientē occupauerit, cōtinget uersa uice nox cōtinua sine luce. Accidet autē hæc lucis & tenebrarū cōtinuatio tanto maior, quanto poli sublimitas maior, & uertex ipsi polo uicinior extiterit.

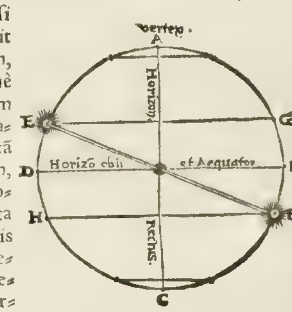


Exemplum.

Quæquidē omnia, præsens uidetur indicare figura: in qua rursum Meridianus A B C D, Aequator B D, Ecliptica E F, rectus Horizon A C, obliquus autem I K, polus Mundi eleuatus A, depressus uerò C, uertex tandem L. Quantæ igitur sunt partes Eclipticę circa solsticia E & F, à parallelis datum Horizōtem in punctis I & K tangētibus interceptæ: tāta uidētur esse lucis super Horizōtem, atq; tenebrarū sub eodem Horizōte continuata tempora: quæ pro tarditate aut uelocitate motus ipsius Solis possunt esse diuersa.

De iis quæ dimidiū annū lucidū & reliquū uidētur habere tenebrosum.

¶ k Tandem fit euidens, sub ipso Mundi polo constituto uertice, hoc est, dum polus in maxima cōstituitur super Horizontē eleuatione, tādiu Solem patens hemisphæriū illustrare, quādiu in ea fuerit Eclipticæ parte, quę sursum eleuata, ad ipsū polū inclinatur: Per reliquā uerò partē sub Horizōte depressam ambulāte Sole, tenebras uersa uice continuari, hoc est, diē per dimidiū annum, & noctē per reliquā anni partē sine intermissione durare. Aequator nanq; circulus, idem fit tūc cum Horizonte: eapropter dimidia Ecliptica sursum, reliqua autem Eclipticæ medietas infra præfatum cōtinuè manet Horizōtem. Ex quo præmissa lucis & tenebrarum alternata per dimidium annum continuatio, concludi uel facile potest.



Notandum.

Ad quorū lucidiorem intelligentiam, subiectā adiunximus descriptionē, præcedentibus haud dissimilem, sed eo modo situatā, ut uertex Horizontis sub Mundi polo constituatur. Quamuis autem eædem Eclipticæ medietates sint adinuicem æquales: nihilominus tamen lux borealis longiori tēpore durabit, quàm australis, contrariumq; respondentibus uidebitur accidere tenebris: Sol nanq; mouetur irregulariter circa Mundi centrum, tardius quidē uersus boreale solsticium, uelocius autem per brumale: quemadmodum ex ipsius Solis theorica decerpitur.

Qualiter supputanda dierū artificialiū magnitudo, ad quāuis poli sublimitatē cōplemento maximæ declinationis solaris minorem.

¶ l SED HORTAMVR IAM, AD IPSORVM DIERVM CALCVLVM NOSTRVM CONuertere sermonem. Cum igitur ad liberam quamuis polarem eleuationē, complemento maximę solaris obliquationis minorē diei artificialis arcū, pro dato loco Solis libuerit agnoscere: supputanda est in primis ascensionalis differentia ipsius dati Eclipticæ puncti, cuius diurnum exoptamus arcum, per doctrinam quarti capitis libri tertii immediatè pręcedentis. Hæc enim ascensionalis differentia, est eadem cum differentia arcus semidiurni seminocturno semper æqualis, & in dato sphæræ situ contingentis: ob eam etenim causam dies ipsos atq; noctes artificiales crescere uel decrescere supra monstrauimus, quoniam sex signa diurno uel nocturno conscendentia, tempore maiorem aut minorem nanciscantur ascensionem in obliqua, quàm habeant in recta sphæra. Porrò cū in recto sphæræ situ arcus semidiurnus semper sit 90 graduū, in obliqua autē sphęra ex ea parte superet 90, qua polus extollitur, ex altera uerò respondenter minoretur: non potest ipsa dierum artificialium magnitudo cōmodius faciliúsue supputari, quàm per additionē uel subtractionem præmemoratæ ascensionalis differentiæ.

Exemplum.

Esto igitur in exempli gratiā propositum indagare, quātus sit dies artificialis in sæpius assumpta poli borealis exaltatione 48 gra. & 40 minutorum

40 minutorum, Sole decimumquintũ gradũ Tauri uel Leonis possidente. Ascensionalis itaq; differentia ipsius dati gradus, est 19 graduum & 31 minutorũ: uti proprius, & nuper allegatus uidetur ostendere calculus. Hanc igitur ascensionalem differentiam adde 90 gradibus, consurgẽt 109 gradus & 31 minuta. tantus est arcus semidiurnus: quem si duplaueris, desideratum arcum diurnum integrabis, graduum quidem 219, & 2 minutorũ. Hunc porrò si in uulgares temporis fractiones (de quibus proximè succedenti capite) conuertere libuerit: prodibunt horæ 14, minuta 56, & 8 secunda. Quòd si eiusmodi arcum diurnum à 24 subduxeris horis: nocturnus arcus relinquetur, horarum 9, minutorum 23, & 52 secundorum. Hunc quoque diurnum arcum haud minus leuiter obtinebis, si obliquam eiusdem quindecimi gradus Tauri ascensionem quæ est graduum 23, & 1 minuti, ab obliqua oppositi gradus (utpote 15 Scorpij) subduxeris ascensione, à 242 scilicet gradibus & 3 minutis: relinquentur enim (ueluti supra) 219 gradus, & 2 minuta. Ascẽsio nanq; sex signorum à loco Solis succedentium diurnum: reliquorum uerò sex, nocturnum dinumerat arcum. Hinc sequitur, Sole 15 gradum Scorpij uel Aquarij possidente, in præassumpta poli arctici sublimitate, diem artificialem fore uersa uice 9 horarum, minutorum 23, & 52 secundorum: noctem uerò comprehendere, 14 horas, 36 minuta, & 8 secunda. Idem respondẽter iudicato de similibus uel Eclipticæ punctis, uel poli sublimitatibus maximæ declinationis Solis non exuperantibus complementum. ¶ In hunc itaque modum, ad maiorem singulorum elucidationem, subiectam artificialium dierum ordinauimus tabulam: ad eleuationem poli arctici 48 graduum & 40 minutorum fideliter supputatam. In quam solito more lateraliter intrabis, cum signis quidẽ sursum & gradibus læuorsum acceptis, uel sumptis ad dextram gradibus, si contingat signa ad calcem occurrere tabulæ: nam in communi utriusq; concursu, diei artificialis in horis, minutis, atq; secundis, sese offeret magnitudo. Reliqua peruia sunt.

De arcu nocturno.

Arcum diurnũ aliter supputare.

Tabulæ sequẽtis declaratio.

TABVLA MAXIMARVM DIERVM ARTIFICIALIVM, AD *eleuationem poli arctici 48 graduum, & 40 minutorum, & singulos Eclipticæ gradus, per authorem fideliter supputata.*

p sig. supe.	♑	♒	♓	♈	♉	♊	
G.	Ho. Mi. Se.	Ho. Mi. Se.	Ho. Mi. Se.	Ho. Mi. Se.	Ho. Mi. Se.	Ho. Mi. Se.	G.
0	8 2 56	8 42 8	10 13 4	12 0 0	13 46 50	15 17 52	30
1	8 3 12	8 44 40	10 16 32	12 3 36	13 50 16	15 20 8	29
2	8 3 28	8 47 20	10 20 0	12 7 12	13 52 44	15 22 24	28
3	8 3 44	8 49 52	10 23 28	12 10 56	13 57 4	15 24 40	37
4	8 4 0	8 52 32	10 26 56	12 14 40	14 0 32	15 26 56	20
5	8 4 16	8 55 4	10 30 24	12 18 8	14 3 52	15 29 12	25
6	8 5 4	8 57 52	10 33 52	12 21 44	14 7 12	15 31 4	24
7	8 5 44	9 0 40	10 28 38	12 25 20	14 10 32	15 33 4	23
8	8 6 24	9 3 20	10 40 56	12 28 52	14 13 44	15 34 56	22
9	8 7 4	9 6 8	10 44 32	12 32 32	14 17 4	15 36 50	21
10	8 7 46	9 8 56	10 48 0	12 36 8	14 20 24	15 38 20	20
11	8 8 48	9 11 52	10 51 36	12 39 44	14 23 36	15 40 24	19
12	8 10 0	9 14 56	10 55 12	12 43 20	14 26 40	15 42 0	18
13	8 11 4	9 17 52	10 58 40	12 46 56	14 30 52	15 43 28	17
14	8 12 16	9 20 56	11 2 16	12 50 32	14 32 56	15 45 4	16
15	8 13 20	9 23 52	11 5 52	12 54 8	14 36 8	15 46 40	15
16	8 14 50	9 27 4	11 9 28	12 57 44	14 40 4	15 47 44	14
17	8 10 32	9 30 8	11 13 4	13 1 20	14 42 8	15 48 56	13
18	8 18 0	9 33 20	11 16 40	13 4 48	14 45 4	15 50 0	12
19	8 19 36	9 36 24	11 20 16	13 8 24	14 48 8	15 51 12	11
20	8 21 12	9 39 30	11 23 52	13 12 0	14 51 4	15 52 14	10
21	8 23 4	9 42 56	11 27 28	13 15 28	14 53 52	15 52 50	9
22	8 25 4	9 46 16	11 31 4	13 20 4	14 56 40	15 53 36	8
23	8 26 56	9 49 28	11 34 40	13 22 32	14 59 20	15 54 16	7
24	8 28 56	9 52 48	11 38 16	13 26 8	15 2 8	15 54 56	6
25	8 30 48	9 56 8	11 41 52	13 30 36	15 4 56	15 55 44	5
26	8 33 4	9 59 28	11 45 20	13 33 4	15 7 28	15 56 0	4
27	8 35 20	10 2 56	11 49 4	13 36 32	15 10 8	15 56 16	3
28	8 37 36	10 6 16	11 52 48	13 40 0	15 12 40	15 50 32	2
29	8 39 52	10 9 44	11 56 24	13 43 28	15 15 20	15 50 48	1
30	8 42 8	10 13 4	12 0 0	13 46 56	15 17 52	15 57 4	0
	♐	♏	♎	♍	♌	♋	p sig. infe.

Alia maximarum uel minimarum dierum supputandi ratio.

¶ Est & alia non aspernanda supputandi ratio, maximis tantummodo, uel minimis diebus artificialibus indifferenter accommoda, ex septima propositione secundi Epitomatis Ioãnis Regiomontani in magnam Ptolemæi constructionem deprompta: quæ in hunc uenit obseruanda modum. Duc sinum maximæ declinationis Solis in sinum totum, & productum diuide per sinum complementi eiusdem maximæ declinationis: nam sinus inde generatus, idem in omni regione permanebit, eam quoq; rationem habebit ad sinum differentiæ æqualis & maximi uel breuissimi diei artificialis, quam habet sinus complementi datæ polaris altitudinis ad sinum eiusdem eleuationis polaris. Hunc itaq; sinum, generalem appellabis: quem fore partium 26, minutorum 5, & 20 ferè secundorum, ipse te docebit calculus ex supradictis obseruatus. Si duxeris igitur sinum datæ polaris altitudinis in præfatum sinum generalem, & productum diuiseris per sinum complementi eiusdem eleuationis polaris: proueniet sinus differentiæ arcus semidiurni seminocturno æqualis, & maximi uel minimi in ea regione contingentis, cuius sumpta est polaris altitudo.

Exepmlum.

Proponatur rursum in exemplum altitudo poli septentrionalis, 48 graduum, & 40 minutorum: cuius complementum, graduum 41, & minutorum 20. Sinus itaque rectus ipsius polaris eleuationis, est partium 45, minutorum 5, & 10 secundorum: complementi uerò sinus, partium 39, minutorum 37, & secundorum 34. Duc igitur 45, 5, 10, in 26, 5 20, & productum diuide 39, 37, 34: generabuntur enim 29 partes, 39 minuta, & 42 ferè secunda, quorum arcus, graduum 29, & 38 minutorum, tanta est igitur differentia arcus semidiurni seminocturno semper æqualis, & maximi aut breuissimi in dato sphæræ situ contingentis. Hanc itaq; differentiam adde 90 gradibus, fient 119 gradus & 38 minuta: quæ duplata, efficiunt gradus 239, & 16 minuta. hæc autem conuersa in temporis fragmenta, restituunt horas 15, minuta 57, & 4 secunda. Tantam ergo pronunciabis diẽ maximam in data poli borealis eleuatione 48 graduum, & 40 minutorum: idemq; facies de cæteris eiusdem poli sublimitatibus complemento maximę declinationis solaris minoribus.

De supputãdo maximo lucis arcu, seu continuatæ lucis tẽpore, ad quãuis poli sublimitatem cõplemento maximæ Solis declinationis maiorem.

¶ m VBI AVTEM POLVS supra complementum maximæ solaris obliquationis extollitur, & continuatæ lucis supra diem naturalem uolueris agnoscere quantitatem: id facies adminiculo tabulæ declinationis ipsius Solis, quemadmodum ipsa textualis exprimit litera. Quam ut clarius intelligas, esto propositum inuestigare arcum Eclipticæ continuè super Horizonta relictum, quem dum Sol perambulat, fit dies continuus absq; nocte: idq; ad poli septentrionalis eleuationem 78 graduum. Complementum igitur datæ polaris altitudinis est 12 graduum. cum his itaq; 12 gradibus, intrabis areatim præfatam declinationum tabulam, & respondentem colliges arcum, iuxta doctrinam capitis quarti libri secundi huiusce Cosmographiæ nostræ. hũc porrò arcum offendes terminari primo gradu & 27 mi. Tauri: hoc est, fore 31 gra. & 27 mi. quorum complementum, utpote 58 gra. & 33 mi. duplatum, efficit gradus 117, unà cum 6 minutis. Tãtus est igitur arcus Eclipticæ, qui in data poli borealis exaltationæ cõtinuò super Horizontem relinquitur: à primo gradu & 27 minuto Tauri, ad 28 gradum & 33 minutũ Leonis comprehensus. Elicies ergo tandem ex tabulis ueri motus Solis, quãto tempore Sol eũdem perãbulat arcum; nam tandiu lux super datũ Horizontem continuabitur, absq; noctis obscuritate. Id autẽ hac nostra tẽpestate, hoc est, anno 1530, in 122 naturalibus diebus & 17 horis, unà cũ 6 ferè minutis fieri, certo deprehendimus calculo. ¶

Exẽplaris discursus.

De maximo arcu nocturno in supra dictis poli sublimitatibus inuestigãdo.

Quòd si uelles respondentiũ tenebrarũ circum alterum solstitium inuestigare duratione; uide quantum tẽporis Sol ponat à primo gradu & 27 minuto Scorpij, usq; ad 28 gradum & 33 minutum Aquarij; nam tanta erit nox continua sine lucis interuallo, in præassumpta poli borealis per 78 gradus exaltatione. Est autem eiuscemodi quantitas, ad motum Solis, & nuper expressum tempus uerificata, 115 dierum naturalium, & 2 horarium, & 48 mi. Quamuis enim arcus Eclipticæ sub Horizonte semper occultatus ei sit æqualis, qui super eundem continuò remanet Horizontem: non tamẽ æqualibus temporum interuallis à Sole perambulantur: quemadmodum ex ipsa Solis theorica facilè colligitur. ¶ n

De succedenti maximarũ dierum tabula.

Ex his omnibus, succedentem maximarum dierum artificialium collegimus tabulam, ab Aequatore circulo gradatim supputatã: ut minus exercitatos à labore subleuemus, & ijs etiam satis in hac parte faciamus, qui Geographica tractare solent oblectamenta. E dextra igitur cuiuslibet polaris eleuationis regione, maximus lucis arcus, siue dies artificialis maximus obijcitur: in horis quidem & minutis, ab Aequatore ad 66 usq; gradum, in diebus autem cum horis & minutis, per reliquum ipsius quadrantis complementum.

Sequitur ipsa maximarum dierum promissa tabula.

Tabula

TABVLA MAXIMARVM DIERVM, ARTIFICIALIVM, AB *Aequatore circulo,ad polum usq; arcticum,gradatim per authorem supputata.*

Eleuatio po	Dies maxima.			Eleuatio po	Dies maxima.			Eleuatio po	Arcus tẽp apparens.		Dierũ siue lucis continuatio.		
Gra.	Ho.	Mi.	Se.	Gra.	Ho.	Mi.	Se.	Gra.	Gra.	Mi.	Ho.	Mi.	Se.
1	12	3	28	34	14	16	24	67	22	52	24	1	40
2	12	6	56	35	14	21	52	68	40	0	42	1	16
3	12	10	24	36	14	27	20	69	52	0	54	16	25
4	12	14	0	37	14	33	4	70	61	26	64	13	46
5	12	17	28	38	14	37	36	71	70	26	74	0	0
0	12	20	56	39	14	44	56	72	78	22	82	6	39
7	12	24	48	40	14	51	12	73	84	56	89	4	58
8	12	28	0	41	14	57	44	74	92	12	96	17	0
9	12	31	36	42	15	4	24	75	96	20	104	1	4
10	12	35	12	43	15	11	20	76	105	16	110	7	27
11	12	38	48	44	15	18	40	77	111	20	116	14	22
12	12	42	24	45	15	26	8	78	117	6	122	17	6
13	12	46	8	46	15	34	8	79	122	46	127	9	55
14	12	49	44	47	15	42	24	80	128	22	134	4	58
15	12	53	28	48	15	51	4	81	133	50	139	31	36
16	12	57	20	49	16	0	8	82	139	6	145	6	43
17	13	1	4	50	16	9	44	83	144	22	151	2	6
18	13	4	36	51	16	19	52	84	149	36	156	3	3
10	13	8	56	52	16	30	32	85	154	42	161	5	23
20	13	12	48	53	16	41	52	86	159	50	166	11	23
21	13	16	48	54	16	54	8	87	164	52	171	21	47
22	13	21	4	55	17	7	4	88	169	58	176	5	29
23	13	25	4	56	17	21	4	89	174	58	181	21	58
24	13	29	20	57	17	36	16	90	180	0	187	6	39
25	13	33	35	58	17	52	48	0	0	0	0	0	0
26	13	38	0	59	18	10	48						
27	13	42	24	60	18	30	56						
28	13	46	16	61	18	53	20						
20	13	51	36	62	19	18	24						
30	13	56	16	63	19	48	40						
31	14	1	12	64	20	24	24						
32	14	6	8	65	21	10	32						
33	14	11	12	66	22	20	40						

De horis tam æqualibus,quàm etiam inæqualibus. Caput III.

CONsequens est,ut de partibus temporis differamus:quas horas uulgò nuncupare solemus. Horarũ igiur,aliæ æquales,aliæ inæquales. [a] Aequalem seu naturalem uocitamus horam, uigesimamquartam partem ipsius diei naturalis:hoc est,tempus quo 15 Aequatoris gradus,ad naturalem & regulatum motũ Vniuersi, super datum quemuis eleuantur Horizontem. & propterea æquinoctialis hora plærũq; nominatur. [b] Inæqualis autem,seu temporalis hora diffinitur esse,duodecima pars diei,aut duodecima pars noctis artificialis: unde & artificialis hora nõnunquàm dicitur. [c] Constat itaque primùm, inæquales seu temporales horas, pro Horizontium atque loci Solis in Ecliptica uarietate,fieri inter sese diuersas, idq; tanto magis, quanto polus sublimior extiterit super Horizontem, & Sol ab Aequatore remotior: bis quoq; solùm in anno,horas inæquales diurnas,nocturnis coæquari. [d] Euidens præterea relinquitur, quẽadmodum naturalis dies, 24 tum æquales tum inæquales comprehendit horas: & diem quoq; uel noctem artificialem semper 12 horas inæquales continere, ex æqualibus autem,pro ipsarum dierum atq; noctium artificialium magnitudine.
[e] Harũ porrò tam æqualiũ quàm inæqualium horarum quælibet,in 60 frangitur minuta,minutum quodlibet in 60 secunda: & ita deinceps quantumlibet, sexagenaria de more continuata distributione. [f] Si diuiseris itaq; semidiurnum,

 aut

aut ſeminocturnum arcum per 6, uel arcum diurnum aut nocturnū per 12: prodibit inæqualis horæ, diurnæ quidem uel nocturnæ magnitudo g Hinc facile patet, quàm leui calculo æquales horæ ad inæquales, aut è contra reducãtur: qualitéruе à ſubterraneo, aut uerticali meridiano ſupputatæ, ad ortiuum, uel occiduum referendæ ſint Horizontem.

Diei naturalis in 24 horas æquales diſtributio: quæ naturales eidem uocitantur.
Cur naturales horæ dicantur æquales, uel æquinoctiales.

¶ a Supraſcripta diei naturalis reuolutio, ſubpartitione uiſa eſt indigere: ad peculiarius diſcernenda ipſius temporis interualla. Dies itaq; naturalis, in 24 partes adinuicem æquales diſtribuitur: per horarios quidem circulos, quindenos Aequatoris gradus includẽtes, capite 9, libri ſecundi deſcriptos. Quæ quidem partes, horæ naturales uocitantur: id eſt, à naturali & regulato totius Vniuerſi motu pendentes, ſeu mẽſuratæ. Quòd autẽ æquales, eędem horæ nũcupentur: hoc à uulgi traxere iudicio. Nã propter ſupraſcriptã dierum naturaliũ inæqualitatẽ, ipſę quoq; naturales horæ de rigore ſunt inæquales: at cum ipſorũ dierum naturaliũ, uix ſenſu percipiatͬ inæqualitas, lõgè minus ſenſibilis eſt earundẽ horarũ diſcrepãtia. Qualibet igitͬ hora naturali, uel æquali conſcendũt ſuper datũ quẽuis Horizontem 15 gradus Aequatoris, ad regulatũ illum & naturalem motum Vniuerſi: ſi nanq; diuiſeris 360, per 24, habebis pro quoto numero 15. Hinc fit, ut ipſæ naturales, uel æquales horæ, æquinoctiales itidem plerunq; uocitentur. ¶ b Aliam

Diei atque noctis artificialis in 12 horas inæquales & artificiales ſubdiuiſio.

præterea, etſi eandẽ numero, longè tamen imparem quãtitate, dies naturalis ſortitͬ horarũ diſtributionem: utraq; enim ipſius diei naturalis pars notabilior, hoc eſt, tam lucis ꝙ tenebrarũ interuallum, ſiue dies & nox artificialis, in 12 partes æquales diuiditͬ, quæ ſimul iunctæ faciũt rurſum 24, & inæquales, uel artificiales, ſeu temporales horæ nominãtur. Inæquales quidẽ: quoniam diurnæ nocturnis horis, aut è cõtra cõparatæ, diuerſæ reperiuntͬ eſſe magnitudinis. Artificiales autem ideo uocitantur: quoniã pro artificioſa Horizontiũ inclinatione, atq; uaria ipſorũ dierum & noctium artificialium quãtitate, dietim immutãtur.

Cur inæquales horæ temporales appellentur.

Dicũtur & eædẽ horæ tẽporales, idq; non ſine legitima cauſa. Nam priſci temporum obſeruatores, ipſam temporaliũ horarum cõſtitutionem ordinauerunt: iuxta quam uaria cõficiebant horologia, inæquales horas indicãtia, pluribus in locis adhuc obſeruata. Diuina inſuper ſcriptura, inæqualiũ horarum myſterio paſſim referta eſt: adeo, ut earundẽ horarum cognitio, Theologis ſit admodum neceſſaria.

Dierum naturaliũ unde orta denominatio.

Adde ꝙ ipſi ueteres primi talium rerum inſtitutores, eaſdẽ inæquales ſeu tẽporales horas planetarũ adſcripſere dominio: & à Planeta prima cuislibet diei artificialis hora regnãte, dies ipſos naturales denominauerunt. Dominicũ itaq; diem à Sole, feriã ſecũdam à Luna, tertiã à Marte, quartam à Mercurio, quintam à Ioue, ſextam à Venere, ſabbatũ deniq; à Saturno, denominationẽ ſiue nomẽclaturam uoluerunt accipere: propterea ꝙ hora prima inæquali ſingulorũ ſeptẽ dierum hebdomadæ, ſingulos quos nunc recitauimus planetas, dominari iudicarũt.

	Planeta dominãs hora prima.	
Diei		Noctis
☉	Solis, id eſt, dominicæ.	♃
☾	Lunæ, id eſt, ſecundæ feriæ	♀
♂	Martis, id eſt, tertiæ feriæ.	♄
☿	Mercurii, id eſt, quartæ feriæ.	☉
♃	Iouis, id eſt, quintæ feriæ.	☾
♀	Veneris, id eſt, ſextæ feriæ.	♂
♄	Saturni, id eſt, ſabbati.	☿

¶ Succeſsio planetarũ, pro reliquis horis à prima, tam diei quàm noctis artificialis.

☉	♀	☿	☾	♄	♃	♂

Planetam quálibet hora temporali diei, uel noctis artificialis dominantẽ inuenire.

Hæc autẽ omnia, ex obiecta licet cõprehẽdere tabella: in qua planetã tum diei tũ noctis artificialis hora prima regnantẽ annotauimus. Quòd ſi reliquarũ & ſuccedẽtium diei, uel noctis horarũ dominatorẽ agnoſcere libuerit: accipito ex ipſa tabella, planetã prima ipſius diei, uel noctis hora regnantẽ, quo in tranſuerſo & infimo ipſius tabellæ ordine reperto, da ſequẽti uerſus dextrã horã ſecũdã, ſuccedenti tertiã, & ita cõſequẽter, ſeruato & horarũ & planetarum ordine, atq; reiterato capite uerſus læuã, quouſq; finitum habeas datarũ horarũ numerũ. Ille enim planeta, in quo datus horarũ numerus terminabitur, is erit, qui propoſita dominatͬ hora.

Exemplum.

Exẽpli cauſa proponatͬ hora ſexta diei Lunæ artificialis. Cũ igitur hora prima ipſius diei Lunę, ipſa Luna dominetͬ: inuẽto ad calcẽ tabellę ipſius ☾ charactere, da ſecũdã horã ♄, tertiã ♃, quartam ♂, quintã ☉, & ipſam horã ſextã ♀. Pronũciabis igitur Venerem ſextam horã inæqualem oblati diei gubernare. Idem facito de cæteris, aut diurnis aut nocturnis horis. Quod ſi ſemel memoriæ cõmendaueris hunc uerſum, utpote, Sol, Ve, Mer, Luna, Saturnus, Iuppiter & Mars, & ſingula planetarum nomina ſingulis accommodaueris horis: poteris ſupradicta tabella ſine iactura carere, & quæ per ipſam obtinentur, memoriter abſoluere.

Vnde maior aut minor inæqualium horarum diuerſitas.

¶ c CVM AVTEM pro uaria & artificioſa poli ſuper Horizõtem eleuatione, tũ propter obliquitatem zodiaci, tum ob loci Solis in eodẽ zodiaco mutationẽ, diuerſa ſignorũ diurno atq; nocturno tẽpore ſuper Horizontẽ contingat aſcẽſio, & propterea dierũ atq; noctiũ artificialium magnitudo diuerſa: ex ſupradictis primũ colligitur, inæquales ſeu tẽporales horas, ab ipſa dierũ atq; noctium artificialiũ uarietate pendẽtes, fieri inter ſeſe diuerſas, hoc eſt, nũc diurnas maiores eſſe nocturnis, nunc uerò contrarium euenire. Hanc quoq; diuerſitatẽ tanto maiorẽ accidere

ſubinfertur,

ſubinfertur,quanto polus ſublimior extiterit,& Sol remotior ab Aequatore:utpote,quoniã ſupradicta tum aſcenſionum atq; deſcenſionũ,tum dierum & noctium inæqualitas accidit tãto maior,ueluti proximo demonſtratum eſt capite. Hinc tandẽ fit manifeſtũ,bis tantum in anno horas inæquales diurnas nocturnis coæquari,& è cõtra:utpote,cum Sol utrunq; poſſidet æquinoctium, Arietis uidelicet & ipſius Libræ capita.nã tunc diem artificialem ſuæ nocti per uniuerſum Orbem adæquari,ſupra mõſtrauimus:hinc fit,ut prædictarũ artificialium ſeu temporalium horarum reſpõdens ſubſequatur æqualitas.

Quando horæ diurnæ temporales nocturnis æquãtur, & è contra.

d ¶ d Præterea,cũ dies naturalis, diẽ & noctem comprehendat artificialem:euidens relinquitur,ipſum diẽ naturalem 24 tum æquales tum inæquales ſeu tẽporales horas cõtinere. Diem porrò uel noctem artificialem, cõprehendere ſemper 12 inæquales horas,fit quoq; manifeſtũ:quoniã pro dierum atq; noctium artificialiũ cremento uel decremento,inæquales horæ diurnæ uel nocturnæ ſola magnitudine creſcũt aut decreſcunt reſpõdenter,ſeruato ſemper duodenario numero.Secus eſt tamẽ de horis æqualibus. Nam cum æquales horæ inuariatam obſeruent inter ſeſe quantitatem:fit,ut dies uel nox artificialis,plures horas æquales aliquãdo cõprehendat,aliquãdo uerò pauciores,pro ipſorũ dierum atq; noctium artificialium diuerſa magnitudine.Bis enim ſolùm in anno dies & nox artificialis continent 12 horas æquales:utpote,cum Sol Arietis aut Libręgraditur capita.tũc enim æquales inæqualibus horis adęquãtur:alibi autẽ Sole cõſtituto,quãtum augentur dies ſupra noctem æqualem,aut è cõtra,tantũ reſpõdenter augmentatur hora inæqualis diurna ſupra nocturnã,aut è diuerſo. Vnde fit,ut hora diurna inęqualis unà cũ nocturna ſimul iunctæ,duas cõficiant ęquales horas: quemadmodum, ex ipſa dierum atq; noctiũ artificialiũ proximo capite deſcripta ratione,deducere haud difficile eſt.

Diem naturalẽ 24 in equales uelut & æquales horas continere.

Quot æquales atq; inæquales horas cõtineat dies atque nox artificialis.

e ¶ e DIVIDITVR autem quęlibet tum æqualis,tum inæqualis hora in 60 minuta,& minutũ in 60 ſecunda,ſecundũ quodlibet in 60 tertia,& ita deinceps,ſexagenaria quãtumlibet obſeruata diſtributione:quæ quidẽ horarum fractiones,tẽporaneæ haud iniuria uocitãtur. Sortiuntur itaq; eiuſcemodi fractiones,haud diſſimilẽ Additionis, Subtractionis,Multiplicationis,Diuiſionis quoq;,alteriúsue ſupputationis modum,ab eo,quẽ de ſignorum & graduũ fragmentis, libro tertio noſtræ præmiſimus Arithmeticæ;hac ſola & animaduerſione digna,obſeruata cãtiuncula,ut uidelicet queadmodum dies ex ſuis horis cõponuntur,ita mẽſes ex ſuis integrentur diebus,& quæ uulgatã eiuſcemodi rerũ reſpicere uidetur obſeruationẽ,à ſua cõſtitutione nõ diſcedãt.

De horarũ tam æqualium quã inæqualiũ ſubdiuiſione.

¶ Ex quibus õnibus uel facile colligitur,cuilibet gradui Aequatoris, 4 ipſius tẽporis ſeu naturalis horæ minuta reſpõdere, & cuilibet minuto gradus 4 ſecũda,cuilibet itẽ ſecundo 4 tertia:& ita deinceps proportionaliter. Et uerſa uice,quẽadmodũ cuilibet horę naturali uel ęquali,reſpõdent 15 gradus Aequatoris circuli:haud diſſimiliter cuilibet ęqualiũ horarũ minuto reſpõdẽt 15 minuta grad',et cuilibet ſecũdo 15 ſecũda,& ita cõſequẽter.Q uę quidẽ lex,ſiue reſpõdẽtia,nõ poteſt inter inęquales horas & ipſos gradus Aequatoris obſeruari:propter earundẽ inæqualiũ horarũ inſtabilẽ durationis magnitudinẽ,ſiue diſproportionatam interuallorũ quantitatẽ.

Corollariũ notandi de partiũ temporis cum partibus Aequatoris reſpõdentia.

f ¶ f Hinc nõ minus facile liquet,qualiter habẽda ſit ipſius inęqualis horæ magnitudo,ſiue quãtitas.Cũ enim inæqualis hora ſit duodecima pars diei uel noctis artificialis,ſi diuiſeris arcũ diurnũ uel nocturnũ per 12: aut ſemidiurnũ atq; ſeminocturnũ per 6; prodibit ipſius diurnæ aut nocturnæ & inæqualis horę magnitudo. Exẽpli cauſa eſto propoſitũ inuenire,quãta ſit hora diei artificialis maximi,ſub eleuatione polari 48 graduũ & 40 minutorũ:Sole uidelicet initiũ Cancri poſſidẽte.Colliges itaq; primũ ex proximo capite, diem ipſum artificialẽ maximũ:quẽ offendes 15 horarũ,minutorũ 57, & 4 ſecundorũ.hæc uertes in gradus & minuta Aequatoris,per ea quæ nũc expreſſimus documẽta:fiẽt 239 gradus,unà cum 16 minutis. Diuide igitur 239 per 12: proueniẽt 19, relictis 11 gradibus,qui unà cũ 16 minutis,efficiũt 676 minuta.hæc rurſum diuide per 12: & offendes quotũ numerũ 56, ſuperabũdãtibus 4 minutis. Multiplica tandẽ 4 minuta per 60, & productũ (ſcilicet 240 ſecũda) diuide rurſum per 12: proueniẽt tandẽ 20. Cõcludes igitur,propoſitã inæqualẽ horã cõtinere 19 gradus, 56 minuta,& 20 ſecũda.Eandẽ etiã horæ quantitatẽ haberes:ſi diuideres arcũ ſemidiurnũ, utpote, 358 gradus & 8 minuta,p 6. Neq; alienũ uelim habeas iudiciũ,de hora inæquali nocturna.Hãc tamẽ nocturnã & inæqualẽ horã,habita diurna,celerius obtinebis:ſi ipſius horæ diurnę quantitatẽ à 30 ſubduxeris gradibus.& è cõtra,nocturna ſupputata,diurnã reſpondẽter habebis. Quoniã diurna & nocturna ſimul iunctæ,binis æqualibus horis adęquãtur:& quantũ dies artificialis ſuã noctẽ ſuperat,ſic & hora tẽporalis diurna nocturnã ꝓportionaliter uincere perhibetur. Tolle igitur 19 gradus, 56 minuta,& 20 ſecunda à 30 gradibus:relinquẽtur 10 gradus, 3 minuta,& 40 ſecũda.tantã ergo pronũciabis horã nocturnã inęqualẽ noctis minimę,ad pręaſſumptã poli ſublimitatẽ:idẽq; de cæteris diurnis aut nocturnis horis iudicabis.

Diurnæ uel nocturnæ & inæqualis horæ quantitatem inueuire.

Exemplum.

Notandum.

g ¶ g TANDEM fit manifeſtũ,qualiter inæquales horæ ad æquales aut è cõtra reducãtur:q̃ facile q̃q; ſit eaſdẽ æquales horas à meridie,aut media nocte,hoc eſt,à ꝟticali aut ſubterraneo Meridiano ſupputatas,in horas ab ortu uel occaſu,ad ipſum uidelicet Horizõtẽ,reducere,& in 24 italico more ꝓlõgare.

De mutua horarum conuerſione.

Inæquales horas ad æquales reducere.

Cum uolueris igitur datum horarū inæqualium numerum,ad æquales horas reducere: inito primum,ueluti nunc expreſſimus,unius inæqualis horæ magnitudinem.per quam multiplica oblatum horarum inæqualium integrarū numerum, & producto adde partem horæ incompletæ (ſi forſitan adfuerit) habebis enim arcū ipſis inæqualibus horis,diurnis quidem ab ortu, nocturnis autē ab occaſu reſpondētem.quem ſi diuiſeris per 15, & reſiduis gradibus & minutis ſuas temporis partes aſſignaueris: eundem arcum in horarum æqualium reduces numerum.

Exemplum.

Supponamus in exemplū,diem artificialem fore 14 horarum,& 24 minutorum: ſintq; inæquales horæ ab ortu Solis elapſæ 5 & dimidia. Erit itaq; inæqualis horæ magnitudo graduū 18. Duc igitur 18 in 5, fient 90: quibus adde 9 gradus ipſi dimidiæ horæ reſpondentes,conſugent gradus 99. hos diuide per 15, habebis 6 pro quoto numero: relictis 9 gradib⁹,quibus de tempore reſpondent minuta 36. Ergo præaſſumptæ inæquales horæ,uertuntur in 6 horas

Aequalium horarum ad inæquales conuerſio.

inæquales,& 36 minuta. Quòd ſi uerſa uice æquales horas,ad inæquales cōuertere libuerit: reducito primum eaſdem æquales horas in gradus Aequatoris,& conſurgentem inde graduum numerum diuidito per unius inæqualis horæ (eiuſdem intellige diei, uel noctis) quantitatem.

Exemplum.

Offerantur in gratiam exempli, 6 æquales horæ cū 36 minutis ab ortu: ſitq; (ueluti prius) hora inæqualis graduum 18. Duc igitur 6 in 15, fient gradus 90; & pro quibuslibet 4 minutis accipe unum gradum,erunt 9, quos adde 90 gradibus,conſurgent gradus 99. Hos partire tandem per 18, prouenient 5 horæ inæquales: relictis 9 gradibus dimidiam horam inæqualem integrantibus.Sed de his eſto ſatis: utpote,quæ ſunt omnibus manifeſta.

Horas æquales à meridie aut media nocte, ad ortiuas tranſmutare.

¶ Doceamus igitur æquales horas à meridie aut media nocte ſupputatas,ad ortiuum imprimis Horizontem reducere. Igitur ſi horæ ſumpſerint exordium ab ipſo Meridie: addes ipſis horis arcum ſemidiurnum. Si autem ex hac compoſitione cōſurgat horarum numerus excedens 24, tolle 24: nam reſiduum horas ab ortu Solis indicabit. Quòd ſi eædem horæ à ſubterraneo fuerint inchoatæ Meridiano,auferendus eſt ab ipſis horis arcus ſeminocturnus: accōmodatis 24, ſi aliter,non poſſit adimpleri ſubtractio.

Exemplum.

Supponatur exempli cauſa,arcus ſemidiurnus fore 7 horarū,ſeminocturnus uerò horarū 5: ſintq; primum 8 horæ ab ipſo meridie.his addo 7 horas:cōſurgunt horæ 15, ab ortu numerandæ.Sint rurſum horæ 20, ab eodem meridie ſupputatæ.addo ſimiliter ipſis 20, horas 7, conſurgūt horæ 27: à quibus tollo 24, relinquuntur horæ tres,ab ortu itidem ſupputandæ. Demus autem 20 horas à media nocte diſtributas.aufero igitur ab ipſis,horas 5 arcus ſeminocturni: relinquuntur horæ 15, rurſum ab ortu numerandæ. Quòd ſi fuerint ſolummodo 4 horæ ab eodem noctis medio. his iungo 24, conſurgunt horæ 28: à quibus tollo 5, relinquūtur horæ uiginti tres ab ortu diſtributæ. De ſimilibus idem facito.

Eaſdem horas æquales ad occaſum reducere.

¶ Cum autem uolueris eaſdem horas ad occaſum referre: in hūc facito modum.Si horæ datæ ſumpſerint initium à meridie, tolle ab ipſis arcum ſemidiurnum: accommodatis 24 horis,ſi non poſſit aliter expediri ſubtractio. Quæ ſi à media nocte ſupputentur; addes eiſdem arcum ſeminocturnū.Et ſi ex ipſa additione cōſurgant horę plures 24: tollēdæ ſunt rurſum 24, nam reſiduæ oſtendent propoſitum.

Exemplum.

Repetantur in exemplum pręfatus arcus ſemidiurnus 7 horarum,atq; ſeminocturnus horarum 5: ſitq; hora decima poſt meridiem. Ab his igitur 10 horis,tolle 7 horas arcus ſemidiurni: relinquentur tres horæ ab occaſu. At ſi fuerint tres horæ tantummodo poſt ipſum meridiem: his addes 24, conſurgent 27. à quibus auferes 7: relinquētur horæ 20, ab eodem occaſu per medium noctis uerſus ortum numerandæ. Sint tandem maioris euidentiæ gratia,horæ 20 à media noctæ ſupputatę. his itaq; iūgito 5 horas arcus ſeminocturni,fient horæ 25: à quibus ſi dempſeris 24, relinquetur hora unica ab eodem occaſu ſupputanda. haud alienum de cæteris quibuſcunq; ſimilibus habendum eſt iudicium.

Vt uulgares horæ conuertātur in aſtronomicas.

¶ Vulgares autem horas antemeridianas,in 12, gallico more productas,ad horas Aſtronomicas,à meridie præcedētis diei exordientes,& in 24 ſeſe regulariter extendentes,ita cōuertes. Adde eiſdem horis 12, hoc eſt dimidium diem naturalem: & optatum habebis horarum numerū. Dixi notanter antemeridianas: quoniā eiuſmodi uulgares horæ à ſola media nocte uſq; ad proximum meridiem,uidentur ab ipſis Aſtronomicis tantummodo diſcrepare.

De utraq; umbra,recta ſcilicet & uerſa,earumq; differentijs & calculo: unà cum Solarium altitudinum ſupputatione. *Caput IIII.*

PRæſtat tandem, umbrarum examinare rationes: earum nanq; ſi exactam habueris cognitionem,intelliges quàm plurima & uiſu, & contemplatione non iniucunda. Vmbrarum igitur,alia recta,alia uerſa. a Rectam uo-

citamus

citamus umbram: quæ fit ab umbroso, super Horizontali plano ad rectos angulos eleuato. b Versa porrò dicitur umbra: quam facit umbrosum ipsi Horizonti parallelum, in longum plani super eundem Horizontem perpendiculariter erecti. c Qualis est igitur ratio sinus recti altitudinis Solaris, ad sinum complementi eiusdem altitudinis: eam seruat & umbrosi longitudo, ad suam umbram rectam, necnon umbra uersa, ad ipsius umbrosi longitudinẽ. d Hinc patet, quàm facile sit, per regulam 4 proportionaliũ, nõ modò ex Solis altitudine data, uti iusq; umbræ magnitudinẽ colligere: e quinetiam per datam umbram rectam, seu uersam, ipsius Solis altitudinem uersa uice perscrutari. f Quæ quidem altitudo Solis, in hunc quoq; modum supputatur. Duc sinum rectum arcus Eclipticæ inter ascendens Eclipticæ punctum & datum locum Solis comprehensi, in sinum altitudinis meridianæ puncti medium Cœli tunc attingentis: & productum diuide per sinum arcus eiusdem Eclipticæ, qui inter Horizontem & Meridianum per datum Solis locum intercipitur. procreabis enim sinum rectum propositæ Solaris altitudinis: unde & tabulam altitudinis Solis, in quauis poli sublimitate uel facile compones. g Habetur autem altitudo meridiana dati cuiusuis Eclipticæ puncti, in quancunq; poli borealis exaltatione: si eleuationi Aequatoris borealem ipsius puncti declinationem adiunxeris, uel ipsam subduxeris declinationem, si ea fuerit austrina. h Ex istis primùm colligimus: quamlibet umbram rectã, aut uersam, Sole altitudinem 45 graduum attingente, suo umbroso coæquari. Cùm autẽ eadem altitudo Solis maior 45 gradibus accidit, umbrosum rectam excedit umbrã: sed ab umbra uersa proportionaliter superatur. Cõtrarium cuius necessum est accidere: quoties eadem Solis altitudo fit 45 gradibus minor. i Ex quo rursum elicitur, Sole ab ortu ad meridiem ascendente, rectas umbras continuò decrescere, uersas autem respondenter fieri maiores: sed à meridie ad occasum descendente Sole, oppositum euenire. k Nec minus, euidens fit, Sole tropicis uiciniore facto, meridianas umbras parum inter sese discrepare: circum autem æquinoctia plurimum. l Item, quòd à remotiore luminoso minor causatur umbra, quàm à propiore: tametsi idem subijciatur umbrosum, & similes sint eorundem luminarium altitudines. m Hinc fit etiam manifestum, tam in recta sphæra, quàm inter Aequatorem & alterum Tropicorum, umbram rectam meridianam quãdoq; flecti ad Boream, quandoq; uerò ad Austrum: sed bis in anno nusquam. n Sub quolibet autem Tropico, semel in anno nulla contingit umbra meridiana: & quẽadmodum sub australi Tropico, eadem umbra meridiana nũquam flectitur ad Boream, ita sub Boreali nunquam dirigitur ad Austrum. o Extra tandem Tropicos constituto uertice, semper umbra recta meridiana in eũ flectictur polum, qui super Horizontem eleuatur: p Sub arctico tamen uel antarctico parallelo, uel intra alterutrum eorum cùm uertex ipse deuenerit, quamdiu lux sinè nocte continuatur, tamdiu umbra recta quaquauersus Horizontem circunducitur.

VMbra secundũ Perspectiuos, est lumen diminutum: seu species quædam opaci corporis, luminoso semp aduersa. Fit enim umbra, quoties aliquod opacũ obijcitur luminoso: propter cuius solã interpositionẽ, directo atq; principali trãsitu priuatur luminis, secũdario tamen & circum sese diffundente lumine radiari dicitur. Vmbram autem, quantum ad præsens uidetur spectare negotiũ, in rectã atq; uersam, & Geometræ & Astronomi distinguere soliti sunt. *Vmbræ diffinitio.*

¶ a Rectam enim uocant umbram, quæ fit ab umbroso super planam Horizontis superficiem ad rectos angulos excitato: cuiusmodi est umbra turris in longum atq; rectum eiusdem Horizontalis superficiei coextensa. *Vmbra Recta*

a

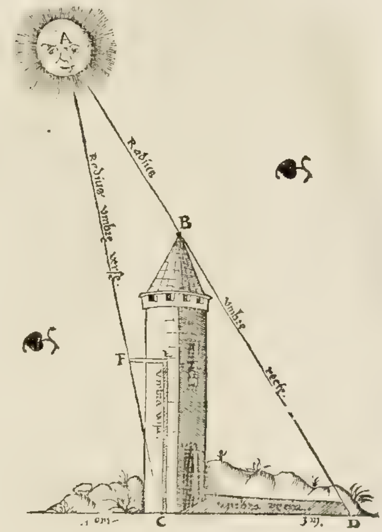
In cuius

In cuius exemplũ, habes umbram C D ab opaco B C super Horizontẽ perpendiculariter erecto causatã, & A B D solari radio terminatam. ¶ b Versam porrò nominamus umbram, quam facit umbrosum ipsi Horizonti parallelum, hoc est, æquidistãter locatum, quæ scilicet in lõgum planæ superficiei super Horizontem perpendiculariter incidentis demittitur: qualis est umbra stili in horario Cylindro, uel prominẽtis indicis. Hanc tibi repræsentat umbra C E, quæ fit ab umbroso E F ipsi Horizonti C D parallelo, & solari radio A F C terminatur. Versam ideo nũcupamus umbram, non solũ ob id, q̃ uerso modo se habeat, respectu umbræ rectæ: sed quoniã uersam ad suum umbrosum uidetur obseruare rationẽ, nempe quam umbrosum ad suam umbram rectam, quemadmodũ infra monstrabitur. ¶ c Cum autẽ uariata Solis altitudine, alia & alia subsequatur utriusq; umbræ longitudo: hæc inter umbrosa & suas umbras comperitur esse proportio.

Vmbra uersa.

Vmbra uersa cur ita nominata.

Quænam inter umbrosa & suas umbras proportio.



b

c

Vt scilicet quam rationem habet sinus rectus solaris altitudinis, ad sinum cõplemẽti eiusdem altitudinis solaris: eam seruet & umbrosi longitudo ad suam umbram rectam, atq; umbra uersa ad ipsius umbrosi longitudinem. Hoc autẽ ita demonstratur. Sit altitudinis circulus A F E, cuius centrum esto C, dimetiens uerò A C K, sit autem Horizon G D E æquidistans semidiametro A C (nam propter insensibilem semidiametri Terræ ad semidiametrum orbis solaris quantitatem, nullus subsequetur error, si alterũ ab altero utcumq; distare posuerimus) sitq; umbrosum super eundem Horizontem perpẽdiculariter erectum C D, eidem autem Horizonti parallelum C K, ad rectos angulos cum plano K L. Data uerò Solis altitudo sit arcus A B, sinus eiusdem rectus B H: sinus autem complementi B F, recta B I, cui per 34 primi elementorum Euclidis, æqualis est C H. Radius deniq; solaris esto B C E, terminãs umbram rectam D E, uersam autem K M. Triangula igitur B C H, C D E, & C K M, sunt adinuicem æquiãgula. nam anguli qui ad D, & H, & K recti sunt: & propterea æquales, per 4 postulatum. angulus insuper D C E, interiori & opposito ad eandem partem C B H, atq; alterno C M K est æqualis: per 29 primi elementorum Euclidis. Reliqui præterea anguli B C H & K C M, reliquo C E D angulo, per eandem 29 primi, atq; adinuicem per 15 eiusdem sunt æquales. Aequiangula igitur sunt ipsa triangula B C H, C D E & C K M: & quæ circum æquales angulos latera proportionalia, per 4 sexti eiusdem Euclidis. Sicut itaq; B H ad H C, ita C D ad D E, & M K ad K C: quod demonstrare oportebat.

Demonstratio prædictorum.

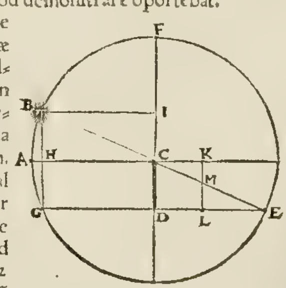
¶ d Data igtur Solis altitudine, uides in primis q̃ facile sit, adminiculo regulæ 4 proportionalium, utriusq; umbræ supputare lõgitudinem. Diuiditur enim umbrosum quodlibet in 12 partes adinuicem æquales, & quęlibet rursum in 60 minuta, minutum quodlibet in 60 secunda, & ita consequenter: propter ipsius duodenarii numeri intra sexagenarium contingentem partium aliquotarum multitudinem. Si duxeris itaq; sinum rectum complementi datæ Solaris altitudinis in 12 partes umbrosi, & productum diuiseris per sinũ ipsius altitudinis Solaris: generabitur ipsius umbræ rectæ longitudo, in partib⁹ qualium umbrosum est 12. Quòd si uero ducatur sinus rectus altitudinis ipsius Solis per 12 eiusdem umbrosi partes, & productum diuidatur per sinũ complementi eiusdem solaris altitudinis: producetur tãdem umbræ uersæ longitudo, taliũ quidem partiũ qualium umbrosum est 12. Sit in exemplum data Solis altitudo graduum 25, cuius complementum est 65 graduum similium. Erit igitur sinus rectus eiusdẽ altitudinis, partiũ 25,

In quot partes diuidatur umbrosum.

Ex Solis altitudine data utriusq; umbræ perscrutari lõgitudinem.

Exemplum.

d



minutorum

minutorum 21, & secundorum 26 : sinus autem ipsius complementi, continebit partes 54, minuta 22, & 42 secunda. Si duxeris igitur 54, 22, 42, in 12 : fient partes maiores 10, simplices uerò partes 52, minuta 34, & 24 secunda. Hæc si diuiseris per 25, 21, 26 : fient tandem partes 25, unà cum minutis 44. tanta est igitur umbra recta, Sole 25 gradibus sursum Horizonta leuato. At si multiplicaueris 25, 21, 26, per 12 : & productum diuiseris per 54, 22, 42 : prouenient tandem 5 partes, & minuta 36. tantam ergo pronunciabis umbram uersam eadem existẽte Solis altitudine. Posses & umbrosum in 60 diuidere partes : facilitaret enim plurimum ipsum calculum: sed id tuo relinquimus arbitrio.

Vmbrosum in 60 partes diuidendum.

Nec te prætereat, umbram rectã ad præfatos 25 gradus altitudinis supputatam, indica re uersam, ubi Sol 65 gradibus extollitur : atq; umbrã uersam eiusdem altitudinis 65 graduum, eandem esse cum umbra recta, dum Sol eisdem 25 gradibus eleuatur. De similibus Solis altitudinibus, quarum una est alterius complementum, idem respondenter iudices.

De reciproca umbrarum respondentia.

In hunc ergo modum, subiectam construximus umbrarum tabulam. In quam intrabis cũ grabidus Solaris altitudinis à summo deorsum ordinatis, si rectam postulaueris umbram : uel cum eiusdẽ altitudinis gradibus ab imo ad uerticem distributis, si uersam umbram exoptes. Quemadmodum singulorum propria uidetur admonere descriptio.

Qualiter intrãda umbrarum tabula.

TABVLAE VTRIVSQVE VMBRAE, *rectæ scilicet & uersæ, in partibus qualium umbrosum est 12 : ad singulos gradus Solaris altitudinis, per Authorem exactè supputata.*

altitu	⊙op	Vmbra Recta.		altitu	⊙op	Vmbra Recta.		altitu	⊙op	Vmbra Recta.	
G.	G.	P.	M.	G.	G.	P.	M.	G.	G.	P.	M.
0	90	umbra infi.		30	60	20	47	60	30	6	56
1	89	695	44	31	59	19	58	61	29	6	39
2	88	343	39	32	58	19	12	62	28	6	23
3	87	228	57	33	57	18	29	63	27	6	7
4	86	171	37	34	56	17	47	64	26	5	51
5	85	137	9	35	55	17	8	65	25	5	36
6	84	114	10	36	54	16	30	66	24	5	21
7	83	97	44	37	53	15	52	67	23	5	6
8	82	85	28	38	52	15	21	68	22	4	51
9	81	75	46	39	51	14	49	69	21	4	36
10	80	68	3	40	50	14	18	70	20	4	22
11	79	61	44	41	49	13	48	71	19	4	8
12	78	56	27	42	48	13	20	72	18	3	54
13	77	51	59	43	47	12	52	73	17	3	40
14	76	48	8	44	46	12	26	74	16	3	26
15	75	44	46	45	45	12	0	75	15	3	13
16	74	41	51	46	44	11	35	76	14	3	0
17	73	39	15	47	43	11	11	77	13	2	46
18	72	36	54	48	42	10	48	78	12	2	32
19	71	34	51	49	41	10	26	79	11	2	20
20	70	32	58	50	40	10	4	80	10	2	7
21	69	31	16	51	39	9	43	81	9	1	54
22	68	29	42	52	38	9	22	82	8	1	41
23	67	28	16	53	37	9	3	83	7	1	28
24	66	26	57	54	36	8	43	84	6	1	16
25	65	25	44	55	35	8	24	85	5	1	3
26	64	24	37	56	34	8	6	86	4	0	50
27	63	23	35	57	33	7	48	87	3	0	38
28	62	22	34	58	32	7	30	88	2	0	25
29	61	21	40	59	31	7	13	89	1	0	12
30	60	20	47	60	30	6	56	90	0	0	0
⊙op	altitu	umbra uersa.		⊙op	altitu	umbra uersa.		⊙op	altitu	umbra uersa,	

¶ e Quòd autem uersa uice per umbram rectã seu uersam, ipsius Solis cognoscatur altitudo : ex præmissa demonstratione fit manifestũ. Cum enim triangula C B H, C D E, & C M K sint inuicem æquiangula, tres quoq; anguli C B H, D C E, & C M K, adinuicem ęquales : erit per 4 sexti elemẽtorum Euclidis, sicut E C ad C D, uel C M ad N K, ita C B ad B H sinum optatæ solaris altitudinis. Atqui trià prima sunt nota. Nã si duxeris umbrosum C D in sese, atq; rectam umbram D E itidem per sese multiplicaueris, & productorum simul compositorũ quadratam extraxeris radicẽ : ea erit recta C E, subtendens angulũ rectum qui ad D, per 47 primi eiusdem Euclidis. Haud dissimiliter si multiplicaueris umbrosum C K per sese, necnõ umbram uersam K M itidem in sese duxeris, productaq; in unum aggregaueris, atq; demum resultantis partium numeri quadratam acceperis radicem ; habebis subtensam C M. Porrò B C semper est partium 60, nempe sinus totus. quartum igitur, utpote B H, per regulam 4 proportionalium innotescet ; quapropter & arcus A B. Duc igitur tandem B C in C D, & productũ diuide per C E, uel ducito B C in K M, & productum diuidito per C M : habebis enim B H, sinum optatæ solaris altitudinis. Quemadmodum ex accepto nuper umbrarũ exemplo, aut quouis alio simili periculum facere potes : modo supputãdi rationem non prorsus ignoraueris.

Data umbra recta, seu uersa, Solis altitudinem concludere.

¶ Idem quoq;, sed leuius multò, per antecedentem umbrarum tabulã absoluere poteris. Inuenta nanq; umbræ magnitudine, columnatim atq; lineatim discurrendo, uel assumpta proximè uiciniori, si umbra data non fuerit præcisè reperibilis : offendes statim è leua ipsius umbræ regione, respondentem Solis altitudinem, talium quidem graduum, qualium circuli quadrans est 90.

Idem per umbrarum absoluere tabulam.

Memento

Memento tamen cùm umbra fuerit recta, eum accipiendum esse graduũ numerum, qui læuorsum inter descendentes locatus est: dextrum autem & in ascendentium ordine repertum, si umbra data fuerit uersa.

Eandem Solis altitudinem generaliter supputare.

¶ f EST ET ALIA ratio supputandi præfatam Solis altitudinem, absq; umbræ cuiuspiam agnitione, ex 43 propositione secundi libri Epitomatis Ioannis Regiomontani, in magnã Ptolemæi constructionem deprompta. Ibidem nanq; demonstratur, q; sinus rectus eius arcus Eclipticæ, qui inter Horizontem & Meridianum clauditur, eam habet rationem ad sinum altitudinis meridianæ ipsius puncti medium Cœli tunc attingẽtis: quam obseruat sinus arcus eiusdem Eclipticæ, inter datum locum Solis & ascendens tunc Eclipticæ punctum cõprehensi, ad sinum altitudinis eiusdem Solis. Si duxeris igitur sinum rectum arcus Eclipticæ, qui ab ascendente ad datum locum ipsius Solis intercipitur, in sinum altitudinis meridianæ puncti medij Cœli, & productum diuiseris per sinum arcus eiusdem Eclipticæ, inter idem ascendens & mediũ Cœli per datum Solis locum intercepti: proueniet tandem sinus rectus optatæ solaris altitudinis. f

Regula.

Cautelæ notãdæ.

¶ Si autem Sol fuerit in alterutro punctorum æquinoctialium: nulla neq; medij Cœli, neq; ascendentis cognitione opus est: Sufficit enim ducere sinum complemẽti datę polaris altitudinis, in sinum complementi distantiæ Solis à meridie: & productum diuidere per sinum totum.

Item si distantia Solis à meridie fuerit præcisè quadrans circuli (cui respõdent 6 æquales horæ) id etiam leuius obtinebis, si duxeris tantummodò sinum altitudinis polaris, in sinum declinationis loci Solis, productumq; diuiseris per sinum totum: fiet enim sinus rectus eiusdem solaris altitudinis. Qualiter autem ascendens Eclipticæ gradus, atq; medium Cœli dato quouis attingens tempore supputetur: capite quinto libri tertij, post notulã K, sufficienter expressimus.

Vt meridiana ☉ altitudo colligatur.

¶ g Quòd autem meridiana cuiuslibet Eclipticæ puncti seu loci Solis altitudo, per additionem borealis, aut subductionem australis declinationis eiusdem puncti ab ipsius Aequatoris eleuatione procreetur: fit uel facile manifestum. Quamdiu enim Sol borealia graditur signa, & ad ipsum perducitur Meridianũ, magis eleuatur q̃ Aequator circulus: dum autem australia signa possidet, minus: idq; secundũ ipsius borealis, uel australis declinationis eiusdẽ Solis quantitatem. Porrò hæc sunt intelligenda, de polo arctico sursum Horizonta leuato: secus enim obseruandum esset, si polus eleuaretur antarcticus. g

Primum exẽplum.

¶ Sed ut demus omnium horũ exemplarem calculum, esto propositũ inuestigare, quanta sit altitudo Solis hora nona matutina, Sole initium Geminorũ possidente, & in eo loco, ubi polus borealis 48 gradibus & 40 minutis super Horizontem eleuatur. Per doctrinam igitur quinti capitis præallegati libri tertij facilè constat, 14 gra. Arietis ad medium peruenire Cœlum: 4 uerò Leonis gra. respondẽter ascendere: ipsius porrò 14 gradus Arietis declinatio, ex quarto capite libri secundi colligitur esse 5 graduum, & 32 minutorum. Hanc itaq; declinationem addo complemẽto datæ polaris altitudinis, utpote, gradibus 41, & 20 minutis: & meridiana ipsius medij Cœli consurgit altitudo, graduum quidem 46, & 52 minutorum. Cuius quidem altitudinis meridianæ sinus rectus, est partiũ 43, minutorum 47, & 9 secundorũ. Ab ortu igitur ad locum Solis datum, erunt 64 gradus: quorum sinus, partiũ 53, minutorum 55, & 40 secũdorũ. Itẽ ab ortu ad mediũ Cœli erũt gradus 110; quos demo ex 180, medio uidelicet circulo, relinquuntur 70 gradus. quorum sinus, habet partes 56 mi. 22, & 54 secunda. Duco igitur 53, 55, 40, in 43, 47, 9: fiunt partes maiores 39, cõmunes uerò partes 21, minuta 16, secunda 21, & 41 tertia. Hæc diuido p 56, 22, 54: & colligo pro quoto numero partes 41, mi. 52, & 48 secunda. quorum arcus est graduum 44, & minutorum 16. Tanta est desiderata Solis altitudo.

¶ Exempli formula.

	¶ Arcus			¶ Sinus		
¶ Hora data, Nona antemeridiana.	Gra.	Mi.		par.	mi	secũ
Altitudo poli borealis data.	48	40				
¶ Locus Solis datus	0	0	♊			
Pars medij Cœli, tempore dato.	14	0	♈			
Pars Ascendens, eodem tempore.	4	0	♌			
Altitudo meridiana gradus medij Cœli.	46	52		43	47	9
Ab ascendente ad locum Solis.	64	0		53	55	40
Ab ascendente ad medium Cœli.	110	0		56	22	54
¶ Altitudo Solis desiderata.	44	16		41	52	48

Secundum exemplum.

¶ Libeat consequenter supputare Solis altitudinem, eadem hora nona antemeridiana: sed ipso Sole initium Arietis possidente. Distantia itaq; Solis à meridie est 45 graduum, eiusdemq; distantiæ complementum graduum itidem 45: quorum sinus rectus, partium 42, minutorum 25, & 35 secundorum. Sinus autem complementi datæ polaris altitudinis, continet partes 39, mi. 37, unà cum 54 secundis. hos itaq; sinus adinuicem multiplico, & productum diuido per sinum totum,

¶Hora data, Sexta ante meridiem.	Gra	Mi.		ptes	Mi.	Se.
¶Locus Solis datus.	0	0	♈			
Cõplementũ distantiæ ⊙ à meridie.	45	0		42	25	35
Cõplementum polaris altitudinis.	41	20		39	37	34
¶Altitudo Solis optata.	27	50		28	1	12

totum: prouenient tandem 28 partes, 1 minutum, & 12 ferè secunda. Quorum arcus, est 27 graduum, & minutorum 50, præfatam Solis indicans altitudinem.

Tertium exemplum.

¶Demus tandem Solem ipsum distare à meridie per circuli quadrantem, cui 6 debentur horæ: eodem Sole in Geminorum initio rursum cõstituto. Ipsius ergo Solis declinationem offendo, esse 20 graduum, & 12 minutorum: eiusdem quoq; declinationis sinum, partiũ 20, minutorum 43, & 4 secundorum. Sinus autem polaris altitudinis, continet partes 45, mi. 3, & secunda 10. Duco igitur 45,3,10, in 20,43,4, & productum diuido per 60, sæpius expresso more: procreantur tandem partes 15, mi. 33, & 24 ferè secunda. Horum arcus offenditur graduum 15, & 2 circiter minutorum. Tantã ergo enunciabis propositam Solis altitudinem.

¶Hora data, Nona matutina.	Gra.	Mi.		pres	Mi.	Se
¶Locus Solis prius datus.	0	0	♊			
Altitudo poli borealis data.	48	40		45	3	10
Declinatio Solis.	20	12		20	43	4
¶Altitudo Solis quæsita.	15	2		15	33	34

De sequenti altitudinũ tabula

¶Hac igitur arte sequentem altitudinum solarium, siue graduum Eclipticæ supputauimus tabulam, ad poli borealis exaltationem 48 graduum, & 40 minutorum. In qua quidem tabula, primũ meridianas altitudines per quinos Eclipticæ gradus distribuimus: reliquis autem horis tam ante q̃ etiam post meridiem accidentes eiusdem Solis altitudines, denis tantũmodò signorum gradibus libuit accommodare, quemadmodum ipsa tabulæ contextura demõstrat.

TABVLA ELEVATIONVM SOLIS, SEV LOCORVM

eiusdem in Ecliptica, qualibet hora diei artificialis: Ad poli arctici sublimitatem 48 graduum & 40 minutorum, per Authorem fideliter supputata.

Horæ ante meridiem. Horæ post meridiem.				12		11 1		10 2		9 3		8 4		7 5		6 6		5 7		4 8	
S.	G.	S.	G.	G.	M	G.	M.	G.	M	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G	M.	G.	M.	G.	M.
	30 25	♋	0 5	64 64	50 44	62	11	55	27	46	40	37	2	27	3	17	25	8	23	0	0
	20 15		10 15	64 63	27 59	61	49	55	9	46	24	36	40	26	47	17	8	8	0	0	0
	10 5		20 25	63 62	20 31	60	47	54	14	45	36	35	58	26	0	16	20	7	9	0	0
♊	0 25	♌	0 5	61 60	32 23	59	5	52	44	44	16	34	42	24	36	15	1	5	46	0	0
	20 15		10 15	59 57	7 42	56	48	50	42	42	22	32	57	23	0	13	15	3	55	0	0
	10 5		20 25	56 54	11 33	54	0	48	10	40	4	30	47	20	52	11	5	1	39	0	0
♉	0 25	♍	0 5	52 51	50 2	50	47	45	14	37	23	28	15	18	24	8	36	0	0		
	20 15		10 15	49 47	10 15	47	15	41	58	34	24	25	26	15	41	5	52	0	0		
	10 5		20 25	45 43	18 19	43	30	30	29	31	11	22	26	12	46	2	58	0	0		
♈	0 25	♎	0 5	41 39	20 21	39	38	34	53	27	50	19	17	9	45	0	0				
	20 15		10 15	37 35	22 25	35	45	31	14	24	26	16	6	6	43	0	0				
	10 5		20 25	33 31	30 38	31	59	27	39	21	7	13	0	3	45	0	0				
♓	0 25	♏	0 5	29 28	50 7	28	23	24	14	17	54	10	1	0	55	0	0				
	20 15		10 15	26 24	29 58	25	6	22	2	15	0	7	17	0	0						
	10 5		20 25	23 21	33 47	22	22	18	22	12	26	4	53	0	0						
♒	0 25	♐	0 5	21 20	8 9	19	51	16	6	10	18	2	54	0	0						
	20 15		10 15	19 18	20 41	18	4	14	24	8	43	1	26	0	0						
	10 5		20 25	18 17	13 56	16	58	13	21	7	44	0	34	0	0						
♑	0		30	17	50	16	35	13	0	7	24	0	16	0	0						

Poteris itaq;,pro loco Solis & hora data,eiusdem Solis altitudinem inuenire : & econtra,per altitudinem & locum Solis,horam ipsam concludere. Cùm autem præcisos non poteris offendere numeros,siue lateraliter, siue areatim tabulam ipsam ingredi contingat : per geminũ proximè circunstantium ingressum, intermedios uel graduum Eclipticæ, uel altitudinum numeros,solito ac sæpius in talibus iterato more,pro ratione differentiarum proportionabis.

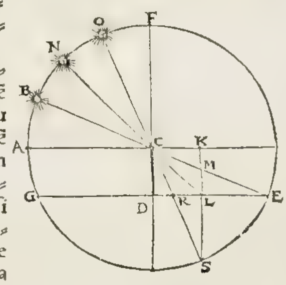
Dato loco Solis & eius altitudine, horam ipsá calculare.

¶Quòd si iuuet forsitan per locum Solis,& eius altitudinem,absq; præfata tabula,horam ipsam elicere. Duc sinum inuentæ solaris altitudinis,in sinum arcus semidiurni,& productumdiuide per sinum altitudinis meridianæ eiusdem Solis,& prouenientis inde partium numeri sumito arcum,quem tandem uertas in horas : nam inde collectus horarum numerus, quæsitam indicabit horam,ab ortu quidem Solis, si eiusdem altitudo fuerit antemeridiana,uel ab occasu,si eadẽ Solis altitudo post meridiem acciderit. Cuius rei periculum facere,tu ipse, uel facilè potes.

Quãdo umbræ suis umbrosis æquales, 1. corollarium.

¶ h EX PRAEDICTIS primùm colligimus,omnẽ umbram rectam seu uersam,suo umbroso coæquari, quoties altitudo Solis est præcisè 45 graduum : nam tunc idem est sinus altitudinis & sui complemẽti : ex quo sequitur omnium umbrosorum ad suas umbras ratio itidem æqualitatis. Quemadmodum Sol in puncto N, medio inter A & F sequentis figuræ constitutus indicare uidetur, facit enim umbram rectam D L,æqualem umbroso C D; atq; uersam K L,umbroso C K itidem æqualem. Ex duobus igitur umbrosis inuicem æqualibus,& ad rectũ conuenientibus angulum,cuiusmodi sunt D C,& C K,unà cũ suis umbris eisdẽ umbrosis atq; inuicem æqualibus,quales sunt recta D L,atq; uersa K L, quadratum efficitur geometricum C D L K, Planisphærio atq; cæteris instrumẽtis inscribi solitum : quo duce,per alterutrius umbræ intersectionem, rerum altitudines,planicies,& profunditates,hoc est,omnem longitudinem eleuatam,iacentem, uel depressam proportionaliter emetimur. Diuidit itaq; radius C L,ipsum quadratum in duo triangula rectangula,& isoscelia,atq; æqualia adinuicem : unde linea mediæ umbræ, id est,per mediam umbrarum connexionem educta, in eiuscemodi quadratis nuncupatur.

Vnde cõflectur quadratũ geometricũ,ad mẽsoriam artem opportunum.



Quãdo umbra recta minor, & uersa maior umbroso.

¶Quoties autẽ Solis altitudo 45 gradus excedit,omne umbrosum suam rectam superat umbram, & à uersa respondẽter exceditur : quoniam sinus eiusdem altitudinis solaris,superat tunc sinum cõplementi ipsius altitudinis. Velut ostẽdit Sol in puncto O, efficiẽs umbram rectam D R minorem umbroso C D,uersam autem K S, umbrosum C K proportionaliter superantem. ¶Ex quo rursum concluditur oppositũ accidere, si Solis altitudo fuerit 45 gradibus minor,qualis est præassumptus arcus A B; excedet enim sinus complementi sinum ipsius altitudinis solaris, unde & umbra recta tantum excedet umbrosum, quantum umbra uersa ab eodẽ umbroso superabitur. Velut in figura cernere licet. maior enim est umbra recta D E,proprio umbroso C D; sed umbrosum C K,sua umbra uersa K M,tanto proportionaliter est maius.

Quãdo umbra recta maior, uersa autem minor umbroso.

De mutuo umbrarum cremẽto atq; decremento, Corollarium. 2.

¶ i Hinc fit manifestum,Sole ab ortu ad meridiem ascendente,rectas umbras continuò decrescere,uersas autem respondenter fieri maiores. Nam continuè crescit altitudo Solis,& minuitur eiusdẽ altitudinis cõplementum : unde sinus altitudinis ad sinũ cõplementi maiorẽ successiuè uidetur acquirere rationem,quousq; Sol ad Meridianũ peruenerit,ubi contingit maxima Solis altitudo,& propterea umbra recta minima, sed maxima umbra uersa, quæ possit eo die prouenire. Cùm autẽ ab ipso Meridiano Sol descendit in occasum, contrarium euenire necessũm est : minuitur enim paulatim altitudo Solis,& augetur ipsius altitudinis complementum. Vnde cùm earundem umbrarum ad sua umbrosa uersa ratio comperiatur : necessũm est, ut à meridie in occasum descendente Sole,umbræ uersæ tantùm augeãtur,quantùm minuuntur ipsæ rectæ.

Vnde uarietas interuallorũ in solaribus horariis.

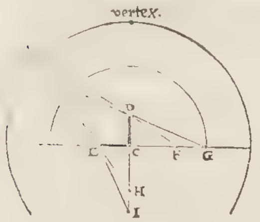
Hæc autẽ umbrarũ diuersitas fit tanto maior, quanto Sol uicinior est Horizonti : minor autẽ circa Meridianũ. Hinc fit, ut in solaribus horarijs,maiora sint circa utranq; sextam horam interualla,q̃ prope duodecimã ; tametsi ab æqualibus Aequatoris pendere uideantur interuallis, & in æqualibus describantur tẽporibus.

De meridianarum umbrarũ uarietate. Corolla. 3.

¶ k Ex quibus non minus facile colligimus, Sole tropicis uiciniore facto,Meridianas umbras parum inter sese discrepare : circum autem æquinoctia plurimum. Nam Ecliptica cum Meridiano magis uarios efficit angulos circum æquinoctialia puncta,q̃ prope Solstitia, facta quidem relatione ad eam partem Eclipticæ, sub qua Sol ipse cõstituitur. Ex quo sequitur,altitudinũ meridianarũ eiusdẽ Solis maior dietim augmẽtatio,seu diminutio circa æquinoctiorũ puncta, q̃ prope solstitia : ubi Sol non modò stare,sed & meridianam altitudinẽ parum immutare uidetur. Cùm igitur ad uariationem altitudinum,

uarientur

uarientur & umbræ : corollarium fit per ſeſe manifeſtū. Patet itaq;, cur in qudrātibus horarijs, in quibus figuratur Zodiacus, maiora ſint æquinoctialium, quàm ſolſtitialiū ſignorum interualla. Deſcribuntur enim eiuſcemodi ſignorū diſtinctiones, per meridianas eorundem altitudines: quemadmodum libro ſecundo ſuccedentiū horologiorum experiri licebit. ¶ l Q, autem à remotiore luminoſo minor cauſetur umbra, quàm à propiore, tametſi cætera ſint paria : ex lunaribus atq; ſolaribus umbris ſatis eluceſcit. Nam Luna uicinior ipſi Terrę, longiores facit umbras, ipſo Sole : quāuis idem ſubijciatur umbroſum, ſimilesq; ſortiatur altitudines. Quemadmodum ex obiecta figura, deprehendere licet : in qua Sol A, Luna B, æqualiter ab Horizonte C E ſurſum eleuata, umbroſa autem duo adinuicē æqualia, erectum quidē C D, uerſum autem C E, per quorū uertices D & E radij coincidunt, ſolares A F & A H, lunares uerò B G & B I. Minor eſt igitur umbra recta C F à Sole cauſata, lunari C G : minor item uerſa atq; ſolaris C H, ipſa C I ab irradiatione Lunæ producta. Nam radij lunares intra ſolares, ab origine uſque ad umbroſorum uertices includūtur, dein ſolares radij inter lunares & umbroſa coincidūt: ex quo præfata cōſequitū umbrarū diuerſitas. ¶ m Solēt prętereaGeographi, rectarū umbrarū meridianarū rationes perſcrutari : quæ cū in partē luminioſo ſemper aduerſam porrigātur, conſequitur, ut tam in recta ſphæra, quàm inter æquatorē & alterū Tropicorū, umbra recta meridiana quandoq; flectatur ad Boream, quandoq; uerò ad Auſtrum, ſed bis in anno nuſquàm. In recto nāq; ſphæræ ſitu, quandiu Sol auſtralē perambulat Eclipticæ medietatē, umbra meridiana conuertitur ad Boreā : dum uerò ſeptētrionalem poſſidet eiuſdē Eclipticæ partem, eadem umbra meridiana flectitur ſemper ad Auſtrū. In utroq; porrò æquinoctiorum, hoc eſt, in Arietis aut Librę capite cōſtituto Sole, nulla cōtingit umbra meridiana: propterea quòd eiuſcemodi rectū ſphæræ ſitum incolētes, habent uerticē ſub Aequatore, & Solem tūc cōſequēter ſub eorū uertice. Neq; alienū habendū eſt iudiciū de ijs, quorū uertex inter ipſum Aequatorem & alterū Tropicorū cōſtituitur : ſola nāq; tēporis inæqualitate, eędē umbrarū proiectiones differre uidētur. Nam parallelus, qui per horū uerticē trāſire diffinitur, diuidit Eclipticam in duas partes inæquales: quarū maior uerſus Aequatorē, minor autē uerſus proximū Tropicū relinquitur. Cum igitur Sol interſectiones eiuſdē paralleli cū Ecliptica poſſidet, nulla fit umbra meridiana : ſed eo borealē Eclipticæ partē perambulāte, umbra recta meridiana porrigitur ad Auſtrū: dū uerò auſtrinā graditur, uerſa uice flectitū ad boreā. ¶ n Ex quo rurſum eluceſcit, quòd ſub quolibet Tropico ſemel in anno, nulla cōtingit umbra meridiana: & quemadmodū ſub auſtrali Tropico eadē umbra meridiana nuſquā flectitur ad Boreā, ita ſub boreali nunq̄ porrigitur ad Auſtrū. Sol enim nō poteſt ad eorū peruenire uerticē qui ſub alterutro habitāt Tropico, niſi dū maximā ab Aequatore uerſus eundē Tropicū conſequitur declinationē : hoc autē ſemel in anno tantūmodo cōtingit, dum ſcilicet ad ipſum perducitur Tropicū, tūcq; nulla fit umbra meridiana. Et quoniā habitātibus ſub boreali Tropico, tota Ecliptica manet auſtralis, & ſub auſtrali ſemper inclinatur ad Boreā : neceſſum eſt, ut ſub boreali Tropico umbræ rectæ meridianæ ſemper flectātur ad Auſtrū, & ſub auſtrali uerſa uice conuertantur ad Boreā. ¶ o Hinc cōſequenter infertur : extra præfatos Tropicos cōſtituto uertice, umbrā rectam meridianā in eum ſemper inflecti polum, qui ſuper datū eleuatur Horizōtem. Taliū nanq; uerticem Sol nuſq̄ attingit : ſed cōtinuè uel in boreali, uel in auſtrali Mundi parte uerſatur. Apud eos enim quorum uertex eſt inter Cācri Tropicū & arcticū parallelū, Sol ab ipſo uertice manet ſēper auſtralis: & ob id umbra meridiana cōtinuè flectitur ad Boreā. Vbi autē uertex inter tropicū Capricorni & parallelum antarcticū cōſtituitur, fit ecōuerſo : Sol enim cōtinuè uerſatur in parte ſeptentrionali, quapropter umbra meridiana uerſus Auſtrum ſemper inflectitur. ¶ p In ijs tandē locis, quorū uertex, ſub arctico uel antarctico locatur parallelo, uel inter ipſos parallelos & Mūdi polos, aut ſub ipſis Mūdi polis cōſtituitur, hoc eſt, ubi dies artificialis naturali coęquatur, uel ipſum diem naturalē ſuperat: quādiu lux ſinè nocte cōtinuatur, tādiu umbra recta quaqua uerſum Horizontē circūducitur. Quēadmodū ex ſupra dictis, & obiecta ante oculos materiali ſphæra, cōprehēdere nō eſt difficile. Fit igitur, ut ſub arctico polo, Sole ab Arietis capite, per initiū Cācri, ad finē uſq; Virginis diſcurrēte, umbræ rectæ circū Horizontē cōtinuè reuoluātur : ſub antarctico uerò polo, dum reliquam Eclipticæ partem Sol ipſe perambulat.



Vnde ſignorū inæqualitas in quadrantibus horarijs.

A remotiore luminoſo minores umbras prouenire, q̄ à propiore, Corollarium 4.

5. corollarium de umbris meridianis eorum qui ſub Aequatore, uel inter Aequatorē & Tropicorū alterum degunt.

De ijs quorum uertices ſub tropicis collocantur. 6. corolla.

Corolla. 7. de ijs quorū uertex inter Tropicos & circulos polares cōſtituitur.

Vbi dies artificialis æqualis aut maior 24. horis, qualis umbrarum inflectio, corollarium ultimū.

LIBRI QVARTI COSMOGRAPHIAE SIVE MVNDI SPHAERAE, FINIS.

LIBER QVINTVS ET VLTIMVS COSMOGRAPHIAE, siue Mundi Sphæræ: de Geographicis, Ghorographicis, & Hydrographicis institutis.

De circulis atq; parallelis, super conglobata Telluris & Aquæ superficie respondẽter imaginandis: eorumdemq; parallelorum ratione, ad quemuis magnum circulum. Caput I.

HORTAMVR DENIQVE, STVdiose lector, è cœlestiũ cõtemplatione, ad terrestrem condescẽdere globũ, & de Geographicis, Chorographicisq;, uel Hydrographicis institutis, hoc ultimo libro determinare: ut ijs satis in hac parte faciamus, qui uel Ptolemæũ intelligere, uel nouas Orbis terrarum descriptiones obseruare desiderabunt. [a] Inter maiores itaq; circulos, quos in cœlesti sphæra constituimus, sex primarij, utpote, Aequator, Meridianus, Horizõ, ambo Coluri, & is qui per duorum quoruncumq; locorum uertices transire diffinitur, super cõglobata Telluris & Aquæ superficie, ueniũt respondenter imaginãdi: [b] Ex minoribus autem, duo Tropici, totidemq; circuli polares: [c] Vnà cum singulis datorũ quoruncũq; locorũ parallelis, per ipsa quidẽ loca liberè, gradatimue ab Aequatore distributis. Vt queãdmodum corundẽ cœlestiũ circulorum officio, sy derũ uenamur habitudines: haud dissimiliter per eos, quos super ipso terrestri globo designamus, locorũ positiones, atq; distãtias obtinere ualeamus. [d] Habet autẽ Aequator, seu quiuis alius maior circulus, ad datũ quẽlibet parallelũ, eam rationẽ: quam sinus totus, ad sinum cõplementi distantiæ eiusdẽ paralleli ab Aequatore. Idem cẽseto, de singulis eorundẽ circulorũ quadrantibus, alijsue partibus, atq; partium fragmentis. [e] Hinc patet in primis, quàm facile sit tabulam cõdere numeralẽ: quæ singulorum quadrantũ, uel partiũ Aequatoris, ad quadrãtes, uel partes singulas dati cuiuslibet paralleli, rationes ostendat. [f] Manifestum est præterea, cõpositam & Tellure & Aqua superficiem, in quinq; regiones præcipuas, siue Zonas, figura, magnitudine, atq; natura differentes (quemadmodum & Cœlum) respondenter separari: [g] In hunc quippe modum, ut duo quælibet loca ultro citroq; circulum Aequatorem æquè semota, pro parili declinatione Solis (cæteris autem paribus) similem ferè Aeris uideantur habere complexionem.

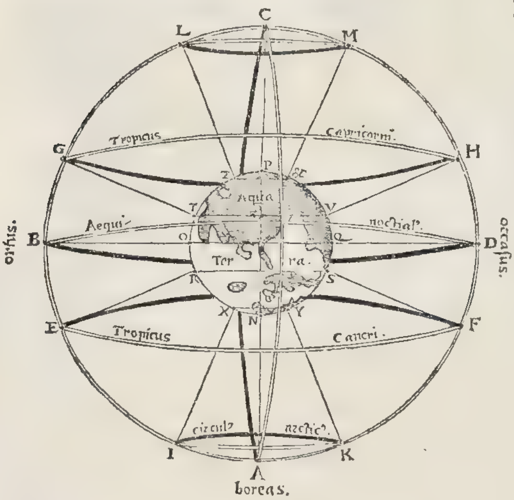
OStensum est capite sexto & ultimo primi libri huiusce Cosmographiæ nostræ, Terrã ipsam, unà cum Aqua frustulatim circũsparsa, globum quendam efficere, partim aquea, partim uerò terrestri superficie terminatum, quæ rotundam ex omni parte uidetur habere figuram: atq; ipsum globum, mediũ Vniuersi, ueluti centrum, immobiliter possidere. Hinc fit, ut cœlestium cum terrestribus mutua quædam circulorum uideatur esse respondentia: adeò ut quemadmodum per circulos in Cœlo prudenter imaginatos, syderum uenãtur habitudines, ita per respondentes in globo terrestri, locorum positiones, atque distantias, & quæ utriq;, Cœlo uidelicet & Terræ sunt communia, consequenter obtineamus. Non sunt tamen omnes circuli, quos cœlesti sphæræ deputamus, ad Geographicam contemplationem necessarij: neque

neque singuli qui ad ipsum geographicum uidentur spectare negocium, ipsi Cœlo coaptandi.

Qui nam maiores circuli Geographiæ sint accommodãdi.

a ¶ a Inter maiores itaq; circulos, hos sex primarios ipsi terrestri globo, pro singulorum respondentia tantummodo coaptamus: scilicet Aequatorem, Meridianum, Horizontem, utrunq; Colurum, & eum circulum magnum qui per oblata quæuis duo loca describitur. Hi nanq; similem rationem ad uniuersum Telluris ambitum obseruant, quam cœlestes ad totum ipsum Cœlum: habent enim idem centrum, Vniuersum bifariam dirimẽtes, suntq; terrestres circuli, uelu- b ti partes eorundem maiorum in cælesti sphæra descriptorum. ¶ b Haud dissimiliter super eodem globo terrestri, binos Tropicos, totidemq; polares circulos (quos 4 minores appellitant) respondenter imaginamur: quorum rationalis depẽdentia ita uenit abstrahẽda, ut à Mundi centro ad extrema dimetientis cuiuslibet eorum, rectæ producantur lineæ, & per earum sectiones cũ sæpius expressa Telluris & Aquæ superficie, ipsi minores circuli transire diffiniantur. Quemadmodum obiecta uidetur indicare figura, in eorum fauorem qui rudiori sunt ingenio consequenter adiuncta: cuius hæc est interpretatio.

4. circuli minores in globo terrestri designandi.



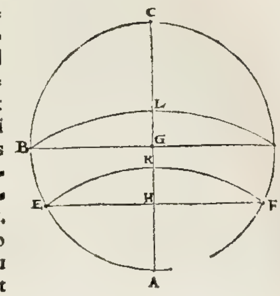
	Cælestis.	Terrestris.
Polus Arcticus.	A.	N.
Polus Antarcticus.	C.	P.
Horizon Rectus.	ABCD.	NOPQ.
Meridianus.	AC.	NP.
Aequator.	BD.	OQ.
Tropicus Cancri.	EF.	RS.
Tropicus Capricor.	GH.	TV.
Circulus Arcticus.	IK	XY.
Circulus Antarcticus.	LM	Z &.

c ¶ c Neq; alienum iudicium habebis, de cæteris minoribus circulis, numero quidem libero determinatis, tũ ipsi Aequatori atq; Tropicis, uel polaribus circulis, tũ intersese parallelis, hoc est, equaliter ex omni parte distantibus: facta (uelim intelligas) duorum quorumlibet inuicem comparatorũ relatione. A quibusquidem parallelis, uniuersa ferè, tum Geographiæ, tũ Chorographiæ negociatio pendere uidetur: quemadmodũ cùm eorundẽ parallelorũ fructum aperiemus, experiri uel facile licebit. Hos autem parallelos, per oblata quæcũq; loca, & pro libero cuiuslibet arbitrio, imprimis educimus: ad partilius distinguenda locorum seu prouinciarum discrimina, à quibus eosdẽ parallelos plerunq; denominamus: ut eum qui per Lutetiã, aut Lugdunum, uel eiuscemodi trãsire diffinitur. Plærumq; tamen ipsos parallelos ab Aequatore uersus utrunq; polum gradatim ordinamus, maximè cum uel totam habitabilem, uel partem eius desyderatam, in solido, planôue depingimus. Quo quidem modo, coassumptis Meridianis per singulos Aequatoris gradus eductis, haud dissimilis cõtextura ultro citroq; circulum Aequatorem efficitur: quam uerticales & altitudinum circulos, super Horizontem constituere, octauo capite secundi libri mõstrauimus. Singulos præterea & maiores atq; minores circulos, proprio nomine, iuncta hac syllaba sub, moderniores exprimere consueuerunt: ut subæquatorem, submeridianum, subtropicum, subparallelum, & ita de reliquis. quod an uelis obseruare, in tuo sit arbitrio collocatũ: non d refert enim, modo rem ipsã intelligas. ¶ d Quòd autem Aequator seu quiuis alius circulus maior, eam habeat rationem ad datum quemuis parallelum, quam obseruat sinus totus, ad sinum complementi distantiæ eiusdem paralleli ab Aequatore: ita demonstratur. Sit unus è terrestribus meridianis, circulus ABCD, Aequator BLD, oblatus uerò parallelus EKF, per cuius centrum H, & Mundi centrum G, traducatur axis AGC (omnes enim paralleli sub eodem axe locantur) quẽ orthogonaliter intersecet dimetiens Aequatoris BGD, atq; ipsius paralleli EHF. Per sinuum itaque diffinitionem, quam duodecimo capite libri primi Geometriæ tradidimus, BG erit sinus rectus totius quadrantis AB: recta autem EH, sinus rectus ipsius arcus AE, complementi uidelicet distantiæ dati paralleli ab Aequatore, utpote BE.

De proprijs locorum parallelis.

Qualiter ordinentur locorũ paralleli.

Quam rationẽ obtineãt paralleli ad quemlibet magnũ circulum.



Atqui circuli ſeſe adinuicem habent,ſicut eorum dimetiē-
tes,uel quæ ex centris. Aequator igitur B L D, ad E K F pa-
rallelum eam habet rationem, quam ſemidiameter B G ad
ſemidiametrū E H: hoc eſt,quam ſinus totus, ad ſinum cō-
plementi diſtantiæ B E. Eandem quoq; rationem obſeruat
quadrans ad quadrantem, ſeu gradus ad graduum, atq; ſimi
lis pars ad partem ſimilē. Eſt autem B G nota,nempe ſinus
totus: ſimiliter & E H, nam ſubducto arcu B E (quem no-
tum ſupponimus) à quadrante B A, relinquetur A E com-
plementum: unde & per tabulam ſinuū cognoſcetur E H.
Tribus autem notis,utpote, rectis B G, & E H, atque toto
Aequatore B L D, uel eius quadrante,ſeu gradu: per regu
lam 4 proportionalium,quartum innoteſcet, datus ſcilicet
parallelus E H F, uel quadrans,ſiue gradus eiuſdem paralleli, in partibus quidem, qualium totus
Aequator eſt 360, & eius quadrans 90 ſimilium,aut gradus quilibet primorū minutorum 60.
Et reſpondenter ita de cæteris.

Exemplum 1, de ratione quadrãtis ad quadrantem.

Supponamus in exemplum,arcum B E fore 30 graduum,qua
lium quadrans A B eſt 90: ſitq; propoſitum inuenire rationem partium quadrantis Aequatoris
B L, ad quadrantem E K dati paralleli. Aufero itaq; primum 30 à 90: & relinquitur complemē-
tum A E, graduum 60. quorū ſinus rectus E H, offēditur eſſe partium 51, minutorum 57, & 41
ſecundorū. hæc duco in 90 gradus quadrãtis B A: fiūt partes maiores 77, minores uerò partes
56, minuta 31, & 30 ſecūda. quæ diuido tandem per 60, ſinū uidelicet totū: & ijdem redibūt par-
tium & minutorum numeri,ſingulis tantummodo generibus in proximè ſuccedentem denomi
nationem uerſus dextram immutatis. Concludendum ergo,qualium partium quadrans Aequa-
toris eſt 90: talium quadrantem E K dati paralleli fore 77, & minutorum 56, ſecundorum 31,
unà cum 30 tertijs.

2. exemplū de ratione gradus ad gradum.

Rurſum,quoniam ſicut quadrans ad quadrantem,ita pars ad ſimilem par-
tem: ſi multiplicaueris partes 77, minuta 56, ſecūda 31, unà cum 30 tertijs,per 60 minuta unius
gradus Aequatoris,& productum diuiſeris per 90: prodibunt tandem minuta 51, ſecunda 57,
& 41 tertia. Qualium ergo minutorum unus gradus Aequatoris fuerit 60, talium unus gra-
dus dati paralleli pronuncietur eſſe 51, ſecundorum 57, & tertiorum 41. Haud alienum de cæ-
teris habeto iudicium. ¶

De ratione cōſtructionis ſuccedētis tabulæ.

Hac igitur arte,ſuccedentem tabulam, in ſtudioſorum ſubleua-
mem,accuratè ſupputauimus: bipartito quidem ordine digeſtam. Nam in læua eius parte gemi
nis conflata columnis,continentur rationes Aequatoris,alteriúſue cuiuslibet magni circuli, ad
ſingulos parallelos gradatim ab eodem Aequatore diſtributos: in partibus,qualium Aequato-
ris quadrans eſt 90. memento tamen cùm ad dextram ſecundorum partem punctum occurrerit:
ſignificare,præter ipſa ſecunda adeſſe 30 tertia. Dextra uerò eiuſdem tabulæ parte, collegimus
rationes eiuſdem Aequatoris ad præfatos parallelos: in partibus, qualium unus gradus ipſius
Aequatoris,uel cuiuslibet magni circuli eſt 60. Quā uerò neceſſaria ſit hæc tabula, ijs maxi-
mè qui uel Geographicas,aut Chorographicas ſolent depingere Cartas: ſuo loco mōſtrabimus.

Vſus eiuſdem tabulæ ſuccedentis.

Huius itaq; tabulæ,quanquàm uſus prima inſpectione ſit manifeſtus: ipſum tamen unico fa-
cilitabimus exemplo. Sit igitur oblatus parallelus,qui per Lutetiam Pariſiorum educitur,diſtãs
ab Aequatore gradibus circiter 48. Quæro itaq; in læua tabulæ parte 48 gradus: quibus in-
uentis,offendo è dextra ipſorum regione,gradus 60, minuta 15, & 18 ſecunda. Aio itaq;,dati pa
ralleli quadrantem continere 60 gradus, 15 minuta, & 18 ſecunda, qualium Aequatoris qua-
drans eſt 90. Quòd ſi eoſdem 48 gradus,in dextra tabulæ parte curaueris inuentos: colliges
ad dextram ipſorum regionē, 40 minuta, 8 ſecunda, & 52 tertia. Concludes ergo, qualium
partium unus gradus Aequatoris eſt 60,talium gradum unum dati paralleli continere 40, unà
cum 8 ſecundis, & tertijs 52.

Notandum.

Porrò ſi contingat ipſis gradibus introitualibus coherere minu
ta,intrabis cum duobus proximis & integris graduū numeris, & collectorum ad dextram nu-
merorum accipies differentiam: de qua ſumes partem proportionalem,in ea ratione, qua ſe ha
bent 60, ad minuta data. quam partem proportionalem,addes numero ad dextrã minoris gra-
duum numeri reperto: colligetur enim optatus partium ipſius quadrantis,uel minutorum unius
gradus dati paralleli numerus. Vt ſi datus parallelus diſtet ab Aequatore 48 gradibus unà cum
30 minutis: intrabis primùm cum 48, dein cum ipſis 49 gradibus,abſoluesq; reliqua ad uſum
regulæ pertinentia,quemadmodum frequenter expreſſimus, & in talibus obſeruare ſolemus.
Qualium ergo partium quadrans Aequatoris eſt 90, talium partium dati paralleli quadrantem
offendes eſſe 60, unà cum 48 minutis & 25 ſecundis. Item gradum unum eiuſdē paralleli,con-
tinere minuta 40, ſecunda 32 & tertia 23: qualium eiuſdem Aequatoris gradus eſt 60.

Tabulæ

TABVLA DEMONSTRANS RATIONES AEQVATORIS,

seu magni cuiusuis circuli, ad singulos parallelos, ab eodem Aequatore, uersus utrunque polorum ipsius Mundi, gradatim distributos.

¶Primo, in partibus, qualium Aequatoris quadrās perhibetur esse 90.								¶Secundo, in partibus, qualium unus gradus eiusdem Aequatoris est 60.							
Distātia pallelor.				Distātia pallelor.				Distātia pallelor.				Distātia pallelor.			
G.	G.	M	S	G.	G.	M.	S.	G.	M	S.	T.	G.	M.	S.	T.
0	90	0	0	45	63	38	22.	0	60	0	0	45	42	25	35
1	89	59	10.	46	62	31	9	1	59	59	27	46	41	40	46
2	89	56	42	47	61	22	48	2	59	57	48	47	40	55	12
3	89	52	36	48	60	13	18	3	59	55	4	48	40	8	52
4	89	46	51	49	59	2	43.	4	59	51	14	49	39	21	49
5	89	39	27	50	57	51	3	5	59	46	18	50	38	34	2
6	89	30	25.	51	56	38	19.	6	59	40	17	51	37	45	33
7	89	19	45	52	55	24	34.	7	59	33	10	52	36	56	23
8	89	7	27	53	54	9	48	8	59	24	58	53	36	6	32
9	88	53	31.	54	52	54	3	9	59	15	41	54	35	16	2
10	88	37	57	55	51	37	19.	10	59	5	18	55	34	24	53
11	88	20	46.	56	50	19	39	11	58	53	51	56	33	33	6
12	88	2	0	57	49	1	3	12	58	41	20	57	32	40	42
13	87	41	36	58	47	41	34.	13	58	27	44	58	31	47	43
14	87	19	36	59	46	21	12	14	58	13	4	59	30	54	8
15	86	56	0	60	45	0	0	15	57	57	20	60	30	0	0
16	86	30	49.	61	43	37	58.	16	57	40	33	61	29	5	19
17	86	4	3	62	42	15	9	17	57	22	42	62	28	10	6
18	85	35	42	63	40	51	33	18	57	3	48	63	27	14	22
19	85	5	48	64	39	27	12	19	56	43	52	64	26	18	8
20	84	34	21	65	38	2	9	20	56	22	54	65	25	21	26
21	84	1	19.	66	36	36	22.	21	56	0	53	66	24	24	15
22	83	26	48	67	35	9	57	22	55	37	52	67	23	26	38
23	82	50	43.	68	33	42	52.	23	55	13	49	68	22	28	35
24	82	13	9	69	32	15	10.	24	54	48	46	69	21	30	7
25	81	34	3	70	30	46	54	25	54	22	42	70	20	31	16
20	80	53	30	71	29	18	4.	26	53	55	40	71	19	32	3
27	80	11	25.	72	27	48	42	27	53	27	37	72	18	32	28
28	78	27	55.	73	26	18	48	28	52	58	37	73	17	32	32
29	78	42	57	74	24	48	27	29	52	25	38	74	16	32	18
30	77	56	31.	75	23	17	37.	30	51	57	41	75	15	31	45
31	77	8	42	76	21	46	22.	31	51	25	48	76	14	30	55
32	76	19	27	77	20	14	43	32	50	52	58	77	13	29	49
33	75	28	40.	78	18	42	43.	33	50	19	13	78	12	28	29
34	74	36	48	78	17	10	22.	34	49	44	32	79	11	26	55
35	73	43	25.	80	15	37	42	35	49	8	57	80	10	25	8
36	72	48	42	81	14	4	45	36	48	32	28	81	9	23	10
37	71	52	37.	82	12	31	31.	37	47	55	5	82	8	21	1
38	70	55	15	83	10	58	6	38	47	16	50	83	7	18	44
39	69	56	36	84	9	24	27	39	46	37	44	84	6	16	18
40	68	56	39	85	7	50	39	40	45	57	46	85	5	13	46
41	67	55	25.	86	6	16	40.	41	45	16	57	86	4	11	7
42	66	52	58.	87	4	42	37.	42	44	35	19	87	3	8	25
43	65	49	18	88	3	8	27	43	43	52	52	88	2	5	38
44	64	44	25.	89	1	34	15	44	43	9	37	89	1	2	50
45	63	38	22.	90	0	0	0	45	42	25	35	90	0	0	0

f ¶ f Deniq; manifestū est, compositā ex Tellure & Aqua superficiē, à terrestribus Tropis, atq; polaribus circulis, in 5 præcipuas distingui regiones: quæ Zonæ uulgariter appellātur, similem tū inter sese, atq; ad ipsam totam superficiē ex Tellure & Aqua resultantem rationem obtinentes, quam cœlestes adinuicē, atque ad ipsum Cœlum obseruant. Quemadmodū ex præmissa licet inspicere descriptione. Has autē Zonas, & figura, & magnitudine, atq; natura differre, capite septimo libri secundi, post g notulā sufficiēter ostēdimus: quapropter de his ulterius disputare supersedemus. ¶ g Quælibet tamē duo loca, ultro citroq; circulū Aequatorē equè semota, pro parili declinatione Solis (cæteris autē paribus existētibus) similē ferè Aeris cōplexionem alternatim habere uidentur. Tantū enim ferè tēporis, ab æquinoctio uerno ad autūnale uersus Boreā Sol ipse preterire uidetur; quantū ab ipso autūnali ad idē uernū æquinoctium

Corollariū de de 5 zonarum terrestrium distinctione.

Vbinam similis Aeris temperatura.

uersus Austrum. Adde, quòd quælibet Eclipticæ puncta æqualiter ab Aequatore semota, eandem sortiuntur declinationem: ex quo radiorum solarium similis proiectio, atque reflexio, ibidē subsequitur. Secludimus itaque locorum accidentia, & quæcunque qualitatem Aeris immutare possunt; & de ea tantummodò loquimur temperatura, quæ in 4 anni temporibus, ex solo accessu atque recessu Solis, propter similem radiorum proiectionem, atque reflectionem accidit, cùm uidelicet in locis æqualiter ab Aequatore semotis Sol ipse constituitur.

De Parallelis Climatum distinctoribus: quonam item pacto, dato lucis arcu singulorum parallelorum, polares inuestigentur altitudines. *Caput II.*

Est [a] insuper alia parallelorum imaginatio, ultro citroque circulum Aequatorem itidem distributorum, tanta inuicem distantium intercapedine, quāta sufficit maximarum dierum per unius horæ quadrantem immutare quantitatem: quos Climatum solemus appellare distinctores. [b] Sunt enim Climata, orbicularia Telluris, aut Aquæ, uel amborū interualla, iuxta maximarū dierum per horæ dimidium obseruatam uarietatem, ab Aequatore uersus utrūque Polum, proprijs distincta parallelis: in hūc quippe modū, ut ab initio cuiuslibet Climatis ad medium, & ab ipso medio ad finem eiusdē Climatis, atque principium succedentis, maximarum dierum per ipsum quadrantem horarium obseruetur differētia. [c] Quanquàm autem hæc Climatum excogitatio à uulgaribus Geographis in septenarium redacta sit numerū: nihilominus tamē ab Aequatore uersus utrūque Polum, & usque ad eos parallelos, ubi Sol ad diei naturalis quātitatem semel in anno sine nocte lucescit, 24 sunt annumeranda. Vltra quem parallelum, continuatæ lucis augmentatio per dierū naturalium, dein mensium, ob angustiam sphæræ, uenit obseruanda successionem. [d] Cùm porrò dato lucis arcu, uolueris agnoscere quātùm Polus eleuetur super eorum Horizontem, qui sub dato quouis degūt parallelo: ducito sinum complementi declinationis pūcti Eclipticæ dati, in sinum arcus semidiurni, productumque diuidito per sinum totum: fiet enim sinus cōplementi amplitudinis ortiuæ ipsius dati puncti. Quòd si duxeris tandem sinum declinationis eiusdem puncti in sinum totum, & productum diuiseris per sinum prius inuentæ amplitudinis ortiuæ: nascetur sinus complementi desideratæ polaris altitudinis. [e] Verum hæc supputandi ratio terminatur, ubi dies maximus est horarum 24: ubi autem 24 exuperauerit horas, ita facito. Conuertito primùm tēpus continuatæ lucis in arcum Eclipticæ, per motum Solis cotidianum, & complemēti medietatis illius arcus accipito declinationē: nam ipsius declinationis complemētum, quæsitam Poli mōstrabit exaltationem. [f] Hinc poteris singula iam dictorum parallelorum, & Climatum discrimina, in propriam redigere tabulam.

De parallelis climatū distinctoribus.

I [a] nter ea quæ ad Geographicum uidentur spectare negotium, non infimā partem sibi uendicat regulata maximarū dierum augmentatio, supra diem sub Aequatore contingentem, qui semper est horarum 12. Congruum itaque fuit, præter supradictos, ultro citroque circulum Aequatorē uersus Mundi polos alios etiam imaginari parallelos: qui eos distinguerēt in Terra tractus, in quibus continuatum maximarum dierum per unius horæ quadrantem contingit incrementum. Quorum quidem parallelorum interualla, tanto conuincūtur esse maiora, quāto ijdem paralleli uiciniores erunt Aequatori. Quo enim sphæræ maior contingit obliquitas, eo sensibilius, & in breuiori tēporis atque locorū interuallo, dies augētur artificiales: Ex quo fit, ut unius quadrātis horarij differētia, maiorē prope circulū Aequatorē, quàm uersus eosdē Polos, sibi poscat Terrarū intercapedinē. Vocantur enim eiusmodi paralleli, peculiari nomēclatura, Climatū distinctores: idque nō sinè ratione. ¶ [b] Climata nāque, secundū Geographos, nihil aliud esse uidētur, quàm orbicularia Telluris, aut Aquæ, uel utriusque interualla, tātæ quidē latitudinis, quāta maximarū dierū arficialiū sufficit notabiliter immutare quantitatē: quam quidē uariationē, siue discrepantiā, dimidiū horæ primi Climatū institutores esse uoluerūt, in hūc quidē modū, ut

Climatum diffinitio.

singula

ſingula climata tribus ex iam dictis diſtinguãtur parallelis,utpote,duobus limites finiẽtibus,& tertio per mediũ educto ; non quidem æquidiſtãter inter eoſdem medios,ſed per eum locum, in quo dies maxima per horæ quadrantem augetur,ſuper eam diem maximam quæ in eiuſdem climatis accidit initio. Sunt itaq; climata,ab Aequatore uerſus utrunq; polum ſigillatim atque reſpondenter extendenda; adeò,ut ſiue Mare,ſiue Terram incolentes,aliquo prędictorum interclpiantur climatum. Hæc autẽ climata oportet eſſe tanto maiora,quãto uiciniora ſunt Aequatori circulo,tantoq; minora,quanto ab eodem Aequatore remotiora ; propter anguſtam rotunditatis ipſius Telluris & Aquæ ad utrunq; polorum inclinationem. Primus enim parallelus plus diſtat ab Aequatore,quàm ſecundus ab eodẽ primo,& idem ſecundus ab ipſo primo plus, quàm tertius à ſecundo,& ita de cæteris. Nam ad uariationem primi quadrantis horarij ſupra diem æquinoctialem,maior requiritur altitudinis polaris differentia , quàm ad uariationem ſecundi ; maior item ad ſecundi quàm ad tertij uariationem,& conſequenter ita de cæteris.

Diſtributio climatum.

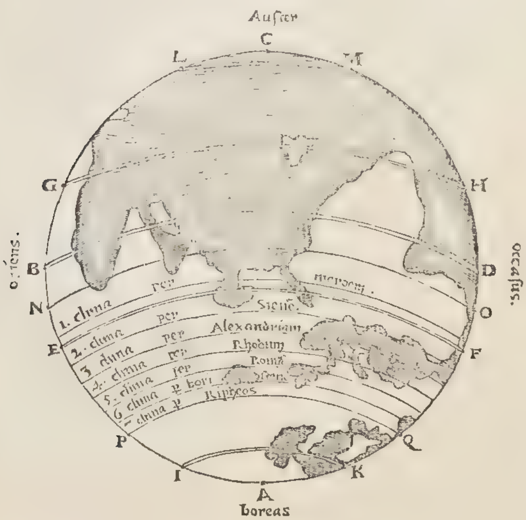
De climatum magnitudine.

Primum ergo clima maius eſt ſecundo,ſecundum tertio, tertium quarto : & ſic uſque ad ultimum. ¶ c At quoniam tota ferè pars noſtri elementaris orbis ab Aequatore uerſus Auſtrum extenſa,necnon ea quæ circa polum ſubijcitur arcticum,primis Geographis fuiſſe uidetur ignota,atq; ipſius zonæ ſeptentrionalis intermediæ(quam inhabitamus) partes extremales,nullo pacto,uel ſaltem difficulter habitabiles,ab eiſdem ſunt exiſtimatæ: idcirco ſeptenario climatum fuere contenti numero,intra prædictæ Zonæ ſeptẽtrionalis medias atq; temperatiores partes, 15 ex præfatis parallelis diſtributo. Hæc autem 7 climata ab inſignioribus locis, utpote,ciuitatibus,inſulis,mõtibus,aut fluminibus,per quæ medius cuiuslibet climatis traducitur parallelus,peculiari nomenclatura denominarũt. Clima enim cuius medius parallelus trãſit per Rhodũ inſulam , Diarhodos, id eſt,clima per Rhodum appellarũt ; cuius autem medius parallelus per Rhomam traijcitur , Diarhomes,& ita de reliquis.

C

Propter quid 7 tãtummodò à uulgarib⁹ Geographus,fint ordinara climata.

De peculiari climatum nomẽclatura.



Quemadmodũ obiecta figura pro parte demonſtrat. In qua Meridianus per occiduam habitabilis partem eductus A B C D, polus Arcticus A, Antarctic⁹ C, Aequator B D, Tropicus Cancri E F, Capricorni autẽ G H, Polares uerò circuli I K & L M, Climata deniq; inter N O parallelum ipſi Aequatori uiciniorẽ,& remotiorem P Q comprehenſa, atq; ſuo diſtributa ordine. Horum autẽ climatum diſtantias, tũ ab Aequatore,tum adinuicem, ſeu polares eleuationes : proximè ſuccedẽti tabula deſcriptas offendes.

Exemplaris 7 uulgarium climatum deſcriptio.

¶ Cogimur tamẽ nõ ſinè mathematica ratione,præfatam climatum ſeu parallelorum diſtributionem , ab Aequatore uerſus utrunq; polorũ, uſq; ad eum locũ ſigillatim extendere,ubi ſemel in anno dies naturalis ſinè noctis obſcuritate luceſcit : ſiue per aquas,ſiue per habitabiles aut inhabitabiles ipſius Terræ partes educantur. Quoniam recedente uertice ab Aequatore (ubi dies ſemper eſt horarum 12) & alterutro polorum ſenſim eleuato, cauſatur eiuſcemodi maximarum dierum artificialium diſcrepantia, cætera quoque prioribus libris enarrata diſcrimina. Neminem itaque adeò rudem exiſtimamus (ni prorſus mathematicarum ignarum) qui non facilè uideat ipſorum climatum atque parallelorum rationes , ab ipſo Aequatore uerſus eoſdem

Qualis uera climatum diſtributio.

Quot sint climata, secundū ueram imaginationem.

Mundi polos fore distribuēdas. Ita enim C. Ptolemęus suos parallelos, capite sexto libri secundi suæ magnæ compositionis, ordinauit. Ab Aequatore igitur circulo, usq; ad eum locū ubi dies maximus est 24 horarum, erunt 48 paralleli, & climata 24: ab hoc autem loco usque ad proximum polum, quoniam ipsius poli modicum uariata sublimitas sensibilem multùm dierum artificialium causat inæqualitatem, non iuxta quadrantes horarios, sed per liberam quamuis dierum naturalium collectionem, eiusdem maximæ lucis uenit obseruanda continuatio. Quemadmodum ex proximè succedenti licebit inspicere tabula.

¶ d QVEMADMODVM AVTEM per datam poli sublimitatem, cuiuslibet puncti Eclipticæ diurnum arcum, capite secundo libri quarti supputare docuimus: & hic uersa uice per datam artificialis diei quantitatem, altitudinem ipsius poli colligere, non erit importunum: super eorum quidem Horizontem, ubi datus arcus diurnus uidetur accidere. In primis ergo supputāda est ortiua dati pūcti Eclipticę, seu loci Solis amplitudo: quā etsi capite quinto libri tertij, per datam poli sublimitatem inuenire docuerimus: cùm tamen ipsa polaris altitudo hoc in loco desideretur, operæprecium duximus alium supputationis annectere modum, ex prima propositione secundi libri Epitomatis Io. Regiomōtani in magnam Ptolemæi compositionem depromptum. Ibidem nanq; demonstratur, quòd ratio sinus totius quadrantis, ad sinum arcus semidiurni dati loci Solis seu puncti Eclipticæ, eadem est cum ratione sinus complementi declinationis eiusdem puncti, ad sinum complementi amplitudinis ortiuæ ipsius puncti dati. Hinc per Regulam 4 proportionalium elicitur, quòd si multiplicaueris sinum complementi declinationis puncti Eclipticæ dati, per sinum arcus semidiurni eiusdem puncti, & productum diuiseris per sinum totū: generabitur sinus, cuius arcus à quadrante circuli demptus, ortiuam dati pūcti relinquet amplitudinem. Proponatur in exemplum octauus & septentrionalis parallelus, ubi dies artificialis maximus est 14 horarum æqualium: sitq; decretum per ipsum diem maximum inuestigare, quātùm distet idem parallelus ab Aequatore, seu quantùm eleuetur polus arcticus super eorum Horizontem, qui sub eodem habitāt parallelo. Arcus itaq; semidiurnus est horarum 7, quæ per 15 multiplicatæ restituunt 105 gradus: quorum sinus rectus habet partes 57, minuta itidem 57, & 20 secunda. Dum autem maximus dies accidit artificialis, Sol initium Cancri possidens maximā obtinet declinationē, graduum quidem 23 & 30 ferè minutorum: ergo complementum ipsius declinationis continebit 66 gradus & 30 minuta, rectus autem eiusdem complementi sinus, partes 55, unum minutum, & 25 secunda. Duc itaq; 57, 57, 20, in 55, 1, 25, & productum diuide per 60 partes: prouenient tandem partes 53, minuta 8, & 56 ferè secunda, quorum arcus offenditur graduum 62, & 21 minutorum. Hunc porrò arcum si à 90 subduxeris gradibus: relinquetur ortiua dati loci Solis amplitudo, graduum 27, & minutorum 39. ¶ His ita præparatis, ex quarta propositione secundi libri eiusdē Epitomatis, polaris altitudinis supputationem ita deprehendes. Cùm enim ibidem ostendatur, quòd sinus totus ad sinum complementi ipsius polaris altitudinis eam habeat rationem, quam sinus amplitudinis ortiuæ, ad sinum declinationis puncti Eclipticæ dati: multiplicandus est sinus declinationis maximæ, partium quidem 23, minutorum 55, & 30 secundorum, in sinum totum, & productum diuidendum est tandem per sinum ipsius ortiuæ latitudinis, utpote, per 27 partes, 50 minuta, & 39 secunda. Fiet enim sinus complemēti desideratę polaris altitudinis, partium quidem 51, minutorum 33, & secundorum 17: quorum arcus est 59 graduum, & 14 minutorum. Tantum est igitur ipsum complementū: quod si à quadrante circuli abstuleris, relinquetur optata polaris altitudo, graduum 30, & minutorum 46. Idem respōdēter uelim intelligas de cæteris Eclipticæ punctis, eorumq; declinationibus & amplitudinibus ortiuis, atq; semidiurnis eorundem punctorum arcubus.

Ortiuā cuiuslibet Eclipticæ puncti latitudinem, aliter quā superius calculare.

Canon. 1.

Exemplum.

Data Solis declinatione, & amplitudine eius ortiua: polarem elicere sublimitatem. Canon 2. cum exemplo.

Notandum.

¶ Exempli formula.	Arcus		Sinus Recti.		
	G.	Mi.	par.	mi.	secū
¶ Arcus semidiurnus maximus sub dato cōtingēs parallelo	105	0	57	57	20
Maxima Solis declinatio data.	23	30	23	55	30
Complementum eiusdem maximæ declinationis.	66	30	55	1	25
Complementum amplitudinis ortiuæ maximæ.	62	21	53	8	56
Ortiua & æstiualis atq; maxima amplitudo.	27	39	27	50	39
Complementum polaris altitudinis.	59	14	51	33	17
¶ Altitudo poli desiderata.	30	46			

Qualiter poli sublimitas inuestigetur, ubi dies æstiuus maximus diem excedit naturalem.

¶ e At quoniam eiuscemodi supputādi ratio, in eo uidetur deficere parallelo, ubi totus dies naturalis semel in anno sinè nocte relucet, & polus ad complementum maximæ solaris obliquationis extollitur: alium excogitamus operādi modum, quo polarem reliquorum parallelorum, pro dato maximæ lucis arcu supputabis eleuationem.

Vertes itaq; primum tempus ipsius continuatæ lucis, in arcum Eclipticæ: per diurnum & horarium

horarium motum ipsius Solis, quem quidem arcum bifariam dispesces: & cum alterutrius partis complemento intrabis lateraliter tabulam declinationis solaris, accipiesq́ declinationẽ puncti terminantis ipsius dimidij arcus complementum. Quam quidem declinationem auferes tandem à 90 gradibus: quod enim relinquetur, quæsitam poli sublimitatem ostendet. Verbi gratia, detur parallelus septentrionalis, ubi Sol in æstate per 30 dies naturales sinè nocte lucescit. Accipies itaq́ uerum motum Solis ipsorum 30 dierum, utpote, 15 diebus ante caput Cancri, & totidem post respondentem: colligenturq́, iuxta hodierni temporis obseruationem, 28 gradus, & 30 minuta, quorum dimidium, graduum 14, & 15 minutorum. ipsius porrò dimidij complementum est 75 graduum, unà cum 45 minutis. Declinatio autem puncti terminantis idem complementum, utpote, quæ decimoquinto gradui & quadragesimoquinto minuto Cãcri respondet, est 22 graduum, & minutorum 44. Hanc itaq́ declinationem aufero à 90 gradibus: & relinquuntur gradus 67, unà cum 16 minutis. Tantundem ergo polus arcticus extollitur, ubi præassumptus dies æstiuus maximus ad 30 dies naturales prolongatur. ¶ f Hac igitur arte, succedentem tabulam fideliter supputauimus: in qua tum parallelorum & climatum, tum respondentium maximarum dierum atq́ polarium altitudinum rationes suo digessimus ordine. Quæ quidem tabula, prima inspectione sese offert adeò manifesta: ut ampliori nõ uideatur indigere declaratione.

Exemplum.

De tabula succedenti.

TABVLA POLARIVM ALTITVDINVM SEV DIstantiarum ab Aequatore singulorum parallelorum, pro maximarum dierum artificialium quantitate ab eodem Aequatore distributorum: per authorem fideliter supputata.

Paralleli	Vera climatum distributio.	Vulgaria climata.	Dies artificialis maxima.		Altitudo poli, seu distãtia pallelorũ ab Aequatore.		Paralleli.	Vera climatum distributio.	Dies artificialis maxima.		Altitudo poli seu distantia parallelorũ ab Aeq̃tore.		Paralleli.	Dierum naturaliũ absq́ nocte cõtinuatio		Altitudo poli arctici, seu distantia parallelorũ ab Aequatore.		
			Ho.	Mi	G.	M.			Ho	Mi.	G.	M.		Di.	Ho.	G.	M.	Se.
0			12	0	0	0	24		18	0	58	26	48	1	0	66	30	0
1	1		12	15	4	21	25	13	18	15	59	15	49	5	0	66	31	20
2			12	30	8	36	26		18	30	59	59	50	10	0	66	35	10
3	2		12	45	12	46	27	14	18	45	60	39	51	15	0	66	41	12
4		1	13	0	16	41	28		19	0	61	16	52	20	0	66	50	32
5	3		13	15	20	30	29	15	19	15	61	51	53	30	0	67	16	0
6		2	13	30	24	10	30		19	30	62	23	54	40	0	67	51	2
7	4		13	45	27	34	31	16	19	45	62	53	55	50	0	68	35	40
8		3	14	0	30	46	32		20	0	63	20	56	60	0	69	29	26
9	5		14	15	33	44	33	17	20	15	63	45	57	70	0	70	31	58
10		4	14	30	36	29	34		20	30	64	8	58	80	0	71	42	30
11	6		14	45	39	3	35	18	20	45	64	29	59	90	0	73	0	44
12		5	15	0	41	21	36		21	0	64	48	60	100	0	74	25	44
13	7		15	15	43	30	37	19	21	15	65	5	61	110	0	75	56	48
14		6	15	30	45	29	38		21	30	65	20	62	120	0	77	33	37
15	8		15	45	47	19	39	20	21	45	65	34	63	130	0	79	15	32
16		7	16	0	48	59	40		22	0	65	46	64	140	0	81	1	51
17	9		16	15	50	32	41	21	22	15	65	56	65	150	0	82	51	54
18			16	30	51	57	42		22	30	66	5	66	160	0	84	45	0
19	10		16	45	53	15	43	22	22	45	66	13	67	170	0	86	42	31
20			17	0	54	28	44		23	0	66	19	68	180	0	88	37	6
21	11		17	15	55	35	45	23	23	15	66	24	0	182	12	90	0	0
22			17	30	56	36	46		23	30	66	27	Nota q̃ respõdẽtes poli antarctici sublimitates, suprascriptis utcunq́ dissentirent: propterea q̃ Sol uelocius mouetur uersus Capricornum, quàm uersus Cancrum.					
23	12		17	45	57	33	47	24	23	45	66	29						
24			18	0	58	26	48		42	0	66	30						

De Longitudine atq; Latitudine locorum: qualiter praeterea tam longitudo, quàm etiam latitudo sit inuestiganda. Caput III.

DEterminandum est consequenter de locorum longitudine, atq; latitudine: utpote, quæ præcipuas ipsius Geographiæ partes uidentur sibi uendicare. Per has siquidem locorum positiones, atq; distãtias abinuicem (uelut infra docebitur) obtinere solemus. a Est itaq; longitudo dati cuislibet loci, arcus Aequatoris inter Meridianum ipsius loci, & eum qui per occiduum nostræ habitabilis terminum imaginatur, uersus ortũ interceptus. b Arcus porrò eiusdem Aequatoris, qui inter duorum quorumcunq; locorum Meridianos clauditur: longitudinis differentia propriè nominatur. c Cognoscitur autem ipsa longitudinalis duorũ quorũcunq; locorũ differentia, per eiusdẽ Lunaris eclipsis in utroq; loco factã obseruationem. Nam si eclipsis, eadem supputatione temporis in utroq; sit conspecta loco: manifestum est, ipsa loca sub eodem esse Meridiano. Si autẽ obseruationum tempora calculo dissideant: subducto minori tempore ab ipso maiori, quod relinquetur in partes Aequatoris resolutũ, longitudinalem eorũdem locorum differentiam indicabit. Locus porrò, ubi tẽporis obseruatio supputatione maior acciderit: orientalior erit reliquo. d Per latitudinem autem dati cuiuslibet loci, intelligimus arcum ipsius Meridiani, qui ab Aequatore ad dati loci parallelum intercipitur. e Is autem arcus Meridiani, qui inter duorum locorum clauditur parallelos: latitudinalis eorundem locorum differentia uocitatur.

f Ipsa porrò dati cuiuslibet loci latitudo, in hunc modum colligitur: Si locus fuerit septentrionalis, aufer borealem ipsius Solis declinationem à meridiana eiusdem Solis altitudine: uel eidem altitudini meridianæ, australem Solis adiũgito declinationem: cõsurget enim, aut relinquetur complementum quæsitæ latitudinis. Contrarium tamẽ obseruabis, ubi locus fuerit australis. g Idem etiam per stellam quamuis oriẽtem & occidentem, cognita ipsius stellæ declinatione respõdenter habebis. h Per stellam etiam quamlibet nunquàm occidentem, eadem loci cuiusuis adipiscitur latitudo. Nam si datæ stellæ maximã atq; minimam acceperis eleuationem meridianam, & ambarum simul compositarum summam bifariam diuiseris: ipsam Poli sublimitatẽ, quæ semper eadem est cum dati loci latitudine, tandem obtinebis. i Hinc fit manifestum, locorum quædam sola longitudine, quædam latitudine tantùm, nonnulla uerò tam longitudine, quàm etiam latitudine discrepare.

QVemadmodum per stellarum motum, ab Arietis initio secũdum longitudinem Eclipticæ atq; signorum ordinem consideratum, unà cum earundem stellarum latitudine, hoc est, ab Ecliptica deuiatione, in ipsarum stellarum cognitionem deuenimus: haud dissimiliter mediante longitudine atq; latitudine locorum, singulorum positiones atq; distantias respondẽter obtinere solemus. Primùm ergo de longitudine, postea de latitudine dati cuiuslibet loci, hoc loco determinare uidetur opportunum. ¶ a Vocamus itaq; dati cuiuscunq; loci longitudinem, arcum Aequatoris à duobus Meridianis inclusum, quorum alter per occiduum nostræ habitabilis extremum, reliquus uerò per oblatum locum descriptus imaginatur: hoc est, longitudo loci nihil aliud esse uidetur, quàm ipsius loci ab occidente fixo distantia. Per fixum occidentem intelligimus sectionem ipsius Aequatoris cum præfato Meridiano per cognitum & occiduum nostræ habitabilis extremum immobiliter cõstituto: qui quidem Meridianus fixus, circa limites Hispaniæ per fortunatas insulas, & Africæ promontorium, quod uiride caput recentiores appellant, transire diffinitur. Arcus autem cuiuslibet parallelorum, à communi eorundem intersectione cum eodem fixo Meridiano, usq; ad dati loci Meridianũ interceptus, pro ipsius loci longitudine plerunq; sumitur: habet enim eandem rationem ad totum parallelum, quam præfatus arcus Aequatoris ad totum Aequatorem. ¶ b Is autem Aequatoris arcus, qui à duobus

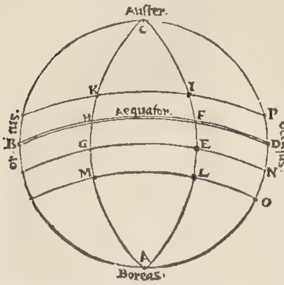
[Margin: Quid loci longitudo. — a]

[Margin: Occidens fixus]

[Margin: Longitudinis differentia qd. — b]

Meridianis per duo quæuis loca transeuntibus intercipitur, longitudinis eorundem locorũ differentia nominatur: id est, arcus eiusdem Aequatoris, seu proprij paralleli, quo unus datorum locorum orientalior est altero. Cognita igitur dati cuiuspiam loci ab occidente fixo distantia, atq; longitudinali datorum quoruncunq; locorum ab eodem loco differẽtia: facillimum est singulorum locorum propriam ab eodem occidente fixo, per differentiarum additionem colligere longitudinem.

Longitudinis differẽtia quid.

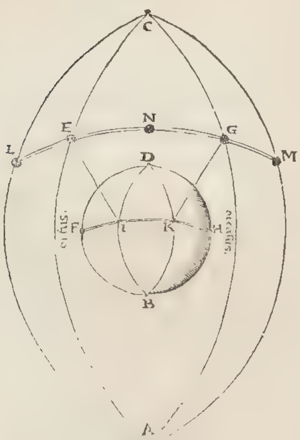


Esto in exempli gratiam, idẽ fixus Meridianus, circulus A B C D, per utrunq; polum, arcticum quidem A, & antarcticum C, atq; uerum occidentis punctũ D, unà cum Aequatore B D figuratus: Sintq; oblata loca, borealia quidem E, G, M, L, anstrina uerò I, K. Productis itaq; Meridianis A F C, & A H C, unà cnm parallelis E C, L M, & I K: dico primum locorumquæ in E, L, I, longitudinem, esse arcum D F, cui similes sunt respondentes parallelorũ arcus N E, O L, & P I. Eorum autem locorum quæ in G, M, & K longitudo, erit arcus D H, cui proportionantur arcus parallelorum N G, O M, & P K. Horum porrò locorum, per longitudinis à prioribus differentiam, intelligemus arcum F H: aut (si uelis) respondentes parallelorum arcus E G, L M, & I K.

Exẽplaris prædictorum figuratio.

¶ Vt autem clarius intelligere possis, qualiter duorum locorum inuicem distantium longitudinis differentia, ex eadem eclipsi Lunari in utroq; conspecta determinetur: sit primũ sphæra terrestris B F D H, duoq; signata in eo loca orientalis quidem I, & occidentalis K, quorum terrestres Meridiani B I D, & B K D, cœlestes uerò A E C, & A G C, sitq; terrestris Aequator F H, & respondens in Cœlo L M. Eadem igitur Lunaris eclipsis, uel in ipsis utcunq; distantibus locis, eadem supputatione temporis cõspicietur: aut diuersa. Si primum: certum est, ambo loca sub eodem esse Meridiano, nulla inter ipsa duo loca existente longitudinis differẽtia.

Qualiter ex eadem eclipsi Lunari duorum locorum longitudinalis elicitur differentia.



Si autem detur secundum, utpote, quòd idem Lunæ defectus, in utroq; locorum obseruatus, diuersa tẽporis supputatione cõtingat: id multis potest euenire modis. Quoniã uel eclipsis fiet ante Meridianum utriusq; loci, uersus ortum, ut in L: tuncq; Meridianus A E C orientalis loci qui in I, minus distabit ab eclipsis loco, quàm loci K occidentalis Meridianus A G C, iuxta quidem ipsorum Meridianorum differentiam E G. Vel eadem Lunaris eclipsis, accidet uersus occasum, post utriusq; loci Meridianum, uelut in M: quo dato, ipsius loci orientalis qui in I Meridianus, plus distabit ab eclipsis loco, quàm Meridianus loci K occidentalis, atq; rursum per arcum E G, longitudinalem eorundem Meridianorum differentiã. Aut ipsius Lunæ defectus, inter utriusq; loci Meridianos efficietur, ut in N: quod dum acciderit, clarum est ambas Meridianorũ ab eclipsis loco differentias simul iunctas, utpote E N, & N G, lõgitudinalem eorundem Meridianorum conficere differentiam. Denicq; uel eadem Lunaris eclipsis sub alterutrius loci Meridiano continget, ut in E, aut G, pũcto: tuncq; reliqui loci Meridianus ab eclipsis loco tantùm precisè distabit, quanta est lõgitudinalis eorũdem locorum differentia. Quomodocumq; autem id acciderit, maior erit temporis sub orientali loco facta supputatio, quàm in occidentali. citius enim oritur Sol, atq; occidit orientalibus, quàm occidentalibus; atq; prius ad orientalem, quàm occiduum cogitur uenire Meridianũ: hinc necessum est, temporis supputationes esse diuersas. dico notanter, ipsam temporis obseruationem sola supputatione differre: quoniam uno eodemq; temporis momento, Luna uniuerso deficit Orbi. Si dempseris igitur minorem, hoc est, occiduam temporis supputationem, ab ipsa maiori atq; orientali: relinquetur intercapedo temporis, inter datos occurrens Meridianos. quam si in partes conuerteris Aequatoris; hæc tibi quæsitam duorum locorum longitudinis differentiam tãdem manifestabit.

Quot modis idem Lunę defectus sub diuersis conspiciatur Meridianis.

Nec

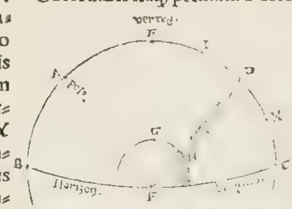
Notandum.

Nec obliuiſcaris oportet, eiuſdem eclipſis initium, mediúmue, aut finem utrobiq; fore comparandum: nam ab eiuſdē eclipſis principio uſq; ad medium, uel à medio uſq; ad finē plærūq; multum intereſt temporis. Eorum autem quæ diximus, ſingulatim exprimere calculum: longum nimis, atq; ſuperfluum iudicamus. quilibet enim, quantumuis etiam rudis, per ea quæ dicta ſunt, ſingulorum poterit efficere periculum: dando cuilibet horæ differentiæ temporis 15 gradus Aequatoris, quibuslibet item 4 minutis horarijs unum gradum, & quibuslibet 4 ſecundis 1 minutum unius gradus, & ita conſequenter. Dicamus igitur de latitudine.

Quidnam ſit dati cuiuslibet loci latitudo.

¶ d LATITVDO AVTEM dati cuiuslibet loci, eſt arcus Meridiani circuli per datum locum tranſeuntis, inter Aequatorem & proprium ipſius loci parallelum comprehenſus. Quòd ſi locus fuerit in boreali Mundi parte conſtitutus, eiuſdem latitudo borealis itidē, ſeptētrionaliſue nuncupetur: ſi autem ab Aequatore uerſus Auſtrum datus locus extiterit, ipſa latitudo auſtralis, ſeu meridiana uenit reſpondenter appellanda. ¶ e Arcus porrò Meridiani inter duorū quorumcunq; locorum parallelos interceptus: Latitudinis eorundem locorum differentia nominatur. de locis potiſſimum intelligimus, qui ab Aequatore uerſus alterum Mundi polum cōſtituuntur. In ſumma, per latitudinē loci nihil aliud intelligimus, quàm ipſius loci ab Aequatore boream, uel auſtrinam remotionem: per duorum autem locorū latitudinalem differentiam, interuallum quo alter plus diſtat ab Aequatore, quàm reliquus. Exemplum horum ex penultima & antecedenti potes elicere figura. Nam loci qui in E latitudo, eſt arcus F E: eius autem loci qui in L, arcus F L. Arcus autem E L eiuſdem Meridiani A F C: latitudinalis prædictorum locorum differentia nuncupatur. Idem intelligas, de locis qui in C & M: quorū latitudines ſunt arcus H G, & H M, & ipſarum latitudinum differētia, arcus G M. Neq; alienum habeto iudicium, de locis ab Aequatore B D, uerſus alterum polū C reſpondenter collocatis. ¶ f Ipſam porrò dati cuiuslibet loci latitudinem, pluribus modis inueſtigare ſolemus: quorū fideliores, ac magis uſitatos tibi ſelegimus. In primis ergo per meridianam Solis altitudinem, unà cum ipſius Solis declinatione, dati cuiuſuis loci latitudinem ita colligemus. Sit Meridianus B E C, Horizon obliquus B F C, Aequator D H F, Polus arcticus ſupra Horizontem eleuatus A: locus uerò datus qui in G, cuius uertex E, & latitudo deſiderata H G. Obſeruabis itaq; primùm Meridianam Solis altitudinem, per congruum ad hoc inſtrumentum: cuiuſmodi uidetur eſſe quadrās circuli, capite quarto ſecundi libri deſcriptus. Conſiderabis inſuper ipſius Solis declinationem, per doctrinam ipſius quarti capitis eiuſdem ſecundi libri. Quæ quidē declinatio, ſi nulla fuerit: cōcludes ipſum Solem alterum Aequinoctiorū poſſidere, & meridianam conſequenter eiuſdem Solis altitudinem eandem eſſe cum Aequatoris eleuatione, cuiuſmodi eſt arcus C D. At ſi Sol utcunq; declinauerit: tūc uel eius declinatio borealis offendetur, ut D I, uel auſtrina ut D K. Si primum, altitudo Solis meridiana maior erit Aequatoris altitudine, ueluti C I: auferenda eſt igitur ipſa declinatio D I à meridiana Solis altitudine C I, relinquetur enim Aequatoris altitudo C D. At ſi declinatio Solis fuerit auſtrina, tunc meridiana Solis altitudo minor erit Aequatoris eleuatione, ut C K: iungēda eſt igitur ipſa declinatio D K eidem meridianæ Solis altitudini C K, ut conſurgat pręfata Aequatoris altitudo C D. Habita autem Aequatoris eleuatione, habetur & complementum deſiderate latitudinis: Si dempſeris igitur ſublimitatem Aequatoris C D à Meridiani quadrante C E, relinquetur ipſa latitudo D E, cui reſpondet in Terra arcus H G deſideratus. Nec te prætereat, in locis ſuper quorum Horizontem Polus antarcticus extollitur, contrariam declinationis Solis additionem atq; ſubtractionem eſſe faciēdam: ſubduces enim auſtralem, & adiunges borealem Solis declinationem meridianæ eiuſdē Solis altitudini, ut ipſius Aequatoris altitudo relinquatur.

Data altitudine Solis meridiana unà cum eius declinatione, latitudinem loci cōcludere.



Idem per ſtellas fixas quæ oriūtur & occidunt reſpondēter abſoluere.

¶ g Per cognitæ inſuper cuiuſpiam orientis atq; occidentis ſtellæ fixæ declinationem, idem reſpondenter abſoluetur: Sola nanq; differētia hæc erit, ut ipſius ſtellæ declinatio, uel ſemper borealis, uel ſēper auſtralis offendatur: hinc fiet ut ſemper addatur, aut ſemper auferatur à meridiana ipſius ſtellæ ſublimitate, quatenus præfata relinquatur Aequatoris altitudo. Neque opus eſt nouo artis documento: niſi uelles prius expreſſa in uanū reiterare. ¶ h Secus tamen iudicabis, de ſtellis fixis circa Mundi polum eleuatū collocatis: quæ uidelicet nuſquàm ſub Horizonte deprimuntur. Nam eiuſcemodi ſtellæ duas habent meridianas altitudines: alteram quidem maximam, & reliquam omnium minimam. Cùm igitur per aliquam prædictarū ſtellarum dati loci uolueris cognoſcere latitudinem: ita facito. Accipito primùm ipſius ſtellæ ſemper apparentis utranq; meridianam eleuationem, & eas in unum compone, productiq; ſumito dimidium

Eandem loci latitudinem, per ſtellas ſemper apparentes colligere.

dimidium: nam ipſum dimidium, eleuati poli ſublimitatem oſtēdet, quæ eadem ſemper eſt cum ipſius dati loci latitudine. Quantum enim polus eleuatur ſuper Horizontem, tantundē loci uertex diſtat ab Aequatore circulo: quemadmodum capite ſexto libri ſecundi monſtrauimus.

Exemplum. Fingamus maioris euidentiæ gratia, punctum D proximè deſcriptæ figuræ fore polum eleuatum, & arcum C I maximam cuiuſpiam ſemper apparētium ſtellarum eleuationem, C K autem minimam, Has ſi in unum compoſueris, facies arcum ex I C & C K reſultantē: cuius dimidius continebit C K & dimidiam partem ipſius I K, utpote D K. Atqui C K & K D, polarem integrant eleuationem, nempe C D. *Idem aliter.* Hinc præterea fit manifeſtum, quòd ſi minorem altitudinem meridianam ipſius ſtellæ à maiori ſubduxeris, & dimidium relictæ differentiæ iunxeris rurſum ipſi minori; conſurget eadem polaris altitudo. Nam ſi dempſeris C K à C I, relinquetur I K: cuius dimidium D K, rurſum eidem C K iunctum, facit præfatam altitudinem poli C D. De i ſimilibus quibuſcunque idem habeto iudicium. ¶ i *Corollarium.* Ex his demum infertur, locorum adinuicem comparatorum, quædam ſola longitudine inter ſeſe diſcrepare: ea uidelicet loca quæ ſub eodem ſunt parallelo, quædam autem latitudine tantum etiam differre: utpote, quæ ſub eodem ſunt Meridiano, nonnulla uerò & longitudine atque latitudine diſtare: cuiuſmodi uidentur eſſe loca, quæ ſub diuerſis tam meridianis quàm parallelis ſunt collocata. Quemadmodum ex prima huiuſce capitis figura, exemplarem omnium potes elicere deſcriptionem.

De ſuccedenti longitudinum atque latitudinū tabula. ¶ PLACET TANDEM INSIGNIORVM LOCORVM, CIVITATVM, ET OPPIDOrum, per digniores noſtræ melioris Europæ regiones ſeu prouincias ſparſim conſtitutorum, tum longitudinum ab occidente, tum latitudinum ab Aequatore tabulam annectere: quam pro iudicio noſtro, atque obſeruationum collatione multiplici, quàm ueriorem potuimus effecimus, in eorum potiſſimum gratiam, qui tabulas aſtronomicas ſupputare, uel horaria ſolaria, aliáue aſtronomica, uel coſmographica inſtrumenta, ad propriam fabricare regionem deſiderabunt. Diſtinximus itaque, maioris euidentiæ gratia, metropoles hac litera M, Epiſcopales uerò ciuitates iſta C, Oppida autem ſic O, quæ ſi fuerint emporia hac ſignauimus litera E. In primis ergo ſeſe offert ad dextram cuiuslibet loci regionem, ipſa longitudo, deinde latitudo ſeu poli borealis exaltatio: in gradibus quidem & minutis, uel in ſolis plærunque gradibus, qualium Meridiani quadrans eſt 90. Reliqua autem omnia, tum contexturam, tum uſum ipſius tabulæ reſpicientia, prima inſpectione ſeſe offerunt adeò manifeſta; ut de his uerbum addere, uel ſuperfluum, atque inutile iudicemus.

¶ TABVLA LONGITVDINVM AB OCCIDENTE, ATQVE LAtitudinum ab Aequatore, inſigniorum locorum, ciuitatum & oppidorum, per ſaniores noſtræ melioris Europæ regiones conſtitutorum, Ab Authore recenter uerificata.

¶ Locorum nomina. EX GALLIA NARBONENSI		Longitudo. G.	M1.	Latitudo. C.	M.	¶ Locorum nomina. EX GALLIA AQVITANIA.		Longitudo. G.	M1.	Latitudo G.	M1.
Vienna.	M.	26	0	45	0	Burdigala.	M.	18	0	44	30
Ebredunum.	M.	28	8	43	30	Baiona.	C.	17	30	42	50
Brianſonum.	E.	28	30	44	0	Vaſaticum.	C.	18	15	44	0
Grationopolis.	C.	27	0	44	30	Tarba.	C.	19	15	42	15
Tarantalia.	M.	29	0	45	0	Laſcurra.	C.	19	0	42	0
Gebenæ.	C.	28	0	45	45	Lorona.	C	18	10	42	0
Mauriana.	C.	28	30	44	30	Lebretum.	O.	18	30	43	10
Vapincum.	C.	27	15	43	30	Leſtorium.	C.	20	0	43	25
Dinia.	C.	27	35	43	5	Condomum.	C.	19	30	43	30
Valentia.	C.	26	0	44	10	Auſc' uel Auxitana.	M.	20	15	43	0
Romenum.	O.	26	0	44	30	Lombarium.	C.	21	20	42	40
Siſtarica.	C.	26	45	43	20	Tholoſa.	M.	22	10	42	50
Viuarium.	C.	25	45	43	45	Agendicum.	C.	20	40	43	30
Auraſicum.	C.	26	30	43	30	Rinum.	C.	21	45	42	15
Auinio.	M.	25	45	43	15	Aquenſis.	C.	22	20	42	10
Carpentorate.	C.	26	5	43	15	Conſerana.	C.	22	15	41	50
Cauallicium.	C.	26	5	43	0	Electa.	C.	22	30	41	30
Tricaſtra.	C.	25	45	43	0	Carcaſſona.	C.	22	45	41	50
Arelatum.	M.	25	50	42	45	S. pontius.	C.	23	0	42	15
Aquæ ſextæ.	M.	26	45	42	45	Narbona.	M.	23	30	42	0
Maſſilia.	C.	26	30	42	5	Agata.	C.	24	0	42	10
Tollona.	C.	27	30	42	0	Mirapiſcæ.	C.	22	45	42	15
Draguiniana.	O.	28	15	42	15	Lodeua.	C.	23	45	42	50
Barcellonna.	O.	28	30	43	15	Beſerium.	C.	23	30	42	20

CONTINVATIO TABVLAE PRAECEDENTIS.

¶Locorum nomina. EX GALLIA AQVITANIA.		Longitudo.		Latitudo.	
		G.	Mi.	G.	M
Mons pessulanus.	O.	24	30	42	50
Astrericum.	C.	23	0	43	0
Vabra.	C.	23	15	42	45
Vaurinum.	C.	22	15	43	15
Perpiniana.	O.	23	30	41	15
Albia.	C.	22	30	43	40
Montalbanum.	C.	21	30	43	30
Cadurcum.	C.	22	0	44	0
Rhodium.	C	23	15	43	30
S.florus.	C.	23	30	44	0
Mendæ.	C.	24	0	43	30
Anicium.Lepny.	C.	24	30	44	15
¶EX GALLIA CELTICA.					
Lugdunum.	M.	26	0	45	15
Niuernium.	C.	24	0	46	40
Bituris.	M.	22	40	46	45
Clarus mons.	C.	22	50	44	50
Sarlatum.	C.	22	15	44	40
Lemorica.	C.	21	30	45	45
Petragoricum.	C.	21	15	44	40
Engolisma.	C.	20	30	44	50
Conacum.	O.	20	0	45	0
Xantona.	C.	19	0	45	0
Rupella.	O.	18	15	45	15
Pictauis.	C.	20	0	46	35
Luxiona.	C.	18	30	46	30
Molinum.	O.	23	30	46	0
Nanetum.	C.	18	15	47	15
Rhedona.	C.	17	30	48	10
Venetum.	C.	16	10	48	5
Crisopitum.	C.	16	30	48	45
S.Briocus.	C	16	30	45	25
Dola.	C.	18	30	49	5
S.Macloutus.	C.	18	0	49	30
Andegauis.	C.	19	0	47	30
Cenomanum.	C.	19	45	47	55
Turonia.	M.	20	15	47	30
Ambosia.	O.	20	35	47	35
Blesis.	O.	21	0	47	35
Vindocinum.	O.	21	0	47	55
Aurelia.	C.	22	0	47	30
Abrinca.	C.	18	15	50	0
Constantiæ.	C.	18	40	49	35
Bayoca.	C.	19	45	49	20
Cadomum.	O.	20	0	49	10
Sagium.	C.	19	50	48	40
Lexouium.	C	20	30	49	15
Alenconium.	O.	19	15	48	35
Carnutum.	C.	22	0	48	15
LVTEtia Parisior.	R.	23	0	48	30
Meldis.	C.	23	30	48	30
Seno.	M.	24	0	47	45
Cathalanum.	C	25	30	48	30
Trecæ.	C.	24	45	48	5
Lingo.	C.	26	30	47	30
Heduum.	C	25	0	46	50
Diuio.	O.	25	45	47	0
Cabilonum.	C.	26	30	46	30
Matisco	C.	26	0	45	40
Lausana	C.	28	45	46	10
Altisiodorum.	C	24	30	47	10

¶Locorum nomina. EX GALLIA CELTICA.		Longitudo.		Latitudo.	
		G.	Mi.	G.	Mi
Friburgum.	O.	29	0	46	40
Lucerna.	O.	30	30	47	0
Turegium.	O.	31	0	47	0
Constantia.	C.	31	30	47	30
¶EX GALLIA. BELGICA.					
Rothomagus.	M.	21	30	49	30
Ebroica.	C.	22	0	49	20
Bellouacum.	C.	23	0	49	30
Ambianis.	C.	23	30	49	50
Siluanectum.	C.	23	40	48	40
Suessio.	C	24	20	48	50
Remis.	M	25	0	48	40
Laudunum.	C.	24	45	48	55
Nouiomus.	C.	24	15	49	10
Cameracum.	C.	25	0	49	40
Atrebatum.	C.	24	0	50	0
Morinum.	C.	23	15	51	10
Hypræ.	O.	24	15	51	0
Brugæ.	O.	24	30	51	20
Gandauum.	O.	25	30	51	15
Tornacum.	C.	25	15	50	10
Bruxellæ.	O.	26	15	50	50
Auuerpia.	E.	26	15	51	15
Louanium.	O.	26	45	50	45
Traiectum.	C.	27	15	52	20
Campen.	C.	28	30	52	50
Cleuiacum.	O.	28	45	51	50
Geldria.	O.	29	15	51	25
Colonia agrip.	M.	29	45	51	0
Aquisgranum.	O.	28	45	50	55
Leodium.	C.	28	0	50	40
Luxemburgus.	O.	28	15	49	30
Virdunum.	C.	27	30	49	10
Tullum.	C.	28	0	48	20
Basilea.	C.	29	45	47	45
Metis.	C.	28	30	49	10
Treueris.	M.	29	0	49	45
Confluentia.	C.	30	15	50	20
Magantia.	M.	31	15	50	0
Vuormacia.	C.	31	20	49	40
Spira.	C.	31	30	49	15
Argentina.	C.	30	15	48	45
¶EX MAGNA GERMANIA.					
Dauentria.	C.	29	0	52	30
Groning.	C.	29	50	53	15
Francfordia.	E.	31	40	50	10
Curia.	C.	32	0	47	30
Marburgum.	C.	32	10	51	0
Monasterium.	C.	32	0	52	5
Padeborn.	C.	32	20	52	0
Bremen.	M.	32	10	53	40
Heidelbergum.	O.	32	0	49	30
Vlma.	C.	33	0	48	30
Herbipolis.	C.	33	30	50	0
Casellum.	C.	33	10	51	30
Vuerden.	C.	33	30	53	25
Noilingena.	C.	33	50	48	50
Amberga.	C.	34	0	47	15
Augusta.	C.	34	0	48	5

CONTINVATIO TABVLAE PRAECEDENTIS.

¶Locorum nomina. EX MAGNA GERMANIA.		Longitudo. G.	Mi.	Latitudo. G.	M.
Freiſingena.	C.	34	30	48	20
Ayſtet.	C.	34	40	48	50
Bamberga.	C.	34	30	50	0
Neroberga.	C.	34	40	49	30
Brunſinga.	C.	34	40	52	40
Ingolſtadium,	C	34	45	48	30
Hamburgum.	C.	34	0	54	30
Limeburgum.	C.	34	45	54	5
Monacum.	C.	35	0	47	50
Ratisbona.	C.	35	40	49	0
Erdfordia.	C.	35	0	51	10
Lubecum.	C.	35	20	54	50
Lypſg.	C.	36	30	51	30
Magdaburgum.	M.	36	10	52	20
Salisburgum.	C.	36	30	47	30
Brandeburgum.	C.	37	20	52	40
Nnbrandeburg.	C.	37	50	53	50
Roſtochium.	C.	37	10	54	36
Miſna.	C.	37	20	51	5
Patauia.	C.	37	20	48	25
Peurbachium.	C.	37	35	48	15
Friburgum.	C.	37	30	51	50
Berlinum.	C.	38	30	52	50
Lundiſmagna.	C.	38	0	54	30
Praga.	C.	38	20	50	0
Gripſnaldia.	C.	38	55	54	20
Gorlitz.	C.	39	5	50	50
Vienna panno.	C.	40	40	45	10
Vratislauia.	C.	41	20	51	5
Raeb.	C.	42	0	47	30
Gran.	C.	42	50	47	15
Poſna.	C.	42	0	52	45
Buda.	C.	43	0	46	50
Anſintz.	C.	43	45	50	0
Genſna.	C.	43	0	52	40
Lonrith.	C.	43	20	52	30
Thorn.	C	43	30	53	30
Cracouia.	C.	44	30	50	15
Grandnitz.	C.	43	30	54	0
Sandomira.	C.	45	10	51	35
Dantiſcum.	C.	46	0	54	55
Mons Regius.	C.	49	0	54	45
Conſtantinopolis.	C.	51	40	45	0
EX ITALIA & LONGOBARDIA					
Brunduſium	M.	41	0	39	30
Tarentum.	M.	40	30	39	15
Salernum.	C.	37	20	39	30
Neapolis.	C.	38	50	39	55
Capua.	M.	36	40	40	5
Aquilea,	C.	36	40	41	10
Beneuentum.	C.	37	40	40	15
RHOMA.	P.	35	0	40	45
Viterbia.	C.	35	0	41	15
Peruſa.	C.	34	50	42	50
Senæ,uel Sena.	C.	34	10	42	0
Florentia.	C.	34	15	42	45
Piſa.	C.	33	0	42	15
Luca.	C.	33	30	42	45
Ancona.	C.	36	40	42	30
Ariminum.	C.	36	0	43	0
Rhauenæ.	M.	35	0	43	15

¶Locorum nomina. EX ITALIA ET LONGOB.		Longitudo. G.	Mi.	Latitudo. G.	Mi.
Bononia.	C.	33	30	43	40
Ferraria.	C.	34	10	43	50
Parma.	C	32	30	43	50
Verona.	C.	34	0	44	25
VENETIAE.	E.	35	30	44	45
Tridentum.	C.	33	45	45	5
Padua.	M.	35	0	44	45
Vincentia.	C	34	30	44	20
Verona.	C.	34	0	44	25
Mantua.	C	33	10	44	10
Cremona.	C.	32	45	44	20
Placentia.	C.	32	30	44	20
Papia.	C.	31	30	44	40
Mediolanum.	M.	31	45	44	45
Nouaria.	C.	30	40	44	45
Tortona.	C.	31	30	44	0
Aſta.	C.	31	0	43	45
Genua.	M.	31	30	43	15
Taurinum.	C.	30	40	43	45
Vercellæ.	C.	30	30	44	30
Secuſia.	O.	29	45	44	0
Graſſa.	C.	29	50	42	55
Albinga.	M.	30	40	42	55
Niſa,uel Nicea.	C.	29	30	42	40
¶EX HISPANIA.					
Siluæ.	C.	4	30	34	29
Vlisbona.	M.	5	0	36	40
Barſalos.	C	5	50	39	55
Gades.	C.	6	20	22	20
Portugallia.	C.	6	0	39	5
Braga.	C.	6	10	40	0
Compoſtellum.	M.	7	0	42	15
Salmanca.	C.	7	20	38	20
Hiſpalis.	C.	7	30	35	0
Corduba.	C.	7	50	34	25
Zamora.	C.	8	0	49	5
Granatum.	M.	9	40	34	20
Mulecha.	C.	9	0	32	50
Segouia.	C.	9	30	38	0
Almaria.	C.	10	40	32	50
Toletum	M.	10	40	37	0
Cæſaraugusta.	C.	14	40	39	0
Vianna.	C.	14	30	41	30
Valentia.	C.	14	30	36	10
Caſtiglio.	C.	14	50	37	20
Pampeluna.	C.	15	40	42	0
Daroca.	C.	16	30	40	0
Sagaroſſa.	C.	18	10	40	40
Tarraco.	M.	18	30	38	20
¶EX SICILIA INSVLA.					
Palerna.	M.	35	30	36	10
Marſara.	C.	35	20	35	30
Gergentum.	C.	36	20	35	10
Terminæ.	C.	35	55	36	5
Mons regalis.	M.	35	30	35	55
Pula	G.	36	0	36	0
Siracuſæ.	C.	37	20	35	30
Catana.	C.	37	40	36	0
Meſſina.	M.	38	0	36	40

RESIDVVM TABVLAE PRAECEDENTIS.

¶Locorum nomina. EX SARDINIA INSVLA.		Longitudo. G.	Longitudo. Mi.	Latitudo. G.	Latitudo. M.
Sardos.	E.	30	20	38	50
Galea	O.	29	40	37	50
Argetara.	O.	29	30	36	30
Arestana.	O.	29	45	36	50
Aquilastrum.	O.	31	20	37	30
Cambonara.	O.	31	30	36	30
Sura.	O.	30	30	36	40
¶EX CORSICA INSVLA.					
Nebia	C.	31	0	40	40
Mariana.	O.	30	10	40	20
Aleria.	O	31	35	40	20
Istria.	E.	30	30	40	15
¶EX HIBERNIA INSVLA.					
Ganaforda.	E.	10	0	53	30
Roys.	E	10	0	54	10
Regia.	O.	9	0	54	0
Lamerith	O.	8	0	53	45
Reba.	O.	9	30	55	0

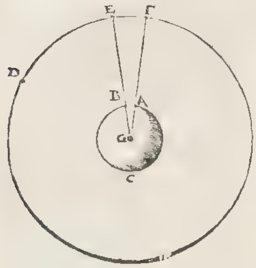
¶Locorum nomina. EX SCOTIA INSVLA.		Longitudo. G.	Longitudo. Mi.	Latitudo. G	Latitudo. Mi.
S. Andreas	C.	16	15	57	50
Stagnensis.	C.	16	50	58	30
S. Ioannes.	C.	15	40	59	15
Donda.	O.	19	10	59	30
¶EX ANGLIA. ALTERA INSVLAE PARTE.					
Cantuaria.	M.	18	0	53	40
Londinum.	E.	19	30	53	30
Eboracum.	C	19	0	55	10
Oxonium.	C.	18	0	52	0
Artemura.	O.	6	10	5	30
Antona.	O.	19	15	52	15
Eristo.	O.	16	30	53	0
Sambetornum.	E.	20	0	55	0
FINIS.					

Quantum itineris respondeat uni gradui, uel ipsi toto maximo terrestri circulo : ut etiam locorum itinerariæ metiri debeant profectiones. Caput IIII.

EXaminandum est præterea, quantum itineris interuallū uni gradui, uel alteri cuipiam segmento maximi circuli respondeat : quò tum uiatorias locorum intercapedines, tum uniuersalem ambitum cuiuslibet magni circuli, super continua Telluris & Aquæ superficie descripti, respondenter agnoscamus, & sub uulgatis mensurarum reducamus generibus. [a] Suscipienda sunt itaq; duo quæuis terrestria loca, sub eodem existentia Meridiano : quorum scilicet uiatoria longitudo, ad unguem sit explorata, deinde iuxta doctrinā tertij capitis immediatè præcedentis, utriusq; loci obseruetur latitudo : atq; per subductionē minoris à maiori, latitudinalis eorundem locorum differentia seorsum eliciatur. Huic enim differentiæ, cognitū inter oblata loca respondebit itineris interuallum. Hinc per 4 proportionalium regulam, partem itineris cuilibet gradui, atq; demū toto circulo respondentem, uel facile cognosces. [b] Hac igitur uia, C. Ptolemæus reperit, cuilibet gradui magni circuli cœlestis, respōdere supra Terram 500 stadia: hoc est, miliaria 62, & præterea $\frac{1}{2}$ miliaris, quæ faciunt 62500 passus. Quæquidem obseruatio, inter cæteras ueritati magis uidetur esse propinqua : quemadmodū ex uiatorijs cognitorum locorū deprehendere licet interuallis. Ergo iuxta ipsius Ptolemæi obseruationem, maximus in Terra circulus, siue uniuersus ambitus cōglobati ex Telluræ & Aqua corporis, contineret 22500 milliaria : hoc est, stadia 180000, siue 22500000 passus. [c] Debēt igitur rectæ duorū quorumcunq; locorum distantiæ, seu breuissimæ profectiones itinerum, fieri super segmētum magni circuli, qui per utrunq; locum, in rotunda Telluris & Aquæ superficie describitur.

PRius quàm uiatorias locorum distantias supputare doceamus, non inconsultū duximus paucis admonere, quantùm itineris unus gradus magni circuli, uel totus ipse circulus supra terrestri rotunditate comprehēdat ; qualiter præterea obseruādæ sint rectæ, uel itinerariæ duorū quorumcunq;

a quoruncunq; locorum profectiones. ¶ a Quanquàm igitur uniuersa superficiei Telluris & Aquæ rotūditas, per directā elongationē duorum quorūcunq; locorum in terrestri superficie constitutorū, deduci uel geometricè possit: id tamē leuius absoluere licet, per distantiā eorū locorū quæ sub eodē cōstituūtur Meridiano. Sint igitur super rotūda Telluris superficie A B C, duo quidem loca A, & B, sub eodē Meridiano D E F cōstituta, quorū uertices E, F, & directa eorundem locorū intercapedo manifesta: sitq; punctum D, sectio Aequatoris cum eodem Meridiano. Examinabis itaq; primū, latitudinē D E eius loci qui in B: per doctrinā tertij capitis immediatè præcedentis. Deinde latitudinem D F, loci qui in A. Et subducta minori latitudine, utpote D E, à maiori D F, relinquetur E F, latitudinalis eorundē locorum differētia, cui uiatorius subrespōdet arcus A B. Habet enim terrestris Meridianus A B C, idē centrū cū cœlesti D E F: utpote C, in quo duas lineas rectas E B G & F A G, à uerticibus E & F per ipsa loca trāseuntes, cōuenire necessum est. Q uā ratione igitur habet segmētum E F, ad totum cœlestem Meridianū D E F, eā seruat & A B ad uniuersum terrestrem ambitum A B C, atq; similis pars ad similem partem. Ergo quot mensurarū erit A B, tot similiū erit quilibet arcus eidē A B similis & æqualis. Hinc per 4 proportionaliū regulam, scietur in primis, quātum itineris uni gradui præcisè respondeat: in hūc arguēdo modū. Si segmēto E F respōdet A B, quantū uni gradui ipsius D E F Meridiani respōdebit? Tria enim prima sunt nota: ergo ducēdo tertiū in secundū, & ꝓductū diuidēdo per primū, quartū manifestabitur. Idē habeto iudiciū, de uniuerso ambitu A B C, uel cuiusuis alterius magni circuli, super cōglobato Telluris & Aquæ corpore pari modo descripti.



Quātum itineris capiat unus gradus terrestris Meridiani per similiū segmētorum obseruatam respōdentiā elicere.

Ex 4 proportionalium regula.

b ¶ b Hæc est artis summa, qua prisci usi sunt Geographi: potissimū C. Ptolemæus, Geographorum facile princeps, qui reperit cuilibet cœlesti gradui, respōdere supra Terrā stadia 500, hoc est, 62500 passus duplices, quemadmodū ex decimo capite primi libri suæ Geographiæ colligitur. Quæ quidē obseruatio, probabilior mihi uidetur ea, quæ adscribitur Eratostheni; utpote, quòd uni gradui respondeāt 700 stadia, seu 87500 passus. Nā si quispiam duorū locorū cognitæ latitudinis, atq; sub eodem Meridiano cōstitutorum, directam elongationē considerauerit: Ptolemæū lōgè propius ueritatē attigisse mecū fatebitur. Quemadmodū de Lutetia Parisiorū, atq; Tholosa Aquitaniæ metropoli, quæ sub eodem ferè Meridiano locantur, periculum facere potes. Ergo iuxta præfatam Ptolemæi obseruationem, & ea quæ undecimo capite libri primi Geometriæ nostræ de Geographicis mēsuris tradita sunt: cuilibet gradui maximi cœlestis circuli, subrespondent in Terra leucæ Italicæ (quæ uerè milliaria nūcupantur) 62, unà cum milliaris dimidio, Propriæ uerò leucæ 41, Gallicæ 31, cōmunes autem 20, maiores deniq; 15, & ex ijs quæ maximæ uocantur 12. Hinc facilè colligemus, uniuersum ambitū ipsius cōglobati ex Tellure & Aqua corporis, seu quēuis maximū in Terra circulum, cōtinere 22500000 passus duplices, siue stadia 180000, aut 22500 miliaria: leucas uerò propriè nūcupatas circiter 14760, Gallicas 11160, communes 7200, maiores autem 5400, maximas deniq; leucas 4320. Q uomodocunq; autem res se habeat, si uni tantùm gradui, uel dato cuicunq; segmento, respondentē in Terra semel examinaueris itineris intercapedinem: facillimū erit, per ea quæ superius tradita sunt, in singulorū deuenire rationē.

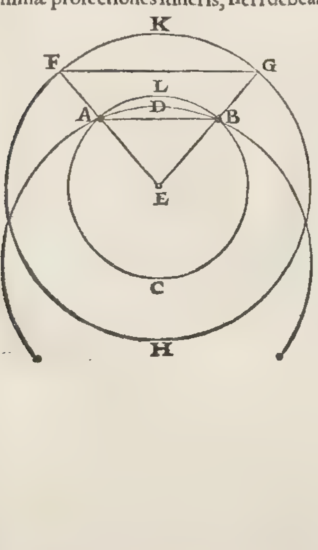
C. Ptolemæus

Eratosthenes.

Quātū uni gradui respondeat in Terra, secundum Ptole.

Quātus uniuersus terrestris ambitus per eūdem Ptole.

c ¶ c Q uòd autē directæ duorū quorūcūq; locorū distantiæ, seu breuissimæ profectiones itineris, fieri debeant supra segmentum magni circuli, qui per utrunq; locorū transire diffinitur: ita demōstratur. Sint A & B duo quæuis terrestria loca, super eodē minori circulo A B C, atq; maximo A D B cōstituta: sitq; per 1 tertij elementorū Euclidis, E centrum ipsius minoris circuli A B C. Et productis E A F, & E B G rectis, semidiametro eiusdē maximi circuli A D B æqualibus, circa idē centrū E, ad interuallū autē ipsius E F, aut E G, describatur circulus F G H, per tertiū postulatū: & per secundū postulatum, cōnectantur A B, & F G rectæ lineæ. Erit igitur circulus F G H, ipsi A D B circulo æqualis, per primā diffinitionē tertij eorundē elementorū: atq; segmentū F K G, segmēto A L B simile, per decimā ipsius tertij diffinitionē: capiunt enim eūdem angulū qui ad E. Et quoniā æqualis est E A ipsi E B, & E F ipsi E G; erit A F reliqua, reliquæ B G cōsequenter



Quòd directa locorū itinera fieri debeāt sup magni circuli segmentum demonstratio.

æqualis,per tertiã cõmunem sentẽtiam.Itaq; latera E F & E G, trianguli E F G, à recta quidem A B proportionaliter diuidũtur.Est igitur A B recta,ipsi F G parallela,per secũdam partẽ secundæ sexti eiusdẽ Euclidis: & propterea E A B & E F G triangula inuicem æquiangula,atq; angulus E A B angulo qui ad F æqualis,per 29 primi elementorum ipsius Euclidis. Similium porrò segmentorũ eadem uidetur esse ratio,quæ & circulorũ.Et sicut igitur F G H circulus,ad circulum A B C: ita segmentum F K G,ad segmentum A L B. Sicut autem circulus F G H, ad circulum A B C: ita semidiameter E F, ad E A semidiametrum.Ergo sicut F K G segmentum,ad segmẽtum A L B: sic semidiameter E F,ad E A semidiametrũ. quæ enim eidem sunt eædem rationes,& adinuicem sunt eædem: per 11 propositionem quinti eorundem elemẽtorum.Sicut porrò semidiameter E F, ad E A semidiametrũ: sic basis F G ad basim A B, per 4 sexti elementorum eiusdem Euclidis. Ergo per eandem 11 quinti,sicut F K G segmẽtum,ad segmentũ A L B: sic recta F G,ad rectam A B. Præterea,quoniam in circulis A D B & F G H inuicem æqualibus, diuersa capiuntur segmẽta F K G & A D B: erit ratio ipsius F K G segmẽti,ad idem segmentum A D B maior quàm subtensæ F G ad subtensam A B, per 7 propositionem primi libri Epitomatis Io. Regiomontani,in magnam Ptolemæi compositionem.At sicut recta F G, ad rectam A B: ita segmẽtum F K G, ad segmentũ A L B se habere monstrauimus.Manifestum est igitur,segmẽtum F K G, ad segmentum A D B,maiorem obseruare rationẽ: quàm ad ipsum A L B. Ad quam autẽ magnitudinem,eadem magnitudo maiorem rationem obseruat,& illa minor est,per secundam partem 10 quinti supradictorum elementorũ: igitur segmentũ A D B maximi circuli,minus est segmẽto A L B ipsius circuli minoris A B C. Concludendum ergo,directam itineris profectionẽ loci A, ad locum B, fieri debere super A D B segmento dati maximi circuli per ipsa loca descripti. Haud alienum iudicium uelim habeas,de quibuscunq; similibus.

Quonam pacto duorum quorumcunq; locorum longitudinibus atq; latitudinibus datis eorundem locorum uiatoria metienda sit elongatio. *Caput V.*

COGNITIS itaq; duorũ quorũcunq; locorũ longitudinibus atq; latitudi bus: uiatoriã eorundẽ locorũ elongarionẽ,siue directũ itineris interuallũ, ita deprehendes. [a] In primis,si data loca ab Aequatore uersus eundem Mundi polũ,& sub eodem fuerint collocata Meridiano,auferenda est minor latitudo à maiori eorundẽ locorũ latitudine: relinquetur enim arcus Meridiani uiato riam prædictorũ locorũ indicans intercapedinẽ. [b] Quòd si data loca sub eodẽ extiterint Parallelo: inueniendũ est segmentũ magni circuli, inter ipsa loca comprehensum,in hũc qui sequitur modũ. Subtrahe minorẽ longitudinẽ à maiori,& relictæ differentiæ chordã accipito, quam ducito in minutias Aequatoris uni gradui dati paralleli respondentes:procreabis enim rectã,interceptũ magni circuli segmẽtum subtendentẽ. [c] Cùm porrò sub diuersis & parallelis & Meridianis ipsa loca cõstituentur: inuestigandũ erit segmentũ magni itidẽ circuli per utrunq; locũ educti,hac quidẽ arte. Accipito primùm latitudinalẽ eorũdẽ locorum differentiã, & subtendentẽ ipsius differẽtiæ chordã. item segmentũ utriusq; paralleli,inter datorum locorũ Meridianos cõprehensum: atq; rectas siue chordas, respondentia magni circuli segmenta subtendentes,quemadmodũ nuper expressimus. Aufer deinde minorẽ harũ rectarum,præfata segmenta subtendentiũ, ab ipsa maiori (erũt enim semper inæquales) & dimidium relictæ differentiæ demito ab ipsa maiori: residuamq; seruato seorsum. Ducito postmodũ reliquã ipsius differentiæ partem in sese, & productũ demito à quadrato ipsius differentiæ latitudinalis: atq; relicti tandem partium numeri,quadratam accipito radicem. Hãc demũ radicẽ,atq; seorsum obseruatã rectam,utranq; per sese multiplica: & productis in unum compositis,resultantis inde partium numeri quadratam rursum extrahito radicem. Nã ea erit recta,subtẽdens segmentũ magni circuli,p utrũq; datorũ locorũ educti. [d] Nec minori facilitate,præfatam itineris intercapedinẽ obtinebis: ubi alter locorũ ad boreã,alter uerò in australẽ Mundi partẽ constituetur. Nã si data loca sub eadẽ fuerint Meridiano; cõpositæ latitudines,uiatorium eorundem locorum

segmentum

segmentũ indicabũt. [e] Si autẽ loca sub diuersis parallelis, inæqualiter tamẽ ab Aequatore distãtibus, fuerint cõstituta, cõponẽdæ sunt eorũdẽ locorũ latitudines, atq; resultãtis arcus accipiẽda chorda: reliqua autẽ omnia, ueluti nunc præcepimus, cõsequenter absoluenda. [f] At si cõtigerit ipsa loca æqualiter ab Aequatore distare: paulò leuior reddetur ipse calculus. Inuẽta enim chorda segmẽti magni circuli, per alterũ locorũ, & sectionẽ paralleli eiusdẽ loci cum alterius loci Meridiano transeuntis, ea qua nũc præcepimus arte, necnõ chorda segmẽti alterutrius Meridiani inter locorũ parallelos cõprehensi: si utranq; per sese multiplicaueris, & productorum in unũ cõpositorum quadratã acceperis radicẽ: ea rectã ostẽdet, itinerariũ magni circuli segmentũ per data loca subtendẽtem. [g] Inuẽta autẽ recta, siue chorda magni circuli, à dato quouis loco, in quẽuis aliũ producta locum: habetur & respondens ipsius magni circuli segmentũ, desideratũ itineris ostendens interuallum. Quodquidem segmentũ, si per milliaria, siue leucas uni gradui eiusdem circuli magni respõdentes, multiplicaueris: eandẽ uiatoriã locorũ elongationẽ, seu directũ itineris interuallũ, in milliariorum, aut leucarum, tandem conuertes numerum.

DEMONSTRAVIMVS proximo capite quarto, directã itineris locorũ profectionẽ, fieri debere super segmẽto magni circuli, qui per data loca describitur. Hinc pspicuũ est, ab inuẽtione segmẽti magni circuli, inter duo quæuis oblata loca comprehẽsi, totũ artis pendere negotiũ. Ipsa porrò loca, quorũ directa uiatoriaq; desideratur elõgatio, uel sunt ab Aequatore uersus eundẽ Mundi polũ cõstituta: uel alter in Boreã, alter uerò ad Austrũ diuertitur. Si primũ: tunc uel ipsa loca sub eodẽ consistunt Meridiano, eandẽ obtinẽtia longitudinẽ: uel sub eodẽ parallelo constituta, æqualiter ab Aequatore distãt: uel deniq; sub diuersis tam Meridianis, quàm etiã parallelis (utpote, quæ diuersam tã lõgitudinẽ, quàm latitudinẽ habẽt) sunt collocata.

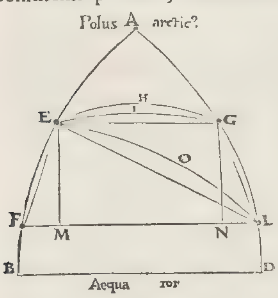
Locorum positiones uariæ.

a ¶ [a] Offerãtur in primis duo loca E, F, uersus A polũ arcticũ, & sub eodẽ Meridiano A E B constituta: quorũ borealior sit E, ipsi autẽ Aequatori B D uicinior esto F. Manifestum est igitur, quòd australioris loci latitudo B F, subducta ab ipsius borealis loci latitudine, relinquet intercéptum Meridiani segmentũ E F, directã eorundẽ locorũ ostendẽs elongationẽ. Exempli gratia, Lutetia Parisiorũ, & Narbona Prouinciæ sub eodẽ ferè locantur Meridiano. Est autẽ Parisiensis latitudo, graduũ 48, & 30 circiter minutorũ: Narbonẽsis uerò, 42 graduum. Tolle igitur 42 gradus, ab ipsis 48 gradibus & 30 minutis: relinquentur 6 gradus, & 30 minuta. Tantum ergo distat ipsa Narbonẽsis ciuitas, à Lutetia Parisiorum.

De locis sub eodem Meridiano, & in eadem Mũdi parte cõstitutis.

Exemplum.

b ¶ [b] Sint rursum bina loca E, G, sub eodẽ consistentia parallelo, sed uariã obtinẽtia longitudinẽ, quorũ longitudinis differentia, siue arcus paralleli inter eadẽ loca cõprehensus, sit E H G: Propositum quoq; sit inuestigare, uiatoriũ magni circuli segmẽtum E I G, inter arcum E H G dati paralleli, & rectã E G coincidens. Cùm igitur dati paralleli segmentũ E H G, simile sit Aequatoris segmento inter eosdẽ meridianos A E B & A C D comprehenso (utrunq; enim differentiã exhibet lõgitudinalẽ) similes erũt atq; proportionales, eadem segmenta subtendẽtes rectæ B D & E G. Ex primo autem capite huius quinti libri colligitur, segmentum Aequatoris, ad simile segmentum dati paralleli eam habere rationem, quam dimetiens ad dimetientem: Et recta igitur B D, ad rectam E G eandem rationem obseruat, quam dimetiens ipsius Aequatoris ad dati paralleli diametrum. Sicut autem dimetiẽs Aequatoris, ad dati paralleli diametrum: sic gradum unum Aequatoris, ad partes uni gradui dati paralleli respondentes se habere, ex eodem capite primo euidens quoq; relinquitur. quæ autem eidem sunt eædem rationes, & adinuicem sunt eædem: per 11 quinti elementorum Euclidis. Et sicut igitur unus gradus Aequatoris, ad partes uni gradui dati paralleli respondentes: sic rectam B D, ad rectã E G proportionaliter se habere, tandem concluditur. Atqui tria prima, ex supra dictis fiunt manifesta: si duxeris ergo tertium in secundum, quartum innotescet, scilicet E G recta, in partibus qualium dimetiens Aequatoris est 120. Hic autem non iubemus productum diuidi per primum; nempe quòd sit unitas, quæ neq; in diuisione, neq; in multiplicatione, datum potest immutare numerum. Cognita autẽ E G recta, in partibus qualiũ diameter

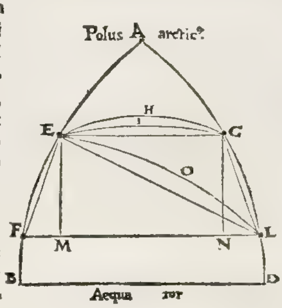


Locorũ sub eodem parallelo cõsistentiũ, qualiter uiatoria metiẽda sit elõgatio.

Aequatoris est 120. Hic autem non iubemus, productū diuidi per primū: nempe quòd sit unitas, quæ neq; in diuisione, neq; in multiplicatione, datum potest immutare numerū. Cognita autem E G recta, in partibus qualiū diameter Aequatoris est 120: dabitur & magni circuli segmentum E I G, directum eorundem locorum ostendens itineris interuallum. Accipiamus lucidioris euidentiæ gratia, Lutetiam Parisiorum, & Remensem Campaniæ metropolim: sub eodem nanq; parallelo, 48 gradibus, & 30 ferè minutis ab Aequatore distante, collocantur. Est autem Parisiensis longitudo, 23 graduū, Remensis uerò, graduū 25: quarum differentia est 2 graduum. Per corollariū itaq; 13 capitis primi libri Geometriæ nostræ, accipio chordam binos itidem gradus Aequatoris subtendentem: quam offendo continere 2 partes, 5 minuta, & 40 secunda. Deinde per allegatum primum caput huius libri, & dextram tabulæ partem, quam ibidem cōstruximus, colligo in directum ipsorum 48 graduum, & 30 minutorum (bis de more intrando tabulam) 39 minuta, 45 secunda, & 21 tertia, uni gradui dati paralleli respondentia: per quæ multiplico duas partes, 5 minuta, & 40 secūda, produciturq; pars unica, 23 minuta, & 16 ferè secūda. Tantam ergo pronunciabis rectā data loca subtendentem: cuius arcus, per idem corollarium, offenditur continere gradum 1, & 39 minuta, quantum scilicet est uiatorū magni circuli segmentum inter Lutetiam & Remensem Campaniæ metropolim comprehensum.

Exemplaris discursus prædictorum.

¶ C PROPONANTVR consequenter duo loca E, L, sub diuersis Meridianis & parallelis, atq; uersus eandem Mundi partem ab Aequatore consistentia: & connectantur per primum postulatum geometricum, rectæ E F, E G, E L, F L, & G L, demittanturq; ex E & G signis, super rectā F L, perpendiculares E M & G N, per 12 propositionem primi elementorum Euclidis. Et quoniam prædictorum locorum longitudines, atq; latitudines, supponimus esse notas: dabuntur ergo latitudinales eorundem locorum differentiæ, inuicem quidem æquales, utpote, arcus Meridianorum E F, & G L. Et rectæ consequenter E F atq; G L, eosdem æquales arcus subtendentes, per superius allegatum corollarium 13 capitis primi libri Geometriæ nostræ, in partibus qualiū magni circuli diameter est 120, fient manifestæ: eruntq; respondenter inuicem æquales. Cognoscetur præterea utraq; recta E G, & F L, in eisdem quoq; partibus qualium præfatus magni circuli diameter est 120: quemadmodum proximè demonstrauimus. Quadrangulum præterea seu rectilineum E G N M, ex hypothesi, & 29 propositione primi eorundem elementorum, conuincitur esse parallelogrāmum: & illius opposita latera consequenter æqualia, per 34 eiusdem primi, hoc est, E G ipsi M N, & E M ipsi G N. His ita prælibatis: dico primùm, F M & L N rectas, quibus tota F L superat E G rectam, fore adinuicem æquales. Trianguli enim rectanguli E F M quadrata, quæ fiunt ex E M & M F, ei sunt æqualia quadrato quod fit ex E F: necnon quadrata ex G N & N L, ei quod ex G L itidem æqualia, per 47 primi ipsius Euclidis. Et quoniam recta E F, ipsi G L oppositæ est æqualis: erit & quadratum ex E F, idem cum eo quadrato quod ex G L. Quæ autē eisdē sunt æqualia, & adinuicem sunt æqualia: per primam communem sententiam. Quadrata igitur ex E M & M F, eis quæ ex G N & N L quadratis sunt æqualia: quorum rursum æqualia sunt, quæ ex E M & G N inuicem æqualibus quadrata producuntur. Reliquum igitur quadratum ex F M, reliquo ex L N quadrato æquabitur: & ipsa F M recta, eidem rectæ L N, consequenter erit æqualis, & utraq; dimidium ipsius differentiæ, qua maior F L superat eandem minorem E G, quod oportebat demonstrare. Ergo si tollatur E G ab ipsa F L, & dimidium relictæ differentiæ (utpote F M) ab eadem F L subducatur: relinquetur M L, basis ipsius trianguli rectanguli E M L. Item si eandem F M, subductam differentiæ partem, in sese multiplicaueris, & productum quadratum dempseris à quadrato ipsius E F: relinquetur quadratum ipsius E M, quare & ipsa E M nota, per eandem 47 primi. Cognitis autem E M & M L, si utraq; rursum per sese multiplicetur, & productorum simul iunctorum quadratum latus extrahatur: prodibit E L recta, utraq; loca data subtendēs, per ipsius primi 47 propositionē, est enim triangulum E M L rectāgulum. Hinc arcus E O L, seu uiatorum magni circuli segmentum, inter ipsa loca E & L comprehensum tandem innotescet: quod desiderabatur.



Qualiter directū itineris interuallū, duorū locorū sub diuersis Meridianis, atq; parallelis cōstitutorū, supputetur.

¶ Sed hæc omnia facillimo dilucidemus exemplo: demusq; rursum Lutetiam Parisiorum, & Lugdunum nobilissimum Galliarum emporium, quorum directa uia supputanda proponatur. Parisiensis itaq; longitudo est graduum 23, latitudo autem, graduum 48, & 30 circiter minutorum: Lugdunensis porrò lōgitudo, graduum 26, & ipsa latitudo, graduum 45, & minutorū 15.

Supradictorū Exemplum facillimum.

Supponamus

Supponamus igitur, ad faciliorem intelligentiam, Lutetiam fore in puncto E: Lugdunũ autem in puncto L, ipsius antecedentis proximè descriptionis. Manifestũ est igitur, longitudinalem eorundē locorum differentiam, utpote, arcum E G, uel F L, fore 3 graduũ: latitudinis uerò differentiam, arcum uidelicet Meridiani E F, 3 itidem gradus, & 15 insuper minuta continere. Accipio itaq; primũ, iuxta doctrinam corollarij 15 capitis præallegati primi libri Geometriæ nostræ, chordam ipsius arcus E F: hæc autem erit 3 partium, 24 minutorum, & 10 secũdorum. Itē, chordam ipsius arcus E G, aut F L: quã offendo 3 itidem partium, 8 minutorũ, & secundorum 28. Hãc duco primum in 39 mi, 45 secunda, & 21 tertia, quæ uni gradui paralleli per datũ E locum transeuntis deberi, ex supradictis collegimus: fient partes 2, minuta 4, secunda 52, & 39 tertia, tãta est E G recta. Multiplico rursum eandem chordam E G, per 42 partes, 14 minuta, & 23 secunda, uni gradui paralleli per locum L traducti respondentia: consurgunt quoq; partes 2, minuta 12, secunda 40, & tertia 47. tanta est recta F L: de partibus semper uelim intelligas, qualium dimetiens Aequatoris est 120. Aufero postmodum rectam E G, ab ipsa F L: relinquuntur 7 minuta, 48 secunda, & 8 tertia. quorum dimidium est 3 minutorum, 54 secundorum, & tertiorum 4: tanta est F M. quam demo ex tota F L: & relinquitur M L, duarum partium, 8 minutorum, secundorum 46, & tertiorum 43. His ita compertis, duco E F chordam in sese, utpote, 3 partes, 24, minuta, & 10 secunda: fiunt partes 11, minu. 34, secunda 44, & 2 tertia. Duco rursum F M rectam in sese: proueniunt 15 secunda, & 13 tertia. Hæc aufero ab ipsis 11 partibus, 34 minutis, 44 secundis, & duobus tertijs: relinquuntur 11 partes, 34 minuta, 28 secũda, & 49 tertia. tantum est quadratum ipsius E M: cuius radix, hoc est, eiusdem E M longitudo, offenditur esse 3 partium, 24 minutorũ, & 7 secundorum. Duco tandem ipsam E M in sese: fiunt partes 11, minuta 34, secunda 23, & 37 tertia. item L M in sese: proueniunt 4 partes, 36 minuta, 23 secunda, tertia 56. hæc simul compono: resultant partes 16, minuta 10, secunda 47, tertia uerò 33. Tantum est quadratum ex ipsa E L: cuius radix est 4 partium, unius tantùm minuti, & 20 secundorum. tanta est ipsius E L, data loca subtendentis longitudo: cuius arcus E O L, directam eorundem locorum ostendens intercapedinem, est 5 graduum, & 50 minutorum.

Idē quod prius aliter concludere.

¶ Poteris eandem E L, aliter quidem obtinere: sed hic modus est uniuersalis, etiam qualiscunq; fuerit angulus qui ad E, ipsius trianguli E F L (nam reliqui duo, qui ad F & L signa, necessariò sunt semper acuti) Si nanq; forsitan eueniret, ut angulus qui ad E rectus esset: posses tunc immediatè tollere quadratum ipsius E F chordæ, à quadrato totius F L, & residui quadratam excipere radicem: Nam ea tibi monstrabit longitudinem E L, per 47 primi elementorum Euclidis. Quòd si idem triangulum E F L fuerit oxygonium (uti sæpius accidit, & in præassumpto cernere licet exemplo) poterit quoq; eadem E L, in hunc obtineri modum. Ducito L F, in partem F M: fient 8 minuta, 37 secunda, & tertia 36. hæc dupla: consurgent minuta 17, secunda 15, & 12 tertia. Quæ dempta ex quadratis ipsarum E F & F L simul iunctis (quæ faciunt partes 16, minuta 28, secunda 7, & 56 tertia) relinquunt quadratum ipsius E L, partium quidem 16, minutorum 10, secundorum 52, & 44 tertiorum. Cuius radix rursum inuenietur 4 partium, unius minuti, & 20 ferè secundorũ. Nam quadratũ ex E L, minus est duobus quadratis quæ ex E F & F L, bis sumpto sub tota L F in F M rectãgulo: per 13 secũdi elementorũ Euclidis.

De locis in diuersa Mũdi parte ab Aequatore constitutis. Quæ sub eodē Meridiano.

d ¶ d HACTENVS DE LOCIS, IN EADEM MVNDI PARTE collocatis: nunc de ijs tractandum paucis, quorum alter in Boream, alter uerò ad Austrũ, ab ipso Aequatore diuertitur. Quæ uel sunt rursum sub eodem Meridiano, aut sub diuersis & parallelis & Meridianis: nam sub eodem esse parallelo, per hypothesim est impossibile. Sint primùm gemina loca E quidem Borealis, australis H, sub eodem Meridiano A B C consistentia. Compones igitur Boream latitudinem B E, cum australi B H: consurget enim arcus E H, eiusdem Meridiani A B C, uiæ spatium inter data loca comprehensum indicans.

De locis sub uarijs Meridianis & parallelis inæqualiter ab Aequatore distantibus collocatis.

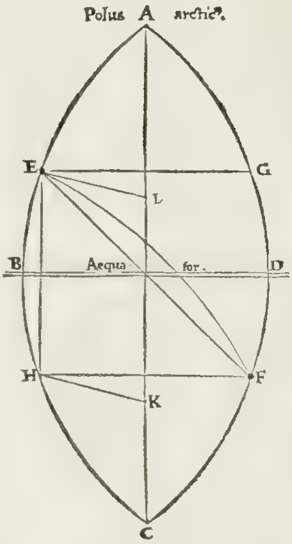
e ¶ e Cùm autem loca sub diuersis Meridianis atq; parallelis constituentur: tunc uel ipsi paralleli æqualiter ab Aequatore distabunt, uel inæqualiter. Si detur secundum, componendæ sunt rursum eorundem locorum latitudines, & consurgentis inde arcus Meridiani chorda suscipienda: cum qua, & ipsis rectis intercepta ab ipsis Meridianis parallelorum segmenta subtendentibus, non aliter inuestigabis diagonalem data loca subtendentem, atq; proprium tandem arcum magni circuli, quam proxima parte c litera distincta, sigillatim expressimus. Neque huius positura locorum ampliori, uel declaratione, uel exemplo uideris indigere: ni ueles prius elucidata in uanum reiterare.

Quando loca ipsa sub oppositis consistent parallelis.

f ¶ f At si data loca sub parallelis æqualiter ab Aequatore distantibus (quos propriè nominamus oppositos) diuersisq; Meridianis fuerint constituta: rectam eadam loca subtendentem, in hunc modum colligemus. Sint huiusmodi loca E, F, sub

 Meridianis

Meridianis A B C & A D C, in Mundi polis A & C coeuntibus, in exemplum designata: & producantur E G & F H rectæ, comprehensa parallelorum segmenta subtendentes, unà cum chordis E F, & E H, subtendaturq́ Mundi axis A C: qui cùm transeat per centrum Aequatoris B D, transibit & orthogonaliter per datorum parallelorum cẽtra, quemadmodũ ex sphæricis Theodosij demonstrationibus colligitur. Sit igitur centrum paralleli qui per locũ E, punctum L: eius uerò qui per F, esto punctum K: & cõnectantur semidiametri L E, & K H. His ita constructis, dico primùm, angulum qui ad H trianguli E F H, fore rectum. Quoniã bina plana datorum parallelorum, qui per E & F loca, sub plano Meridiani A B C, in rectum L E & K H dissecantur: cõmunes igitur eorundẽ sectiones sunt parallelæ, per 16 undecimi elementorum Euclidis. Parallelæ sunt igitur L E & K H: sunt præterea æquales adinuicem: nam oppositorum, & æqualium propterea circulorum, semidiametri. Aequas porrò atq; parallelas, ad easdem partes rectæ lineæ coniungentes, & ipsæ æquales & parallelæ sunt, per 33 primi eorundem elementorum: parallela igitur & a qualis est E H ipsi K L. Sed axis K L, in planum utriusq; paralleli orthogonaliter incidit: & reliqua igitur E H, cùm eisdem planis ad rectos concurrit angulos, per 8 propositionem eiusdẽ undecimi. Rectus est itaq; angulus q ad H, ipsius E F H trianguli: quod oportebat demõstrare. Igitur si chordæ E H & H F seorsum per sese multiplicentur, & productorum simul compositorum quadrata radix extrahatur: ea tibi monstrabit ipsius E F longitudinem, per 47 primi ipsius Euclidis. Hinc respondens arcus magni circuli, inter eadem loca comprehensus tandem innotescet. Sunt autem E H & H F, ex supradictis manifestæ: in ijs quidem partibus, qualium semidiameter Aequatoris est 120. ¶Supponamus exempli gratia, utrũq; locorum E & F, distare ab Aequatore B D gradibus 15: longitudinalem porrò eorundem locorum differentiam esse 10 graduum. Compono itaq; B E unà cum B H latitudine, consurgunt 30 gradus: quorum subtensa chorda E H, est partium 31, minutorũ 3, & 30 secũdorum: atq; ipsius chordæ quadratũ, partiũ maiorũ 16, simpliciũ uerò partiũ 4, minutorum 37, & 12 secundorum. Subtensa porrò H F, offenditur continere 10 partes, minuta 6, & 9 secunda: eius autem quadratum 1 partem maiorem, 41 partes simplices, 3 minuta, & secunda 38. Hæc demũ quadrata simul composita, efficiunt partes maiores 17, simplices autem partes 45, minuta 40, & 50 secunda: quorum radix quadrata reperitur esse partium 32, & 38 circiter minutorum. Tanta est E F recta: cuius subtendens arcus, continet 31 gradus, & 34 ferè minuta.



Exemplum.

De finali arcuũ, milliariorũ, & leucarũ inuentione.

¶ g INVENTA IGITVR recta, siue chorda, duo quæuis oblata loca subtendente, per aliquem suprascriptorum modorum: facillimum est, ex doctrina corollarij 13 capitis primi libri Geometriæ nostræ, respondentem arcum, siue magni circuli segmentum inter ipsa loca comprehensum, tandem elicere: quemadmmodum in supradictis obseruauimus exemplis. Quod quidem segmentum, si per milliaria, quamlibétue leucarum distributionem, quæ uni debentur gradui, multiplicaueris: eorundem locorum directam elongationem, seu breuissimum itineris interuallum, in milliaribus, aut leucis propositis consequenter obtinebis. Habes autem ex proximo capite quarto, qualiter obseruandum sit itinerarium uni gradui circuli magni respondens interuallum. Ergo dando cuilibet gradui ipsius magni circuli 60 milliaria, seu 30 leucas gallicas, aut 20 communes: colligitur ex supra narratis exemplis. g

Supradictorũ exẽplorũ recollectio.

					Milliaria.	Leu.galli.	Cõmunes.
Primo	inter	Lutetiam &	Narbonam.	fore	590	195	130
Secũdo			Remẽsem ci.		99	49 ½	33
Tertio			Lugdunum.		210	105	70
Quarto		loca E & F opposita.			1894	947	631 ⅓

Quæ quidem

Quæ quidem omnia,per rectam lineam à dato loco in datum locum sunt accipienda: nõ autem secundum uiarum communium accidentia diuerticula.

¶ *De numero, situ,atq; ordine uentorum, ad Hydrographiæ cognitionem potißimùm spectantium,* *Caput* VI.

VENTORUM autẽ rationes atq; differẽtiæ,aliter à Philosophis,& ueteribus nauicularijs: aliter ab Hydrographis, & recẽtioribus nautis, obseruãtur. [a] Vẽti nãq;,iuxta Priscorũ traditionẽ,duodenario tãtùm fuere distributi numero. sunt enim 4 cæteris principaliores,ab ipsis 4 Mũdi cardinibus,oriente uidelicet,& occasu æquinoctiali, meridie,atq; septentrione,directo flatu proueniẽtes:& duo cuilibet horũ collaterales,pro maxima ortus & occasus solstitiorũ amplitudine in data regione,utrinq; distantes. Quorum nomina,& ipsius Mundi partes,à quibus flare dicuntur: succedens complectitur formula.

	¶Secundùm.	Latinos.	Græcos.
Ab Oriente	hiemali	Vulturnus.	Eurus.
	æquinoctiali	Subsolanus.	Apeliotes.
	æstiuo	Apeliotes	Cæcias,mese.
Ab Occidente	hiemali	Africus.	Libs.
	æquinocti	Fauonius.	Zephyrus.
	æstiuo	Corus.	Argestes,Syr⁹

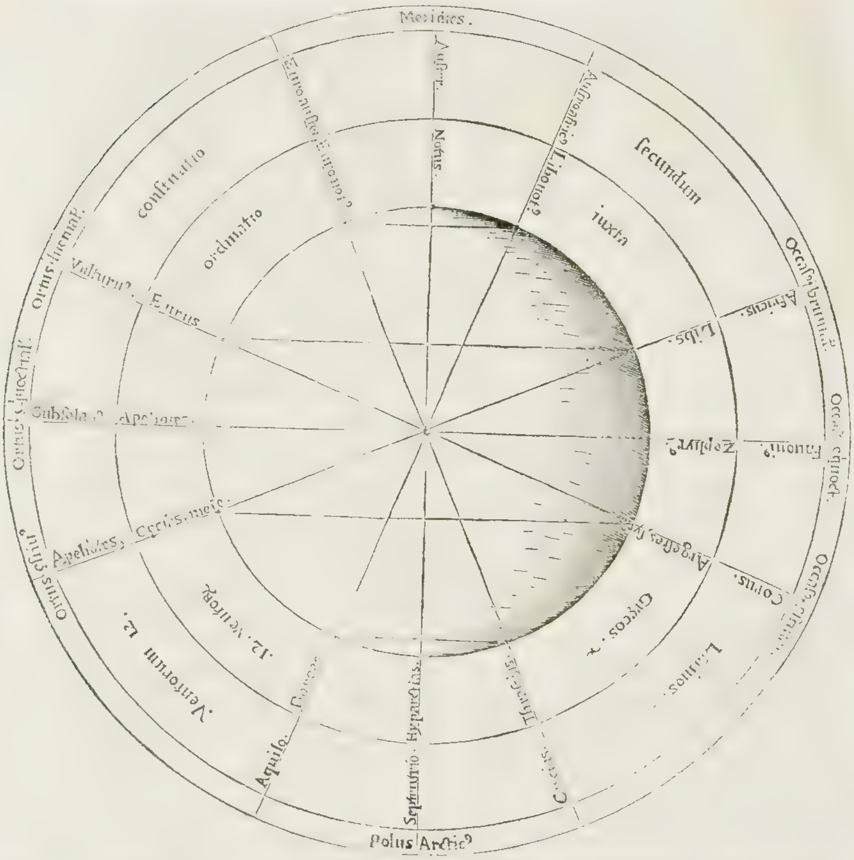
	¶Secundùm.	Latinos.	Græcos.
A Meridie	occiduo	Austro afric⁹	Libo notus.
	uero	Auster.	Notus.
	ortiuo	Euro auster.	Euro notus.
A Septentrione	occiduo	Circius.	Thrascias.
	uero.	Sptentrio.	Hyparctyas.
	ortiuo	Aquilo.	Boreas.

[b] Moderniores porrò Hydrographi,uniuersum Horizontis ambitũ in 32 uentorum partiuntur distributiones: in 4 solis cardinibus, cum ueteribus cõuenientes. Nam inter ipsos cardines,4 rursum uẽtos principales, ab eisdem cardinibus æquè distantes constituunt: fiuntq; 8 numero. inter quos,medios collocant uentos, unà cum prioribus efficientes 16. hos tandem bifariam diuidunt: principaliorũq; uentorũ quadrãtes appellant. [c] Denominãtur autẽ huiuscemodi uentorũ partitiones, in hunc modum. Cardinibus propria adscribuntur nomina,pro libera gentiũ impositione,uel ratione locorum excogitata. Reliquorũ porrò 4 principalium denominationes,ex proximis cardinaliũ componũtur nominibus. Idẽ quoq; de medijs uelim intelligas,respectu uicinorũ principaliũ. Quadrãtes uerò,partim à connexo principali,partim quoq; à uiciniore,peculiarẽ sortiuntur nomẽclaturam. [d] In describẽdis itaq; Chartis hydrographicis,singuli ꝓprijs annotãtur lineamẽtis,suisq; distinguũtur coloribus: atro quidẽ principales,mediantes uiridi, reliqui deniq; rubro. Cuilibet itẽ uentorũ lineamẽto,per circũpositas aliorũ uentorũ distinctiones, eiusdem nominis coloris,atq; potestatis paralleli producũtur. Hinc fit,ut à cuiuslibet uenti distinctione,singulorum uentorum lineamenta cõueniant: faciantq; mirabilẽ quandam,nauigationibus admodùm utilem,contexturam.

HIC supponimus,te ex naturalis Philosophiæ didicisse rudimẽtis,quonã modo,ex quãue materia uenti generẽtur: solam itaq; uentorum denominationẽ,numerũ,situ,atq; differentiã,in eorum potissimũ usum,qui diuersos Terræ tractus per Mare nauigando disquirunt, hoc loco perstrinximus. Ventorum porrò discrimina,aliter à Philosophis,& ueteribus nautis: aliter autem à recentioribus traduntur Hydrographis. ¶ a Philosophi namq; solas uentorum qualitates,& à quibus Mundi partibus,pro ratione solaris inclinationis, directo spirent flatu cõsyderantes, & hos imitantes prisci nauicularij: duodenario uentorum fuere contenti numero, eo quo litera sonat ordine, atq; nomenclatura distributo. Quæ ut clarius intelligas, reuocanda sunt in memoriam, quæ de 4 Cœli cardinibus frequenter expressimus. Meridianus itaq; circulus, Horizontem in duobus punctis intersecando, uera septentrionis atq; meridiei puncta denotat: is autẽ circulus uerticalis,qui rectos in Meridiano facit angulos,in utrasq; sectiones Aequatoris cum eodem Horizonte coincidit, quæ orientis & occidentis æquinoctialis puncta uocantur. Ab his ergo 4 Cœli cardinibus, 4 spirant uẽti principales. Cùm uerò Sol æstiuum atq; brumale solstitium possidet,inter ipsum & eadem orientis atq; occidentis æquinoctialis puncta, arcus quidam ultro citroq; capitur Horizontis,diuersus quidem,pro data poli sublimitate: quẽ

a — De numero, ordine, atq; positione uẽtorum secundum ueteres nautas atq; philosophos.

ortiuã,atq; occiduam uocamus ipsius Solis amplitudinem,æstiuã quidem, uersus polũ super Horizontem eleuatum,brumalẽ autẽ,ab Aequatore uersus polum tantũdem infra depressum. Apũ ctis itaq; tantũ à præfatis cardinibus utrinq; distantibus,quanta est hæc maxima Solis amplitudo, cuilibet 4 uẽtorum principalium,duos flare dicunt laterales. Quemadmodum subiecta, in clariorem singulorum elucidationem adiuncta,figura demonstrat.



Corollarium. Constat itaq;,pro uarietate regionũ,huiusmodi lateraliũ uentorũ ab eisdẽ 4 principalibus distãtias fore diuersas. Nã ortiua atq; occidua,tã æstiua quàm hiemalis Solis amplitudo,accidit tãto maior,quãto alter polorũ fuerit super Horizontẽ magis eleuatus: uelut ex capite quinto libri tertij Cosmographiæ nostræ fit manifestũ.

De numero,ordine,atq; positione uẽtorũ secũdũ recẽtiores hydrographos

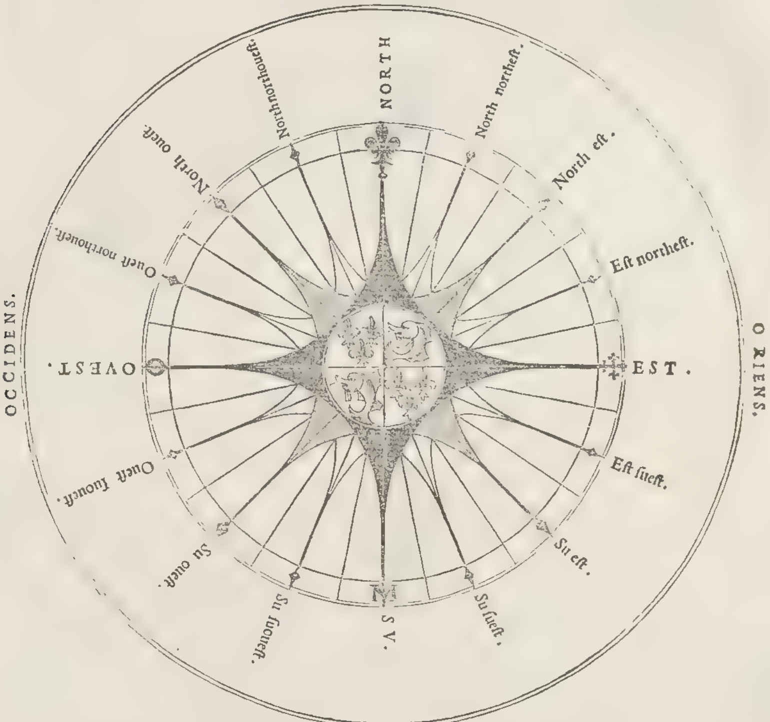
¶ b HYDROGRAPHI autẽ,hodierniq; nauigatores, 32 uentorũ differẽtias cõstituũt: 8 quidẽ principales, totidem medias, & 16 rursum intermedias: existimantes à quacunq; Horizõtis parte, flatuosam illã, atq; lateraliter motã uẽtorũ exhalationẽ,in oppositã directè reuerberari. Diuidũt itaq; Horizontis ambitũ in 32 partes inuicẽ æquales: in hũc qui sequitur modum. Assignatis 4 uẽtis cæteris principalioribus,è 4 Mundi cardinibus,oriẽtis scilicet & occidentis æquinoctialis,meridiei atq; septentrionis procedẽtibus: inter hos, 4 rursum uẽtos statuũt principales,ab eisdẽ cardinibus æquè distãtes, fiũt 8: inter quos rursum totidẽ collocãt intermedios,cõsurgunt 16: quos tandẽ bipartiũtur, & uẽtorum quadrãtes appellãt, resultãt 32. Velut ex utraq; succedenti licet inspicere descriptione.

Qualia uẽtorũ iuxta nauigãtes hodiernos nomina.

¶ c Ipsis porrò uentorũ distributionibus, sua tribuũt nomina: nõ quidẽ Latina,aut Græca,sed pro ratione uel usu locorũ,linguarũmue diuersitate,& nautarũ impositione,in hũc modũ excogitata. Attributis in primis eisdẽ 4 Cœli cardinibus proprijs nomẽclaturis,ex ipsis reliquorũ

4 principalium

4 principaliũ uentorũ conficiũt denominationes: & rursum ex binis ꝓximè circũstantiũ principaliũ uentorũ nominibus, intermediorũ nomina cõponũt, cardinaliũ in primis expressa nomẽclatura. Quãdrãtibus uerò, partim à coniuncto principali, partim autẽ à proximè uicino, iuncta unius quarti significatione, propria tandẽ imponũt nomina. Vocãt igitur ipsi nautæ, potissimum Galli, orientalem uentũ Est, meridionalẽ Su, occiduũ Ouest, septẽtrionalem uerò North. Hinc uentũ inter ortũ & septentrionem mediũ, uocãt Northest: inter ortũ & meridiẽ, Suest: inter meridiẽ & occasum, Suouest: inter deniq; occidentẽ & septẽtrionẽ, Northouest. Haud dissimiliter, intermediorũ uentorũ cõficiunt nomina: utpote, eũ qui inter North & Northest, appellãt Northnorthest: & qui inter ipsum Est & Northest, ita solẽt nuncupare, Estnorthest. Et cõsequenter de reliquis intelligas. Quadrantũ ergo intermediorũ nomina, respondenter in hũc fabricant modũ, uerbi gratia, eius qui inter North, & Northnorthest, sic uocitãt, Nort ung quart du Northest: eũ autẽ qui inter Northest, & eundẽ Northnorthest, in hũc modũ, Northest ung quart du North. Et respondẽter ita de cæteris; quẽadmodũ obiecta figura manifestat.



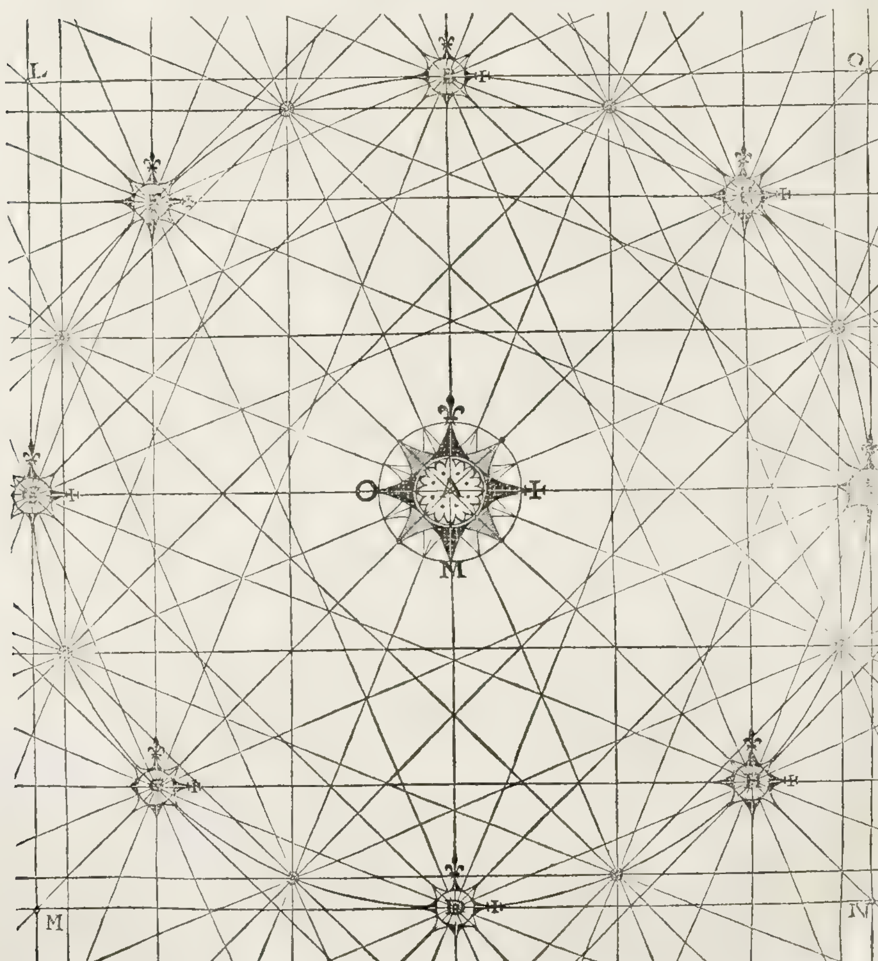
d ¶ d In cartis igitur hydrographicis, uentorũ rationes hoc modo figurãtur. Describitur in primis, circa datum A centrũ, occultus Horizon B C D E pro libera futuræ cartæ magnitudine. Is postmodũ, in 4 diuiditur quadrãtes: duabus uidelicet rectis B D & C E, inuicẽ orthogonis, atro quidẽ lineatis, 4 Mundi cardines (à quibus spirãt totidẽ uenti principales) B quidem septentrionem, C occasum, D meridiẽ, & E orientẽ, distinguẽtibus. Quilibet inde quadrans bifariã diuiditur: binæq; prioribus similes producũtur rectæ, hoc est, atræ atq; inuicẽ orthogonæ, utpote, F H & G K, reliquos uentos principales indicãtes. Quælibet rursum pars octaua bifariã discinditur, cõsurgunt totidẽ diuisiones intermediæ, 8 medios uẽtos repræsentantes: quæ suis lineamẽtis, in A cẽtro cõuenientibus, sed uiridi colore tinctis, ueniũt annotãdæ. Tandẽ quælibet Horizõtis pars decimasexta, bifariã quoq; distribuitur: & à qualibet diuisione, per A centrũ, in oppositum, rectæ lineæ rubro coloratæ producuntur, quadrãtes uentorũ principalium discernẽtes.

Ventorũ lineamenta, qualiter in Cartis hydrographicis describenda.

His ita paratis, cuilibet lineamẽto, per quaslibet æquè distãtes uentorũ distributiones, eiusdẽ coloris, nominis, & officij, cõscribũtur paralellæ: utpote, L M, F G, H K, & N O, ipsi B D, atq; L O, F K, G H &

GH & MN ipſi CE: & quæ inter has, per medias Horizõtis cadũt interſectiones. Idẽ cenſeto de productis ipſis FH & GK, atq; reliquis tam uentorũ intermediorũ, quàm etiã quadrantũ reſpondenter delineãdis parallelis. Singula porrò lineamẽta principalia, & in ſeptẽtrionẽ directè tendẽtia, Lilio flore diſtinguũtur, quæ autẽ ortũ æquinoctialẽ reſpiciũt, ſigno Crucis, in aliorũ directionẽ annotari cõſueuerũt. Quẽadmodũ ipſa ſuccedẽs figura, principaliũ atq; intermediorũ uentorũ lineamẽta cõplectens, apertè demõſtrat: in qua uẽtos principales groſſioribus, medios autẽ ſubtilioribus lineamẽtis, ob defectũ colorũ, annotauimus. Hinc uidere poteris, eidẽ Horizõti circulo, inſcripta atq; circũſcripta quadrata, necnõ trigona, & altera parte lõgiora parallelogrãma: diuerſas quoq; lineamentorũ in uarios orbes cadẽtes interſectiones, & mirabilẽ quandã, ſed nauigantibus admodũ utilem, efficientes contexturam. Quonã autẽ ingenio, intra hunc Horizõtem Terra ſit inſcribẽda: ex proximo diſces capite. Hodierni tamẽ Hydrographi, diuidunt utrũq; dimetientẽ BD atq; CE in 180 partes inuicẽ æquales, & cuilibet 17 leucas & dimidium leucæ tribuunt: hinc (facta leucarũ ſcala) diuerſos Terræ tractus, ſuper uentorũ lineamentis imponunt. Sed de his nunc eſto ſatis: Ecce figuram.

De ſuccedẽti uẽtorũ figura hydrographica.



Qualiter

Qualiter tandem oblatæ cuiuscunq; regionis, uel partis habitabilis Orbis Chorographia, ex prædictis colligenda sit: quonam item modo hemisphærica parallelorum atq; Meridianorũ contextura, ad positionem locorum necessaria, in plano rationabiliter extendatur. *Caput VII.*

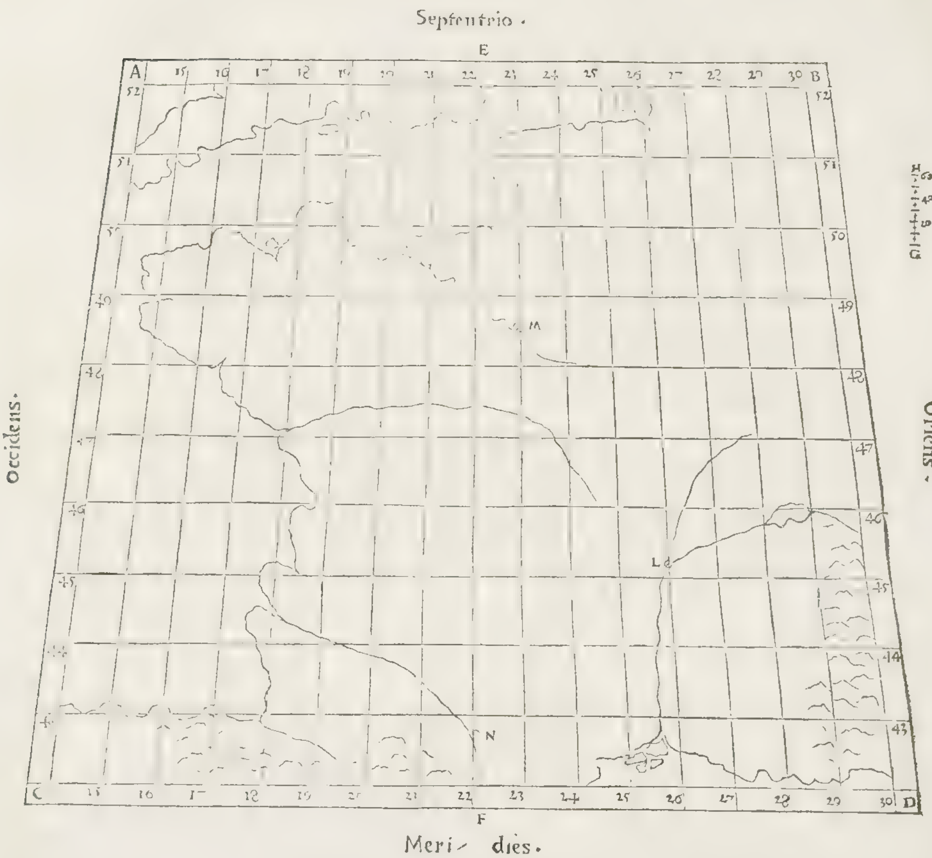
EX SVPRADICTIS OMNIBVS colligere uel facile potes: qualiter datæ cuiuslibet regionis, aut partis habitabilis Orbis chorographia, per rectas aut curuas lineas designetur. [a] Producta nanq; linea meridiana, per medium datæ regionis incidente, eaq; in gradus latitudinis pro ipsius regionis capacitate distributa: si bini transuersales agantur paralleli, eandem regionem includentes, cùm præfata meridiana orthogoni, & ab eisdem tot suscipiantur gradus, quanta est ipsius datæ regionis longitudo, ultro citroq; datam lineam meridianam distributi, atq; pro distantia eorũdem parallelorum ab Aequatore proportionati, absoluanturq; reliqua tam Meridianorum, quàm intermediorum parallelorũ lineamenta, suis quidem ornata numeris: fiet tandẽ rectilinea quædam distributio graduũ, ad singulorũ locorum assumptæ regionis descriptionẽ paratissima.

[b] Quòd si intra datum circulum, curuilineum æquilaterumq; (inuariato circino) descripseris triangulum, atq; unum eius latus quadranti Aequatoris, oppositum uerò punctum alterutro polorum deputaueris, & in ipsum polum cõuenientes Meridianorum quadrantes, propriosq; circunlineaueris parallelos, sese mutuò in 90 gradus intersecantes: resultabit eorundem Meridianorum atq; parallelorũ haud dissimilis cõtextura, quæ super globo contingit sphærico, & in qua describi poterit octaua pars ipsius habitabilis Orbis. [c] Tandem si iuuet integrũ Orbẽ delineare, id duobus hemisphæricis, & similibus circulorũ proiectionibus absoluas oportet: nam unica figura plana totã habitabilem cõprehẽdere, absq; difformitate, ipsiúsue Telluris disproportionata magnitudine, est impossibile. Describẽdus est itaq; Meridianus circulus, & binis dimetientibus in 4 quadrantes diuidẽdus, quadrans rursum quilibet secandus in 90 partes inuicem æquales: horum porrò dimetientium alter Aequatorẽ, alter uerò Meridianũ in rectũ axis Mundi coextẽsum repræsentet, qui quidẽ dimetiẽtes, in 180 partes inuicẽ proportionatas distribuãtur: applicata ex alterutro cuiuslibet dimetiẽtis termino, in quẽlibet gradũ oppositi semicirculi regula. Circũlineentur deinde paralleli, per respõdentia descriptorũ Meridianorũ puncta transeũtes: tandẽ pingãtur ipsi Meridiani circuli, per singulas Aequatoris sectiones, in utrũq; polũ cõuenientes, quorũ omniũ centra, in præfatis dimetientibus directè prolõgatis, offendẽtur. His addere poteris Tropicos, & si uelis, polares circulos, unà cũ circũannotatis climatũ distinctionibus. Sed de his hactenus.

QVANQVAM hæc ultimi capitis litera, cuiuis etiã quãtuncunq; rudi mathematico, sit per sese manifesta: curabimus tamẽ, eandẽ nostro more reddere clariorẽ. ¶ a Sit itaq; propositum in exemplum, depingere Galliam insigniorẽ nostræ melioris Europæ partẽ. Trahito primùm Meridianam E F, in rectum axis Mundi coextensam: quam diuidito in 10 partes adinuicem æquales (nam tot graduum est uniuersa Galliæ latitudo) extendeq; per extremas ipsorum 10 graduum distinctiones, parallelas A B & C D, cum eadem E F orthogonas: quarum borealis A B distat ab Aequatore 51 gradibus, australis uerò C D gradibus 41. Vni porrò 10 partiũ ipsius F F, ducito seorsum æqualẽ G H: quã diuidito in 60 partes inuicẽ æquales, 60 minuta gradus magni circuli repræsentãtes. Et quoniã ex primo huiusce libri capite didicisti, uni gradui A B paralleli, respõdere 37 ferè minuta, ipsius uerò paralleli C D, minuta ferè 45, qualiũ unus magni circuli gradus est 60: accipito igitur ex G H, ad iustã aperturam circini, minuta 37, & in 8 similes & æquales partes diuidito parallelã A B ultro citroq; signũ E, cõsurgent 16, quãta uidelicet totius Galliæ perhibetur esse longitudo. Idẽ facito de parallelo C D: sumptis ex eadem G H, 45 minutis. Ducito postmodùm per singulas diuisiones ipsius E F, subtiles tam inuicem, quàm ipsis A B & C D parallelas: necnõ proprios Meridianos ultro citroq; mediã E F, iuxta præmissum

Chorographiæ gallicæ in aliarum exemplum descriptio.

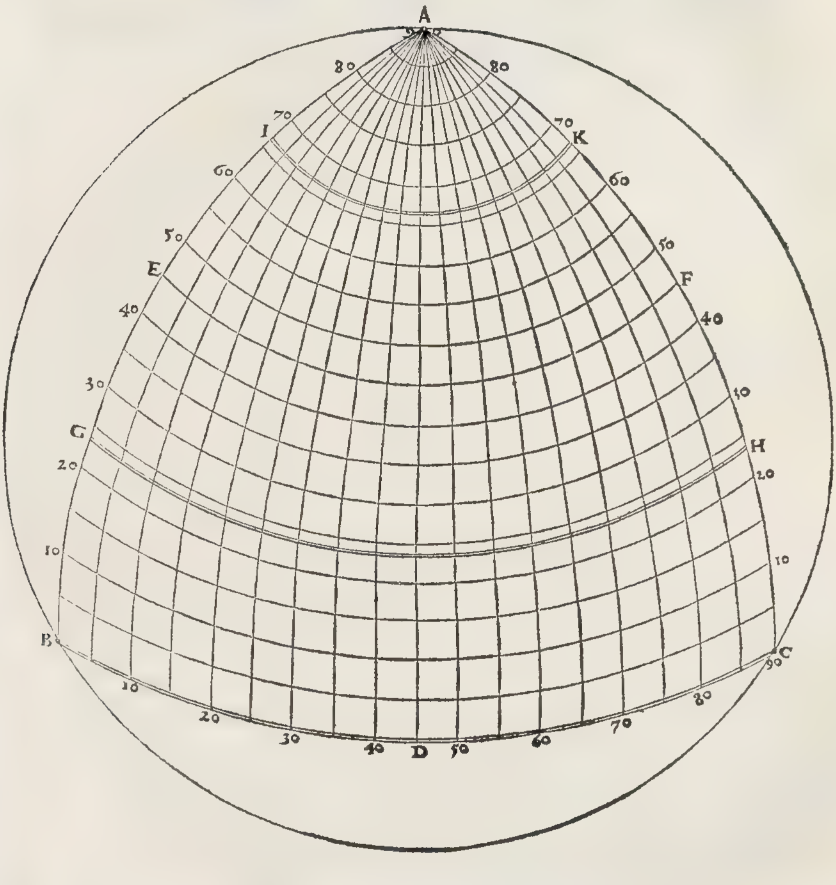
præmiſſum graduum numerum diſtributos ; quorum occidentalior A C diſtat ab occidente habitato 14 gradibus, orientalior uerò B D, gradibus 30. Circunſcribito tandem, proprios graduũ tam longitudinis q̃ latitudinis numeros. Quibus abſolutis, imponenda ſunt loca ſingula, uel ſaltem inſigniora, pro ipſorum tum ab Aequatore, tum ab occidente habitato diſtantia: primùm quidem urbes, oppida, caſtra, & pagi notabiliores, poſtea lacus & flumina, tandem montes promontoria atq; littora. Vt Lugdunum emporium ſuper Rhodanum in puncto L, Lutetiam Pariſiorum in puncto M ſupra Sequanam, Tholoſam metropolim in N; quorum longitudines atq; latitudines, ex præmiſſa longitudinum atq; latitudinum deprehẽdes tabula. Idẽ reſpõdenter de cæteris locis intelligas; tũ ab ipſo Ptolemæo, tũ ab alijs, aut teipſo, uel à nobis obſeruatis.



Chorographiæ ex curuis lineis cõtextæ figurationis exẽplũ.

¶ b Apperiamus cõſequenter, qualiter faciẽda ſit Meridianorũ atq; parallelorũ cõtextura, quæ ſimilis exiſtat octauæ parti ſphæricæ cõuexitatis. Sit igitur circulus liberæ quãtitatis A B C: cuius circũferentia in tres partes æquas diuidatur, in ipſis quidẽ ſignis A, B, C. Impoſito deinde circini pede in ſigno A, extende reliquum in B, uel in C; & ducito arcũ B C. Rurſum inuariato circino

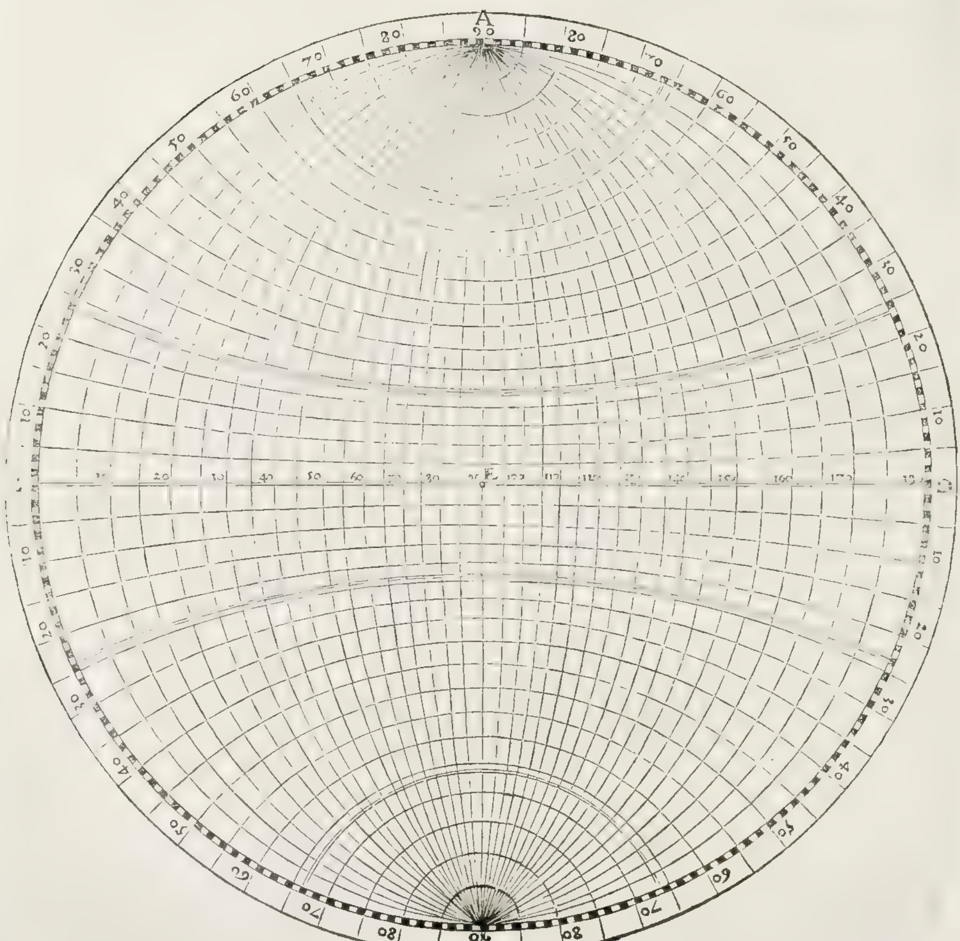
circino, & cẽtris quidẽ B & C, describito reliquos arcus AB & AC: sitq́ uerbi gratia, A Mũdi polus arcticus, BC quadrans Aequatoris, AB uerò & AC duorum Meridianorũ quadrãtes, cũ ipso BC octauã sphæricæ cõuexitatis partẽ includentes. Diuidito postmodũ arcum BC bifariã, in puncto D: trahitoq́ rectã AD, quã diuidito in 90 partes æquales, uel in 18, & quælibet ualebit 5 gradus. Per quãlibet insuper diuisionẽ ipsius AD, circa centrũ A, singulos circunscribito parallelos, in AB & AC quadrantes terminatos. Diuidito rursum BC in 90, uel in 18 partes æquales: atq; unũ ex parallelis, utpote EF. Deinde à qualibet diuisione quadrantis AB, per singulas diuisiones ipsius EF paralleli, respondentes educito Meridianos, in Mundi polum A conueniẽtes: de quorum numero, erit AD recta. Circũscribito tãdem, proprios longitudinũ, atq; latitudinũ numeros: imponitoq́ Tropici quadrantẽ GH, atq; circuli Arctici quadrantem IK, pro maxima ipsius Solis declinatione. Quibus absolutis, inscribes eã quã uolueris Orbis partem, pro singulorum locorũ longitudine atq; latitudine: circũnotabisq́ liberas climatum distinctiones, unà cum respondentibus maximarum dierum quantitatibus.



¶ c Superest tandem ostẽdere, qualiter hemisphærica Meridianorũ atq; parallelorũ cõtextura, in plano rationabiliter extẽdatur. Figuretur itaq; circulus Meridianus ABCD, binis dimetientibus AC & BD, in cẽtro E sese orthogonaliter dirimẽtibus, in 4 quadrantes, & quadrãs quilibet in 90 gradus solito more distributus: sitq́ BD recta dimidius Aequator, AC uerò Meridianus

Vt hemisphærica parallelorũ atq; Meridianorum delineãda sit cõtextura.

Meridianus in rectum axis Mundi coextensus, & ipsa A & C puncta, Mundi poli. Applica deinde regulã ex polo A per singulos, uel quinos tantũmodò gradus dimidij circuli B C D; & nota singulas intersectiones eiusdẽ regulæ in Aequatore B D. Haud dissimiliter applicata ex puncto B regula, per singulos, aut quinos gradus ipsius A D C semicirculi, diuidito rectã A C. Quibus absolutis, circũlineabis circa polos A & C geographicos parallelos, per singulas diuisiones ipsius A C Meridiani, in respondentes A B C D circuli partitiones coincidentes: quorũ centra non discedunt à recta A C, quæ propterea in directũ utrobiq; uenit extendenda. Lineabis cõsequenter Meridianos, per singulas Aequatoris B D distinctiones, in utrũq; polum A & C cõuenientes: producta in directũ ex utraq; parte recta B D, in qua singulorũ Meridianorũ cẽtra ueniũt inuestigãda. Delineabis autẽ semper duos aut Meridianos aut parallelos, eadem apertura circini. Inscribes tandẽ Tropicos, unà cũ polaribus circulis, & proprijs longitudinũ atq; latitudinum numeris. His ita paratis, imponito quã uolueris ipsius Orbis medietatem, & simul exarato uentorum lineamenta: nam hæc geographica circulorũ contextura, hydrographiæ uidetur admodùm commoda. Reliqua tuo submittimus ingenio discutienda.



QVINTI ET VLTIMI
LIBRI COSMOGRAPHIAE, SIVE MVN
DI SPHAERAE AVTHORE ORON
TIO FINEO DELPHINATE,
REGIO MATHEMATICA
RVM PROFESSORE,
FINIS.

Virescit Vulnere Virtus.

ORONTII FINEI DELPHI-NATIS, DE SOLARIBVS HOROLOGIIS, ET QVADRANTI-BVS, LIBRI IIII.

LIBER PRIMVS, DE COMPOSITIONE, ET usu uulgarium, multiformiumq́ horologiorũ: quibus per fili, styli, perpendiculi, alteriúsue rei umbram horæ ipsæ dignoscuntur.

LIBER SECVNDVS, DE CAETERIS HOROLOGijs, tum annularibus & cylindricis, tum in circulo, atq́ circuli quadrante descriptis: ex Solis cursu, aliísue fundamentis Astronomicis immediatè pendẽtibus. Vbi Hydraulicum describitur horologium, ab authore recenter excogitatum.

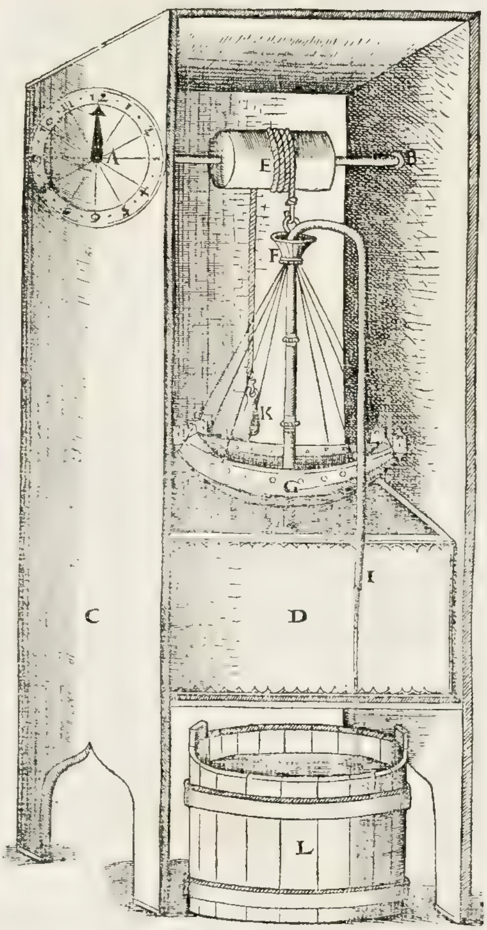
LIBER TERTIVS, PLANISPHAERIVM, SEV uulgatum Astrolabium in quadrantem uertere docet: eiusdem, uel æquè facilis cum eodem planisphærio usus, atque commoditatis.

LIBER QVARTVS ET VLTIMVS, IPSIVS quadrantis generalis utilitatem, fructumq́ multiplicem, sigillatim apertéq́ manifestat.

LVTETIAE PARISIORVM
M. D. XXXI.

Virescit uulnere uirtus.

TEMPORA LABVNTVR MORE FLVENTIS AQVAE.



O F

ORONTII FINEI DELPHINATIS, DE SOLARIBUS HOROLOGIIS, ET QVADRANTIBVS LIBRI IIII.

LIBER PRIMVS DE COMPOSITIONE ET VSV uulgarium, atque multiformium horologiorum: quibus per fili, styli, perpendiculi, alteriúsue rei umbram, horæ ipsæ dignoscuntur.

¶ De horologiorum ratione, atq; dignitate, Proloquium.

1 RELIQVVM TANDEM ESSE VIdetur, amice lector, ut multiformia totiesq; promissa solariũ horologiorum, quadrãtúmue discrimina, primũ delineare, deiñ singulorũ iucundã admodũ doceamus elicere cõmoditatẽ: ut ex illo totius Vniuersi regulato ac indefesso motu, fructũ aliquẽ primarium decerpamus. Quanti enim faciẽdæ sint ipsorũ horologiorũ elaboratæ descriptiones, neminem (nĩ prorsus stupidum) ignorare putamus: cùm uix aliquid in rerũ offendatur natura, quod suis horis & tẽporũ non absoluatur interuallis. Quẽadmodũ innumeris diuersisq;, tũ ueterũ, tum recẽtiorũ exẽplis, sacrarũ quoq; literarũ testimonijs, præter cotidianã obseruationẽ, cõfirmare possemus. Verũ cùm hæc sint ipsa luce clariora, ac per sese cunctis (etiã rudissimis) manifesta: ampliori nõ uidentẽ indigere cõmẽdatione. Rem itaq; dignã, ac studiosis õnibus gratissimã me facturum speraui, si aliorũ inuẽta diligẽter emẽdarem, & quæ à nobis sunt excogitata, respõdẽter ostenderẽ. In quo quidẽ officij genere, quantũ insudãdo laborauerimus: ijs q recto sunt corde relinquimus dijudicãdum.

2 Sed ne te importuna uerborũ prolixitate detineamus, quin potius rem ipsam fausto aggrediamur sydere: reuocãda sunt in memoriã, quę de circulis horarũ distictoribus, capite 9, lib. secũdi nostræ Cosmograph. tradidimus. Vniuersam nãq; solariũ horologiorũ rationẽ, à prædictorũ circulorũ, pro diuersa poli sublimitate, in obiecta plana abstractiuè coimpressa reflectione, uel intersectione pẽdere, fecimus ibidẽ manifestũ: & simul expressimus, quænã horizõtalia, aut uerticalia, lateraliáue, atq; pẽdula, seu inclinata uocẽtur horologia, et reliqua eiuscemodi discrimina, tũ fabricã, tũ usum eorũdẽ horologiorũ haud parũ facilitãtia. Vetus tamẽ solaris hologij cõstitutio, intra circuli quadrãtẽ ut plurimũ designabat: quæ tãto inoleuit usu, ut quæcũq; solarium horologiorũ fuerũt excogitatæ circinationes, quadrãtes ab ipsis uulgaribus indifferẽter appellẽtur.

Horologiorũ dignitas.

Cap. 9. libri 2. Cosmographiæ, consulẽdum.

Vnde horologia quadrantes uocitentur.

3 Primũ itaq;, simpliciores horologiorũ rationes aperiemus: quibus addemus annularia, unà cum hydraulico, à nobis recenter excogitata. Deiñ generalia, hoc est, õnibus regionibus accõmoda, uisu quidẽ ac usu iucundissima describemus horologia: unà cum quadrãtibus, nõ modò ipsis horis, sed & astronomicis, atq; geometricis oblectamẽtis deseruientibus. Tandem uulgatum Astrolabiũ, siue planisphæriũ Ptolemæi, in quadrantẽ cõuertemus: quẽ tali fabricabimus industria, atq; linearũ artificio, ut ex ipso singula ab illo primo & uniuersali motu pendentia, liceat uel facile colligere.

Ordo tractandorum.

PROPOSITIO PRIMA.

¶ Protypum ad electam poli sublimitatem in primis describere: quo tam horizontalia, quàm uerticalia, atq; pendula, uel inclinata, necnon lateralia fabricantur horologia.

IGITVR SVPER OBLATO PLANO, ET CIRCA DATVM IN eo centrũ A, circulus deſcribatur B C D E, binísq; diametris B D & C E, in eodẽ cẽtro A ſeſe ad rectos dirimẽtibus ãgulos, in 4 quadrãtes ſolito more diuidat. Horũ porrò quadrantũ, dexter & ſuperior B C, in 90 ptes adinuicẽ æquales diſtribuatur: primò quidẽ in tres, poſtea quælibet in 6, tandẽ quælibet in 5. Sũpta poſtmodũ libera poli borealis ſublimitate, ſiue regionis latitudine, ad quã uidelicet iuuat horologia fabricare: ea ſupputet in quadrãte B C, à ſigno quidẽ B uerſus C. Finis autẽ ſupputationis obſignetur notula F: et à centro A ad datũ ſignũ F, recta pducat linea A F. Dato inſup arcu B F, æqualis eidẽ cõſtituatur in quadrãte B E, ſitq; B G: & à ſigno F ad ſignũ G, recta ducat linea F G. Hæc enĩ à ſemidiametro A B, bifariã diuidetur, in ſigno quidẽ H: quapropter & ad rectos angulos, p 3 tertij elemẽtorũ Euclidis. Erit itaq; recta linea F H, perpẽdicularis ſup A B: & triãgulũ A F H rectãgulũ. 1

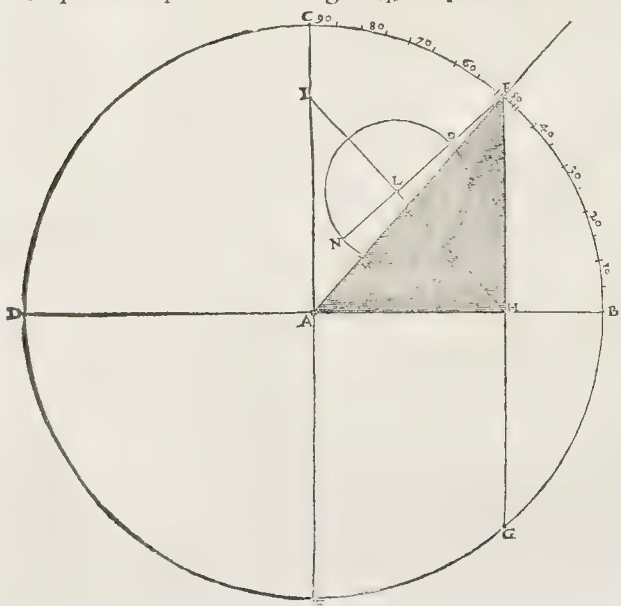
Propria eleuatio poli ſupputanda.

Ergo circulus B C D E Meridianũ, & B C quadrãtẽ eius ſeptẽtrionalẽ, A uerò cẽtrũ Mũdi repræſentabit: recta porrò B D Horizõtẽ, & C E uerticalẽ circulũ cũ ipſo Meridiano ad rectos angulos incidentẽ. Triãguli autẽ A F H, perpẽdicularis F H, erit ſinus rectus ſũptæ polaris altitudinis B F: baſis uerò A H, ſinus rectus cõplemẽti eiuſdẽ eleuationis polaris, utpote, ipſius arcus F C (qui idẽ ſẽper eſt, cũ ipſius Aequatoris eleuatione) eſt enĩ baſis A H, æqualis ei quæ duceret à ſigno F, ſup A C perpẽdicularis p 34 primi eorundẽ elemẽtorũ. Subtenſa deniq; A F, axẽ Mũdi, atq; ſignũ F ipſius Mũdi polũ repræſẽtabit: cuius umbra horas ipſas, in ijs potiſsimũ indicabit horologijs, quæ ipſius triãguli A F H cõſtruẽtur adminiculo. 2

Deſcriptarum partium elucidatio.

His ita præparatis, data recta linea F H, æqualis eidẽ cõſtituat in ſemidiametro A C, ſitq; illa A I: & à ſigno H ad ſignũ I, recta linea ducat H I, dirimẽs rectã A F in ſigno K. Erit igitur triãgulũ A H I, æquale atq; ſimile triãgulo A F H: quẽadmodũ ex 4 primi ipſius Euclidis fit manifeſtũ. Deducat cõſequẽter, officio gnomonis, ex ſigno F, in rectã H I, ppẽdicularis F L: diuidaturq; recta A K bifariã, in ſigno qdẽ M. et cẽtro L, interuallo autẽ A M, uel M K, circulus deſcribat N O. Hic nãq; circulus, uices geret Aequatoris horarij, ad pẽdẽtiũ, atq; lateraliũ quorundã horologiorũ, p hoc ipſũ inſtrumẽtũ fabricãdorũ neceſſarij. Quòd ſi diametrũ N O, cũ ipſa H I pduxeris orthogonalẽ, erit idẽ circulus ĩ quatuor quadrãtes exactè diſtributus: cuiuſquidẽ circuli ſemidiameter, erigẽdi ex cẽtro eiuſdẽ Aequatoris perpẽdiculi, ipſarũ quidẽ horarũ indicis, lõgitudinẽ oſtendet. Sũpſimus autẽ in exẽplũ deſcriptionis huiuſce horarij protypi, latitudinẽ 3

Triãguli priori ſimilis & æqualis, unà cũ Aequatore circulo deſignatio.



Deſcriptio Protypi generalis fabricandorum horologiorum, ad Pariſienſem latitudinẽ, ſeu poli borealis eleuationem 48 graduum, in aliorũ exemplum figurata.

Latitudinem,seu poli borealis exaltationem 48 graduum : qualis ferè Parisien-sis esse perhibetur. Neque aliter,data quauis alia poli sublimitate, uenit operan-dum. Huius deniq; protypi fructum, ex sequentibus expectabis propositionibus.

Latitudo Parisiensis.

PROPOSITIO SECVNDA.

¶ Horologium horizontale,hoc est,super plana Horizontis superficie constituendum,ad liberam poli borealis eleuationem,adminiculo præcedentis instrumenti, seu protypi, fabricare.

1 PRAEPARATO ITAQVE DESCRIBENDORVM HOROLO-giorum protypo,iuxta doctrinã antecedẽtis primæ propositionis:planũ ali-quod quadrangulũ,alteriúsue figuræ suscipiatur:per cuius mediã longitudi nẽ,recta linea A B in primis educatur: sitq; (obiecto ante oculos plano) A deorsum, B uerò sursum:hæc enim linea,futuri horologij meridiana dicetur. Postmodũ,ex A F H præparato triãgulo,sumatur officio circini,rectæ siue basis A H lõgitudo:cui æqualis traducatur in A B, à signo quidẽ A uersus B,sitq; illa A C. Et cẽtro C, inter-uallo autẽ C A, circulus describatur A D E F:hic nãq; circulus, Horizõtis fungeť of-ficio. per eius itaq; centrũ C, dimetiẽs protrahatur D F, cũ eadẽ A B orthogonalis: re præsentabit enim insigniorẽ uerticalẽ circulũ,& utriq; horæ sextæ deputabitur, læ

Linea meridiana.

Circulus horizontis.

Circulus uerticalis, siue linea horæ sextæ.

2 ua quidẽ pars C D antemeridianæ,pomeridianæ autẽ reliqua C F. Ex præfato rur sum triãgulo A F H, accipito dimidiã ipsius A F subtensæ,utpote, A K aut K F:cui(ad-miniculo circini) æqualẽ obsignato in E B, ab ipso quidẽ signo E uersus B, sitq; illa E G. Et cẽtro rursum G, interuallo autẽ G E, describe circulũ B H E I: per cuius cen-trum G, producito dimetientẽ H I, priorẽ B E ad rectos dirimentẽ angulos. Nã hu-iusmodi circulus B H E I, horariũ imitabitur Aequatorẽ:ex quo reliquæ deducẽtur horarũ distinctiones. Diuide igitur læuũ & inferiorẽ quadrantẽ E H, eiusdẽ circu-li B H E I, in 6 partes adinuicẽ æquales, primò in duas, dein quãlibet in tres, aut ècõ-tra:repræsentabũt enĩ 6 horarũ intercapedines, qualiũ totus Aequator circulus est 24. Per datũ insuper cõtingentiæ signũ E, recta linea E K in trãsuersũ producatur, cũ ipsa A B orthogona,& utriq; D F & H I parallela, sinistrorsum uersus K quãtum-

Aequator horarius.

3 libet extẽsa. Ex dato cõsequẽter Aequatoris cẽtro G, per ipsius quadrãtis E H sin gulas diuisiones, in præfatã cõtingẽtiæ lineã E K, rectæ admodũq; subtiles lineolæ producãtur, G K, G L, G M, G N, & G O: eandẽ lineã E K in signis K, L, M, N, O præci sè cõtangẽtes. Itẽ ex cẽtro C, horizõtis A D E F, ad singulas diuisiones ipsius E K, hoc est, ad signa K, L, M, N, O, rectæ & apparẽtes lineæ protrahãtur:circũferentiã tamẽ circuli A D E F, nusq̃ (si uolueris) egrediẽtes. Quoniã eiusmodi lineæ, horarios imi tãtes circulos, quadrãtẽ D E in sex inæqualia distribuẽt interualla: sex æquales ho-ras antemeridianas, à septima quidẽ usq; ad duodecimã inclusiuè repræsentãtia. Po teris & eadẽ uia, dimidias horas cõsignare, diuidẽdo bifariã quãlibet sextã partẽ ip sius quadrãtis E H, & rursũ ex utroq; cẽtro similes prioribus emittẽdo lineolas. Sed ipsas dimidias horas breuioribus lineolis, solisue punctorũ distinctionibus, cõuenit

Interuallorum horariorũ designatio.

De horarum subdiuisione.

4 annotare. Quòd si diuisiones ipsius quadrãtis D E, in quadrantẽ E F sigillatim tra duxeris, eo quidẽ ordine uersus F, qui ab E signo uersus D seruatur, & ad quamlibet ipsarũ diuisionũ, ex eodẽ cẽtro C, rectas itidẽ copulaueris lineas : sex pomeridianas horas, à prima scilicet usq; ad sextã, respõdẽter obtinebis. Reliquas autẽ horas, sex-tam antemeridianã præcedẽtes, sextámue subsequẽtes pomeridianã, solo adminicu-lo circini, uel facile designabis: si eadẽ horarũ interualla, ultro citroq; D et F signa, suo traduxeris ordine, & rectis ex cẽtro C, ꝓductis lineolis prioribus cõiunxeris, aut (si uelis) protractas uersus E lineolas, in aduersũ, per idẽ cẽtrũ cõtinuaueris. Interualla nãq; sextæ atq; septi. horæ, tã ante, q̃ post meridiẽ, adinuicẽ æquanť: quartæ item & octauæ, et ita de reliqs horarũ interuallis, æqualiter à linea meridiana distãtibus.

De interuallorum horariorũ respondentia.

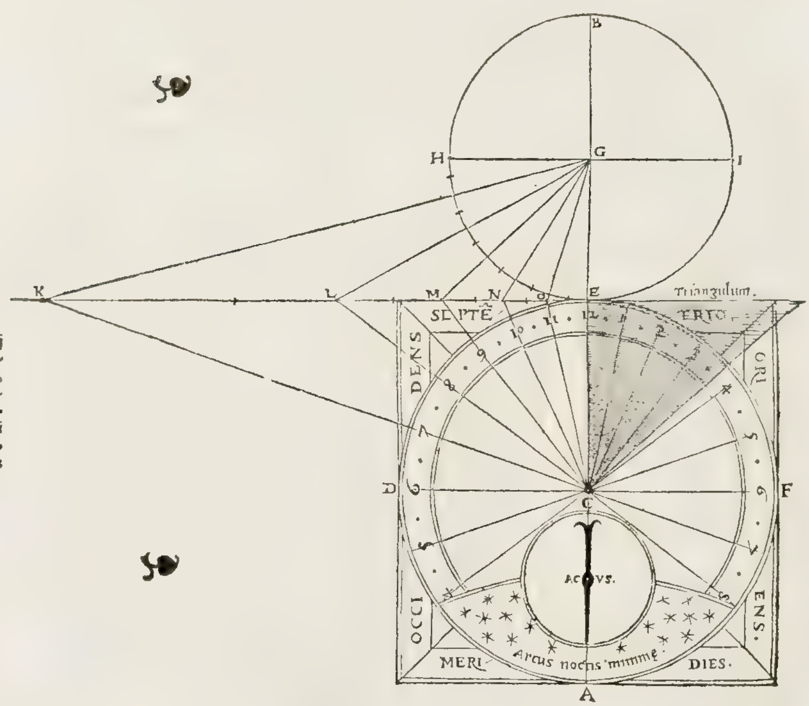
Quænã horarũ interualla sint adinuicẽ æqualia.

Quot horæ huiuscemodi horologijs inscribendæ.

Nõ expedit tamẽ cõpletã 24 horarũ delineare reuolutionẽ: sed eũ tantũmodò horarum numerum, qui maximæ diei artificialis in data regione uidetur integrare quantitatẽ (quam ex nostræ Cosmographiæ libri quarti, secũdo perdisces capite) Quemadmodum ex ipsa potes elicere figura, ad præassumptã latitudinẽ Parisiensem, in exemplũ fabricata: ubi dies maxima, cõtingit horarũ ferè 16. hinc prædictarum horarũ ordinẽ, à quarta initiauimus matutina, & in octauã terminauimus pomeridianam. Reliqua autẽ ad decorã horarũ inscriptionẽ, instrumentiue gratiã spectantia: pro ipsius fabricãtis industria relinquimus absoluẽda. 5

De triangulo uel axe mundi horarum indice.

His ita cõstructis, ex tenui quapiã ac solida materia, triãgulũ fabricetur C E P, ipsi A F H triangulo simile, atq; prorsus æquale: quod super plana ipsius horologij superficie in hunc modũ erigatur, ut basis A H in rectũ ipsius C E adamussim cõueniat, et recta F H, uel E P, non discedat à perpẽdiculo. Quòd si portatile feceris horologiũ, poteris ipsum triangulũ tali industria collocare: ut cùm uolueris facile deprimatur, & ad rectos, cùm fuerit operæpreciũ, excitetur angulos. Sũt qui loco trianguli, filũ, aut uirgulam ferream, uel æneam, aut eiuscemodi, admodũ quidẽ subtilẽ, in locum subtensæ A F, ex centro C producunt: & per ipsum triangulũ, instar axis Mũdi coextẽdendo ita iustificant, ut alterutrius umbra horæ ipsæ indifferenter agnoscantur. 6



Horologij horizontalis figura, ad Parisiẽsem descripta latitudinẽ, ubi polus arcticus extollitur 48 gradibus.

De situ siue usu horizontalis horologij.

ABSOLVTO IGITVR HOROLOGIO, SVPER ELECTO ET ad libellam præparato plano, lineam inuenias meridianam, iuxta doctrinam sexti capitis libri secundi Cosmographiæ nostræ; super quam lineam meridianam, 7

collocabis

collocabis rectissimè lineam AE eiusdē horologij, omnibus extra quadrangulum ADEF adamussim resecatis. In expeditiorem tamē eiuscemodi horologiorum usum, maximè portatilium, inuenta est illa semper admiranda Magnetis cōmoditas. Solet itaq; acus Magnete fricata, prædictis horologijs imponi: quod si facere uolueris, eandem acum inter signum A atq; centrum C, commodius, quàm alibi collocabis. In qua quidem re, haud modica laborandum est diligētia, ne acus ipsa à meridiana linea plus æquo diuertatur: iniusta enim ipsius acus declinatio, in maximum tādem nos duceret errorē. Imposita igitur (ut solet) acu, & suis tandē partibus ornata: ponatur rursum horologium super inuentā lineam meridianā, eo modo quo nūc exspressimus, noteturq; cōtingens eiusdē acus ab AE linea declinatio. Tātundē enim diuertēda erit ipsius acus directoria, subscriptaq; formula, atq; sub hoc situ figenda: hac enim obseruata cautiúcula, uerā rationē horarum ex ipso depræhendes horologio, quoties lucente Sole eandem acū in rectum ipsius formulæ collocaueris.

Cautela pro usu Magnetis summè notanda.

PROPOSITIO TERTIA.

¶ *Horologiū uerticale, austrū uersus perpēdiculariter erigendū, ad liberā quāuis regionū latitudinē, seu poli borealis exaltationem: coadiuuāte protypo, uel instrumēto, iuxta primā propositionē descripto, consequenter depingere.*

1 VERTICALIA NVNCVPAMVS HOROLOGIA: QVAE DEscribuntur in plano ad Austrū perpēdiculariter erecto, atq; unà cum eius circuli uerticalis superficie cōstituto, qui rectos cum Meridiano facit angulos. Hæc autem horologia dimidium tantū recipere circulū, nullamq; ante sextam matutinā, aut post sextam uespertinā admittere horarū distributionē: ex præallegato capite nono, secūdi libri nostræ Cosmographiæ, relinquitur uel facilè manifestum. ibidē nāq; mōstrauimus, Solem ante sextam matutinā, aut post sextā horam uespertinā (etiam quātacunq; fuerit ipsius diei artificialis quātitas) eiuscemodi horologiorū uerticaliū nusquàm irradiare superficiē.

Quænam uerticalia dicantur horologia

Horologia uerticalia, 12 tātū horis deseruire

2 Fabricetur itaq; primū protypū instrumentū, siue directoriū, unà cum AFH triāgulo: ad eā quidē poli borealis sublimitatē, ad quam ipsum uerticale depingere uis horologiū: iuxta doctrinā primæ propositionis. Quo facto, disponatur planū aliquod huic negocio cōmodū, ad meridianā Cœli partē, uel iā erectū, uel demū erigendū ad perpendiculū: per cuius plani mediam longitudinē, recta linea perpēdicularis protrahatur AB, sitq; A terminus sursum, B uerò deorsū. hæc enim linea (ueluti supra) meridianā futuri designabit horologij. Per datū insuper signū A, trāsuersalis excitetur CD, cū ipsa quidē AB orthogona, nā hæc linea CD, uices supplebit Horizōtis, & utriq; horæ sextæ, tam ante, q̄ etiā post meridiē accōmodabitur: eritq; signū A, centrū horologij fabricādi, ipsius Mūdi cētrū repræsentās.

Linea meridiana

Linea horizōtalis utriusq; horæ sextæ.

3 Sūpta postmodū FH perpēdiculari, triāguli AFH per primā propositionē descripti: eidē cōstituatur æqualis in AB, à signo quidē A uersus B, sitq; illa AE. Et cētro A, interuallo autē AE, dimidius figuretur circulus CED: cuius dimetiēs erit recta CD. hic nanq; semicirculus CED, dimidiū & sub Horizōte depressū uerticalē circulū repræsentabit. Ex eodē rursum triāgulo AFH sumpta dimidia ipsius AF, hoc est, AK aut KF: eidē æqualis (officio circini) traducatur in EB, ab E quidē signo uersus B, utpote EF. Et cētro F, interuallo autē FE, circulus describatur BGEH: horariū (uelut antea) repræsentās Aequatorē. Is autē circulus BGEH, producto dimetiēte GH, cū ipso BE orthogonali, in 4 quadrantes diuidatur: quorū læuus & superior GF, subdistribuatur in 6 partes æquales, 6 æqualiū horarū interualla (qualiū totus circulus est 24) solito more distinguētes. Per datum cōsequēter signū E, cōtangens & trāsuersalis agatur linea EI, rectos cū AB faciens angulos, & utriq; CD atq; GH pallela, læuorsū uersus I signū liberè prolōgata.

Verticalis semicirculus.

Aequator horarius.

Linea contingentiæ.

Horarum designatio.

His ita paratis, ducantur ab ipsius Aequatoris centro F, per singulas diuisiones quadrantis E G, rectæ & admodùm subtiles lineæ F I, F K, F L, F M, & F N: in eandem contingentiæ lineam E I sigillatim incidentes. Et rursum ex centro A, in quælibet signa ipsius E I, utpote I, K, L, M, N, horariæ & apparentiores producãtur lineæ, quadrantem C E in 6 ante meridianarum horarum distinguẽtes interualla: eis quippe similia atq; respondẽtia, quæ ab horariorũ circulorum cum ipso uerticali causantur intersectione. Quæ quidem horarũ discrimina, cùm ultro citroq; Meridianum circulum efficiãtur æqualia: si singulas diuisiones quadrantis E C, in quadrantem E D suo traduxeris ordine, suisq; distinxeris lineolis: cõflabis totidem horas pomeridianas. Sexta igitur antemeridiana, initiabitur ex parte A C, dimetiẽtis C D: pomeridiana autem, in A D reliquo semidiametro finietur. 4

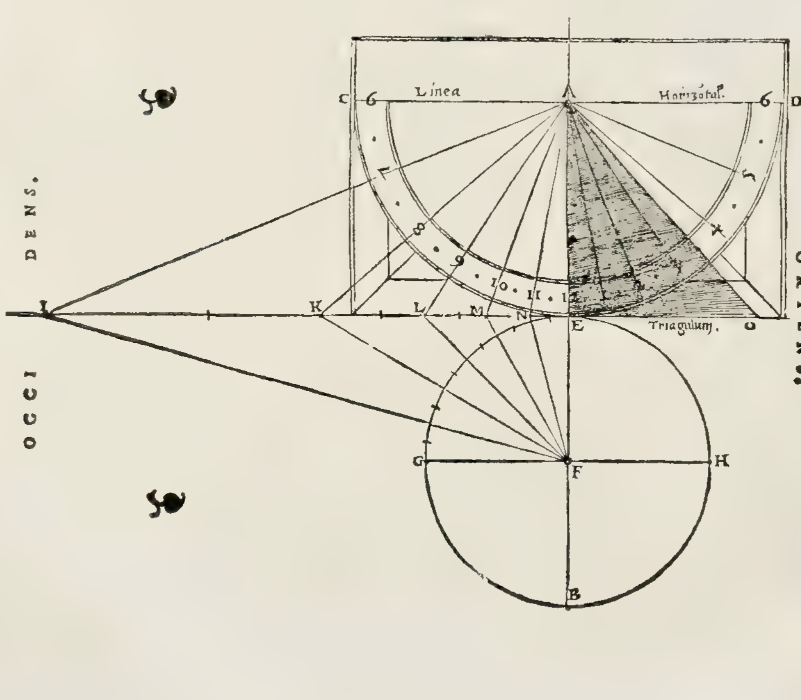
Indicis horarij constitutio.

Reliquũ est igitur, ex electa quapiam ac conuenienti materia, triangulũ A E O, ipsi A F H triangulo itidem simile & æquale fabricare: & ad rectos angulos super ipsum Horologium in hunc erigere modũ, ut recta & perpendicularis F H, eadem sit cum A E linea meridiana, & ipsa A F, uel A O, instar axis Mundi collocetur. In cuius locum, subtile filum, æneámue, aut ferream, alteriúsue materiæ uirgulam, ipsius trianguli adminiculo, poteris (si libeat) adaptare: atq; reliqua omnia (truncatis superfluis) figuram uel ornamentum ipsius horologij respicientia, pro tua discretione uel ingenio perficere. 5

De situando horologio uerticali.

Memẽto tamẽ ipsum horologiũ, si in plano seorsum accepto fuerit delineatũ, ad meridianã Cœli partẽ, officio perpẽdiculi (ni forsitã portatile feceris, & usui magnetis accõmodum) fore tandẽ erigendũ: in hũc quippe modũ, ut recta & meridiana linea A E demittatur perpẽdicularis, & pars C ad occasum, D uerò ad ortũ porrigatur. Quẽadmodũ ex subiecta licet accipere descriptione: ad Parisiensem latitudinẽ, seu poli borealis eleuationem, in aliorum exemplum figurata. 6

Figura uerticalis horologij, ad Parisiẽsem latitudinẽ, præassumptámue poli borealis eleuationẽ descripta.



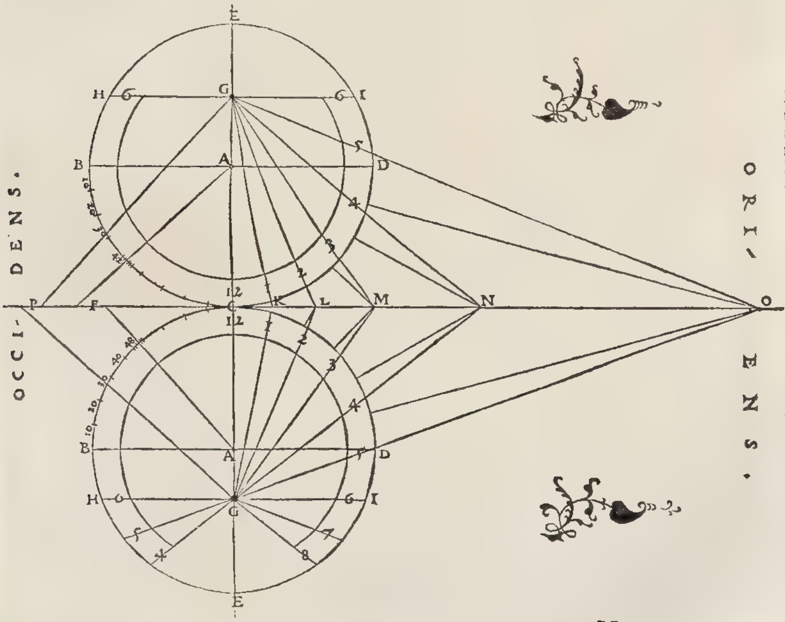
PROPOSITIO QVARTA.

¶ Vtrunq; prædictorum horologiorum, absq; præuio instrumento, aliter quàm præcedentes edocuerint propositiones, delineare.

1 ALIVM PRAETEREA OFFENDIMVS DELINEANDI MOdum: quo tam horizontalia, quàm etiam uerticalia circinari facilè possunt horologia, etiam absque protypo, seu præuio directionis instrumento. Describatur itaq; primùm super dato aut horizontali, aut uerticali plano, & circa datum in eo centrum A, circulus horarius, uel æquator B C D E: quem duobus dimetientibus B D & C E, in A centro ad rectos sese dirimentibus angulos, in 4 diuide quadrantes. quorum dimetiētum, C E in rectum ipsius collocetur Meridiani: utpote, quoniã duodecimam repræsentabit horam. Diuidito postmodùm quadrantem B C, in 90 partes adinuicem æquales: C D uerò quadrantem, in 6. Et per datum signum C, ducito contingentiæ lineam C F, ipsi B D parallelam, atq; unà cum C E rectos efficientem angulos, ultro citroq; signum C quantumlibet extensam. 2 Supputa consequenter in quadrante B C, à signo quidẽ B uersus C, datæ regionis polarem altitudinem, pro horizontalibus quidem horologijs: pro uerticalibus autem, ipsius polaris altitudinis complementum. et per supputationis terminum, protrahito ex A centro rectam & occultam lineolam A F, in datam contangentem C F, ad signum F incidentem. Data igitur A F recta, constitue illi æqualem in meridiana C E, à signo quidem C uersus E, sitq; illa C G: erit enim G signum, cẽtrum, recta autem C G, dimetiens ipsius horologij. Per datũ ergo signum G, trahito parallelam H I: hæc enim, de more, initium horæ sextæ matutinæ, atq; finem horæ sextæ uerspertinæ demõstrabit. Reliquas tandẽ horarũ lineas ita describes.

Generalis utriusq; horologij fabrica.

Qualiter utriusq; horologij centrum, semidiamentérue reperiatur.



Horologij uerticalis exẽplũ, ad latitudinem seu poli borealis exaltationẽ 48 graduum.

Drscriptio horizontalis horologij, ad eãdem eleuationem poli arctici 48 graduũ, qualis est ferè Parisiensis latitudo.

Linearũ horariarum designatio.

Ex cẽtro A, per singulas diuisiones ipsius quadrãtis C D, occultas ducito lineolas, transuersalem C F in signis K, L, M, N, O, contangentes. Et rursum ex centro G, ad eadem signa K, L, M, N, O, rectas & apparentes trahito lineas: nam eiuscemodi lineæ, unà cum meridiana C G, & utriusq; horæ sextæ H I, sex pomeridianarũ horarum distinguent interualla. Quorum adminiculo, reliquarum horarum distinctiones, pro respondentia singularum, haud aliter annotabis: quàm præcedentibus admonuimus propositionibus. 3

De horarum supraponẽdo indice, siue triangulo.

Suppraponito tandem conuenientem horarum indicem: utpote, triangulum C GP, aut uirgulam GP, instar axis Mundi constitutam. Recta enim A C, hoc est, semidiameter horologij uerticalis, indicat quantum in horizontali eleuari debeat ipsius trianguli perpendicularis: & ipsius horizontalis semidiameter, siue recta A C, quantum uersa uice prominere debet ipsa perpẽdicularis in uerticalibus horologijs. Quemadmodum antecedens prædictorum horologiorum uidetur indicare formula: ad prius sumptam poli sublimitatem, Parisiensẽmue latitudinem constructa. Cætera autem omnia, iuxta præcedentium propositionum traditionem, ueniunt respondenter absoluenda, 4

PROPOSITIO QVINTA.

¶ Arcus horarios tam in Horizonte, quàm in uerticali circulo, ad liberam quamuis regionum latitudinem supputare: & utrunq; prædictorum horologiorum, numerorũ adminiculo, respõdenter cõponere.

Arcus horarij.

DE ARCVBVS INTELLIGIMVS QVOS HORARII VIDENtur efficere circuli, ad utrunq; planum, horizõtale scilicet atq; uerticale, pro diuersa poli sublimitate, uariam habentes inclinationem: de quibus capite nono, secũdi libri Cosmographiæ nostræ. In primis itaq; illud uenit summè notãdum: in eiuscemodi scilicet horologijs, unicum tantummodò quadrantem fore supputandum, & reliquis suo distribuendum ordine, pro ipsarum horarum obseruata respondentia: quemadmodũ ex prædictis potes haud difficile colligere. 1

Arcuum horariorum in Horizonte contingentium supputatio numeralis.

Arcum igitur Horizontis, inter Meridianum & datum quemuis horarium circulum compræhensum, ita depræhendes. Duc sinum complementi datæ polaris altitudinis, in sinum distantiæ horarij circuli à Meridiano circulo, & productũ diuide per sinum totum: & inde generati sinus arcum accipito, quem primum (differentiæ gratia) nuncupato. Ducito postmodum sinum complementi ipsius distantiæ à Meridiano, in sinum totum, productumq; diuidito per sinum complementi eiusdẽ arcus primo reperti: & prouenientis inde sinus, respondentem colligito arcum. Nam ipsius arcus complementum, desideratum Horizontis indicabit interuallũ. 2

Exemplum.

Esto in gratiã exempli, propositum inuestigare arcum horizontalem horæ decimæ antemeridianæ, aut secundæ post meridiem, ad eleuationem poli arctici 48 graduum. Complementum itaq; ipsius polaris altitudinis, est 42 graduum: eius uerò sinus, partium 40, primorum minutorum 8, & 52 secũdorum. Distantia porrò à Meridiano circulo, est duarum horarum, & ideo graduum 30: quorum sinus, graduum 30, minuta 0 & secũda itidẽ 0. Duc itaq; 40, 8, 52, in 30, 0, 0, & productũ diuide per 60 partes: fient tãdem partes 20, minuta 4, & secunda 26. quorum arcus graduum 19, & 33 minutorũ: quẽ

¶ Formula calculi arcus Horizontalis.	Arcus.		Sinus recti.		
	Gra.	Mi.	pres	mi.	se.
¶ Altitudo poli arctici data.	48	0			
Complementum eiusdem altitudinis.	42	0	40	8	52
¶ Distantia à Meridiano.	30	0	30	0	0
Arcus primò repertus.	19	33	20	4	26
Complementum distantiæ à Meridiano.	60	0	51	57	41
Complementum arcus inuenti.	70	27	56	32	27
Arcus productus	66	47	55	8	25
¶ Arcus Horizontalis desideratus.	23	13			

prius

prius inuentum appellabis. Huius porrò arcus complementum, eſt gradum 70, & 27 minutorum : eius autem ſinus, partium 56, minutorum 32, & ſecūdorum 27. Complementum præterea ſumptæ diſtantiæ à Meridiano, eſt graduum 60 : & ſinus eiuſdem rectus, partium 51, minutorum 57, & 41 ſecundorum. Duc igitur tandem 51, 57, 41, in 60, & productum diuide per 56, 32, 27 : colliges enim partes 55, minuta 8, & ſecunda 25. quorum arcus, graduum 66, & minutorum 47 : & ipſius arcus complementum, graduum 23, & 13 præterea minutorum. Tantus eſt arcus Horizontis deſideratus.

Arcus horarius uerticalis qualiter ſupputetur.

3 CVM AVTEM uolueris arcum horarium circuli uerticalis, inter Meridianum & datum quemlibet horarium circulum interceptum, dinumerare : id altero duorum modorum poteris abſoluere. In primis, ſupputato arcu horizontali, loco uerticalis, ad ipſius datæ polaris altitudinis complementum. Nam in regionibus quarum polares eleuationes ſimul iunctæ conficiunt 90 gradus, horizontale unius horologium eſt alterius uerticale, & ècontra : ueluti præallegato capite nono, ſecundi libri Coſmographiæ noſtræ præmiſimus. Vtpote, ſi uelles arcū uerticalem horæ ſecundæ, ad latitudinem 48 graduum, poſſes in locum eius ſupputare horizontalem, ad 42 gradus : et è diuerſo, ſi cupias arcum horizontalem ad 42 gradus latitudinis, ſufficeret calculare uerticalē ad eoſdem gradus 48 : propterea quòd 48 & 42, conſtituunt 90. haud aliter iudicato de cæteris. Eſt & pecularis ſupputandi ratio, in hunc qui ſequi ur modum abſoluenda. Ducito ſinum datæ polaris altitudinis, in ſinum oblatæ diſtantiæ à Meridiano, & productum diuidito rurſum per ſinum totum : obſeruatoq; reliqua, uelut in antecedenti canone docuimus.

Notandum.

Canon proprius ſupputandorum arcuū uerticalium.

Quæ ut clarius intelligas, repetamus in exemplum datam poli arctici ſublimitatem, graduum 48 : ad quam ſit propoſitum inueſtigare, arcum uerticalē horæ decimæ antemeridianæ, uel horæ ſecundæ poſt meridiem, quantū uidelicet horarius circulus initium decimæ, aut finem ſecundæ determinans, diſtet à Meridiano circulo. Ducito igitur ſinum 48 graduum, utpote, partes 44, minuta 35, & 19 ſecunda, in partes 30, mi.0, & ſecun.0, ſinum uidelicet oblatæ diſtātiæ à Meridiano, & productū diuide per 60 : fiēt partes 22, mi.17, & 39 ſecun. quorū arcus offenditur cōtinere 21 gra. & 49 minuta : quē quidē arcū, primū appellabis. Cuius arcus complementū, eſt graduū 68, & minutorū 11 : eius uerò ſinus, partiū 55, minutorū 42, & 9 ſecundorū. Sinus rurſum cōplemēti oblatæ diſtātiæ à Meridiano circulo, habet partes 51, minuta 57, & 41 ſecunda. Si duxeris ergo tandem 51, 57, 41, in 60, & productum diuiſeris per 55, 42, 9 : prouenient 55 partes, 58 mi. & 13 circiter ſecun. Quorū arcus offenditur graduū 68, & 53 minutorum : & ipſius arcus complementum, habet gradus 21, & 7 minuta. Tantus eſt arcus uerticalis quæſitus.

Exemplum.

¶Formula calculi arcus uerticalis.	Arcus. Gra.	Mi.	Sinus rect. ptes	mi.	ſe
¶Altitudo poli arctici data.	48	0	44	35	19
¶Diſtantia à Meridiano.	30	0	30	0	0
Arcus primò repertus.	21	49	22	17	39
Complementū diſtantiæ à Meridiano.	60	0	51	57	41
Complementum arcus inuenti.	68	11	55	42	9
Arcus tandem generatus.	68	53	55	58	13
¶Arcus uerticalis deſideratus.	21	7			

4 IN HVNC ergo modū, ſuccedentē ordinauimus tabulam, à 35 gradu, uſq; ad 55 eleuationis ipſius poli arctici, tam horizōtalibus quàm etiam uerticalibus deſeruientē horologijs. Ad læuā itaq; tabulæ regionē, geminū polariū numerorū locaui mus ordinē : quorū primus & ſiniſter horizōtalibus, dexter uerò ſiue ſecūdus uerticalibus deputatur horologijs. Horarū autē numeri, ad ipſius tabulæ uerticē ordinati, ſingulis ad læuam notatis poli borealis exaltationibus accōmodantur. In areali porrò angulo, uel utriuſq; cōcurſu, ſinguli diſtribuūtur arcus horarij, à linea meridiana deſcribendorū horologiorū ultro citroq; ſupputandi. Cætera peruia ſunt.

Succedētis arcuum horariorum tabulæ declaratio.

TABVLA.

TABVLA ARCVVM HORARIORVM, TAM IN Horizonte, quàm uerticali circulo, ab ipsis horarijs circulis distinctorum: ad subscriptas poli arctici eleuationes, fideliter supputata.

Eleuatio poli pro horizōtalibus	Eleuatio poli pro uerticalibus horologijs	I. Ho- / II. Ho-		2. ræ. / 10. ræ.		3. post / 9. ante		4. me- / 8. me-		5. ridi- / 7. ridi-		6. em. / 6. em.	
Gra	Gra	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.
35	55	8	43	18	18	29	49	44	49	64	58	90	0
36	54	8	57	18	46	30	26	45	30	65	29	90	0
37	53	9	10	19	9	31	2	46	11	66	0	90	0
38	52	9	22	19	34	31	37	46	50	69	29	90	0
39	51	9	33	19	58	32	11	47	28	66	55	90	0
40	50	9	45	20	21	32	44	48	4	67	21	90	0
41	49	9	57	20	44	33	16	48	39	67	47	90	0
42	48	10	10	21	7	33	46	49	12	68	11	90	0
43	47	10	22	21	29	34	18	49	44	68	33	90	0
44	46	10	32	21	51	34	47	50	16	68	54	90	0
45	45	10	43	22	12	35	17	50	46	69	15	90	0
46	44	10	54	22	33	35	44	51	15	69	35	90	0
47	43	11	5	22	53	36	11	51	42	69	53	90	0
48	42	11	17	23	13	36	37	52	9	70	11	90	0
49	41	11	25	23	33	37	3	52	35	70	28	90	0
50	40	11	35	23	52	37	28	53	0	70	43	90	0
51	39	11	45	24	9	37	52	53	24	70	59	90	0
52	38	11	55	24	27	38	15	53	46	71	13	90	0
53	37	12	5	24	43	38	37	54	8	71	28	90	0
54	36	12	13	25	2	38	58	54	29	71	41	90	0
55	35	12	22	25	18	39	19	54	49	71	54	90	0

Qualiter adminiculo numerorum, utrunqȝ tam horizontale quàm uerticale describatur horologiũ.

5

SVPPVTATIS IGITVR, AD TVAE REGIONIS LATITVdinem, horizontalibus atqȝ uerticalibus horarũ interuallis, & iuuet alterutrum horologiorum, utpote, horizõtale aut ipsum uerticale, eorundẽ numerorũ adminiculo delineare: facito in hũc modũ. Super dato & portatili plano, & circa signatũ in eo centrum A, describe circuli quadrantem A B C: cuius semidiameter A B, lineam meridianam, A C uerò lineam horæ sextæ repræsentet. Diuide post modũ arcum B C in 90 partes adinuicem æquales: iunctis de more numeris, à signo B uersus C, libera successione distributis. Intra consequenter antecedentem tabulã, cum tua eleuatione polari, in dextro aut læuo polariũ numerorũ ordine reperta: prout horizontale, aut uerticale cõstructurus es horologiũ. Et sumpto arcu horæ primæ, uel undecimæ, supputa ipsum in quadrãte B C, à signo B uersus C: & ex A cẽtro ad supputationis terminũ, rectã educito lineã. Accepto rursũ arcu decimæ aut secũdæ horæ, supputabis eũ ab eodẽ signo C uersus B: finiqȝ rectã lineã ex A cẽtro copulabis.

Exẽplar quadrantis delineandarum horarũ uerticalium, ad polarem eleuationẽ 48 graduum respondenter præparati.

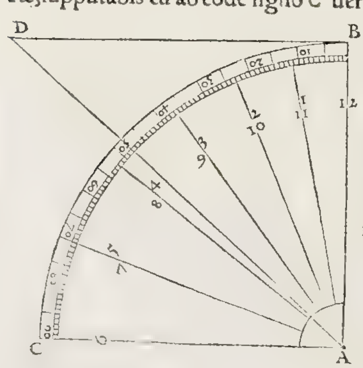
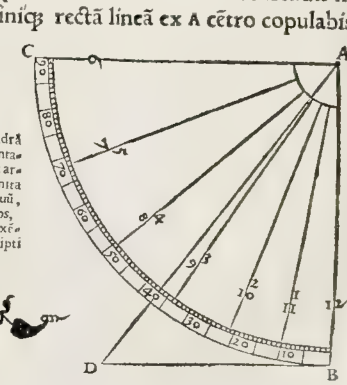


Figura quadrãtis horizontalis, ad poli arctici sublimitatẽ 48 graduũ, per numeros, in altiorũ exemplum descripti



Idem reſpondenter de cæteris arcubus horarijs facito : iunctis,ſi libeat,proprijs horarum numeris.Supputa tandem in ipſo quadrante B C, à ſigno B uerſus C, datam poli ſublimitatem, ſi horizontale : aut ipſius polaris altitudinis complementum, ſi uerticale fabricaturus es horologium.Et ex cẽtro A, per ſupputationis terminum, rectam educito lineam A D, in protractam B D ſuper A B perpendicularem,ad D ſignum incidentem,claudentemq́ꝫ triangulum orthogonum A B D. His in perpetuum uſum ita præparatis,diſcribe lineam meridianam,unà cum trãſuerſali & orthogona linea recta,utriqꝫ horæ ſextæ deputanda : ſuper horizontali quidem plano,ſi quadrantem A B C ad horizontales,uel in uerticali,ſi ad uerticales præparaueris horas.Et circa dictarum linearum communem interſectionem, ad quantitatem ſemidiametri A B uel A C,quadrantis A B C, deſcribe circulum horarium. Deinde ſingula horarum interualla,in ipſo quadrante præparata, transfer ſigillatim in ipſum horarium circulum,ultro citroq́ꝫ lineam meridianam: prout earundem horarum uidetur expoſcere reſpondentia.Et ad quamlibet horarum obſignatam diſtinctionem,proprias ex horologij centro deſcribito lineas : quas ſuis ornato numeris. Erige tandem horarum indicem,ex conuenienti materia fabricatum,inſtar A D lineæ ſiue ſubtẽſæ diſpoſitum, & iuxta longitudinem ipſius B D perpendicularis,ſuper horologij faciem eleuatum : quemadmodum ex præcedẽtibus adidiciſti propoſitionibus.

6 — Inſcriptio linearum horariarũ præparati quadrantis officio.

PROPOSITIO SEXTA.

¶ *Quadrantem rurſum fabricare : quo mediante,horarij tum horizõtales, tum uerticales arcus, à trigeſimo quinto gradu,uſque ad quintum & quinquageſimum polaris deprehenduntur altitudinis.*

1 — Sũmaria quadrantis deſcriptio.

FIGVRETVR ITAQVE SVPER ELECTO PLANO, ET CIRca datum in eo centrum A, circuli quadrans A B C: cuius arcus B C, in 90 partes æquales ſolito more diuidatur, diſtributis à ſigno B uerſus C particularũ numeris.Secetur poſtmodùm A B recta in tres partes æquales : D quidẽ, & F ſignis. Et centro A, interuallis autem A D, & A F, gemini circunlineẽtur arcus, D E & F G, ipſi B C paralleli. Rurſum,utraque pars B D atqꝫ D F, in 10 partes ſubdiuidatur æquales : quæ ſuis lineolis,in coextenſas ad rectũ ipſius A B parallelas incidẽtibus, diſtinguantur,ſuiſq́ꝫ ornentur numeris, à 35 gradu ad 55 gradum polaris altitudinis,ordine gemino deputatis,à ſigno quidem B uerſus F pro horizontalibus, ab F autem uerſus B pro uerticalibus horologijs.Repræſentabit itaqꝫ A B recta, lineam meridianam : A C uerò,lineam utriuſqꝫ horæ ſextæ. His ita paratis,accipito in ſubſcripta tabella,ex antecedenti tabula deprõpta,ſingulos arcus horarios 35 gradui polaris altitudinis reſpõdentes : quos ſigillatim numera in quadrãte B C, à ſigno B uerſus C, atqꝫ ſingulis arcuũ terminis ſingulas imponito notas. Supputa rurſum in eodẽ quadrãte B C, ab ipſo quocꝫ ſigno B uerſus C, quemlibet arcum horarium 45 gradui polaris ſubſcriptum altitudinis : & ex centro A in cuiuslibet arcus terminum emiſſa regula,nota ſingulas interſectiones eiuſdem regulæ, in arcu D E. Idem facito de arcubus horarijs, 55 gradus eleuationis polaris : notando reſpondenter quamlibet interſectionem regulæ in arcu F G. Deinde,per notas horæ primæ à meridie,in ipſis tribus arcubus conſignatas, arcualem (officio circini)

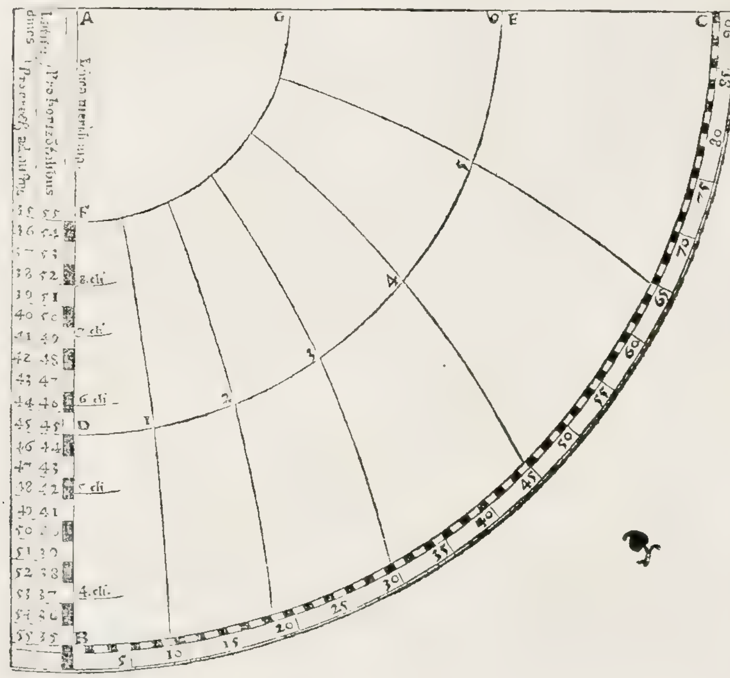
2 — Arcuum horariorum impoſitio.

¶ TABELLA ARCVVM HORAriorum horizontalium,ad ſubſcriptas poli ſublimitates,ex antecedenti tabula deprompta.

Antemeridianæ	Pomeridianæ	35.		45.		55.	
Horæ	Horæ	Gra.	Mi.	Gra.	Mi.	Gra.	Mi.
11	1	8	43	10	43	12	22
10	2	18	18	22	12	25	18
9	3	29	49	35	17	39	19
8	4	44	49	50	46	54	49
7	5	64	58	69	15	71	54
6	6	90	0	90	0	90	0

circini) trahito lineam. item & per tres notas horæ secundæ : & deinceps tertiæ, quartæ, & quintæ, quæquidem lineæ suis ornentur numeris, cuiuslibet horæ distā- tiam à Meridiano circulo denotātibus: uti subscripta figura demōstrat. Emittatur tandem ex A centro filum tenuissimum, egrediens arcum B G, currēte nodulo, uel indice admodùm subtili munitum. Et paratum erit instrumentum.

Quadrans horarius, ad descriptionē tum horizontalium, tum uerticaliū horologiorum pro liberis quibuscunq; poli sublimitatibus indifferenter accommodus.



Quonā pacto tam horizontalia quam uerticalia per ipsū quadrātem depingantur horologia.

CVM ERGO PER HVNC QVADRANTEM, PRAEFATA depingere uolueris horologia, disponito primùm lineam meridianā : in plano quidem horizontali, per doctrinam sexti capitis libri secundi Cosmographiæ nostræ, in uerticali autem, officio perpendiculi. Ducito postmodùm lineam transuersalem, ipsam meridianam ad rectos intersecantem angulos : quam utriq; horæ sextæ, solito more deputabis. Et circa utriusq; communem intersectionem (quæ cētrum erit horologij) ad interuallū autem semidiametri cuiuscunq; uolueris trium quadrantum in ipso A B C descriptorum, utpote, ipsius medij D E: describe circulum, quem horarium appellabis. Deinde accipito oblatā poli sublimitatem, in ipso A B C quadrante (modò non præcedat 35, uel excedat 55 gradum) in dextro quidem polarium numerorum ordine, à signo B uersus F distributo, si horizontale: aut in læuo & extremali, ab F in ipsum B, si uerticale fabricaturus es horologium. Et extēso filo in rectum A B meridianæ : moueto cursorem uel indicem, in ipsius polaris altitudinis terminum. Quo sic manente fixo, traducito filum uersus semidiametrum A C : donec idem cursor, uel obsignatus index, cadat præcise super lineā horæ primæ à meridiana. Quo facto, & immobiliter stante filo, considera arcum quadrātis D E, inter A B lineam & ipsum filum interceptum : quem, officio circini, traducito

in præ-

in præparatum horarium circulum,ultro citroq́ʒ lineam eiuſdem meridianam,impræſsis ibidem apparentibus notulis. Rurſum,moueto indicem cum filo ad lineam horæ ſecundæ à meridie,& animaduertito ſimiliter arcum eiuſdẽ quadrantis D E, inter A B meridianam & ipſum filum accidẽtem : eumq́ʒ (ueluti priorem) traducito cum circino in præfatum horarium circulum,ultro citroq́ʒ lineam ipſius horologij meridianam,notatis eiuſdem arcus terminis. Idem reſpondenter facito,de arcu horæ tertiæ : atqʒ reliquis cæterarum horarum interuallis. Tandem ex ipſius horologij centro,in ſingulas arcuum notas,in eodem horario circulo conſignatas,rectas,hoc eſt,horarias trahito lineas,in directum quantūlibet extẽſas:quas ſuis ornato numeris,pro ſæpius expreſſa prædictarum horarum reſpõdentia ,unà cum ſuperincumbente triangulo ſolito more fabricato , alióue horarum indice in trianguli locum reſpondenter conſtituto. Quemadmodum ex antecedẽtibus pro-
4 poſitionibus,colligere non eſt difficile. Potes autem ipſum A B C quadrantem, alijs quàm ſurſum expreſsis poli borealis exaltationibus,indifferenter accommodare : coadiuuãte proxima quinta propoſitione. Item & in locum arcus D E, ipſum arcum B C,uel F G, aliúmue liberè deſcriptum accipere : pro ipſius hologij commoditate. Et reliqua demum tum figuram,tum decorem eorundem horologiorũ reſpicientia : ueluti ſupra diximus,reſpondenter abſoluere. In qua quidem re,quãtum ualeat dextrum fabricantis ingenium,& artificioſa manuum agilitas : tibi non dubitamus fore manifeſtum.

Notandum.

PROPOSITIO SEPTIMA.

¶Ex utroq; prædictorum horologiorum, Horizontali quidem ac uerticali, uiatorium horologium,ſeu portatile componere: ipſumq; ſingulis climatibus,liberis ue quibuſcunq; poli ſeptentrionalis eleuationibus accommodare.

1 VIATORIA, SEV PORTATILIA DICVNTVR HOROLOgia,quæ in uſum uiatorum ſunt excogitata. Porrò cùm ipſi uiatores ſub uarias poli deueniant inclinationes , euiuſcemodi autem horologia,pro diuerſa eiuſdem poli ſublimitate,peculiari ſint deſcribenda cõtextura (ueluti capite nono,ſecundi libri antecedentis Coſmographiæ declarauimus) non abſentaneum duximus,utrunqʒ prædictorum horologiorum in unum componere, & liberis quibuſcunqʒ uel climatibus,uel poli borealis exaltationibus accõmoda-
2 re. In primis igitur ſuper dato plano,quadrãs Meridiani figuretur A B C : cuius centrum A, Mundi centrum repræſentet, B uerticem, & A C lineam Horizontis. Diuidatur autẽ arcus B C, in 90 partes æquales : productis de more lineolis,adiectiſqʒ partium numeris,à ſigno C uerſus B,quinaria ſucceſsione diſtributis. Sit autem propoſitum,componendum horologium ſingulis 7 uel 8 adaptare climatibus,per dimidiam horam maximarum dierum uariationem obſeruantibus: præſtat enim ita facere,quàm polares eleuationes alia ratione diſtribuere. Secetur igitur ex A C ſemidiametro, recta quædã A D , pro libera futuri horologij magnitudine: & à ſigno D (officio gnomonis) perpendicularis erigatur D E , ipſi A B parallela.

Quadrãtis neceſſarij præparatio.

Media climata	Poli arctici ſublimitates. Gra.	Mi.
1	16	40
2	24	15
3	30	45
4	36	24
5	41	20
6	45	24
7	48	40
8	52	0

Repræſentabit enim D E, cõmune planũ uerticale deſcribendorũ horologiorũ. Accipito poſtmodũ ex obiecta tabella polares inſigniorum climatum eleuationes : quas ſupputato ſigillatim in quadrante B C, à ſigno quidẽ C, uerſus B : & per ſingularum eleuationum terminos , rectæ ex A centro protrahantur lineæ, perpendicularẽ D E in ſignis F, G, H, I, K, L, M, N, diuidẽtes. Repræſentabũt enim ipſius Mũdi axẽ, pro ratione prædictorũ climatũ ad Horizontẽ A C inclinatũ.

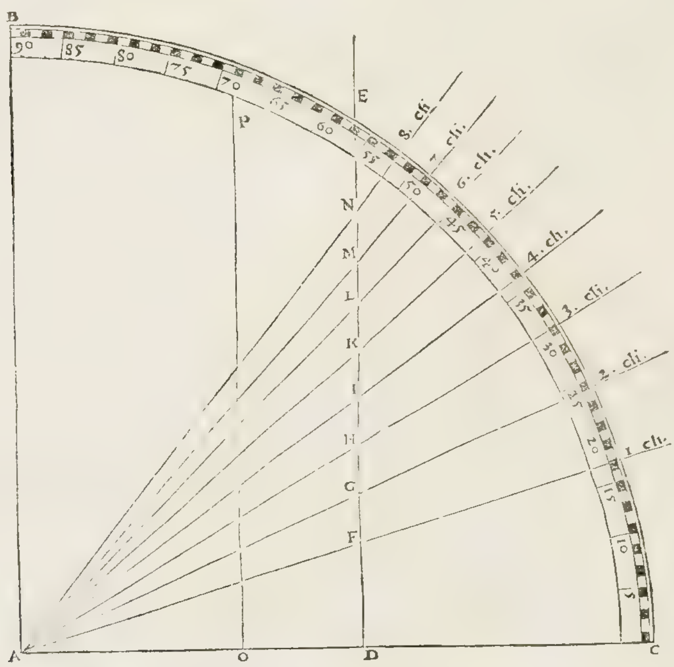
Deſcriptarum partium officia.

Erit

Erit autem A commune centrum,& A D ſemidiameter horizontalium horologiorum: & ipſa D F perpẽdicularis ſemidiameter uerticalis horologij primi climatis, D G ſecundi, D H uerò tertij,& ita reſpondẽter de cæteris. Subtenſa autem A F pro dimetiẽte ſumatur Aequatoris,ex quo tam in Horizõte,quàm in uerticali circulo, ad idem primum clima, horarum deducentur lineamenta: A G uerò dimetiens Aequatoris ſecũdi climatis, A H tertij,& A I quarti, & conſequẽter ita de reliquis. In ſumma,cuilibet climati proprium deputãdum eſt triangulum: iuxta quod, per doctrinam ſecundæ atque tertiæ propoſitionis,ad quodlibet clima, tam horizontalis quàm etiam uerticalis ſeorſum deſcribatur horarum contextura. Quòd ſi uolueris ipſum horologium minoris efficere quantitatis: ducẽda erit O P, uel alia quæuis perpendicularis,uerſus A centrum. Tantò enim minora reſultabunt ipſa triangula: quantò ex A C breuiorem acceperis partem, & perpendicularem ipſi A B uiciniorem erexeris.

Notandum.

Figura quadrãtis, ad conſtructionem generalis horologij, ex horizontalibus & uerticalibus componendi, neceſſarij.



Horologiorũ ad 4 prima climata, in plano horizõtali ſuccincta compoſitio.

HIS ITA PARATIS, ſuſcipienda ſunt gemina plana,quadrata quidem ex electa & commoda materia fabricata: quæ ſint Q R S T, & V X Y Z. quorum alterum,utpote Q R S T, horizontalibus: reliquum autem,ſcilicet V X Y Z, uerticalibus deputabis horologijs At quoniam ſingulorum climatum utrunque horologium, horizontale ſcilicet atque uerticale ſimul delineare,tum ſuperuacaneum, tum portatili inſtrumento uidetur incommodum: idcirco prædictorũ horologiorum partem in horizontali plano,parem quoque in uerticali deſcribemus. In horizontali quidem ſic. Diuide utrũque latus Q T & R S bifariam:& trahe lineã meridianam per utranque diuiſionem,in tranſuerſum ipſius plani: à qua linea meridiana, ſecabis æqualem

3

æqualem ipſi A D ſupraſcripti quadrantis : eiſdemq́ꝫ obſignabis literis A & D. Poſtea,diuide totã ipſam meridianã lineã A D bifariã : & circa mediũ ipſius punctũ, deſcribe 5 circulos inuicẽ cõcẽtricos & parallelos, 4 interualla diſtinguẽtes,quæ primis 4 deputabis climatibus,minimũ quidẽ primo,ſequens ſecundo,ſuccedẽs tertio,& ultimũ quarto climati. Protrahe cõſequẽter per A ſignũ,orthogonalẽ, & cõmunẽ utriuſq; horæ ſextæ deſignatricẽ lineã. Tandẽ,accipito horizõtalia eorundẽ 4 primorũ climatũ horaria lineamẽta,ſeorſũ quidẽ ex antecedẽtibus præparata:quæ lineatis ſubtilib⁹ circũ A ſignũ(cõmune eorũdẽ horariorũ centrum)horarijs circulis,in ſua traducito interualla,ꝓductis ꝑ ipſa interualla lineolis, ex ipſo A cẽtro ſigillatim ꝓcedẽtib⁹,ueluti figura demõſtrat.

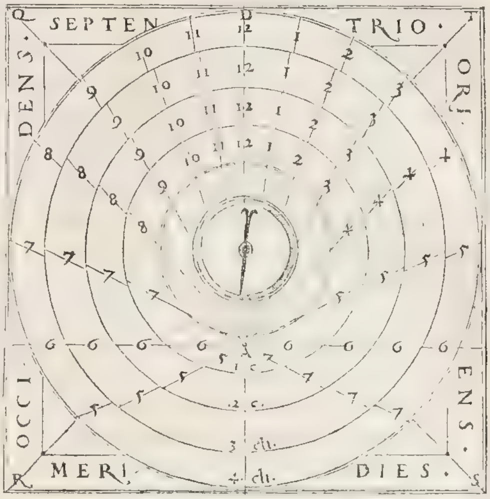


Figura plani horizõtalis in quo delineata ſunt 4 primorum climatum horologia.

Qualiter reliquorum 4 climatum uerticalia i altero plano conſcribantur horologia.

4 RELIQVORVM autẽ 4 climatũ in plano V X Y Z uerticalia,in hũc qui ſequitur modũ, depinges horologia. Diuide primũ utrũq; latus V Z & X Y bifariã: trahitoq́ꝫ lineã meridianã,quæ uocet̃ D E,in quã officio circini,traducito ſingulas diuiſiones ipſius D E in quadrãte deſcriptæ,à ſigno quidẽ D uerſus E : quas eiſdẽ annotato literis,ſcilicet F,G,H,I,K,L,M,N. Et ꝑ ſigna K,L,M,N,trãſuerſales utriuſq; horæ ſextæ ꝓducito lineas, adinuicẽ parallelas,atq; rectos cũ meridiana efficiẽtes angulos. Quãquidẽ meridianã lineã diuides bifariã:& circa mediũ eiuſdẽ punctũ,5 figurabis orbes, 4 rurſum interualla cæteris 4 climatibus applicãda diſtinguẽtes:quorũ infimũ in linea K,ſequẽs in linea L, ſuccedẽs in linea M, & ultimũ in N linea terminet̃. In his ergo 4 interuallis, uerticalia reliquorũ 4 climatũ,ſeorſum alibi deſcripta,traduces horologia:ꝓductis ex proprio cẽtro, in reſpõdẽs cuiuslibet interuallũ,lineolis horarũ indicibus. Vtpote,ex cẽtro K pro 5 climate, L pro ſexto, M pro ſeptimo, & N pro ſuccedẽti octauo, uelut ipſa figura demõſtrat. Inferiores porrò diuiſiones ipſius D E, literis F,G,H,I,ãnotatæ,4 priorũ climatũ horologijs,in horizõtali plano QRST deſcriptis(ut infra uidebis) inſeruient.

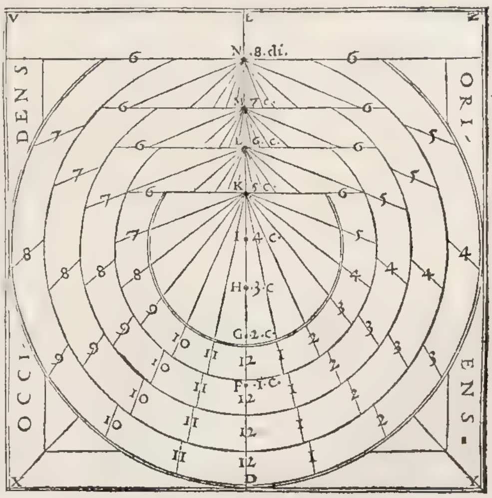


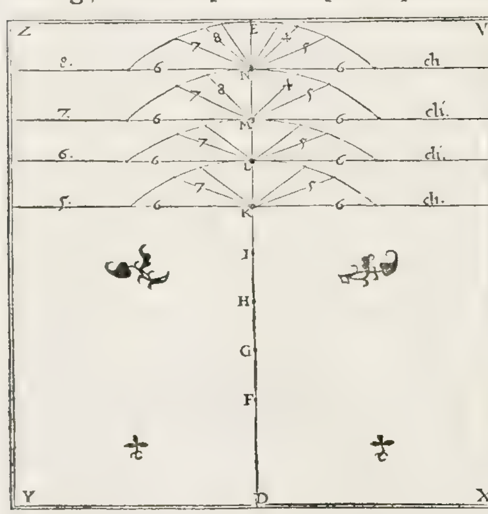
Figura plani uerticalis,i quo reliquorũ 4 climatum depicta ſunt horologia.

Quæ ad absolutam prædictorum horologiorum harmoniã, usumq; spectare uidentur.

5 ❧ RELIQVVM EST, ut ipſa plana Q R S T, & V X Y Z tali cõnectas induſtria: quatenus ambo latera Q T & X Y in unã eandemq; lineã rectã coincidant, ſitq; unius plani meridiana linea in rectũ alterius collocata, & ipſum uerticale planum V X Y Z cũ horizontali Q R S T ad rectos (quoties fuerit operæpreciũ) eleuetur angulos. Impones conſequẽter acum, Magnetis uirtute delibutam, in medio ipſius plani horizontalis, inter A & D ſigna: produceſq; ex A centro filũ quodpiã tenuiſſimũ, futurũ generalem horarũ indicem. Pertuſentur quoq; ſingula puncta F, G, H, I, K, L, M, N, ſubtilibus admodũ foraminibus, pro ipſius fili craſſitudine: quæ quidem foramina, ex oppoſito plani uerticalis, tali ſubleuentur artificio: ut idẽ filũ, inſtar axis Mũdi, in rectũ quantũlibet extẽdi poſſit. Immittendũ eſt itaq; filum in propriũ climatis foramẽ, quoties in dati climatis horologio, horas ipſas libuerit obſeruare atq; ex altera plani uerticalis ſuperficie, uel ipſa manu, uel appenſo perpendiculo ſubtendendum, dein abſoluenda reliqua, uelut ars ipſa requirit.

Reliquarũ horarum à ſexta in plano ad boreã cõuerſo notãda figuratio.

6 ❧ QVOD SI FORSITAN, horologiorũ in uerticali plano deſcriptorũ, reliquas horas ante ſextam matutinam, uel poſt ſextã ueſpertinã, pro dierũ maximarum quantitate, iuuet inſcribere: id facias oportet, in altera facie ipſius plani uerticalis, ad borealem Mundi partem ſemper conuertenda. Obſignabis igitur in dorſo foramina K, L, M, N: & per ipſa tranſuerſales & parallelas lineas exarabis, utranq; horam ſextam cuiuslibet horologiorũ indicantes, unà cum reſpõdenti & ad rectos angulos incidente linea meridiana D E. Quibus ita præparatis, traducito coadiuuante circino, quotquot expediuerit horarum interualla reſpõdentis horologij in uerticali plano deſcripti: ea quidem ſucceſſione ſurſum uerſus E, qua illic uerſus D, ſunt deorſum ordinata, hoc eſt, alternatim obſeruata reſpondẽtia. Et ſingulas horarum diſtinctiones proprijs ſeparato lineolis, ex ſuis cẽtris prodeũtibus: ſparſim quidem in proximã trãſuerſalem, aut circunſcriptũ orbiculum, arcúmue circuli protenſis, adiunctis quoq; ad latus Y Z antemeridianarũ horarũ numeris, pomeridianarũ autẽ uerſus latus V X. Quibus abſolutis, eleuato ad rectos angulos plano, ſiue dorſo, eoq; ad Boreã (ipſius acus adminiculo) cõuerſo: emittẽdum eſt filum per proprium foramen, & quàm rectiſſimè



poteris in altum, inſtar axis Mundi, producẽdum, quoties per umbrã fili, hoc modo deſcriptas horas cognoſcere uolueris. Haud aliter de cæteris quibuſcunq; poli ſublimitatibus facito.

PROPOSITIO OCTAVA.

¶ Qualiter in æquinoctiali plano, uulgarium horarum diſtinctiones, ad liberum quemcunq; ſphæræ ſitum figurentur, conſequenter demonſtrare.

HACTENVS

1 HACTENVS DE HOROLOGIIS SVPER HORIZONTALI atqꝫ uerticali plano descriptis: nunc de æquinoctialibus, id est, super plana Aequatoris superficie delineandis tractandũ. Contuendum est itaqꝫ primùm, an uertex dati loci fuerit sub ipso Aequatore, uel sub Mundi polo, uel inter utrunqꝫ locatus. Quodcunque autem horum acciderit, semper horarum intercapedines in Aequatore per æqualia figurantur interualla: ita enim Aequator, ab ipsis horarijs diuiditur circulis.

Qualiter horologiorũ rationes, sub ipso figurẽtur Aequatore.

2 SVB IPSO igitur Aequatore, dimdius tantùm circulus, in plana eiusdem Aequatoris superficie, tam ad Boreã quàm ad Austrũ, instar uerticalis horologij figurandus est, & in 12 partes æquales distribuẽdus: producto utrinqꝫ axe, ad rectos angulos prominente. Quẽadmodũ repræsentat semicirculus horarius B C D, ad Boreã circum A centrũ succedentis figuræ delineatus. Potest & in excauata semicirculari superficie, in 12 partes æquales per lineas parallelas respõdenter distributa, earũdem horarum ratio circũlineari: appẽso per centrũ horarũ indice, ab ipsius Mundi axe nusquàm declinante. Veluti mõstrat horologiũ E A F, in exemplum figuratũ. AD D E, ꝙ earundem horarũ discrimina, in aliud planum ꝗ ipsius Aequatoris, ex antecedentibus secunda, tertia, & quarta propositionibus cõuertere, non est difficile: in quibus propositionibus, æquales ipsius Aequatoris diuisiones, in contingentẽ lineam extẽdere docuimus. Itaqꝫ in plano ad ortum uel occasum prospicienti, antemeridiana aut pomeridiana traduces horarũ interualla: descripto uidelicet quadrãte circuli, pro ipsius indicis orthogonaliter erigendi longitudine. Quas quidẽ horarũ discretiones, rectis tum ad inuicem, tum ipsi Horizonti parallelis separabis: producto ex linea horæ sextæ, ad semidiametrũ eiusdem quadrãtis, indice: ad cuius umbræ terminũ horæ ipsæ dignoscẽtur. Vti licet in exemplũ aspicere, depictũ ortiuũ planũ E I: in quo ex E G H quadrãte, 5 antemeridiana delineata sunt horarũ interualla. Idẽ quoqꝫ describes horologiũ, super horizõtali plano, producta ab ortu ad occasum Aequatoris linea, meridianã ad rectos angulos dispescente: in quã traductis ex horario Aequatore horarũ distinctionibus, easdem lineis rectis tam inter sese quàm ipsi meridianæ parallelis annotabis, suisqꝫ ornabis numeris, erecto rursum ab ipsa meridiana perpendiculo, ad semidiametri eiusdem Aequatoris quantitatem. In cuius faciliorẽ intelligentiã, subscriptã plani K L contẽplare figurã, ex semicirculo B C D respõdenter delineatã. Nam super planis in longũ axis Mundi cõstitutis, & ad perpendiculũ cũ Aequatore se habẽtibus: horarũ lineamẽta nullos efficiũt angulos, sed cõtingunt ad inuicẽ parallela.



Figuræ diuersorũ horologiorũ, sub ipso Aequatore describẽdorum.

Sub Mundi polo, quænam cō tingant horarū lineamenta.

NEC MINORI facilitate, sub ipso polo, earundē horarū absoluētur lineamenta: coincidit enim Aequator cū ipso Horizonte circulo. Inuenta igitur super horizōtali plano linea meridiana, sumptoq; in ea cētro, describe circulū liberæ magnitudinis: quē diuide in 24 partes adinuicē æquales, productis ex cētro lineolis. Qd̄ si ab codē centro perpendiculū, instar axis Mundi ad polū erexeris: cōpletam horarū rationē habebis. Quēadmodum repræsentat circulus B C D E, circū A cētrum, in E F G plano descriptus. Qd̄ si iuuet in plano quopiā super Aequatorē, hoc est, horizontē perpēdiculariter erecto, & in longū axis Mūdi coextenso, easdē horas figurare: id nō aliter facies, q̄ de plano horizontali, pximo tradidimus numero: hoc solū excepto, q lineas demittes ad perpēdiculū: ab octaua qui dē matutina, usq; ad quartā tantūmodò uespertinā. Vix nāq; eiuscemodi horologia, præter 6 horas integras irradiātur. A linea porrò meridiana solitū emitte perpēdiculū: tātæ precisè lōgitudinis, quātus est semidiameter Aequatoris, ex quo horarū lineamenta deduxisti: Veluti monstrat horarum delineatio, in plano F G H K ad meridiē erecto, ex præfato Aequatore B C D E, respondenter extensa. 3

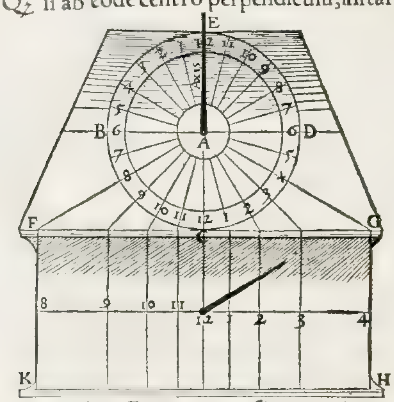
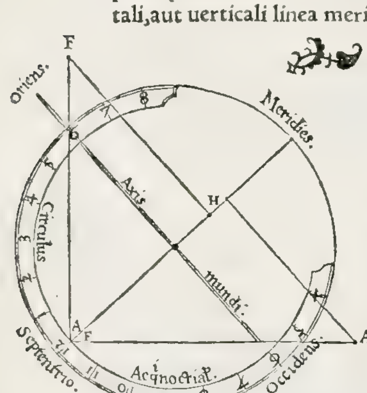


Figura duorū horologiorum sub polo delineandorum.

Vt idē horologium æquinoctiale ad liberā quāuis poli sublimitatem fabricetur.

HIS SVMMATIM prælibatis ostēdamus qualiter idē horologiū æquinoctiale, ad liberā quāuis poli sublimitatē describatur: ad eorū quippe latitudinem, quorū uertex inter polū & ipsum uersatur Aequatorē. Cōstructo igitur Aequatore circulo, plano quidē uel excauato, in 24 partes æquales horarū interualla re præsentātes, nuper expresso modo distributo: fabricabis triangulū A F H, ad sumptam polarem altitudinem, per doctrinā primæ propositionis. Et inuēta horizon tali, aut uerticali linea meridiana: collocabis ipsum horariū Aequatorē uersus Austrū, unà cū axe Mūdi futuro horarū indice, ad rectos angulos utrinq; prominēte, ea quidē industria, ut linea ipsius Aequatoris meridiana, à recto eiusdē assignatæ dati loci meridianæ situ nō discedat: & idē Aequator horarius, ad angulū A F H, super latus A H ipsius præpa rati triāguli, ab horizōtali linea meridiana sursum eleuetur, à uerticali autē meridiana linea inclinet ad angulū H A F. Qd̄ si planū feceris æquatorē, horarū discrimi na ex utraq; parte notabis: si autē excauatū formaueris, trūcabis eleuatā & ad Austrū cōuersam ipsius Aequatoris portionē, ad minimæ quidē noctis in data regione cōtingētis quātitatē. Vti præsens æquinoctialis horarij uidet̄ indicare formula, ad sæpius assumptā 48 graduum poli borealis eleuationem, in aliorum exemplum delineata: quam pro tua industria, tum uariare, tum illustrare poteris. 4

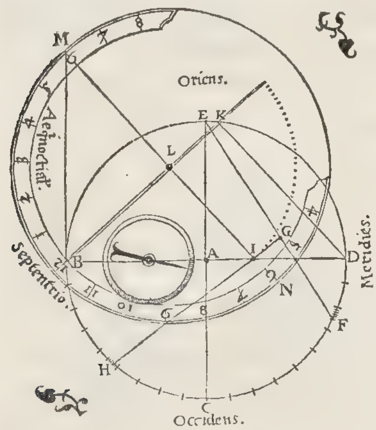


Alia eiusdē æquinoctialis horarij portatilis cōpositio.

IDEM RVRSVM horologium æquinoctiale, absq; primæ propositionis adminiculo, portatile in hunc poteris efficere modum. Describe super oblato plano, circum A centrū, circulum B C D E: quem binis dimetientibus, B D quidem meridionali, atq; eidem orthogono C E, in 4 diuide quadrātes. Vtrunq; porrò B C, 5

atq;

atq; C D, in 90 subdiuidito partes adinuicē æquales. Iungito postmodùm complementum datæ polaris altitudinis, cum maxima Solis declinatione: & adgregatum inde partiū numerum, supputato in quadrante C D, à signo C uersus D; & fini adijcito F notulam. trahito consequēter rectā E F, admodùm subtilem: à qua secetur E G, ipsi A B, uel A D semidiametro æqualis. Supputetur rursum eadē polaris altitudo in quadrāte B C, à signo B uersus C: & notato supputationis termino litera H, trahito rectā & occultam lineā G H, quæ secet dimetientē B D in puncto I. Erit ergo punctū I, locus in quem figēdus est axis Aequatoris, atq; centrum horizontalis horologij, si ipsum uelles in plano B C D E respondenter figurare. Copulabis deinde æqualem ipsi B I, à signo D uersus E: sitq; illa D K. Et producta recta B K: traduces in eam B L, ipsi A B semidiametro rursum æqualem. Quòd si per L, in I, producas rectā M I: ea repræsentabit axem Mundi, eritq; pars L I, quæ à centro Aequatoris in punctū I, demittenda est. Vnde si à B signo, perpendicularem excitaueris B M: ea sinum datæ polaris altitudinis repræsentabit, eritq; æqualis ipsi B K. His ita paratis, fabricabis (uelut antea) horariū Aequatorem M B N: in æqualia 24 horarum interualla solito more distributū, & pro maxima diei artificialis quātitate truncatū. per cuius signa M & N, utrāq; sextā horam distinguentia, æneum dimetientem, axem Mundi ad rectos angulos deferentem, adaptabis: tali quidem artificio, ut idem axis Mundi uolui liberè possit, habeatq; partem inferiorē ipsi L I prorsus æqualē. Colligabis tandē ipsum Aequatorem cum plano B C D E, in B signo: affixo utriq; uolubili clauiculo, & unà cum immissa acu Magnete fricata, inter A & B reposita. Reliqua ex teipso, facta præcedentium recollectione, supplebis: coadiuuante supradictorum formula, ad eādem eleuationem 48 graduum, in maiorem elucidationem fabricata.



PROPOSITIO NONA.

¶*Idem rursum horologium æquinoctiale, gemino artificio componere: utq; singulis poli borealis exaltationibus indifferenter adaptetur, edocere.*

POTEST NANQVE IPSVM HOROLOGIVM HORIZONTAle, uel in plana, uel in curua eiusdem Aequatoris superficie delineari. Vt igitur primū modum paucis expediamus: præparētur gemina plana, quadrata quidem, & ad inuicem æqualia, A B C D scilicet, & A E F G. quorū alterum, hoc est, A B C D, ipsi Aequinoctiali plano: reliquū autem, utpote A E F G, horizōtali deputabis. Postmodùm, ex utraq; parte ipsius plani A B C D, meridianam A C, unà cum transuersali utriusq; horæ sextæ B D producito: & circa communes, mutuoq; sibi respōdentes earundē linearū intersectiones, geminū figurato Aequatorem. quem in 24 partes æquales, 24 horarum æqualium interualla repræsentantes, sæpius expresso more diuidito, suisq; separato lineolis ex centro eiusdem Aequatoris prodeūtibus, unà cū adiectis numeris, antemeridianas quidē horas ex C per B

Generalis horologij in Aequinoctiali plano figurādi, descriptio prima.

per B, in A, pomeridianas autem ex A, per D, in C, consueto indicantibus ordine.

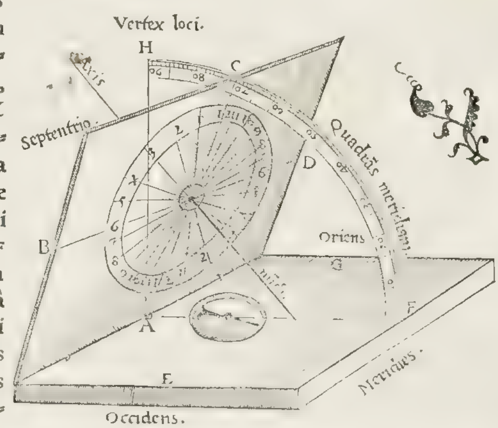
Perforetur tãdem ipsius Aequatoris centrũ: in hunc quippe modum, ut æneus axis per idem foramen ad rectos cùm uolueris immitti possit angulos. Quibus absolutis, describito rursum per medium alterius plani A E F G, meridianam A F: in quam impones acum, iuxta doctrinam septimi numeri secundæ propositionis uerificatam. Connecte postmodùm ipsa plana, uersus A signum, binis uolubilibus & utrinq; connexis clauiculis: tali quidem industria, ut A C meridiana in rectum ipsius A F constituatur, & planum A B C D super A E F G plano eleuari, atque deprimi facile possit. Fabricabis tandem ex conuenienti materia incuruatũ Meridiani quadrantem F H, in 90 partes æquales ab F uersus H distributum: cuius centrum sit A, semidiameter autem A F uel A H. Huic porrò quadranti F H, circa F proprium efficies receptaculum: ea quidem subtilitate, ut in ipsum prominens eiusdẽ quadrãtis particula leuiter immittatur, subtrahatur'q; dum uolueris. Tandẽ iuxta signum C, facito scissuram, ad iustam ipsius quadrantis crassitudinem: ut scilicet Aequator A B C D, gradatim eleuari, pro dataue poli sublimitate deprimi facile possit. Reliqua autem omnia, ad completum ornamẽtum eiusdem horologij spectantia, pro tuo arbitrio, uel ingenio relinquimus absoluenda.

Quadrans meridianus.

Vsus generalis præcedentis horarij.

3

CVM VOLVERIS igitur horam uulgarem in data quauis inuenire regione: cõuertito partes C & F, officio acus, ad Austrum. & imposito axe, atq; quadrante F H: leua interiorẽ Aequatoris superficiem, ad complementũ datæ polaris altitudinis, facta supputatione ab F signo uersus C. uel supputa datæ regionis latitudinem, à puncto H uersus F: & fini applica eãdem Aequatoris superficiẽ. Nam ipsius axis umbra, occurrẽtem indicabit horam. in plano quidem



extrinseco, ab æquinoctio uerno, per æstiuale solstitium, ad æquinoctium autũnale: in ipso autem intrinseco, per reliquam anni partem, ab eodem autũnali æquinoctio, per hyemale solstitium, ad uernum rursus æquinoctium. Neq; curanda est ipsius axis utrinq; prominentis longitudo.

Alia eiusdẽ horarij æquinoctialis compositio, omnibus etiam regionibus accommoda.

4

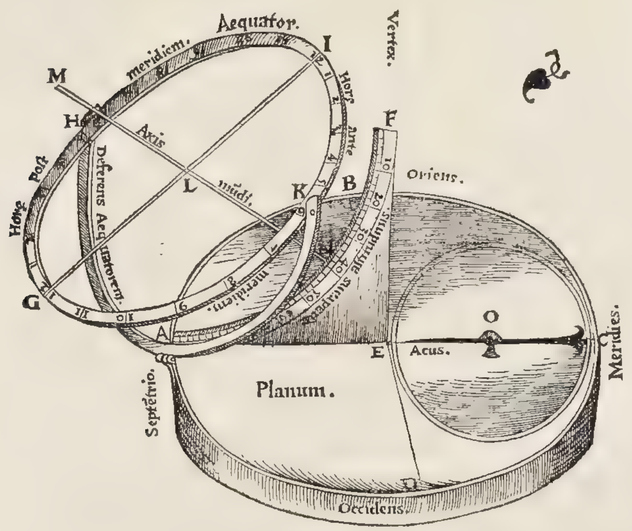
OSTENDAMVS CONSEQVENTER, qualiter idem horariũ æquinoctiale alia ratione fabricetur. Præparato itaq; horizõtali plano: describatur in eo circulus A B C D, circa centrũ E. qui quidẽ circulus, binis dimetiẽtibus in 4 quadrantes diuidatur: A C uidelicet meridianã repræsentãte, & producto in trãsuersum orthogonali B D. Fabricetur deinde circuli quadrãs A F, excauatus quidẽ & in 90 partes æquales solito more distributus: cuius interior semidiameter sit paulo minor A E. Hic porrò quadrãs uersus A cõuertatur, & in rectũ ipsius A E tali colligetur industria, ut super ipsum planũ A B C D facile deprimatur, & cũ fuerit operæpreciũ ad rectos excitẽt angulos. Figurabis cõsequẽter Aequatorẽ circulũ G H I K: cuius interior semidiameter, æquus sit interiori semidiametro quadrantis A E.

Quem quidem

Quemquidem Aequatorem circulum excauabis,atq; in 24 horarum interstitia diuides,adiunctis de more numeris.Et consolidatis inuicem binis dimetientibus G I atq; M N, ex ære,similiue materia fabricatis,bifariam & ad rectos in signo L sese dirimentibus angulos,tantæ quidem longitudinis quantus est diameter ipsius Aequatoris: alterum,utpote G I, factis ad utriusq; horæ 12 lineolas foraminibus, taliter cum eodem clauabis Aequatore,ut reliquus M N ad signa H, K, ultro citroq; liberaliter inclinetur.Supplebit enim M N, axem Mundi: debet igitur L N, interiori eiusdem Aequatoris semediametro coæquari.Cōstruendus est præterea dimidius quidam circulus H A K, itidem excauatus,ipsum H I K, uel K G H semicirculū adamussim complectens: quem Aequatoris deferētem appellabis. Hunc porrò semicirculum,circa mediam eiusdem partem,cum A signo taliter conclauabis: ut super planum A B C D coextendi facilè possit,& ad rectos cùm uolueris angulos eleuari, parte quidem H ad ortum,parte uerò K ad occasum prospectāte. Huic tandem semicirculo H A K, coaptabis Aequatorem G H I K,immissis per H & K signa,utranq; horam sextam distinguentia,subtilibus admodùm clauiculis: eo quidem ingenio fabricatis,ut totus Aequator circum eadem signa liberè conuoluatur, extēdaturq; super A B C D circulum. Deniq; inter C & E, ad signum uidelicet O,solitam lineæ meridianæ directricem impones acum: absoluesq; singula, pro tua industria, uel ingenij facilitate,obseruata singulorum quæ supra diximus respondentia.

Horarum inuētio,per nuncfabricatum horologium æquinoctiale.

4 HOC IGITVR INSTRVMENTO, horas ipsas per uniuersum Orbē ita deprehendes.Dirige partem C uersus Austrum: & rectificata per acum linea meridiana, leua quadrantē A F, ut E F sit ad perpendiculum. Deinde cōstitue deferentem Aequatoris H A K, ad rectos angulos cum plano A B C D. Supputatā dem in quadrante A F, a signo F uersus A, datam poli borealis eleuationem: & fini applica partem axis L N, iuncta



ipsi N termino, bifurcata particula, pro ipsius quadrantis crassitudine. Quibus ita fixè manentibus: umbra ipsius axis M N, propositam indicabit horam. Qua inuenta,deprimes singula super ipsum planum,siue circulum A B C D.

Corollarium notandum.

IN RECTO igitur sphæræ situ, Aequator A B G D antecedentis proximæ descriptionis, ad rectos angulos excitabitur super plano A E F G, signo C ad signũ H constituto: Hic autem, extremitas L N, in F signũ dirigetur, Aequatore G H I K intra suum deferentem collocato. Item, quemadmodum sub polo, idem Aequator A B C D, iungetur cũ plano A E F G, sursum leuato axe: sic & in hoc horario, pars axis L N ad signum A, atq; signum I cum ipso F respondenter locabitur. 5

PROPOSITIO DECIMA.

¶ Horarum lineamenta, super plano Meridianum orthogonaliter intersecante, & in rectum axis Mundi coextenso, ad Horizontem uerò inclinato, respondenter fabricare.

In quibus planis maxima cõtingat linearũ horariarum diuersitas.

QVEMADMODVM IN AEQVINOCTIALI PLANO, æquales contingunt horarum anguli, quindenos ipsius Aequatoris gradus includentes; sic & in planis, eundem Aequatorem ad rectos diuidẽtibus angulos, & in longum axis Mundi coextensis, maxima contingit horariorum interuallorũ diuersitas. Nã ipsæ horariæ lineæ, tametsi ad utrũq; Mundi polum conuenire diffiniantur, nullum tamen causare uidentur angulũ: sed tum inuicem, tum ipsi Meridianæ describuntur parallelæ. ueluti secundo, atq; tertio numero præcedentis octauæ propositionis, triplici dilucidauimus exemplo: & ex sequentibus, licebit facile comprehẽdere. Plana siquidem apud nos existentia, uel imaginata, non aliam uidentur habere rationem, quàm si forent in centro Mundi constituta: propterea, quòd semidiameter Terræ, quoad semidiametrum orbis Solaris, haud perceptibilis uidetur esse quãtitatis. In planis itaq; super axe Mundi constitutis, & utrunq; tam Aequatorem quàm Meridianũ ad rectos dirimentibus angulos, atq; ueluti tecta domorum ad Austrũ cõuersa, Horizontem uersus inclinatis: horarum interualla, non inuicem concurrentibus, sed parallelis sunt distinguenda lineolis, præfatos horarios circulos repræsentantibus. 1

Proposita horarũ lineamenta, qualiter in plano portatili describantur.

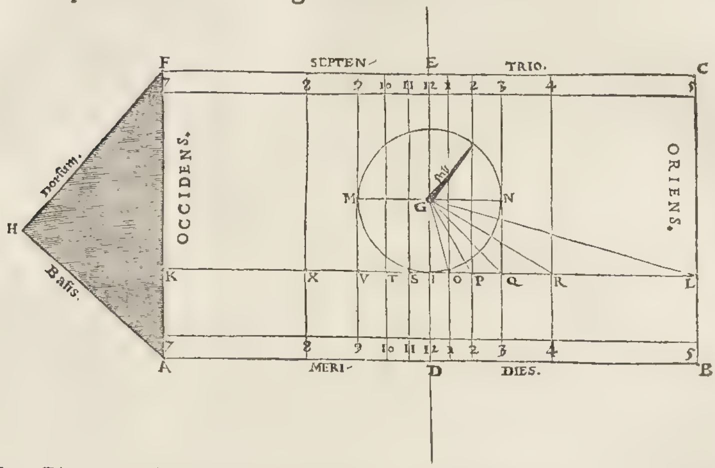
VT IGITVR propositum exequamur institutũ, construemus in primis horarium portatile: deinaliud quodlibet, indifferenter lineare docebimus. Describe itaque primum, ad datam poli sublimitatem triangulum A F H, unà cum reliquis ad protypum spectantibus instrumentum: iuxta doctrinam ipsius primæ propositionis. Postmodùm, ex solida quapiã & electa materia, prisma fabricetur, tribus rectãgulis & altera parte lõgioribus, binisq; trilateris, ipsi A F H præparato triãgulo similibus, æqualibusq; superficiebus terminatũ: cuius præcipua & ad Austrum conuertenda superficies, esto A B C F, lata quidem secundũ A F subtensam, & circiter in duplo longa. dorsi autem latitudo, siue altitudo plani A B C F, ipsi F H: basis uerò ipsi H A, præfati triãguli A F H, sit æqualis. Diuidatur cõsequenter A B latus bifariã, in D: & à signo D, perpendicularis excitetur D E, utriq; & A F, & B C parallela. erit enim recta D E, linea meridiana, in logum axis Mundi coextensa. 2

Deinde, sumpta ex ipso protypo recta H L, secetur eidẽ æqualis ab ipsa D E: sitq; D G. Et centro G, interuallo autem secũdum L N aut L O, describe circulum Aequatorem, ipsi N O circulo prorsus æqualem: quem his obsignato literis, M, I, N, & producto dimetiente M N, unà cum meridiana D E orthogono, in 4 diuidito quadrantes. Per datum insuper signum I, contangens & subtilis linea producatur, K L: ad rectos quidem angulos cum D E, & utriq; A B atq; C F parallela. et diuiso quadrãte I N, in sex partes æquales: per quamlibet ipsius quadrantis diuisionẽ, rectæ & subtiles ex centro G producantur lineolæ, in rectam K L ad signa quidem

O, P,

O, P, Q, R, L, incidentes.quæ quidem ſigna,in reliquam partem I K, officio circini, ſuo traducantur ordine: ſintq́ S, T, V, X, K. Per hæc autem ſigna,horarias & apparentes lineas coaptabis,ipſi meridianæ D E atq́ inuicem parallelas: quas ſuis ornabis numeris,prout ordo requirit horarum,à ſeptima uidelicet antemeridiana,ad quintam uſq́ pomeridianam. Erige tandem ex centro G perpendiculum,tantæ præciſè longitudinis,quantus eſt ſemidiameter Aequatoris M I N: nam extremitas umbræ ipſius perpendiculi,horas ipſas indicabit. Nec obliuiſcaris,in eiuſcemodi lineamentis horarijs,lineam horæ nonæ ante,atque tertiæ poſt meridiem,ipſum Aequatorem M I N contangere debere: ſecus erratum eſt.

Index horari⁹.



Typus horologij penduli, in longum axis Mundi ad auſtrum conuertendi.

3 Cùm igitur horas uolueris obſeruare, collocabis baſim A H ſuper Horizõtis ſuperficiem,dorſo H F ad Boream conuerſo: eo quidem modo,ut linea meridiana D E, in directum ipſius Meridiani conſtituatur. Poteris & ipſum horologium, in ſolo plano A B C F delineare,atq́ triangulum A F H à tergo meridianæ D E, uel figere,uel adeò flexilibus connectere clauiculis: ut in longum ipſius dorſi A B C F coextendatur,& ad rectos cùm fuerit operæpræcium excitetur angulos.

De uſu atq́ uariatione præcedentis horologij.

4 HAVD ALITER ſuper quocunq́ ſimili,ſimiliterq́ poſito plano,horas ipſas per eaſdem lineas parallelas,ſuis diſtingues interuallis: ſumpta ipſius Aequatoris M I N, atq́ lineæ contangẽtis K L libera magnitudine, pro tua uel diſcretione, uel ipſius oblati plani commoditate.Quemadmodũ ex prædictis (ni prorſus ipſam ſuperes ruditatem) colligere haud difficile potes.

Notãdum, pro cæteris quibuſcunq́ ſimilibus horologijs.

PROPOSITIO VNDECIMA.

Qualiter præterea in eodem plano Meridianum orthogonaliter interſecante,atq́ ad Horizontem inclinato,ſed in directum axis Mundi minimè conſtituto,horarij ſupputentur anguli,conſequenter oſtendere.

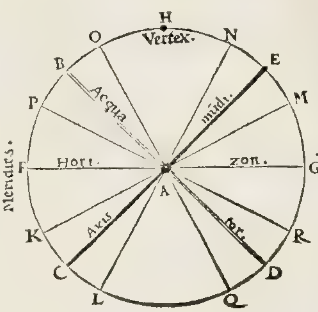
1 DE PLANIS ITAQVE VELIM INTELLIGAS, QVAE AB axe Mundi ſemper ad obliquos,ſed nuſquàm ad rectos perforãtur angulos: & ab ipſo uertice,aut uerſus Boream, aut uerſus Auſtrum inclinantur. In primis itaq́ perſcrutandũ eſt,quanta ſit ipſius plani ſuper Horizontẽ altitudo. Hoc autem per eum circuli quadrantem haud difficulter abſolues,quem

Qualiter altitudo plani ſuper Horizontem obſeruanda.

capite quarto ſecundi libri Coſmographiæ noſtræ fabricare docuimus: porrecto uiſuali radio, per utraque pinnacidiorum foramina, ad ipſius plani uerticem.

Cognita autem plani ſuper Horizontem altitudine, unàcum polari datæ regionis eleuatione: cognoſcetur reſpondenter, quantùm alter polorum Mūdi ſuper ipſum planum eleuetur. hoc enim ſcitu uidetur admodùm neceſſarium. Deſcribatur igitur, maioris euidentiæ gratia, circa Mundi centrum A, Meridianus circulus B C D E: ſitq; B D Aequator, axis uerò Mundi C E, Horizon F G, & uertex ipſius loci H. Sint autē bina plana K M, & L N, ad Horizontem F G, uerſus E polum ſeptētrionalem inclinata: ſitq; altitudo plani K M minor ipſius uerò L N maior polari ſublimitate G E. Auferenda eſt igitur G M altitudo, ab ipſa eleuatione polari G E: ut relinquatur M E, ipſius quidem axis A E contingens ſuper K M planum ſublimitas. Secus autem facies, ad habendū C L, eiuſdem axis A C ſuper L N planum reſpondentem altitudinem. Auferes igitur G E polarē eleuationem, ab altitudine plani G N: relinquetur enim arcus E N, & illi conſequēter æqualis C L. 2

Quanta ſit axis Mundi ſup datum planū ad boream inclinatū altitudo, determinare.



Quòd ſi plana ad meridianā Horizōtis partem, ab ipſo inclinentur uertice, cuiuſmodi ſunt O Q & P R: in hunc facito modum. Si planum minus inclinetur quàm Aequator, uelut O Q: adde complementū altitudinis ipſius plani, complemento datæ polaris eleuationis, hoc eſt, O H ipſi H E. cōſurget enim O E: quantùm uidelicet axis A E, ſuper datum planum extollitur. 3

De planis ad auſtrum inclinatis.

Si tādem inclinatio plani, maior ſit Aequatoris inclinatione, ut P R: iungenda eſt ipſius plani ſublmitas ipſi altitudini polari, hoc eſt, G R (quæ ipſi F P coæquatur) altitudini G E. conflabitur enim altitudo R E, eiuſdem axis A E, ſuper datum planum P R. Haud diſſimiliter de cæteris quibuſcunq; ſimilibus facito.

HIS PRAEOSTENSIS, duobus modis horas ipſas delineabis: in planis quidem K M & P R, inſtar horizontaliū, in ipſis uerò planis L N & O Q, ad modū uerticalium horologiorum. Quorum arcus horarios non aliter ſupputabis, quàm præcedentibus quinta & ſexta propoſitionibus, tradidimus. Poterit igitur, haud iniucundè ſupputata arcuum horariorum tabula, & fabricatus inde quadrans horarius A B C, eiuſcemodi planis, cognita (uti nunc oſtendimus) axis Mundi ſuper eadem plana ſublimitate, indifferenter accommodari. 4

Quonāmodo arcus horarij in præfatis planis ſupputētur.

PROPOSITIO DVODECIMA.

Super Meridiani plano, hoc eſt, ad ortum uel occaſum directè conuerſo, & ad rectos angulos cum Horizonte conſtituto: earundem horarum interualla, ad datam quamuis poli ſublimitatem, utrinq; delineare.

Quænā horologia lateralia dicantur.

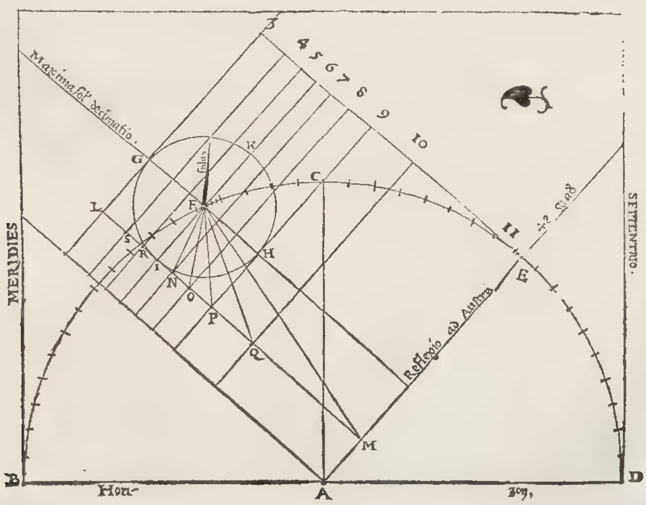
HVIVSCEMODI HOROLOGIA, PECVLIARI NOMINE, lateralia nuncupamus: utpote, quæ ſub ipſo Meridiano conſtituta, & ad ortum uel occaſum lateraliter aſpicientia, antemeridianis tantūmodò, pomeridianiſue deputantur horis. Primùm igitur Orientale deſcribemus horologium, in quo uidelicet antemeridianarum horarum rationes explicantur: poſtmodùm occidētale reſpōdēter cōficere docebimus, ubi pomeridianæ delineātur horę. 1

Lateralis & orientalis horologij ſummaria deſcriptio.

Oblato itaq; Meridiani plano, ad ortum ſuper Horizontem perpendiculariter erecto, deſcribatur in tranſuerſum illius recta quædam linea B D, ipſi Horizonti parallela; 2

parallela: quæ bifariam diuidatur, in signo quidem A. Circa datū postea cētrum A, semicirculus B C D figuretur, dimidio circulo protypi, iuxta primam propositionem ad tuam regionem præparati, prorsus æqualis. Hunc porrò semicirculum, in duos separabis quadrantes, erecta C A, super B D perpendiculari: & utrunq; quadrantem, hoc est, B C atq; C D, subdiuides in 90 partes æquales. Supputa cōsequenter polarem dati loci sublimitatem in boreali quadrante C D, à signo D uersus C, utpote, sæpius assumptam gra. 48: & fini adijcito notulam E, trahitoq; rectam A E. Rursum, in australi quadrante B C, à signo quidem C uersus B, maximam ipsius Solis supputato declinationem (quæ nūc perhibetur esse 23 graduum, & 30 circiter minutorum) finemq; obsignato F notula. Circa datum igitur centrū F, describito circulum Aequatorem G I H K; æqualem quidem circulo N O, circum L centrum ipsius protypi figurato. Et per idem centrum F, ducito rectam G H, in ipsam A E perpendicularem; necnon orthogonam I F K, ipsi A E parallelam, quātumlibet utrinq; protensam. Diuident enim huiusmodi lineæ circulum G I H K in 4 quadrantes: repræsentabitq; G H sectionem Aequatoris, recta uerò I K lineam horæ sextæ denotabit, in rectum axis Mundi constitutam. Per datum itaq; signū I, contingentiæ linea producatur L M: & diuiso quadrante H I in 6 partes æquales, per singulas ipsius quadrantis diuisiones, subtiles admodùm producātur lineolæ, in præfatam contangentem L M, ad signa N, O, P, Q, M, incidentes. Quæ quidem signa traduces ab I uersus L, suo quidem ordine, & ad iustam circini mensurā: non quidem omnia, sed pro horarum sextā ab ortu Solis in die maxima præcedētium numero, utpote duo, uel tria, quæ sint R, S, L. Ducito consequenter per signa L, S, R, N, O, P, Q, ipsis A E & I K parallelas & apparētes rectas lineas, horarum interualla distinguentes: quarum quæ per L & P signa lineantur, circulum G I H K (modò non erraueris) tangere debent, & quæ per M ducitur conuenire cum A E.

His porrò lineis proprios horarum applicabis numeros: dādo ipsi G L tertiam, sequenti quartam, succedenti quintam, & ita consequenter usque ad undecimam horam, quæ cadet in A E. Poteris autem (si libeat) per A & E signa, uel A & C,



Typus orientalis horologij, ad eleuationē poli arctici 48 graduum figuratus, in quo antemeridianarum horarū continentur distinctiones.

geminas

geminas educere rectas,ipsi G H parallelas,& in A E perpendiculares : ad quas,horarum lineamenta terminabis. Demũ ex centro F,solitum erigas perpendiculum, siue stylum orthogonum,ad lõgitudinem F G, aut F H semidiametri : ad cuius umbræ terminum,horæ ipsæ dignoscentur.

Notandum.

3 QVOD si forsitan super libero plano, idem horologium seorsum construxeris : debes tandem ipsum in rectum inuentæ lineæ meridianæ uersus ortum ita collocare, ut A C linea super Horizontem cadat ad perpendiculũ, & I K, & quælibet eidem I K parallela,instar axis Mundi constituatur.

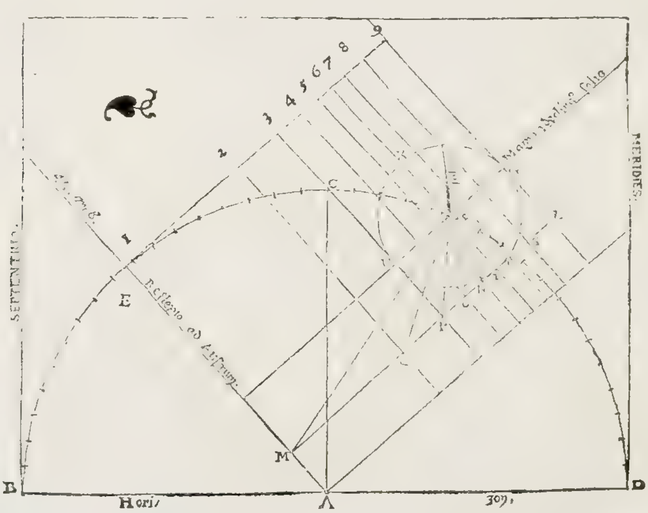
Idẽ horologiũ alia ratione cõstruere.

4 NEQVE IGNORAMVS, quadrantẽ A B C huic negotio satis etiam facere posse. Supputata nanq; ipsius Aequatoris eleuatione,seu cõplemento datæ polaris altitudinis in eodẽ quadrante B C, à signo B uersus C, & producta ex cẽtro A linea recta : ea rursum Aequatoris sectionẽ cum plano Meridiani repræsentabit. In qua quidẽ linea,si liberũ acceperis centrum : poteris circa ipsum, præfatũ Aequatorem circulũ G I H K, etiã quantũlibet (saltem pro cõmoditate plani) describere, neglecta prorsus ipsius protypi præparanda figuratione: atque reliqua omnia,ueluti nunc expressimus,respondenter obseruare.

Vt occidentale seu pomeridianũ horologiũ respondenter fabricetur.

5 HAVD DISSIMILITER occidentale,pomeridianis quidem horis accõmodum,fabricabis horologiũ : immutato solũmodò, & positionis, & supputationis ordine. Quæcunq; enim in quadrãte B C descripsimus,ea ueniũt in C D respõdenter absoluenda,& econtrà : propterea q in occidẽtali plano,quadrãs B C septẽtrionalis efficitur, C D uerò quadrãs cõuertitur ad Austrũ.Oportet aũt huiuscemodi horarũ delineamẽta,ad meridianam Cœli regionẽ inclinari.Nõ est igitur opus nouo documẽto,præter quàm,quòd ipsis horarijs lineis suos adaptes numeros:utpote,ipsi A E primã horã pomeridianã deputando,sequẽti secundã,succedenti tertiam,& cõsequenter ita,usque ad sextã,quæ rursum cadet in rectã I K, & octauam aut (si uelis) nonã,quæ recta G L terminabitur. Veluti sequẽs indicat formula,ad eãdem polarem eleuationem 48 graduum, in exemplum respondenter fabricata.

Figura occidẽtalis horarij,pomeridianis horis inseruiẽtis, priori respondens, ad eãdem poli sublimitatẽ 48 graduũ.



Cur autem

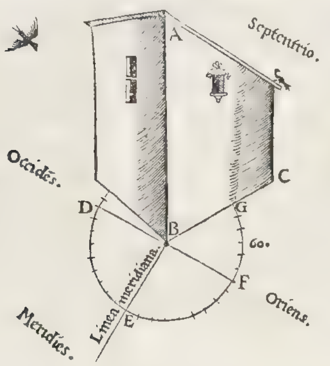
6 Cur autem in eiuſcemodi lateralibus horologijs, ortum uel occaſum directè proſpiciẽtibus, hora meridiana, hoc eſt, duodecima minimè inſcribatur, ex eo prouenit: quoniam Sole ad Meridianum perueniẽte, umbra ſtyli horarũ indicis, cum utroq; plano efficitur parallela. In parte ſiquidem orientali, eadem umbra, poſt horam undecimam, reflectitur ad Auſtrum: poſt duodecimam autem horam, ipſius ſtyli umbra ad planum occidentale conuertitur.

Propter quid hora 12 in pfatis lateralibus horologijs nõ deſignetur.

PROPOSITIO DECIMATERTIA.

¶ Eadem horarum diſcrimina, ſuper plano Horizontem orthogonaliter interſecante, ad Meridianum autem ultro citróue inclinatum: in quauis exaltatione poli conformiter depingere.

1 TALES SVNT DOMORVM PARIETES, QVOS A VEri orientis, uel occidẽtis aſpectu, ad auſtralem ipſius Meridiani ſuperficiem plerunq; uidemus inclinatos: hoc eſt, in rectum ipſius Meridiani minimè conſtitutos, neq; rectos cum eodem efficientes angulos. Operæprecium eſt itaq; primùm examinare, quantus ſit eiuſdem inclinationis angulus: quem hac induſtria colligemus. 2 Sit parietis ſuperficies, ſiue planũ A B C, ad rectos ſuper Horizontẽ incidens angulos: cuius auſtrale latus A B, à uero oriente C, ad ipſum Meridianum inclinetur. Igitur ſuper Horizõtali, & circũpoſito plano, & circa datũ ſignũ B, deſcribe circuli ſegmentum D E F G, parietem utrobiq; tangentem: in quo protrahito lineã meridianam B E, cum A B latere ad rectum angulum conuenientem. Et per idem ſignum B, delineato rectam atq; tranſuerſalẽ D B F, cum eadem A B meridiana orthogonã, uera orientis, atq; occidentis puncta denotantem. Diuide poſtmodũ quadrantẽ E F, in 90 partes æquales: dein obſeruato, quot partium erit arcus F G, qualium E F quadrãs eſt 90. Nam ipſarum partium complementum, propoſitum indicabit angulum: quantus uidelicet fuerit arcus eiuſdem circuli D E F G, à puncto G uſq; ad productam lineam meridianam interceptus, qui unà cum ipſo F G quadrãtem integrare uidetur.



Dato plano ſuper Horizonte perpẽdiculari, & ad meridianum inclinato, quãtus ſit inclinationis angulus reperire.

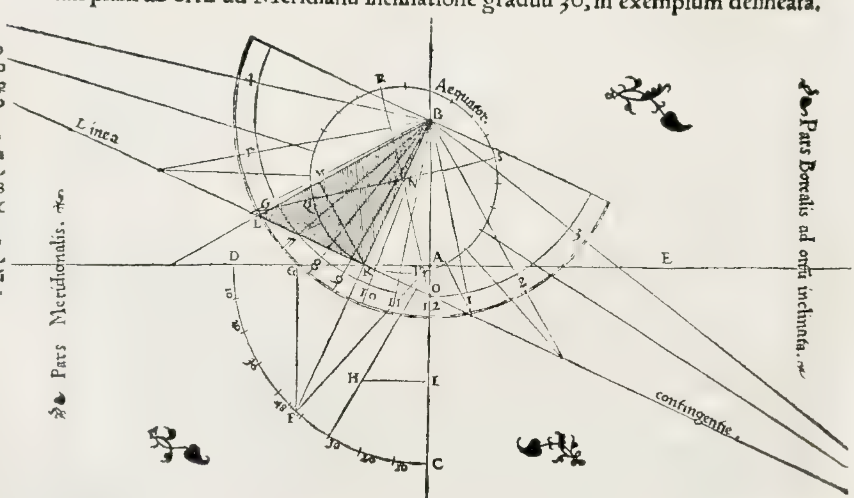
Vt in depicta figura, quoniam arcus F G, eſt 60 partium, qualium E F quadrans 90: cõcludes propterea reliquã partẽ, hoc eſt, datũ inclinationis angulum, fore partium 30 ſimilium. De cæteris idem reſpondenter iudicato.

3 COGNITO IGITVR inclinationis angulo: ad datam quãuis poli ſublimitatem, lineas horarias in hunc modum cõſequenter figurabis. Deſcribantur in primis ſuper oblato plano duæ lineæ rectæ, B C & D E, in puncto A ſeſe orthogonaliter dirimentes, quarum altera, utpote B C, in Horizõtis ſuperficiẽ demittatur perpendicularis: reliqua uerò, ſcilicet D E, eidem Horizonti conſtituatur parallela. erit enim B C, linea meridiana deſcribendarum horarum: D E autem, ipſius Horizontis linea non indecenter appellabitur. Et centro A, interuallo autem libero, deſcribe circuli quadrantem C D: quem in 90 partes inuicem æquales, ſolito more partire. Supputa poſtmodùm à puncto D uerſus C, datam poli ſublimitatem, finemq; obſignato litera F: & connexa A F recta, protrahito rectam F G, ſuper A D perpendicularem. erit igitur triangulum A F G, rectangulum: atq; ſimile triangulo, iuxta doctrinam

Qualiter ſuper eodẽ plano, cognito inclinationis angulo, horæ ipſæ delineentur.

doctrinam primæ propositionis figurato. Rursum, à puncto C uersus D, supputa to ipsius anguli, uel inclinationis dati plani quantitatem : trahitóq; ex centro A, per supputationis terminũ, rectã A H. Data insuper A G recta, secetur illi æqualis A H : & à puncto H, demitte perpendicularem super A C, ipsi quidem A D parallelã, sitq; H I : cui rursum æqualis secetur ex A D, à signo A uersus D, quæ sit A K. Cõstitue præterea rectam A B, ipsi F G æqualem : erit enim B, centrum delineandarũ horarum. Duc igitur consequenter ex B, in K, rectam lineam B K : in cuius rectum, triangularis horarum index, tandem constituetur. Per datum insuper signum K, transuersalis agatur L K O, cum eadem B K orthogonalis, interfecans meridianam B C in signo quidem O, ac ultro citróq; signum K in directum quantumlibet extensa : à qua quidem linea, secato K L, ipsi A I præcisè coæqualem, & connectito rectam B L. indicabit enim K L, quantùm extolli debeat prominẽs horarũ index, ex B centro demittẽdus : B L, autẽ ipsius indicis longitudinẽ. Ducito rursum, ex pũcto K in B L rectã, perpendicularem K M : nam hæc, semidiametrum Aequatoris horarij designabit. Truncabis igitur ex recta B K, à puncto K uersus B, ipsi K M æqualem, utpote K N: erit namq; punctum N, centrum ipsius Aequatoris, ex quo futurarum horarũ producentur lineamenta. Centro ergo N, interuallo autem N K, figurato circulum Aequatorem P Q R S, rectam L K O ad amussim contangentem : quẽquidem circulum P Q R S, binis diametris P R & Q S, in 4 diuide quadrantes : sic tamen, ut extensa R P cadat in punctum O, ubi contingentiæ linea L K O secat B C meridianam. Quẽlibet demũ Aequatoris quadrantẽ subdiuidito in 6 partes æquales : & ex centro N, per 6 diuisiones antè, totidemq; post signum K, subtilibus emissis lineolis, in contangentem L K O sigillatim incidentibus : producito tandẽ ex centro B lineas horarias, in quãlibet diuisionẽ ipsius L K O sæpius expresso modo coincidẽtes, unà cũ eidẽ L K O parallela. Quas quidẽ lineas horarias suis ornato numeris, intra lineatos circa B centrũ semicirculos, à sinistra uersus dextrã ordinatis: sic tamẽ, ut duodecima siue meridiana, in recta B C terminetur. Erige finaliter propriũ horarũ indicẽ, super rectã B K orthogonum, ad similitudinem triãguli B K L fabricatum. Quemadmodum ex subiecta potes elicere figura: ad latitudinem 48 graduum, supposita dati plani ab ortu ad Meridianũ inclinatione graduũ 30, in exemplum delineata.

Figura solaris horologij, sup plano ab ortu ad Meridianũ inclinato, ad latitudinẽ 48 graduũ, & ipsius in inclinationis angulũ graduũ 30, descripti.



Quantò minor

4 Quantò minor igitur in orientalibus horologijs fuerit angulus inclinationis ipsius plani, tantò plures inscribentur horæ antemeridianæ, post meridiem autem deseruientes pauciores: cuius oppositum occiduis horologijs necessum erit accidere: Nam horologia quæ ortum directè respiciunt, antemeridianis horis: quæ autem propectant ad occasum, pomeridianis tantùm accommodari, quemadmodùm ad Austrum cōuersa, 6 ante, totidemq́ post meridiē horas admittere, supra monstrauimus. Vnde fit, ut inter ortum uel occasum & ipsum meridiem constitutis, plures antemeridianæ quàm pomeridianæ, uel econtrariò, describantur horæ: pro data planorum ad ipsum Meridianum inclinatione.

Corollariū notandum.

5 CVM AVTEM PLANVM ab occasu uersus eundem Meridianum inclinabitur, prospectans inter ipsum occidentem & meridiem: non aliter figurabis horarū lineamenta, quàm supra tradidimus, inuerso tantùm singulorū ordine, hoc est, quæ dextra sunt uersus læuam, quæ autem læua dextrorsum annotabis: obseruata tum lineamentorum, tum etiam literarum simili contextura, immutatis quoq́ horarum numeris, prout singulorum uidetur exoptare respondentia. Quæquidē omnia, cùm ex prædictis, coadiuuante figurata descriptione, colligere sit admodùm facile: uerbum addere, superfluum existimamus.

Idē horologiū in plano occidētali responden ter figurare.

PROPOSITIO DECIMAQVARTA.

Instrumentū portatile construere: quo tam horizontalia, quàm uerticalia, pendula, uel lateralia indifferenter componuntur horologia, etiā quacunq; inclinatione plani, atq; poli sublimitate data.

1 ACCIPE LAMINAM VNIFORMEM, ATQVE ROTVNDAM, ex ebore, cupro, uel aurichalco, aut quauis alia materia solida, diligenter præparatā, in qua, circa datū A centrū, describe circulū Aquatorē B C D E: quem tādē in 24 æqualia distribue horarū interualla, suis distincta lineolis, atq́ proprijs ornata numeris, sitq́ recta C E, linea utriusq́ horæ duodecimæ, siue meridiana, B D autem in transuersum orthogonaliter acta, uera orientis ac occidentis puncta

Aequatoris ad uniuersam horarū inscriptionē indifferēter accōmodi succincta descriptio.

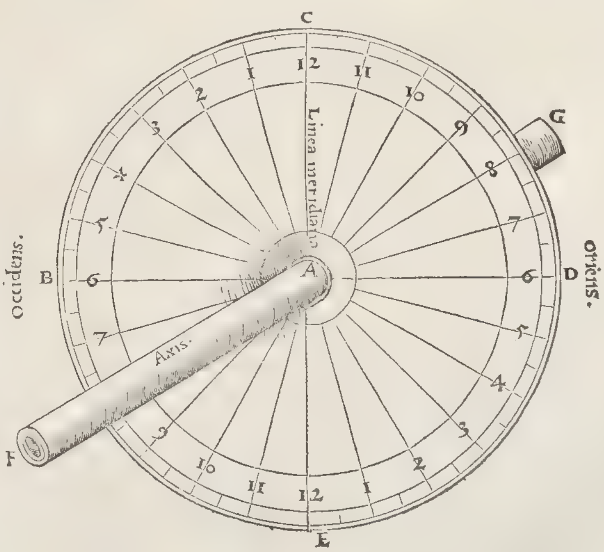


Figura eiusdē Aequatoris horarij omni plano atq́ regioni deseruientis.

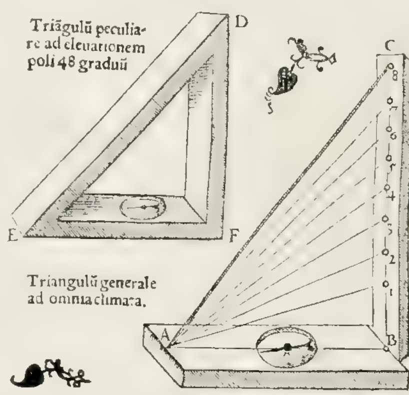
puncta denotans,utricp horæ sextæ colligata: in hunc quidẽ modum,ut in dimidio Aequatore C B E,12 antemeridianæ,in reliquo autẽ E D C,totidẽ pomeridianæ designentur horæ. Quibus absolutis, figito per A centrum, cylindricum & excauatum axem,ad rectos ultro citrocp prominentẽ angulos,sitcp F G : intra quem aliũ, & intra hunc tertium, & si uelis quartum, itidẽ excauatũ axem imponito,tali quidem industria, ut interiores ab exteriori,hoc est,fixo, semoueri facile possint.Cùm enim prominentes è parietibus siue planis horarum indices,intra hunc axem F G sint (uelut infra dicetur) immitendi, eosdemcp uariæ contingat esse crassitudinis : idcirco per hanc intrinsecorum axium excogitatam additionem aut subtractionẽ, idem axis F G singulis horarum indicibus indifferenter accõmodabitur. Opus est tandem filo quopiam tenuissimo, sufficienter longo : quod uel circum A centrum, uel ipsius axis extremũ colligatum,per singulas horarum diuisiones, in ipsa plana (uelut infra monstrabitur) extẽdemus. Fabricanda sunt præterea, ex electa materia,gemina & oblonga solida parallelepipeda, cuiusmodi sunt A B & B C, in puncto B taliter inuicem connexa, ut eadẽ simul iungere,uel in rectum angulum excitare non sit difficile,productis per medium utriuscp plani interioris A B atcp B C lineis rectis : in quorum altero,utpote crassiori A B, impones acum uirtute Magnetis imbutam, excauato inter A & B orbiculo repositam, demittescp filũ seu chordulam ex puncto A, duplæ circiter longitudinis ipsius A B. Deinde per doctrinam septimæ propositionis, obsignabis in recta B C, à puncto quidẽ B uersus C, polares uulgarium climatum altitudines: perforabiscp tandem earundem polarium sublimitatum distinctiones, ut in singula foramina filum ex A prominẽs faciliter intromittatur. In hunc siquidem modum, cuilibet climati proprium conficiemus triangulum : cuius adminiculo, describendarum horarum indicem sub axe Mundi locabimus. Posses autem propriæ regioni suum conficere triangulũ, iuxta doctrinam primæ propositionis, seorsum quidem separatum : quale tibi repræsentat D E F, ad latitudinem 48 graduũ, in aliorum exemplum figuratum. Quod dum efficere uolueris,ipsum triangulum excauabis: & super intrinseca basis superficie, acum impones Magnete solito more delibutam. quemadmodum obiecta uidetur indicare figura.

Vt cuiuslibet climatis triãgula ad inscriptionẽ horarũ necessaria,unico perstringantur instrumento.

2

De proprio cuiuslibet regionis triangulo seorsum fabricando.

3



Qualiter horologia,in planis sup axe Mundi constitutis per hoc instrumẽtũ figurentur.

4

HIS IN PERPETVVM usum ita præparatis, cùm super dato quouis plano in rectum axis Mundi cõstituto, horas ipsas delineare uolueris : facito in hũc modũ. Figito super ipso plano,solidũ ac rectissimũ quempiã futurarũ horarũ indicem, eidẽ plano æquidistans seu parallelũ : sub ipso quidẽ Meridiano,atcp in rectũ axis Mũdi (adminiculo proprij triãguli) constitutũ.Deinde,imponito præfatũ indicẽ per excauatũ axem F G (depositis,uel adiũctis interioribus fistulis, pro ipsius indicis magnitudine) & moueto tãdiu Aequatorẽ B C D E,donec sub medio locetur indicis, & recta C E in directũ ipsius Meridiani (officio perpendiculi) collocetur. Circunligato postea filo ipsi axi F G,iuxta centrum A, & immoto Aequatore : extendito filum ipsum per singulas horarum distinctiones,in datum planũ incidẽtes,

facitocp

facitóq; notas ad singulos ipsius fili contactus, per quas (deposito primùm Aequatore B C D E) trahito lineas, ipsi quidem indici, atq; inuicem parallelas, quas suis ornato numeris, pro horarum ipsius Aequatoris respondentia: quemadmodùm ex decima, atq; duodecima potes elicere propositionibus. Cùm autem axis Mundi datum planum offendetur intersecare (ueluti horizontalibus, atq; uerticalibus, cæterisq; similibus uidetur accidere planis) infigendus est primùm index horarius, ex dato plani signo prominens, & instar axis Mundi (officio suprascripti trianguli) hoc est, in rectum ipsius fili, seu lateris angulum rectum subtendentis, dirigendus: indicabit enim subtensa, ipsius axis uel indicis depressionē, aut eleuationem, acus autem, quantùm oporteat eundem axem ultro citróq; declinare. Hunc postmodùm ita iustificatum indicem, immittes in excauatum axem F G, ipsius Aequatoris B C D E, quemadmodùm nuper expressimus: diuertésq; huc uel illuc Aequatorem B C D E (ad iustum quidem examen perpendiculi) donec recta G E, sub Meridiano rursum constituatur. Quo facto, & immoto Aequatore, produces filum ex prominente indicis uel axis extremo, per singulas horarum diuisiones in datum planum incidentes: obsignabísq; singulos fili contactus, ad quos ex puncto, à quo axis uel index demittitur, horarias lineas sigillatim figurabis, proprijs horarum numeris insignitas: prout quidem ordo requirit, & ex præcedentibus propositionibus colligere uel facile potes.

Vt eadem horarū lineamenta, super planis axem Mūdi secantibus, eiusdem Aequatoris officio describantur.

PROPOSITIO XV.

Horologium hemisphæricum concauum, hoc est, in dimidia excauatæ sphæræ superficie depingere.

SIT HEMISPHAERIVM EXCAVATVM, EX LIgno, polítóue lapide, aut quauis alia solida materia studiosè præparatum, A B C D: cuius orificialis, siue terminatiuus circulus A B C D, Horizontem repræsentet. quem quidem Horizontem A B C D, in quatuor diuidito quadrantes, eisdem punctis A, B, C, D: quorum A uerum denotet orientem, B septentrionem, C autem occasum, & D meridiem. Sumpta postmodùm flexili quapiam, atq; instar semicirculi A B C, aut C D A incuruata regula: geminos figurato semicirculos A E C, & B E D, in centro seu medio hemisphærij puncto E, ad rectos sese dirimentes angulos, & uniuersum hemisphærium in quatuor quartas separantes. Repræsentabit enim B E D semicirculus, partem Meridiani subterraneam: A E C uerò, dimidium uerticalem circulum eundem Meridianum orthogonaliter intersecantem. Diuide consequenter quadrantem E B septentrionalem, in 90 partes inuicem æquales: earundem partium numeris, à puncto B uersus E distributis. His ita constructis, supputa in eodem quadrante B E, à signo quidem E uersus B, datæ regionis latitudinem, seu poli borealis eleuationem, ad quam iuuat horologium ipsum fabricare: & fini supputationis adijcito notulam F. relinquetur igitur arcus F B, ipsius polaris altitudinis complementum: cui obsignabis æqualem arcum in D E reliquo quadrante, à puncto E uersus D, utpote E G. Erit ergo F G, quadrans ipsius Meridiani B E D: punctum uerò G polus Aequatoris sub Horizonte depressus. Centro igitur G, interuallo autem G F (hoc est, posito altero circini pede in G, altero in F coextenso) describe dimidium Aequatorem A F C, per A & C

Horizon.

Meridianus.

Verticalis cir.

Altitudo poli supputanda.

Aequator.

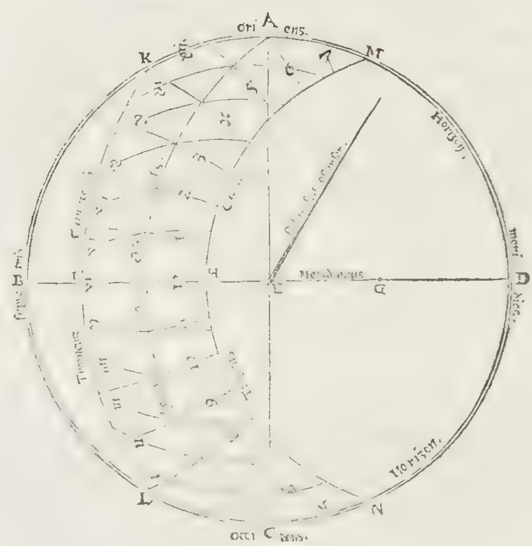
 puncta

puncta transeuntem. Sumpta postmodùm maxima Solis declinatione, ea supputetur in quadrante B E, ultro citroq; punctum F: obsignatis ipsius declinationis terminis, I & K notulis. Posito rursum altero circini pede in puncto G, & reliquo ad punctum I coextenso, describito partem Tropici Capricorni K I L, & restricto circino usq; ad H, figurato respondentem Tropici Cancri portionem, super Horizontem præassumptæ regionis derelictã. Diuide consequenter utrũq; quadrantẽ A F & F C, ipsius Aequatoris A F C, in sex partes adinuicẽ æquales: quæ simul iunctæ, 12 horarum æqualium interualla repræsentabunt. Quibus absolutis, describe lineas horarias: in hunc quidem modum. Aperi circinum ad magnitudinem quadrantis A F uel F C: & posito altero pede in singulis diuisionibus ipsius quadrantis A F, extende reliquũ in quãlibet quadrantis F C diuisionem, & inuariato circino describito lineales arcus, Tropicos K I L & M H N nusquã (si uelis) egredientes. Traducto rursum pede circini (eodem circino semper inuariato) in singula diuisionum pũcta quadrãtis F C: describito uersa uice, per singulas diuisiones ipsius quadrantis A F, reliquos horarum arcus, prioribus & ordine, & numero, atq; magnitudine respondentes. In quocunq; enim Aequatoris puncto, alterum circini pedem imposueris: reliquũ in proximè succedentem sextam diuisionem cadere necessum est.

Capricor. Tropicus. Cancri.

Aequaliũ horarũ designatio.

3



Hemisphærici & excauati horologij exemplaria delineatio, ad latitudinem 48 graduum, prout ipsum patitur planum figurata.

Poteris autem (si libeat) per superius memoratam, flexilem, & in acutiem utrobiq; tendentem regulam, ad dimidium Aequatorem A F C incuruatam, easdem horarias absoluere lineas: eadem regula ex pũcto G, per singulas Aequatoris diuisiones coextensa, lineatisq; à tropico in tropicum arcubus. Hos tandem arcus horarios, altero duorum modorum circinatos, suis ornabis numeris, à puncto C, per F, uersus A, suo ordine, atq; pro earundẽ horarũ ratione distributis. Necq; obliuiscaris oportet, ante sextam matutinam uersus C, atq; sextam uespertinam post A, tot horarum interualla in Cancri tropicum incidentia, fore connectenda: quot maximæ diei artificialis, ad datam poli sublimitatem, uidetur exoptare quantitas. Quemadmodùm ex ipsa potes elicere figura, ad polarem eleuationem 48 graduum, in exemplum delineata.

Alius modus inscribendarũ horarum.

4

Notandum.

5 QVOD SI IVVET, inæqualium horarum distinctiones ipsi horologio coaptare: facito in hunc modum. diuidito arcum tropici K I L, atq; M H N in sex partes inuicem æquales: & à qualibet unius diuisione, in quamlibet alterius diuisionē, per respōdentia Aequatoris puncta (quæ sunt totidem numero) adminiculo nuper expressæ flexilis & arcuatæ regulæ, singulas horarum inæqualium trahito distinctiones, iunctis proprijs cuiuslibet inæqualis horæ numeris, ab occidua Horizontis parte L N, per meridianum I H, ad ortiuam K M, pro dictarum horarum ratione distributis. Quasquidem inæquales horas, tum proprio colore, tum numerorum differentia, ab ipsis æqualibus distinguere poteris: quēadmodùm ex antecedenti potes elicere figura, in qua placuit æquales horas elementis arithmeticis, inæquales autem uulgaribus literis annotare. 6 Erigendus est tandem stylus quispiam admodùm subtilis, ex centro E, tantæ præcise longitudinis, quantus est semidiameter Aequatoris A F C, uel Horizontis A B C D: tali quidem industria, ut eius extremitas in centrum ipsius cadat Horizontis. Collocandum est demum ipsum instrumentum super inuentam lineam meridianam: in hunc quippe modum, ut semicirculus B E D in rectum ipsius lineæ meridianæ consistat. Ni forsitan portatile feceris instrumentum, & iuuet ipsius acus adminiculo, idem horologium quoties fuerit operæprecium, in debitas Vniuersi con uertere partes: tuncq; ipsam acum, uel in eiusdem horologij concauitate, inter E & G excauato orbiculo, uel in deformato extrinsecus instrumenti pede collocabis. Quomodocunq; autem feceris, semper umbræ eiusdem styli cacumen uel extremitas, horas ipsas, lucente Sole, demonstrabit: parallelus autem per umbræ uerticē imaginatus, diei artificialis quantitatem, ortum Solis & occasum responden ter ostendet.

Inæqualiū horarum in codē instrumēto designatio.

De stylo horarū indice, situ, atq; usu eiusdē horologij.

7 NON PARVVM AVTEM instrumento præstare uideretur ornamentum, si præter tropicos signorum annotarentur distinctiones: supputatis eorundem signorum declinationibus ultro citroq; signum F, & per cuiuslibet declinationis terminum producto circa centrū G parallelo. Possent & circa centrum E, per quamlibet diuisionem, siue partem ipsius quadrantis E B, altitudinum cir cumlineari paralleli. Item (modò id pateretur instrumenti magnitudo) uerticales inscribi circuli, à qualibet Horizontis A B C D particula, seu quauis alia distributione, in punctum E, uertici oppositum conuenientes. Præstarent enim ipsius Solis & locum & altitudinem, & reliqua ex huiuscemodi circulorum rationibus pendentia. Sed cùm hæc omnia, ex ijs quæ in Cosmographicis tradidimus, atq; supradictis omnibus colligere sit admodùm facile: his finem imponēdo, singula pro tuo iudicio, uel arbitrio relinquimus absoluenda.

Vt signorū, & parallelorū, altitudinum, atq; uerticaliū circulorum addēdæ distinctiones.

PROPOSITIO XVI.

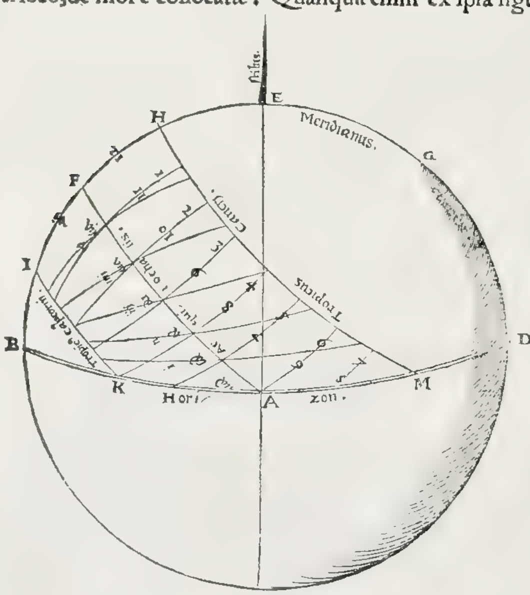
Eadem horarum lineamenta, super extrinseca, hoc est, conuexa eiusdem hemisphærici corporis superficie, respondenter delineare.

1 HAVD DISIMILI VIA, HOROLOGIVM HEMIsphæricum, sed cōuexum, super extrinseca cuiuslibet dimidiæ spæhræ superficie delineabis: omnibus quæ intra concauum proxima docuit inscribere propositio, deorsum super idem conuexum conformiter obseruatis. eadem nanq; uidetur esse lineamentorū respōdentia. Describes itaq; primùm Horizontē

Succincta huius hemisphærici horarij ex prædictis collecta delineatio.

A B C D: quem Meridiano B E D, atq; uerticali circulo A E C, in E uertice, ſeu polo Horizontis, ad rectos ſeſe dirimentibus angulos, in quatuor quadrantes ſeparabis. Diuides conſequenter borealem Meridiani quadrantem E B, in 90 partes inuicem æquales: obſignabiſq; ab E uerſus B, datæ regionis latitudinem, ad quam uis horologium ipſum componere, ſitq; rurſum E F. Huic prætereà conſtitues æqualem arcum D G, qui polarem altitudinem eidem latitudini E F in data regione reſpondentem, oſtendat: cuius complementum G E, æquum ſit complemento F B, hoc eſt, datæ Aequatoris in præaſſumpta regione ſublimitati.

Quibus ita paratis, deſcribes poſtmodùm ipſius Aequatoris partem ſuperiorem A F C, binoſq; Tropicos K I L, & M H N, unà tamen cum parallelis circulorum ſectionibus, ſignorum interualla, ad iuſtam ipſorum declinationem obobſeruata, diſtinguentibus: idq; circa punctum G, ſiue polum arcticum ſuper Horizontem eleuatum. Deinde, horas ipſas tam æquales, quàm etiam inæquales delineabis, officio quidem circini, uel ipſius flexilis & incuruatæ regulæ adminiculo: adiunctis utriuſq; ordinis horarũ numeris, inuicem aut uarietate characterum, aut colore diſtinctis. In ſumma, quæcũq; de cõcauo nuper deſcripſimus, ea ſuper ſolido reſpondenter obſeruabis: neq; opus eſſe reor ampliori deſcriptione. Veruntamen ſtilus ab E uertice ſurſum perpẽdiculariter erigendus, indeterminatæ poterit eſſe longitudinis: quãtuncunq; enim paruus, hoc eſt, breuis extiterit, ſemper umbra in ipſam ſphæram extendetur, propter ipſius globi rotũditatem. In quorum omnium clariorem elucidationem, ſequentem accipito figuram, ad prius aſſumptam latitudinem, ſeu poli borealis eleuationem 48 graduum, pro parte tantùm delineatam: nam integrã deſcribere contexturam, planũ ipſum non patitur. Situabis tandem ipſum hemiſphæricũ & cõuexum horologiũ nõ aliter, quàm excauatũ: officio quidẽ lineæ meridianæ, uel adminiculo ipſius acus attractiua Magnetis uirtute delibutæ, in E quidem uertice, aut quouis alio decẽti loco, de more collocatæ. Quanquã enim ex ipſa figura ſolas horarum diſtributiones, præcipuoſq; circulos abſtrahere tãtũmodò liceat: ſunt tamẽ reliqua pro tua ingenij dexteritate ſupplenda, ipſiuſq; inſtrumẽti baſis, hoc eſt, pars inferior, ſub Horizõte, quadrangula, tornatilis ue, aut alio quouis modo figuranda. Durum enim eſſet ſingula, in cuiuslibet inſtrumẽti reiterare deſcriptione. Horas autẽ ita cognoſces. Animaduertito lucẽte Sole, ubinam umbra ſtili partẽ Solis, hoc eſt, parallelũ per datũ Solis locum



Repræſẽtatio horologij ſolaris, ſuper hemiſphærica, ſed curua ſiue conuexa ſuperficie, forinſecus delineati, ad latitudinem, ſeu poli borealis eleuationẽ 48. graduum.

locum transeuntem, interſecat: nam ibidem horariæ conuenientes lineæ, deſidera tam tum æqualem, tum inæqualem horam denotabunt. Reliqua peruia ſunt, uel ipſi rudiſſimo prima fronte manifeſta.

PROPOSITIO XVII.

Ex ſupradictis omnibus, multiforme quoddam, ac uiſu iucundum horologium, diuerſis horarum lineamentis ornatum: ad datam quamuis poli ſublimitatem, ſeu regionis latitudinem, ſuccinctè colligere.

1 POSSVNT EX PRAEDICTIS OMNIBVS, ETIAM in eodem corpore uel inſtrumento, multiformes ſimul componi horologiorum rationes, quoad horarum oſtenſionem in eadem eleuatione poli conuenientes, uiſui quidem non paruum præſtantes oblectamentum: inter quæ ſuccedens, in aliorum exemplum tibi ſelegimus, nobiliora, magisq́ uulgata recipiens horarum lineamenta. Sumendum eſt itaq́ ſolidum quoddam multilaterum, ex electa materia inſtar ſuccedentis figuræ præparatum: cuius partes, pro deſcribendorum horologiorum numero, atq́ ratione, in hūc modum fabricentur.

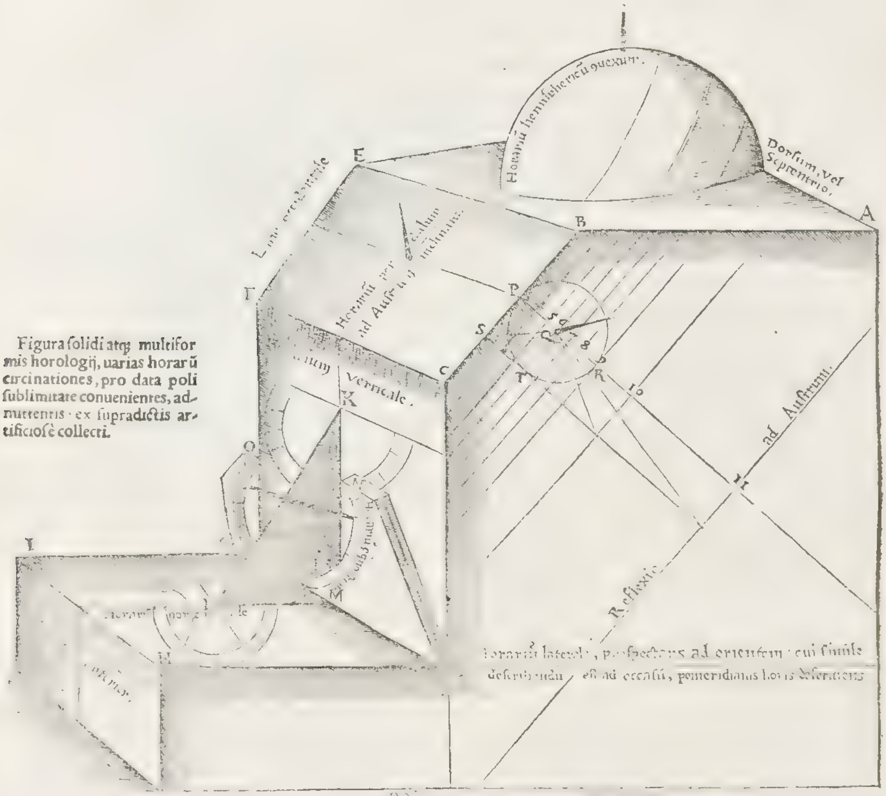
Succincta partium huiusce multiformis horologij declaratio.

2 In primis, ſuper uerticali plano A B E, Horizonti parallelo, formabis dimidiam ſphæram: in cuius extrinſeca ſeu conuexa ſuperficie, ad datam polarem altitudinem, horarum delineabis interualla, unà cum ſignorū diſtinctionibus, & erecto ad uerticem indice, per antecedentem proximam, & in ordine decimamſextam propoſitionem. 3 Diſpones conſequenter planum B C F, à recta B E uerſus Auſtrum pendēter inclinatum, quadrilaterum quidem & altera parte longius, atq́ in rectum axis Mundi pro data poli ſublimitate conſtitutum: in quo parallelas deſcribes horarum diſtinctiones, erecto tandem ad perpendiculum horarum indice, iuxta doctrinam ipſius decimæ propoſitionis. 4 Dein ſuccedat planum C D G, in Horizontem perpendiculariter incidens, & ad Auſtrum rectiſſimè conuerſum: in quo, circa datum in eo centrum K, figurabis horologium uerticale, ad præaſſumptam poli ſublimitatem, ueluti tertia, uel quarta propoſitione docuimus. 5 Huic autem uerticali plano, cohæreat orthogonaliter planum horizontale D H I: et in eo, circa datum centrum L, circinentur horarum rationes, per ſecundam, uel quartam, aut quintam propoſitionem: ea tamen induſtria, ut axis K L, triangulúmue K L M, utriq́ & horizontali atq́ uerticali deſeruiat horologio. 6 Inter hæc autem plana C D G, & D H I, promineat horariū æquinoctiale N M O, excauatum quidem, ac pro complemento datæ polaris altitudinis ſurſum horizontem eleuatum, quemadmodùm ex octaua potes elicere propoſitione: tali quidē ingenio, ut axis K L, per centrū eiuſdem horarij traducatur, fiatq́ communis ipſius æquinoctialis, & duorum cum eodem connexorum horologiorum index. Debent autem omniū horū & ſimilium ſimiliterq́ poſitorū ſolariū horologiorum lineæ meridianæ, in directum conuenire: ut per mediam totius in inſtrumenti protractæ longitudinem, ſub eadem collocētur linea meridiana, iuxta doctrinam ſexti capitis libri ſecūdi Coſmographiæ noſtræ ubilibet adinuēta. Aut ſi portatile feceris eiuſcemodi inſtrumentū, impoſita acu Magnetis uirtute delibuta, in excauato ſuper horizontali plano D H I orbiculo: ſingulæ ſupraſcriptorum horologiorum deſcriptiones, eiuſdem acus adminiculo, in ſuas partes diuertantur.

Reliqua tandem plana, inuicem atq; Meridiano parallela, lateralibus horarum inſcriptionibus accõmodabis: dextrum quidẽ & orientale A B C D antemeridianis, occiduum autẽ ſiue læuum E F G pomeridianis earumdem horarũ diſtinctionibus. Quaſquidẽ lateralium horarũ rationes, etſi duodecima propoſitione ſufficiẽter expreſſerimus: nihilominus tamen, earũdem horarum inſcriptionem, hoc in loco facilitare non grauabimur, idq; in orientali & obiecto plano A B C D.

Lateralium horarũ huius inſtrumenti deſcriptio facillima.

Figura ſolidi atq; multiformis horologij, uarias horarũ circinationes, pro data poli ſublimitate conuenientes, admittentis: ex ſupradictis artificioſè collecti.



Habes itaq; primùm rectã lineã B C æqualem, atq; ſimilem, ſimiliterq; poſitam cũ ipſa A F, trianguli A F H, uel H I trianguli A H I, iuxta documentũ primæ ꝓpoſitionis fabricati. Ex quo quidẽ triangulo A H I, ſumes rectã H L: cui ſecabis æqualẽ ex B C, à pũcto C uerſus B, ſitq; C P. Erige conſequẽter rectã P Q R, in eandem B C perpẽdicularẽ: ſupra quã deſcribe circulũ occultũ P T R, horariũ Aequatorẽ repræſentantem

repræsentantem, ipsi N O circulo, per eandem primam propositionem circinato, prorsus æqualem, contangentemq; rectam B C. Per cuius circuli centrũ Q, trahito rectam Q T, cum ipsa P R orthogonã, atq; ipsi B C parallelam: nã hæc finẽ horæ sextæ designabit. Ducito postmodũ rectã & occultã lineã S T, ipsi P R æquidistantẽ, atq; circulum P T R, in T signo contangentem. Et diuiso utroq; quadrante P T atq; T R, in sex partes æquales: absoluito reliquarum horarum lineamẽta, uelut eadem duodecima propositione præcepimus, & ipsa præcedens uidetur indicare figura.

8 Neq; aliter in occidentali plano E F G, similem horarum pomeridianarum contexturam delineabis: imò, si uelis, expeditiori uia. Nam alterutro lateralium horologiorum absoluto: reliquum officio circini, per singulorum interuallorum atq; linearum transpositionem, obseruata earundem horarum respondentia, citius dicto perficere poteris. Quæ quidem omnia, decorem uel usum ipsius instrumenti respicientia, & similium quoruncunq; horariorum his adiungenda (cùm uolueris) discrimina: tuæ discretioni uel industriæ, & ex supradictis omnibus colligenda, absoluendaq; relinquimus. Notandum.

PROPOSITIO XVIII.

Qualiter Horarium nocturnum, per stellarum fixarum obseruationem fabricetur, paucis declarare.

1 IVVAT ALIQVANDO NOCTVRNO TEMPORE horarum obseruare rationes. at quoniam solaribus radijs patens ipsius habitabilis tunc priuatur hemisphærium: idcirco stellarum fixarum (quæ nunquàm uidelicet occidunt, & circa eleuatum Mundi polum arcticum, completam super Horizontem uidentur adimplere rotationẽ) id facere cogimur adminiculo. Binis itaq; stellis, in primis opus esse non ignores: altera quidem ipsi polo arcticouicinissima, nautarum (ut aiunt) directrice, quam minoris Vrsæ caudam terminare describunt Astronomi: altera uerò remotiore, & liberè circum electa.



Constellatio minoris Vrsæ

¶Stella Polaris.

2 Porrò inter cæteras ea uidetur esse commodissima, quæ in ipsius minoris Vrsæ dorso collocata, australem postremi lateris partẽ obtinere dicitur ab Astronomis: est enim omnium quæ in Vrsa minore fulgentissima (nempe magnitudinis secundæ) & in rectam lineam, nulla alia intercidente stella, cum ipsa polari conueniens. Quemadmodùm obiecta minoris Vrsæ, ad uerum situm effigiata, constellatio monstrat: in qua polaris A, & quæ simul uenit obseruanda B. Huius itaq; stellæ uerum locum in Ecliptica octaui orbis, ad tua supputabis tempora. Nos autem offendimus hac nostra tempestate, hoc est, anno 1530, iuxta calculum Ioannis Verneri Germani Mathematici præstantissimi, eandem stellam B, septimum gradum, & 27 ferè miñ. Leonis possidere. Examinato præterea, cum quonam Eclipticæ gradu eadem stella ad medium Cœli perducatur: per doctrinam secundi, quarti, & sexti problematum Ioannis Regiomõtani, in proprias directionum tabulas. Vnde præassumpto tempore nostro, & dato eiusdem stellæ loco, qui supra memoratus est: collegimus tandem, stellam ipsam cum ultimo ferè gradu Libræ ad medium peruenire Cœlum. Quem quidem ultimum Libræ gradum, Sol ipse post meridiẽ octauæ diei Mensis Septembris, ex eodem calculo reperitur occupare.

Quæ stella cũ polari deligenda.

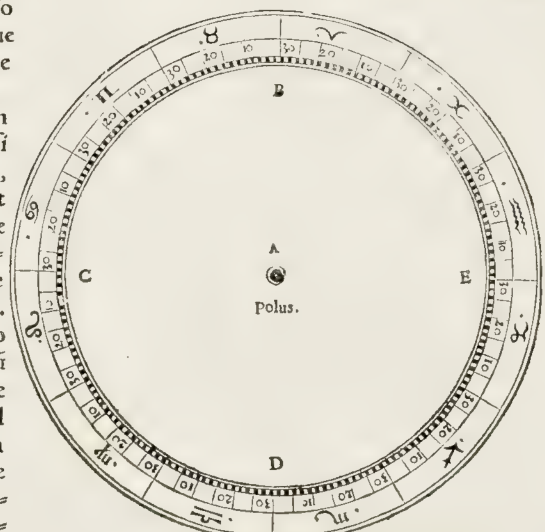
Locus stellæ datæ.

Gradus cũ quo stella Cœlũ mediat, obseruandus.

Zodiacus circulus deſcribendus.

HIS ITA PRAEMISSIS, ſuper rotundo & ex electa materia præparato plano, deſcribe circa datū in eo centrū A, zodiacū circulum B C D E: circinatis circa idem centrum A, 4 circulis inuicem concentricis & parallelis, trina quidem orbicularia diſtinguentibus interualla. In quorum exteriori & omnium maximo, 12 ſignorum intercapedines proprijs lineolis ſeparabis: inſcriptis eorundem ſignorum characteribus, aut nomenclaturis. In medio autem interſtitio, ſubdiuides quodlibet ſignum in 6 partes adinuicem æquales: graduum numeros, ſic 10, 20, 30, de more recipientes. In infimo tandem & omnium minimo circulorum interuallo, ſingulos gradus ſuis ſpaciolis figurabis: ſubdiuidendo rurſum quamlibet ſextam partem intermediã, in quinqꝫ particulas. Quemadmodùm in eiuſcemodi circulorum partitionibus obſeruare cõſueuimus, & obiecta uidetur indicare figura. Poteris & in paruis inſtrumẽtis, quodlibet ſignũ in tres tãtũmodò, & rurſum quamlibet in quinqꝫ ſubdiuidere partes: tũcqꝫ pars quęlibet duos Eclipticæ gradus repræſentabit.

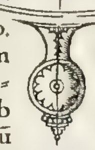
3



4

De manubrio zodiaco coaptã do.

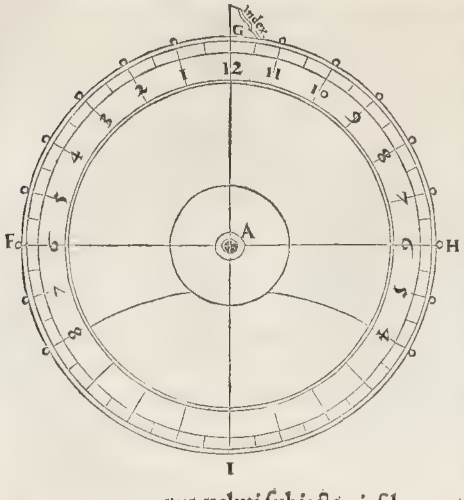
Huic tãdẽ Zodiaco coaptabis manubriũ quoddam ex ea parte prominens, quæ ſimul cum ſtella ad medium reperta eſt uenire Cœlum: utpote, circa finẽ Libræ, ipſius Arietis termino ſurſum ex aduerſo conſtituto. Cùm enim Sol extremum Libræ gradum, uel eum qui in futurum (mutato ſtellæ loco) cum eadem ſtella ad medium Cœli peruenire, comperietur, occupauerit: gradus oppoſitus, hora mædiæ noctis, ſub uerticali Meridiano tũc tẽporis locabitur. Hinc deducitur nocturnarũ horarum regulata, & hoc loco deſcribenda ſucceſſio.



Horaria rotula conſequenter figuranda.

5

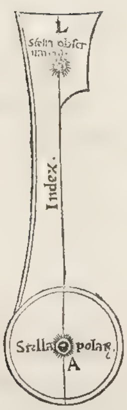
Præparabis inſuper laminam rotundam, ex decenti atqꝫ polita materia ſubtiliter fabricatã, minimo & interiori deſcripti Zodiaci circulo propemodùm æqualem: in qua, circa datum rurſum A centrum, figurabis circulum F G H I. Hunc poſtea circulum F G H I, circunlineatis geminis parallelis, diuides in 24 partes adinuicem æquales, 24 æqualium horarum interualla repræſentantes: inſcribesqꝫ proprios earundem horarum numeros, pro maxima tantummodò noctis artificialis in data regione contingente magnitudine, à dextra H, per G, uerſus læuam partẽ F ita diſtributos: ut 12 cadat ſub puncto G, & utraqꝫ ſexta in dimetiente F H terminetur. Quemadmodùm ſuccedẽs oſtendit figura, ad Pariſienſem latitudinẽ (ubi nox maxima cõtinet 16 horas) delineata. Poteris etiam (ſi uolueris) quãlibet horã bifariã diſcindere: ut dimidias horas præciſius ualeas agnoſcere. Cuilibet tandẽ horarũ diſtinctioni propriũ relinques dẽticulum: ſed in



ſed in rectum horæ duodecimæ uerſus G, utcunqꝫ prominentiorem, quem ueri loci Solis indicem, differentiæ gratia, nuncupabis. Formabis tandem regulam quandam uniformẽ, futuram horarum indicem, paulo quidem longiorẽ ſemidiametro ipſius B C D E Zodiaci: quæ ſit K L. In qua quidem regula, deſcripta fiducíali linea K L, facies bina foramina: alterum quidem uerſus K, centro A coaptandum, reliquum autem uerſus L, incidẽs extra circũferentiam Zodiaci B C D E. Et relicto circa foramen A orbiculo, effigiabis reliqua, ueluti ſubiecta eiuſdem regulæ formula monſtrat. Quibus abſolutis, collocabis horariam rotulam F G H I, ſupra zodiacum B C D E, & ipſum indicem horarium K L, ſuper eandem rotulam F G H I. Et facto circum A centrum in utraqꝫ rota foramine, hæc tria ſimul excauato connectes clauiculo: tali quidem induſtria, ut per idem commune centrum A, præmemorata ſtella polaris introſpici, & tam rota F G H I, quàm index horarius K L, circunduci liberè poſſit.

Regula horarũ oſtenſoria.

Deſcriptarum partiũ colligatio.



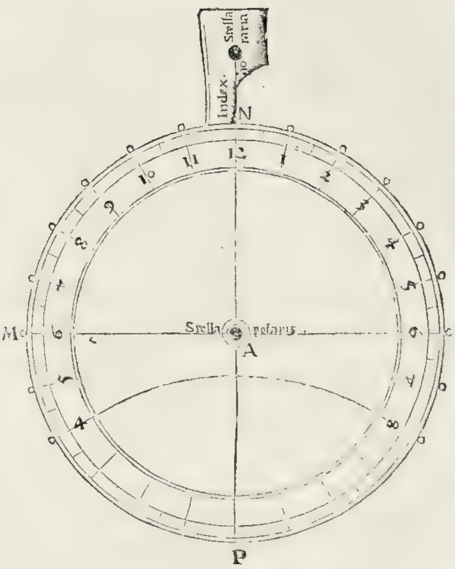
7 CVM VOLVERIS IGITVR PER HOC INſtrumentum, horas æquales nocturno atqꝫ ſereno tempore reperire: hac procedito uia. Accipito primũ ex Ephemeride propria, ſeu quouis alio uulgari calculo, uerum locum ipſius Solis: quo deinde reperto in Zodiaco B C D E, figito ſuper eodem loco Solis indicem G, hoc eſt, prominentiorem horæ duodecimæ denticulum. Eleuetur poſtmodùm ante oculos inſtrumẽtum, per ipſum manubrium: eo quidem modo, ut pars ipſa Zodiaci, cum qua præfata & obſeruanda ſtella Cœlũ mediare reperta eſt, deorſum conſtituatur, oppoſita uerò ſurſum, & ſub ipſo quàm directè fieri poterit Meridiano. Inſpecta demum ſtella polari per foramen A, circunducito paulatim (reliquis omnibus immotis) ſuprapoſitum horarum indicem K L, donec præmemorata & obſeruanda ipſius minoris Vrſæ ſtella per foramen L ſimul aſpiciatur: Nam denticulus horarius ſub ipſo cadens indice, optatam tibi manifeſtabit horam nocturnam.

Horã æqualem nocturnã, per hoc inſtrumẽtũ reperire.

8 SI IVVET AVTEM HOC NOCTVRNVM INSTRVMENtum paucioribus alia quoqꝫ ratione formare: id poteris in hunc efficere modum. Deſcripto, ueluti ſupra docuimus, Zodiaco B C D E: facito rotã horariam, in 24 æqualium horarum interualla ſolito more diſtributam, ipſi quidem F G H I ſimilem & æqualem, quæ ſit M N O P: in qua quidem rota, à læua parte M, per N, uerſus dextrã O, horarum inſcribãtur numeri. Item à pũcto N, in rectum uidelicet

Alia eiuſdẽ horarij nocturni compoſitio.

ipsius horæ duodecimæ, promineat extra Zodiacũ BCDE, pars quædã indicis, unà cum foramine, instar egredientis partis L, præfatæ regulæ KL, respondenter effigiata: quemadmodùm præsens ostendit figura. Hanc demũ sic fabricatam horariam rotulam MNOP, supra Zodiacum BCDE (ueluti priorẽ) conclauabis, relicto circum A centrum foramine: sic tamen, ut ad pulsum manuum liberè circũducatur. Necq; opus est super incũbente regula: ueluti prima iussimus instrumenti compositione.



Vt hora nocturna per idẽ reperiatur instrumentum.

HORAM porrò sic obseruabis. Elauato ut prius instrumento, circũuoluito rotam horariam MNOP: quatenus eadem quæ prius stella per foramen N, polaris autem per A simul cõspiciantur. Quo facto, uide quisnam horarius dẽticulus cadat in directum loci Solis, in Zodiaco DBDE, ueluti prius annotati: nam 16 denticulus quæsitam nocturnam horã uersa uice manifestabit.

9

PROPOSITIO XIX.

¶ *Vt nocturnum item horologium lunaribus radijs accommodetur: consequenter exprimere.*

DELECTABIT FORSITAN QVAMPLVRIMOS, SI PER lunarium radiorum obseruationẽ, horas ipsas nocturno docuerimus inuenire tempore. Hoc autem adamussim obtinere, quanquàm sinè multiplici rerum Astronomicarũ cognitione, censeatur uel difficile: conabimur tamen rudioribus leui admodũ artificio in hac parte facere satis. In primis itaq; necessum est, huiuscemodi horologia lunaribus exponẽda radiationibus, in eo describere plano: in quo uulgarium horarum distinctiones per æqualia distribuuntur interualla, hoc autem solæ Aequatoris accidere superficiei, etiã quocunq; dato sphæræ situ, ex supra dictis omnibus relinquitur manifestum. Commodius itaq; solaribus horologijs in directũ Aequatoris substitutis, quàm cæteris, ipsum lunare coaptabis horologium. Fabricabis igitur, iuxta doctrinam primæ partis antecedentis nonæ propositionis, solare & uniuersale horologium, binis inuicemq; colligatis planis, æquinoctiali quidem ABCD, & horizontali AGF cõprehensum: delineatis in utraq; eiusdem Aequatoris ABCD superficie, circum E centrum, 24 horarum interuallis, proprio quidem inclusis orbiculo, eisdem A, B, C, D literis seorsum obsignato: unà cum Meridiani quadrante FG, atq; cæteris ad decorem uel usum instrumenti pertinentibus. Quibus absolutis, restricto paulùlum circino, describes

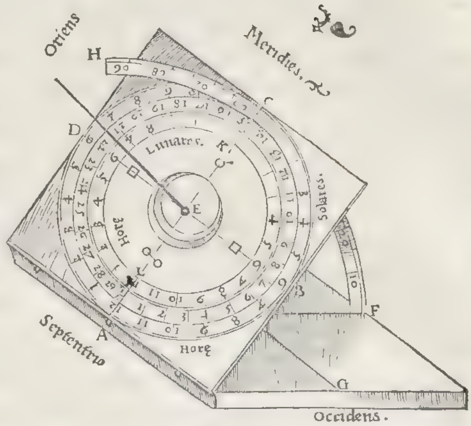
1

Quæ plana lunaribus horologijs commoda.

Succincta lunaris horarij cum ipso solari compositio.

2

3



describes circa idem cētrum E, orbem concentricum, præfatū horarium circulū proximè cōtãgentem : in quo mensis lunaris reuolutionem (quæ est dierum 29, & 13 circiter horarū) proprijs spaciolis inuicē æqualibus, utpote, 29 & $\frac{1}{2}$ (nullus enim propterea subsequetur error) ab A septentrionali pūcto, per occiduū B, uersus meridionale C, & ortiuum D, extrinsecus ordinabis. 4 Reliquum tandem circulū, utpote, K L, à toto Aequatore, seu plano A B C D, subtiliter admodùm separabis: ea tamē industria, ut intra præfatum lunaris reuolutionis orbem, immoto centro, circūduci uel liberè possit. In quo quidem uolubili circulo K L, describes rursum ex utraq; parte 24 horarum interualla, ipsi Lunæ deputanda, proprijs annotata numeris, eodem quippe ordine distributis, quem in solaribus obseruāt horologijs : quēadmodū supra scripta in exēplū uidetur indicare figura.

Figura generalis tam diurni quā nocturni, hoc est, tum Soli, tū ipsi Lunæ deseruiētis horologij.

5 CVM AVTEM VOLVERIS, irradiante Luna, horam æqualem nocturnam reperire : disce primùm ex Ephemeride, aut Kalendario, seu quouis alio calculo, diem proximè lapsi nouilunij, à quo supputa dies integros usq; ad diem oblatum interceptos. Deinde, circūuoluito mobilem rotam horariam K L (facto quidē in ea foramine, ad signum K) donec linea E K, ex aduerso horæ 12 constituta, in directum ultimi diei à supradicto nouilunio supputati, consistat. Leua postmodū ipsius Aequatoris planum A B C D, in quadrante F H, ad complementum datæ polaris altitudinis : & immitte axem per E centrū, ad rectos angulos utrinq; prominentem. Collocato demū, irradiante Luna, partem C ad Austrum, A uerò uersus Boream, officio quidem acus solitæ, uel inuentæ lineæ meridianæ : quemamodùm res ipsa postulat, & præallegata propositione nona, pro diurnis horis antè monuimus. Considera tandē, umbrā ipsius axis, in eadem mobili rota K L incidentem : nā ea tibi quæsitā indicabit horā. in exteriori quidē ipsius horarij superficie, quādiu Luna ab Aequatore uersus Boream declinauerit : in ipsa uerò interiori superficie, dum australem obtinuerit ab eodem Aequatore declinationem.

Horā æqualē nocturnā, per supradictū horologiū, ad lunaris radiorū inspectionē obseruare.

PROPOSITIO · XIX.

¶ Horizontale tandem atq; uerticale horologium, ab ortu uel occasu Solis horarum indicans numerum, ad quāuis poli Borealis exaltationem, Italico more fabricare.

1 QVANQVAM VVLGARES ET AEQVALES HORAS A Meridie aut media nocte supputatas, ad Horizōtales, hoc est, ortiuas aut occiduas, tum æquales, tum inæquales facile reducere, tertio capite libri quarti Cosmographiæ nostræ docuerimus : placet tamē nihilominus, hoc ultimo primi libri nostrorum horologiorum capite, earūdem æqualiū horarū ab ortu

ab ortu uel occasu Solis numeratarum, tam in horizontali, quàm etiã uerticali plano, ad quãuis poli sublimitatẽ explicare rationes. In primis itaq;, supputabis quãta sit altitudo Solis in eo uerticali circulo, qui rectos cum Meridiano facit angulos, eodem Sole maximã ab Aequatore declinationem uersus polum eleuatum possidẽte: in hunc qui sequitur modum. Duc sinum ipsius maximæ declinationis solaris in sinum totum, & productum diuide per sinum datæ polaris altitudinis: fiet enim sinus altitudinis desideratæ. Hæc autem ad poli borealis sublimitatem 48 graduũ & 40 minutorum, erit graduum 32, & minutorum 5. Deinde supputabis distantiam ipsius Solis horizontalem ab eodem uerticali circulo, hoc est, arcum Horizontis qui inter duos uerticales clauditur circulos, quorum unus per orientẽ atq; occidentem æquinoctialẽ (à quo ortiuæ atq; occiduæ numerantur amplitudines) transire diffinitur, alter uerò per centrum corporis solaris traducitur, codẽ Sole æstiuam declinationem maximã possidente: hac uidelicet arte. Duc sinum distantiæ Solis à meridie (dando cuilibet horæ 15 gradus Aequatoris) in sinum complementi eiusdẽ maximæ declinationis solaris, & productum diuidito per sinum totum: & inde generatum sinum, differentiæ gratia, primò repertum appellato. Ducito rursum eũdem sinum primò repertum in sinum totum, & productum diuidito per sinum cõplementi solaris altitudinis hora data cõtingentis: fiet enim sinus, cuius arcus à circuli quadrãte sublatus, propositum Horizõtis arcum indicabit: meridionalem quidem, si Sol austrinam perambulauerit Eclipticæ partem, borealem autem, si aquiloniam eiusdem Eclipticæ partem idem Sol possederit, modò ipsius Solis altitudo minor sit ea, quam habet in uerticali circulo. nam si data Solis altitudo superaret eandem altitudinem in uerticali circulo cõtingentem: ipsa horizontalis distantia, meridiana ueniet adhuc nuncupanda, quanquàm Sol in boreali sit Eclipticæ medietate. Idem uersauice uelim intelligas, ubi polus antarcticus extolletur. Quòd si contingat, datam Solis altitudinem ei fore coæqualem, quam in ipso uerticali circulo reperitur obtinere: tunc nulla erit Horizontalis distantia ab eodem uerticali circulo.

Quod autem de æstiuali solstitio, & maxima Solis hic admonemus declinatione: id respondenter uelim referas ad quemuis Eclipticæ gradum, & occurrentem ipsius gradus declinationem: est enim idem operandi modus. Supputabis insuper eundem horizontalem arcũ, Sole alterutrum æquinoctiorum possidente: quod in hunc qui sequitur modum, leuius absoluere poteris. Duc sinum distantiæ Solis à meridie in sinum totum, & productum diuide per sinum complementi datæ solaris altitudinis: nam inde generati sinus collectus arcus, à quadrante circuli demptus, propositum indicabit arcum. Posset & idem documentum (quanquam hoc loco non sit opus) alijs etiam stellis, atq; notatis quibusuis in Cœlo punctis, respondenter adcommodari: quæ res non modicã in negocijs astronomicis, præstare tibi poterit utilitatis diuersitatem. Nullum exemplarem, eorum quæ diximus, addemus calculum: ne supputandi rationem toties elucidatam frustra repetamus. In hunc itaq; modum, succedentem collegimus tabulam, ad poli borealis eleuationẽ 48 graduum & 40 minutorum fideliter supputatam: In qua præter arcus supradictos, tam rectas quàm etiam uersas, solaribus altitudinibus, horisue datis respondentes umbras, ex quarto capite libri quarti Cosmographiæ nostræ depromptas, reposuimus: quò singula ad fabricam suprascriptorum horologiorum, ab ortu uel occasu Solis italico more delineandorum necessaria, sese magis offerant in prõptu.

Quãta sit altitudo ☉ in uerticali circulo numerare.

Arcum horizõtis inter circulũ uerticalẽ & eũ qui p centrũ ☉ ducitur, supputare.

Notandum.

Eundẽ arcũ horizõtalẽ ☉ æquinoctia possidẽte, aliter ingrere

De tabula succedenti.

2

3

4

TABVLA

TABVLA ARCVVM HORIZONTALIVM A VERTICALI *circulo, qualibet hora diei æstiui maximi, & æquinoctialis contingentium : ad latitudinem 48 graduum, & 40 mi. unà cum respondentibus umbris supputata.*

Ante me.	Post meri.		¶ Arcus horizontalis, ☉ in ♋.		Vmbra Recta, ☉ in ♋.		Vmbra Versa, ☉ in ♋.			¶ Arcus horizontis. ☉ in ♈.		Vmbra Recta, ☉ in ♈.		Vmbra Versa, ☉ in ♈.	
Ho.	Ho		Gra.	Mi.	Par.	Mi.	Par.	Mi		Gra.	Mi.	Par.	Mi.	Par.	M.
12			90	0	5	38	25	31		90	0	13	28	10	32
11	1	Austral.	59	26	6	20			Au-stra.	70	22	14	29		
10	2		36	3	8	16				52	27	17	13		
9	3		19	7	11	19				36	54	22	44		
8	4		5	30	15	51				23	25	34	19		
7	5	Borealis	7	29	23	32				11	26	69	59		
6	6		16	2	38	16				0	0	infinita.			
5	7		26	48	82	5	Vmbra meridiana Sole in ♑.								
4	8		37	8	infinita.							37	18	4	0

5 HIS ITA PRAEPARATIS, ESTO PROPOSITVM FIGVRAre singularum horarum lineamenta, ab occasu Solis italico more distributarũ: idq; in plano horizontali dato, & ad præassumptam poli borealis eleuationem 48 graduum & 40 minutorum. In primis itaq; trahito rectam lineam A B, liberæ quidem longitudinis, pro futuri horarij magnitudine: quam diuidito in quotcunq; partes inuicem æquales, plures tamen numero, quàm sint partes umbræ rectæ, hora prima diei æstiualis maximi ab ortu Solis in data regione contingentis: utpote, in 96. Et quoniam in ipsa regione data, maximus dies est 16 horarũ, erit ergo hora quinta matutina, prima ab ortu, & ipsius gnomonis umbra recta partium 81, & 45 minutorum. Accipito igitur ex A B linea, partes 81, & 45 minuta, ad iustam aperturam circini: & describito super oblato plano, & circa datum in eo centrum C, Horizontem circulum D E F G: trahitoq; dimetiẽtem sub Meridiano constitutum D F, & utrũq; dimidiũ circulũ diuidito bifariam, in signis quidem E & G: sitq; punctum G oriens æquinoctiale, D septentrio, E occidens, & F meridies. Diuidito cõsequenter D G quadrantem in 90 partes inuicem æquales, uel totũ circulũ D E F G

Horologiũ horizõtale, indicãs horas, ab occasu Solis, succinctẽ fabricare.

6 in 360. Supputato postmodũ ab utroq; puncto, ueri scilicet orientis G, & occidentis E, supradictos arcus horizontales, Sole æstiuale solstitium possidende, qualibet hora diei artificialis maximi cõtingentes: boreales quidem, ab eisdem signis G & E uersus F, australes autem uersus D, notatis eorundem arcuum terminis: & à singulis notis, trahito subtiles & occultas lineolas, in cẽtrum C cõuenientes, ultro citroq; meridianam C D pari respondentia distributas. Deinde, suscipito ex A B linea singulas umbrarum rectarum longitudines, singulis horis ipsius diei maximi contingentes: quas officio circini, ex C puncto in proprias traducito lineolas, suis horis & arcubus respondentes, obsignatoq; punctis apparentibus singularum umbrarũ terminos, quorum primũ ab ortu sit H, proximum autem ab occasu esto K, meridianum uerò cadet in rectam C D. Ab his siquidem umbrarum rectarum æstiualium terminis, horariæ producentur lineæ. Sicut igitur horæ æquè distantes à meridie, æquales sortiuntur ipsius Solis altitudines: & æquales similiter arcus horizõtales, atq; umbrarũ rectarũ longitudines, & suprascriptorum tandem punctorũ respondentiam consequentur.

Punctorũ solstitialiũ æstiuorũ horas distinguẽtiũ annotatio.

7 Sumito rursum ex A B linea umbræ rectæ meridianæ, dũ Sol alterutrum possidet æquinoctium, accidentem longitudinem (quæ in data polari sublimitate est 13 partium, & 28 minutorum) cui obsignato æqualem ex C D, à puncto quidẽ C uersus D, sitq; C L: & per datum signum L, trahito rectã L M N, cum ipsa

Vt eadẽ puncta in æquinoctiali linea distribuãtur.

cum ipſa D F orthogonam, quæ linea uocetur æquinoctialis. Hanc itaq; lineam, diuidito in reſpondentes horarum diſtinctiones: idq; altero duorum modorum. Primo, ſupputando arcus horizontales ſingularum horarum, Sole in Arietis aut Libræ capite exiſtente contingentes, in utroq; quadrante D G atq; D E, à punctis quidem G & E uerſus D: & à ſingulorum arcuum terminis, in cẽtrum C regulam ſigillatim emittendo. Nam ad ipſius regulæ cum eadem M N interſectiones, 5 ultro citroq; ſignum L conſurgent horarum diſtinctiones: quarum remotiores ab ipſa L, ſint M & N literis annotatæ. Aut (ſi uelis) accipito ex A B recta, ad iuſtitiam circini, ſingulas umbras rectas eiſdem æquinoctialibus horis reſpondentes: & immiſſo altero circini pede in C, extendito reliquũ in ipſam lineam M N, ultro citroq; ſignũ L. in eadẽ enim coincides puncta, modò non erraueris: debent enim ſibi mutuò reſpondere. Hic nõ iubemus, Sole reliquum ſolſtitium occupãte, hybernas horarum annotare diſtinctiones (nã duo puncta, ad linearum rectarum uidẽtur ſufficere deſcriptionẽ) præter umbrã rectã meridianã: quam accipies ex A B linea, & illi cõſtitues æqualẽ in recta C D, à puncto C uerſus D, utpote C O. Quibus in hũc modũ abſolutis, protrahito ex ſolſtitiali ac æſtiuo puncto K, in æquinoctiale punctum N, uſq; ad circunferentiã circuli, rectã lineam K N: & à ſequenti in ſequẽtem, atq; ſuccedenti in ſuccedentem annotatam diſtinctionẽ, rectã itidem trahito lineã. Et conſequenter ita, pro ſingulorum punctorum reſpondentia: donec perueneris in punctum M, per quod ex puncto H, rectam & (ſi uelis) occultam, atq; in oppoſitam partem quantumlibet extenſam lineã trahito, tres proximas lineas horarias interſecantem: quarũ interſectiones, officio circini, traduces ordine cõuerſo in partẽ

Idem aliter per umbras rectas.

Linearũ horariarũ deſcriptio

8

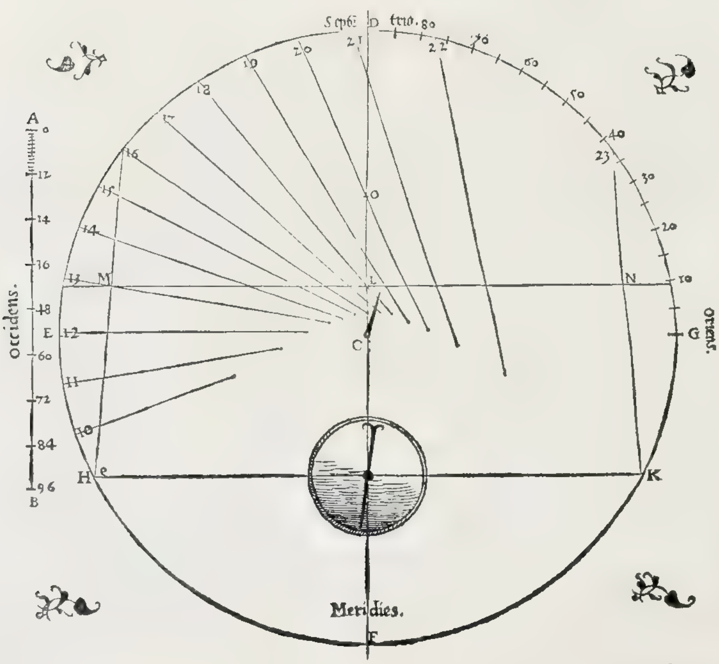


Figura horizõtalis horarũ indicantis horas ab occaſu, ad latitudinẽ 48 graduũ, & 40 minutorũ delineata.

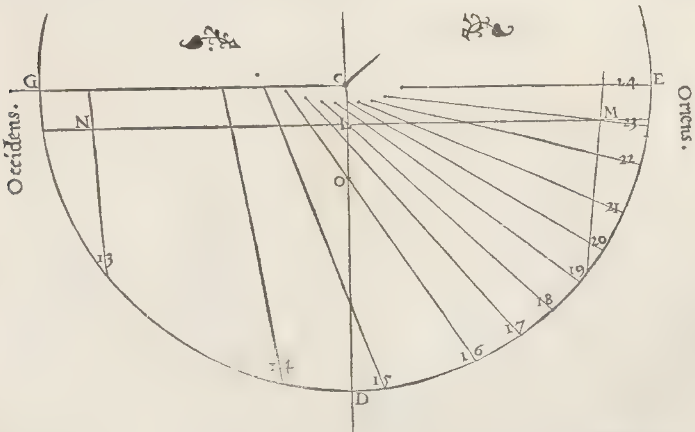
M H, à puncto

M H, à puncto M uersus H, & eas cum reliquis punctis solstitialibus, suis rectis copulabis. Quarta itaque linea ab ipsa K N, transire debet per pũctum O: sexta uerò per L, atque duodecima per M. Circũscribes denique proprios horarũ numeros: 9 quidẽ ad punctũ H, dein iuxta proximã lineã 10, postea 11, & ita cõsequẽter usque ad 23, qui cadet in rectam K N, Cũ enim nox æstiualis in data poli sublimitate sit horarũ 8, H uerò punctũ respõdeat horæ primæ ab ipsius Solis ortu: debet ipsum punctũ H numero 9, atque succedentes lineæ succedẽtibus insigniri numeris. Tandem erigendus est gnomon ad perpendiculũ, cuius longitudo sit præcisè partium 12, qualium fecimus A B lineam 96: ad cuius umbræ terminum, horæ ipsæ cognoscentur, ab occasu Solis Italico more supputatæ,

De circunscribendis horarũ numeris.

9 IN IPSO AVTEM PLANO VERTICALI, HAVD DISSIMILI uia earũdem horarum ab occasu distributarum lineamẽta figurabis: hoc in primis excepto. utpote, quo longitudo ipsius C L, debet sumi ex A B linea recta proposita, tot præcisè partium, quot fuerit umbra uersa meridiana, quæ fit in data regione, dũ Sol alterutrum possidet æquinoctiorum: C O autẽ tanta quoque respondenter, quanta reperietur umbra uersa itidem meridiana, quæ fit ab umbroso ipso Sole æstiuale solstitiũ occupante. Et protracta æquinoctiali linea M L N: in eã singulæ traducendæ sunt horarũ distinctiones, alterutro suprascriptorũ modorũ in horizontali plano prius examinatæ. Præterea, demittenda est C D meridiana deorsum ad perpẽdiculũ, truncãdusque superior semicirculus E F G, & reliqui G E F (in quo præcipua cõtinentur horarũ lineamẽta) pars quæ in horizõtali plano uertebatur ad ortũ, cõuertenda est ad occasum, & è diuerso: quoniã huiusmodi plana cõuersam habẽt horarum rationẽ, & per dimidiũ tantũmodò (uti supra diximus) uidẽtur irradiari circulum. Horarũ præterea numeri, alia lege ueniunt inscribẽdi. Cùm enim Sol alterutrũ possidet æquinoctiorũ, huiuscemodi plana ab ipso ortu incipit irradiare, hora uidelicet sexta, quæ tũc fit ab occasu duodecima: hinc prima ab ipso ortu, quæ per lineã K N distinguitur, erit ab eodẽ occasu 13, succedẽs 14, dein 15, & cõsequenter ita, seruato uersus dextrã ordine, usque ad 24, quæ cadet in occasum uersus E. Cætera omnia, nõ secus ac in horizõtali plano ueniũt respõdenter absoluẽda: quẽadmodũ subscripta uidetur ĩdicare figura, ad prius assũptã poli borealis eleuationẽ delineata.

Idẽ quod prius horologium in plano uerticali respõdenter describere.



Delineatio uerticalis horarij ab occasu horas indicantis, ad eãdem quæ prius eleuationem poli borealis figurata.

NEC

Vtrunque prædictorum horologiorum ad ortiuas horas reducere.

NEC MINORI FACILITATE, HORAS IPSAS AB ORTV 10 relatas, in utroque plano horizōtali scilicet atque uerticali delineabis: idem namque modus operandi in utroque seruandus est, sed ordine contrario. Partes enim quæ in præcedentibus horologijs ad ortum conuertuntur, in his sunt inclinandæ ad occasum, & è diuerso. Item aliter inscribēdi sunt horarum numeri. In horizontalibus quidem sic: in occidentali linea (quæ tunc erit K N) scribes 1, in sequenti 2, iuxta succedentē 3, & ita consequenter uersus ortum, usque ad 15 horam, quæ ad punctum H terminabitur. In uerticalibus autem, scribes 1 iuxta lineam occidentalem (quæ tunc transibit per M) iuxta sequentem 2, dein 3, & sic consequenter seruato numerorū ordine, usque ad 11 horā, quæ finietur in ortiua linea, quæ per N punctum ex K producitur. In summa, omnia prorsus, ueluti supra docuimus, ueniunt sigillatim obseruanda: mutata solummodò linearū inclinatione, atque numerorum horariorū ab ortu distribuendorum respondētia. Hinc patet, quàm pulchrè tam in horizontali, quàm etiam uerticali plano, & ab ortu & ab occasu referendarum horarum lineamenta, sese motuò intersecantia, simul possint delineari, uarijsque distingui coloribus. Item quonam modo 12 signorum Zodiaci distinctiones in eiuscemodi, atque similibus horarijs ueniant inscribendæ. Nam si puncta æstiuarum atque solstitialiū horarum, incuruata copulaueris linea: Cancri tropicum designabis. Idem censeto de Capricorni tropico, atque cæteris intermedijs signorum distinctoribus lineamētis. Aequator autem, semper in lineam rectam, supra scripto modo coextenditur. Sed cùm hæc ex supradictis sint facillima, & plus curiosa quàm utilia uideantur: de his ulterius tractare supersedemus.

Corolloria. 11

LIBRI PRIMI SOLARIVM HOROLOGIORVM FINIS.

LIBER SECVNDVS

DE CAETERIS HOROLOGIIS, TVM ANVLARIBVS & cylindricis, tum in circulo atque circuli quadrante descriptis: ex Solis cursu, alijsúe fundamentis astronomicis immediatè pendentibus. Vbi tandem Hydraulicum describitur Horologium, ab ipso Authore recenter excogitatum.

PROPOSITIO PRIMA.

¶ *Horas æquales, per rectam dati cuiuscunq; perpendiculi siue gnomonis umbram, in dato sphæræ situ, in primis deprehendere.*

1 HACTENVS DE VVLGARIBVS HOROLOgijs, quibus per solã styli, fili, perpẽdiculi, alteriúsue rei umbram, horas ipsas inuestigare solemus: nũc de cæteris horarijs instrumẽtis, tum in cylindro, & anulo, circulóue, tum in sphæra, & armillis, atque circuli quadrantibus delineandis, tractandum: quæ uidelicet aliquã loci Solis, aut similem quampiam astronomicã obseruationẽ præsupponũt. Inter quæ, primũ sese offert modus quidam facillimus: quo per rectã datæ cuiuscunque perpẽdiculi, siue gnomonis umbrã, in quauis eleuatione poli data, æquales horas non in-
2 iucundè supputamus. Præparabis itaque primũ, iuxta doctrinam quarti capitis libri quarti Cosmographiæ nostræ, quãta sit altitudo Solis qualibet hora diei artificialis: eodẽ Sole per quinos tãtũmodò gradus, uel decanos ipsius Zodiaci discurrẽte. Singulis deinde Solis altitudinibus respondẽtes umbras rectas supputabis: hoc est, tabulã solariũ altitudinũ, cõuertes in rectarũ umbrarũ tabulam. Qualis est subscripta, ad eleuationẽ poli arctici 48 graduũ, & 40 minutorũ, in exemplũ calculata.

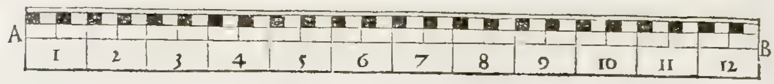
Tabula rectarũ umbrarũ ad propriã regionẽ supputãda.

TABVLA VMBRARVM RECTARVM, QVALIBET HORA *diei artificialis, Sole per singulos Eclipticæ decanos perambulante, contingentium: Ad eleuationem poli arctici 48 graduum, & 40 minutorum supputata.*

Ho. ante meridiem. / Ho. post meridiem.				12		11 / 1		10 / 2		9 / 3		8 / 4		7 / 5		6 / 6		5 / 7		4 / 8	
S.	G.	S.	G.	P.	M.	P.	M.	P.	M.	P.	M.	P.	M.	P.	M.	P.	M.	P.	M.	P.	M.
	30	♋	0	5	31	6	20	8	16	11	19	15	51	23	32	38	16	82	5	infinita	
	20		10	5	44	6	26	8	21	11	25	16	1	23	49	38	56	85	28	0	0
	10		20	6	2	6	43	8	39	11	45	16	31	24	37	40	56	95	54	0	0
♊	0	♌	0	6	30	7	12	9	8	12	22	17	20	26	13	44	43	119	32	0	0
	20		10	7	11	7	52	9	49	13	19	18	6	28	16	51	1	175	24	0	
	10		20	8	3	8	43	10	44	14	16	20	9	31	30	61	18	466	53	0	0
♉	0	♍	0	9	6	9	48	11	54	15	40	22	21	36	8	79	39	0	0		
	20		10	10	24	11	5	13	21	17	30	25	15	44	44	133	42	0	0		
	10		20	11	53	12	39	15	6	19	50	29	5	53	2	269	6	0	0		
♈	0	♎	0	13	28	14	29	17	13	22	44	34	19	69	59	0	0	infinita			
	20		10	15	41	16	40	19	47	26	25	39	39	102	25	0	0				
	10		20	18	8	19	13	22	55	31	5	51	59	190	40	0	0				
♓	0	♏	0	20	56	22	15	26	40	37	8	61	44	637	45	0	0				
	20		10	24	5	25	37	29	39	44	46	97	6	infinita							
	10		20	27	33	29	7	36	9	54	31	141	12	0	0						
♒	0	♐	0	31	7	33	15	39	38	67	44	285	46	0	0						
	20		10	34	13	36	46	46	47	78	31	543	10	0	0						
	10		20	36	27	39	20	50	38	88	44	infinita		0	0						
♑	0		30	37	18	40	20	51	59	92	50										

Regula ad horarum inuentionẽ necessaria.

HIS ITA peractis: fabrica tibi regulam quampiam datæ cuiuſuis electæ ac 3 ſolidæ materiæ, liberæ quidẽ longitudinis, utpote, ſemipedalis: quam diuide in 12 partes inuicem æquales, & partem quamlibet rurſum in 12, uel in 6, aut ſaltem in 4, uti ſubſcripta A B uidetur indicare formula.



CVM HAC IGITVR regula, & ſupraſcripta tabula rectarum umbrarum, ad 4 datam poli ſublimitatem præparata: horam æqualem, lucente Sole, in hunc qui ſequitur modum obſeruabis.

Qualiter æqualis hora per tabulã antecedẽtẽ unà cũ ipſa regula diurno eliciatur tẽpore.

Erige regulam ſuper plana Horizontis ſuperficie, quantùm poteris ad perpendiculum: & obſerua umbræ terminum, quam tunc efficiet regula. Deinde, metire cum eadem regula ipſius umbræ lõgitudinem: quam demũ inueſtigato inter areales ipſius tabulæ numeros, in eo quippe tranſuerſali numerorũ ordine, qui loco Solis ad læuam annotato reſpondet. Ea nãq; reperta, ſi ad uerticem eiuſdem columnæ oculos direxeris, deſideratum horarum offendes numerum: antemeridianũ quidẽ, uel pomeridianum, prout datum tempus, & ſupraſcriptus horarum ordo ſignificabunt. Cùm porrò neq; locum Solis, neq; ipſius umbræ longitudinẽ præciſè offenderis: accipito tam graduum, quàm umbrarum proximo minorem numerum.

Notandum.

Poteris itaq;, uel tuis horarijs meditationibus, uel cuipiam alteri portatili libello, ipſam umbrarum inſcribere tabulam: & per alterutrius aſſeris lõgitudinem in 12 partes ſupraſcripto modo diſtributam, horas ipſas quocunq; diurno tempore, in promptu colligere. Horũ exemplari non uideris indigere calculo: ni prorſus eiuſcemodi rerum te fatearis incapacem.

Idẽ reſpondenter inquirere p altitudinũ tabulam, unà cũ circuli quadrãte.

IDEM quoq; non minus facilè poteris obtinere, per datam ipſius Solis alti- 5 tudinem, per aliquem ſuccedẽtium quadrantum circuli, oblato tempore obſeruatam, unà cum ipſa altitudinũ tabula, qualem præallegato capite quarto libri quarti Coſmographiæ noſtræ ſupputare docuimus: haud alienis enim uidetur operandi modus, utpote, quòd oporteat altitudines ipſis umbris, & è contrario reſpondere. Sed utrum horum malueris, in tuo ſit arbitrio conſtitutum.

PROPOSITIO II.

Eaſdem æquales horas, per umbram uerſam, diurno itidem tempore, reſpondenter obtinere.

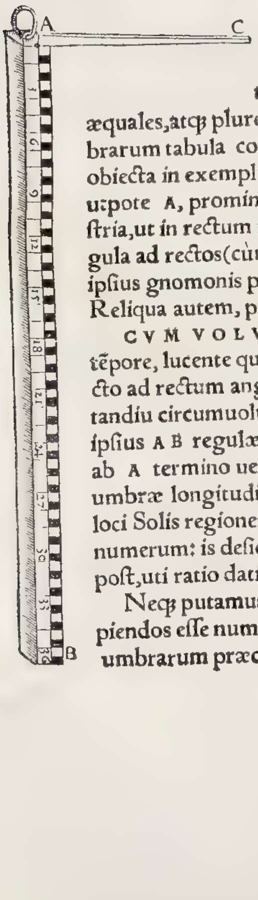
Tabula umbrarum uerſarum in primis ſupputanda.

SVPPVTETVR IN PRIMIS ALTITVDINVM SOLA- 1 rium tabula, ad liberam quamuis poli ſublimitatem, & quinariam, aut denariam graduum Eclipticæ diſtributionẽ, per doctrinam præallegati quarti capitis libri quarti Coſmographiæ noſtræ: & conſequenter in umbras uerſas tranſmutetur, in locum datæ cuiuslibet altitudinis, reſpondentem umbrã uerſam (quemadmodùm de rectis proxima fecimus propoſitione) ordinatim inſcribendo. ut ſubſcripta uerſarum umbrarum uidetur oſtendere tabula, ad eandem quæ prius eleuationem poli arctici reſpondenter ſupputata.

TABVLA

TABVLA VMBRARVM VERSARVM, QVAlibet hora diei artificialis, Sole per singulos Eclipticæ decanos perambulante, contingentium: Ad eleuationem poli arctici 48 graduum, & 40 minutorum supputata.

Ho. ante meridiem.				12		11		10		9		8		7		6		5		4	
Ho. post meridiem.						1		2		3		4		5		6		7		8	
S.	G.	S.	G.	P.	M.	P.	M.	P.	M.	P.	M.	P.	M.	P.	M.	P.	M.	P.	M.	P.	M.
	30	♋	0	25	31	22	45	17	25	12	43	9	4	6	8	3	46	1	46	0	0
	20		10	25	7	22	20	17	14	12	36	8	58	6	4	3	42	1	41	0	0
	10		20	23	57	21	28	16	39	12	16	8	42	5	51	3	31	1	30	0	0
♊	0	♌	0	22	9	20	2	15	44	11	42	8	19	5	30	3	13	1	13	0	0
	20		10	20	4	18	21	14	40	10	56	7	47	5	6	2	49	0	49	0	0
	10		20	17	55	16	30	13	25	10	5	7	9	4	34	2	21	0	20	0	0
♉	0	♍	0	15	48	14	45	12	6	9	10	6	27	4	0	1	49	0	0		
	20		10	13	53	12	59	10	47	8	13	5	42	3	22	1	14	0	0		
	10		20	12	8	11	23	9	32	7	18	4	57	2	43	0	38	0	0		
♈	0	♎	0	10	32	9	56	8	22	6	20	4	12	2	4	0	0				
	20		10	9	10	8	38	7	17	5	27	3	27	1	25	0	0				
	10		20	7	57	7	30	6	17	4	38	2	46	0	47	0	0				
♓	0	♏	0	6	53	6	29	5	24	3	53	2	20	0	11	0	0				
	20		10	5	59	5	37	4	51	3	13	1	32	0	0						
	10		20	5	14	4	56	3	59	2	38	1	1	0	0						
♒	0	♐	0	4	38	4	20	3	27	2	11	0	37	0	0						
	20		10	4	13	3	55	3	5	1	50	0	18	0	0						
	10		20	3	57	3	40	2	51	1	38	0	7	0	0						
♑	0		30	3	52	3	34	2	46	1	33	0	0								



Regula pensilis huic negotio cōmoda.

Quibus ita paratis, fabrica rursum quadrilateram quampiam regulam, paralleipipedam: quam diuidito in quotcunque uolueris partes, modò sint adinuicem æquales, atque plures numero, quàm sit umbra uersa maxima in data umbrarum tabula comprehensa: utpote, in 36 partes, cuiusmodi est A B, obiecta in exemplum ipsius regulæ figuratio. Ex altero porrò termino, utpote A, prominentem applicato gnomonem A C: tali quidem industria, ut in rectum ipsius A B regulæ facile deprimatur, & cum eadem regula ad rectos (cùm fuerit operæpretium) excitetur angulos, contineatque ipsius gnomonis prominens longitudo, 12 partes eiusdem A B regulæ. Reliqua autem, pro tuo ingenio submittimus absoluenda.

Canon inueniendarum horarū.

CVM VOLVERIS igitur horam æqualem, dato quouis elicere tēpore, lucente quidē Sole: suspēde A B regulam ad perpendiculū, erecto ad rectum angulum, atque ad Solem conuerso A C gnomone, quem tandiu circumuoluito, donec eiusdem gnomonis umbra cadat in directū ipsius A B regulæ. Quo facto, notetur umbræ terminus: supputeturque ab A termino uersus B, ipsius umbræ longitudo. Nam si eiuscemodi umbræ longitudinem in ipsa uestigaueris tabella, ad dextram quidem loci Solis regionem, & ea inuenta, ad uerticem occurrentem acceperis numerum: is desideratam significabit horam, ante quippe meridiem, uel post, uti ratio dati temporis, atque suprascriptus horarū ordo postulabit.

Neque putamus te amplius ignorare, proximò minores semper accipiendos esse numeros: quoties propositi tum loci Solis, tum uersarum umbrarum præcisè non occurrunt numeri.

 QVOD

Alius modus notandus.

QVOD SI DATAM regulam A B, in gradus ita distribuere non graueris, quemadmodùm in proximè succedenti descriptione Cylindri uidebis obseruatum: poteris easdem æquales horas, per determinatum ab ipsius gnomonis umbra graduum numerum, & ipsam altitudinem solarium tabulam (quam eodem capite quarto, nuper allegati libri quarti Cosmographiæ nostræ supputare docuimus) respondenter obtinere: quemadmodùm proxima admonuimus propositione. 4

PROPOSITIO III.

Horarum æqualium discrimina, ad liberam quāuis poli sublimitatem in Cylindro delineare: ex eodem'q; horam datam, unà cum Solis altitudine, atq; rerum erectarum mensura colligere,

Cylindrus in plano prius delineandus.

EXPEDIT IN PRIMIS IPSARVM HORARVM LINEAmenta in plano depingere: postmodùm ad extrinsecam Cylindri superficiem, officio circini, sigillatim transformare. Sit itaq; planum Cylindricæ conuexitati adamussim æquale, rectangulum quidem atq; parallelogrammum altera parte longius A B C D: in quo sit propositum, horarum effigiare lineamēta. Potes itaq; duplici uia, susceptum absoluere negotiū: primò per umbras uersas, secundò per ipsius Solis altitudines. Quocunq; autem modo uti libuerit, delineanda est in primis utriq; A C & B D admodùm uicina parallela, aliquantulum distinguens interuallum: in quorū altero, utpote A C, partes umbræ uersæ, in reliquo autem B D gradus solaris altitudinis, hora meridiana diei æstiualis maximi cōtingentes, annotabis. 1

Latus umbræ uersæ.

Cùm igitur in data poli sublimitate 48 graduum & 40 minutorum, umbra uersa meridiana, dum Sol Cancri uerticem occupat, sit 26 ferè partium, qualium umbrosum est 12: diuides ergo interuallum A C in 26 partes inuicem æquales, quæ partes seu puncta umbræ uersæ dicentur. 2

Gradus altitudinis.

Pro descriptione autem graduum solaris altitudinis, produces latus A B in directum usq; ad E, faciesq; B E 12 partium, qualium A C est 26: quantus uidelicet futurus est prominēs stylus, siue index horarius. Et super ipsum latus B E, describe circuli quadrātē B E F: cuius arcus B F, in 90 partes æquales solito more diuidatur. Emissa postmodū ex E centro regula in quēlibet gradum ipsius arcus B F, à primo quidem uersus B, usque in eum graduum numerū qui maximæ solari æquatur altitudini: notato singulas eiusdem regulæ sectiones cum latere B D, quas tandē suis distinguito lineolis, atq; numeris. Cùm igitur maxima Solis altitudo, in data poli sublimitate sit 64 graduum, & 50 minutorum: diuides B D latus in 65 gradus, tantā occupantes longitudinem, quantū est latus A C ipsius umbræ uersæ. 3

12 signorū distinctiones.

Vtraq; postmodùm A B & C D, bifariam diuidatur, in signis quidem G, & H: producatur'q; recta G H, quæ circulum repræsentabit Aequatorem. Et centris G & H, interuallis autem quātùm est ab ipso G uel H, usq; in proximam parallelam, duo figurentur semicirculi, inuicem æquales & occulti, A I B & C L D, præfatas parallelas ultro citroq; contangētes. quarum alteram, utpote dextram, æstiuali: reliquā uerò, scilicet læuā, hyemali tropico deputabis. Diuides insuper quēlibet quadrantem eorundem semicirculorū A I B & C L D, in tres partes inuicem æquales: & per quālibet unius, in respondentem alterius diuisionem, rectas lineas coextendes, sex interualla cū extremalibus & ipsa G H distinguentes, quæ sex signis eundo, totidem'q; redeundo deputabis. Diuides quoq; respondenter quodlibet signum in tres partes æquales, & quælibet ualebit 10 gradus: uel in plures, pro ipsius plani commoditate: idq; subtilioribus, alteriusq; coloris lineamentis. 4

His ita

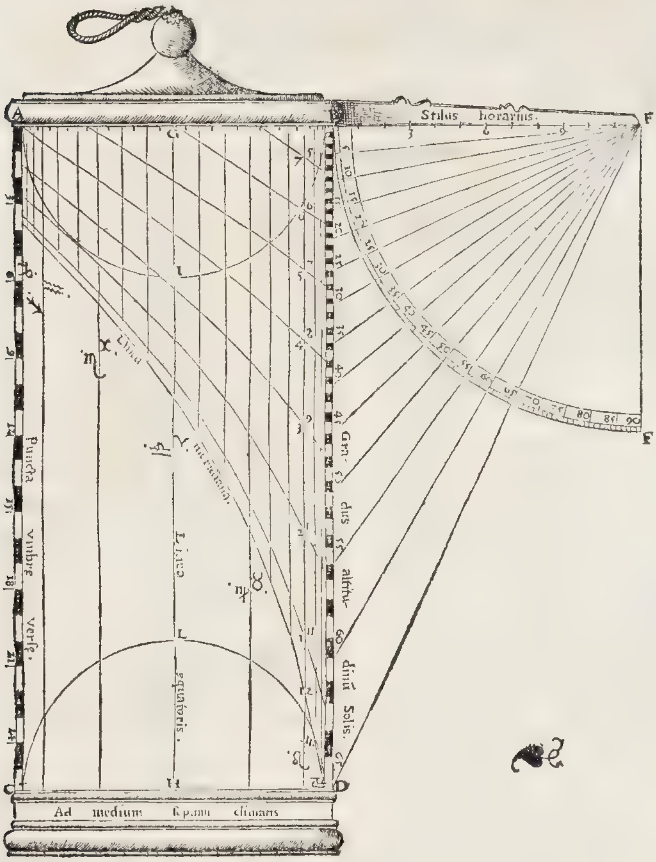


Figura deſcri-ptionis horarũ tam in erecto plano,quàm in Cylindro, per umbras uerſas atq; Solis altitudines: Ad latitudinem 48 gra. & 40 mi.

5 HIS ITA PARATIS, horarum lineamēta formabis: per umbras quidem uerſas in hunc modum. Accipito ex præmiſſa umbrarum uerſarum tabula, ad præfatam eleuationē poli arctici 48 graduum & 40minutorum ſupputata, ſingularum umbrarum uerſarum longitudines, qualibet hora diei artificialis, Sole decanos Eclipticæ gradus, ab initio Cancri ad finem uſq; Sagittarij diſcurrente, contingentes: quas ſupputato in A C latere, & ad iuſtam circini menſuram in ſuas lineas, à uertice quidem A B deorſum, ſigillatim traducito, pro ſingulorum ordine atq; reſpondentia, facitoq; ad fines ſingularum umbrarum apparentes utcunq; notulas. Has demum notulas, tranſuerſalibus & obliquis copulato lineamentis, per ſingulas eiuſdem horæ diſtinctiones tranſeuntibus: quas ſuis ornato numeris.

Horarũ delineatio, p umbras uerſas.

6 Quòd ſi iuuet, per ſolares altitudines idem reſpondenter adimplere: ita facito. Sumito ex ipſa altitudinum tabula (quam tibi capite quarto, eiuſdem libri quarti

Idē p Solis altitudines abſoluere.

 antecedentis

anteccedentis Cosmographiæ supputauimus) singulas ipsius Solis altitudines, singulis horis, pro loco eiusdem Solis, respondentes: quas supputato in B D latere, à puncto B uersus D, & demum (officio circini) in suas traducito lineas: absolutoq; reliqua, ueluti nunc expressimus. Est enim idem operandi modus, eademq; ex utroq; modo proueniens lineamentorum contextura: ob mutuam altitudinum, & ipsarum umbrarum respondentiam. Tandem, siue plano iam delineato uti libuerit, siue in Cylindricam conuexitatem singula traduxeris lineamenta: fabricabis gnomonem, stylumue horarum indicem, ipsi B E similem & æqualem, cuius uidelicet longitudo sit partium 12 qualium A C stabilita est 26. Hunc autem indicem hac subtilitate dispones, quatenus ex A in B, &ècontrario, gradatim facilè traducatur: & cum occurrente linea, in rectum semper excitetur angulum. 7

Horarũ index siue gnomon.

Notandum.

POTERIS QVOQVE (si uelis) partem hiemalem, hoc est, læuam uersus A C coextensam, ab ipso Aequatore G H, in tropicum æstiuum dextrorsum reflectere, ipsum latus B D utriq; deputando tropico: ut sint tria tantùm signorum interualla, quæ quater repetita, suppleãt ipsa 12. Sed hæc, & reliqua, tum ornatum, tũ uariationẽ instrumẽti respicientia, tuæ submittimus industriæ pẽsitanda. 8

Horã æqualẽ p Cylindrũ inuenire.

RELIQVVM EST IGITVR, VSVM IPSIVS INSTRVMENti principalem, breuibus perstringere. In primis itaq; horam æqualem sic obseruabis. Traducito gnomonem ad lineam loco Solis respondentem, ipsúmq; ad rectum angulum erigito, & suspenso Cylindro, ipsum tandiu uertito, quatenus eiusdem gnomonis umbra in directum eiusdem lineæ coincidat: nam extremitas ipsius umbræ occurrentem tibi monstrabit horam. Hinc potes, crementa atq; decrementa dierum artificialium, pro ratione loci Solis, uel facile colligere: Tantus est enim arcus semidiurnus, quot fuerint horæ à meridiana usq; ad transuersalem A B. 9

Solis altitudinem elicere.

Altitudinem porrò ipsius Solis, ita deprehendes. Collocato gnomonem ad uerticem lateris B D, & suspenso rursum instrumento, obseruato eiusdem gnomonis umbram in latus B D respondenter incidentem: nam ea contingentẽ tunc ipsius Solis tibi distinguet altitudinem. 10

Quanta sit umbra uersa cõcludere.

Quòd si gnomonem ad punctum A traduxeris, & incidentem in latus A C rursum examinaueris umbram: uidebis in eodem A C latere, quot partium fuerit contingens tunc umbra uersa.

Rerũ erectarũ altitudines per umbrã uersam obtinere.

Hinc rerum erectarum super horizontali superficie, concludere poteris altitudinem. Nam si altitudo Solis fuerit præcisè 45 graduum: tunc omnis umbra tam uersa quàm etiam recta, proprio æquatur umbroso. Cum porrò eadem Solis altitudo fuerit 45 gradibus minor: quam rationem tunc habent 12 ad partes umbræ uersæ repertas, eam seruat umbra rei ad ipsius desideratam altitudinem. Metire igitur umbram ipsius rei oblatæ, & inuentum mensurarum numerum ducito in partes umbræ uersæ, productumq; diuidito per 12: nam quotus numerus, optatam exprimet altitudinem. At si præfata Solis altitudo excesserit 45 gradus, tunc fit è conuerso: quam enim rationem habent partes umbræ uersæ per Cylindrum inuentæ ad 12, eam seruat umbra rei ad propriam altitudinem. Duc igitur umbram rei mensurandæ in 12, & productum diuide per umbram uersam: habebis enim propositam rei erectæ longitudinem. Horum porrò si demonstrationes optaueris: confugito ad quartum caput libri quarti, sæpius allegatæ Cosmographiæ nostræ.

PROPOSITIO

PROPOSITIO IIII.

¶ *Cylindricam horarum circinationem, intra concauum anuli siue brachioli circularis, respondenter inscribere: binisque poli sublimitatibus adaptare.*

1 PRAEPARETVR IN PRIMIS EX AVRO, VEL ARGENTO, aliáue materia solida, lamina quædam uniformis, moderatè crassa, rectangula quidem, & altera parte longior, pro futuri anuli, siue brachioli magnitudine: quæ sit, exempli gratia, A B C D. Hanc in longitudinales signorum intercapedines, ita distinguito. Accommodato rectam C D ipsi Aequatori, A B autem utriq; tropico: & centris C & D, interuallis autem C A atq; D B, geminos & inuicem æquales circuli describito quadrantes, quos trifariam diuidito. per respondentes autem ipsorum quadrantum partitiones, rectas educito lineas, utriq; A B atq; C D parallelas, cum eisdem trina distinguentes interualla: quæ 4 Eclipticæ quadrantibus, à duobus æquinoctijs, totidem'q; solstitialibus punctis inchoatis, deputabis: primum quidem & omnium maximum interuallorum Arieti, medium Tauro, minimum autem Geminis & Cãcro, medium rursum Leoni, maximum Virgini atq; Libræ, idem consequenter medium interuallum Scorpio, minimum rursum Sagittario ipsi'q; Capricorno, dein succedens Aquario, tandem ipsum maius Piscibus adcommodando.

12 signorum interualla.

2 Diuide consequenter A B atq; C D latera bifariam, in signis quidem E & F: ducito'q; rectam E F, utriq; A C & B D parallelã. Si uolueris itaq; ipsum anulum uni tãtum eleuationi polari deputare, utpote, præassumptæ 48 graduum & 40 minutorum: delineabis horas, Sole borealia signa peragrãte, in altera ipsius anuli parte, eo autem per australia discurrente signa, in reliqua: id'q; in hunc modum. Quanta fuerit A E uel E B recta, æqualem rectam lineam seorsum obsignato: sit'q; G H, quam in 90 particulas inuicem æquales diuidito.

Generalia ad inscriptio[illegible] horarum obseruanda.

3 ☞ Quibus ita præparatis, suscipito ex hac subscripta tabella (quã in laboris subleuamen, ex sæpius allegato capite quarto libri quarti Cosmographiæ nostræ, tibi seorsum extraximus) maximam ipsius Solis altitudinem, utpote, diei æstiui solstitialis meridianã, quæ est graduũ 64 & 50 minutorum: quam supputato in recta G H, & illi ad iustam circini mensuram æquales facito E I, E K, F L, & F M: producito'q; rectas L I & K M, eidem E F, atq; inuicem parallelas.

Vt delineandæ sint horarũ intercapedines.

Ho. ante meri.		12		11		10		9		8		7		6		5		4	
Ho post meri.		12		1		2		3		4		5		6		7		8	
S.	S.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.
	♋	64	50	62	11	55	27	46	40	37	2	27	3	17	25	8	23	0	0
♊	♌	61	32													5	46		
♉	♍	52	50											8	30	0	0		
♈	♎	41	20	39	38	34	53	27	50	19	17	9	45	0	0				
♓	♏	29	50									0	55						
♒	♐	21	8							2	54	0	0						
♑		17	50	16	35	13	0	7	24	0	0								

Tãbella altitudinum solariũ pro descriptione anuli necessariarũ: ad eleuationem poli arctici 48 graduum, & 40 minutorum.

Supputa consequenter in eadem recta G H, cæteras eiusdem Solis altitudines, qualibet hora diei artificialis maximi contingentes: quas (officio circini) sigillatim traducito in rectam E K, à puncto K uersus E, obsignatis ad finem cuiuslibet altitudinis apparentibus utcunq; notulis. Idem facito de singulis eleuationibus, Sole in Arietis aut Libræ uertice cõstituto: easdé'q; traducito in rectas L F & F M, à signis

quidem L & M uersus F, suisq; distinguito notulis, quarum meridianæ sint N & O. Haud dissimiliter facito de solaribus altitudinibus, eodem Sole brumale solstitium occupante contingentibus, ab I uersus F: quarum meridiana obsignetur notula P. Connectito demum rectas E O & N P, meridianam horam determinantes, item puncta horæ undecimæ, postea decimæ: & ita consequenter, pro singularum horarum respondentia. Pro casu autem lineæ horæ septimæ æquinoctialis, inter L & N annotatæ, obsignabis in linea principiū Scorpij aut Piscium distinguente, minuta 55, ex G H deprompta: pro quinta autem æstiua matutina, gradus 5, & minuta 56, in ea quippe linea, quæ initium Geminorum, aut Leonis separat.

De horis extra tropicos & Aequatorē incidētibus.

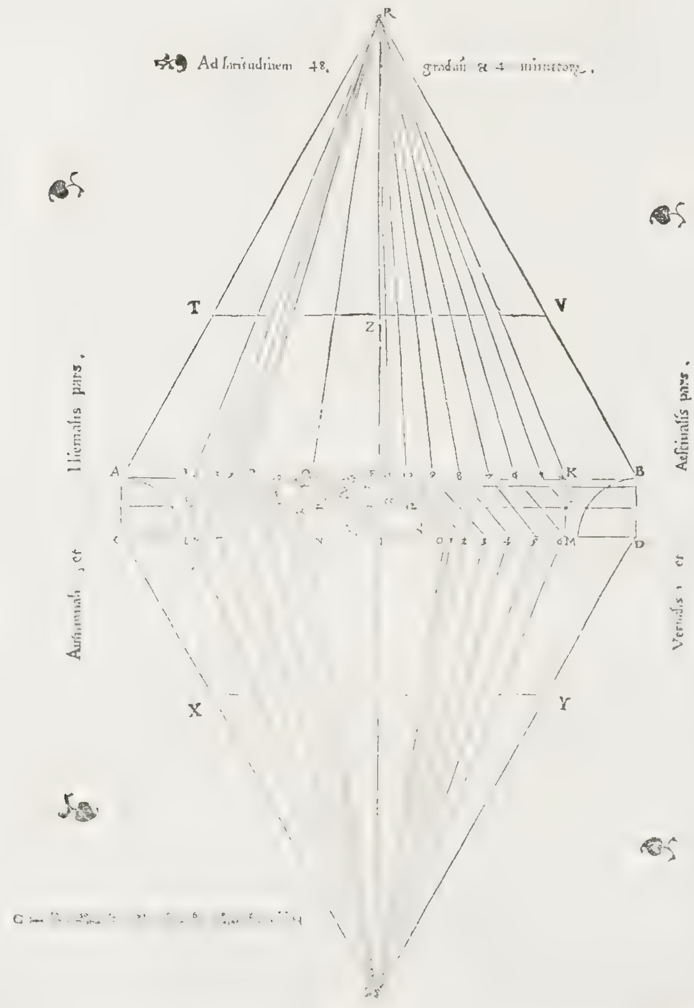


Figura anuli horarii in plano coextēsa, ad colligēdas quoque [illegible] tulorū magnitudines ad commodi.

Diuides

Diuides tandem rectam E P bifariam, in Q: & cõnexa F Q, inscribes ad dextrã inter E O & ipsam F Q borealium: ad læuam autẽ, inter eandem FQ & N P, meridionalium signorũ aut characteres, aut literas capitales. Inscribes quoqꝫ singularum horarum numeros, in ipsius quidem plani crassitudine, uel iuxta rectas I K & L M: uelut ipsarum horarum ordo postulat, & succedens eorum quæ diximus figura demonstrat.

Signorum characteres inscribendi. Horarum numeri.

4 Quibus expeditis, incuruabis paulatim ipsum planũ A B C D, horarum lineamentis intrinsecus manentibus: & in perfectum rediges anulum, rectis A C atqꝫ B D in unum consolidatis. In communi autem earundem A C atqꝫ B D concursu, uersatilem armillulam forinsecus in hunc modum coaptabis: ut per eam idem anulus, cùm fuerit operæpreciũ, suspendatur ad perpendiculũ. Faciẽda sunt demum bina foramina, admodùm quidem subtilia, & in medium rectarum I L & K M incidentia, sed extrinsecus utcũqꝫ latiora: alternatim positis horarum deseruientia lineamentis.

5 POTERIS, si libuerit, ex eadem linearum horariarum contextura, ea qua nunc expressimus arte super aliquo plano semel delineata, diuersas anulorum colligere magnitudines: in hunc quippe modum. Extendito utrobiqꝫ rectã E F quãtumlibet in directum & continuum, usqꝫ ad R & S puncta: facitoqꝫ E R æqualem ipsi F S. et singulas ipsius A B diuisiones, siue puncta, cõnectito cum pũcto R: ipsius uerò C D singula itidem annotata signa, cum puncto S. Quo facto, cùm sese offeret anuli longitudo: facito illi æquales, ab ipsis quidem A B atqꝫ C D æquè distantes, extremales A R & B R, necnon C S & D S utrobiqꝫ contangentes: cuiusmodi est T V, diuidens E R in puncto Z, & illi opposita X Y. Dein, factis super oblato plano signorum distinctionibus, singulas traducito prædictarum linearum intersectiones: absoluitoqꝫ reliqua, ueluti supra mõstrauimus.

Ex eadem horarum cõtextura, diuersas anulorum colligere magnitudines.

6 Quòd si libeat eũdem anulum geminis adcõmodare poli sublimitatibus: ita facito. Descripta æstiuali parte E K M O, cõuertito hyemalem I L N P à singulis diuisionibus M O, ipsis L N respondentibus, uersus E K: & partem E I L F, alteri poli sublimitati deputato. iuxta quam, excipies ex G H, ipsius E I atqꝫ F L longitudines: obseruata ex opposito foraminũ respõdentia, quẽadmodùm ex supradictis colligere nõ est difficile.

Eundem anulum horarium binis poli sublimitatibus accommodare.

7 CVM IGITVR EX HVIVSCEMODI ANVLO, AEQVALEM horam desideratam deprehendere uolueris: accipito primùm ex Ephemeride, aut alio quouis Astronomico calculo, uerum locum ipsius Solis. Dein, suspenso liberè anulo, obijce Soli radianti foramen ei parti aduersum, in qua tunc est Sol: reflectasqꝫ huc aut illuc anulum, donec radiolus solaris per ipsum intrans foramen, in signum & gradum loci Solis quàm præcisè poteris incidat. Nam ipse radius solaris quæsitam tunc indicabit horam: integram quidem, si super quampiam linearum trãsuersalium inciderit, incompletam autem, si in medium duarum linearum inciderit interuallum. quæ an fuerit antè, uel post meridiem, ex oblati temporis ratione deprehendes.

Horas tandem ex hoc anulo colligere.

Hinc etiam facile cognosces, dierum artificialium quantitatem: per ipsum quidẽ horarũ numerũ, in directũ loci Solis intercæptũ. Quot enim fuerint horæ ab ipsa I L, aut K M, usqꝫ ad proximã lineã meridianã: tãtus est arcus semidiurnus, qui duplatus diem ipsum integrabit artificialem.

Corollariũ de dierum artificialium quantitate.

PROPOSITIO V.

Eandem horarum rationem, super extrinseca eiusdem anuli superficie delineare: utqꝫ præfatus anulus binis poli sublimitatibus accommodetur, paucis exprimere.

SIT RVRSVM OBLATVM PLANVM PRIORI SIMILE, hoc eſt, rectangulum altera parte longius, A B C D, in tria ſignorum interſtitia (quæ quater repetita efficiãt 12) ueluti ſuprà diſtributũ: ſit quoq; recta E F, media inter A C atq; B D, eiſdemq; parallela. Conuertito poſtmodùm tabulam eleuationum ſignorum antecedẽti quarta propoſitione deſcriptam, in ſuccedentis tabulæ diſpoſitionem: hoc quidem modo. Diuide bifariam quemlibet numerum in præfata tabula contentum, & numerum inde prouenientem ſuo loco reponito: ut ipſa quæ ſequitur tabulæ contextura demonſtrat, ad eandem poli arctici ſublimitatem 48 graduum, & 40 minutorum ſupputata.

1 2

Tabella altitudinum ſolariũ ex priori deducta, ad fabricãdum propoſitum anulũ neceſſaria, pro eadem eleuatione polari 48 gra. & 40. mi.

Ho. ante meri.		12		11		10		9		8		7		6		5		4	
Ho. poſt meri.				1		2		3		4		5		6		7		8	
Si.	Si.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	N.	G	M.
	♋	32	25	31	5.	27	43.	23	20	18	31	13	31.	8	42.	4	11.	0	0
♊	♌	30	46													2	53	0	0
♉	♍	26	25											4	18	0	0		
♈	♎	20	40	19	49	17	26.	13	55	9	38	4	52.	0	0				
♓	♏	14	55									0	27.						
♒	♐	10	34							1	27	0	0						
♑		8	55	8	17.	7	30	3	42	0	0								

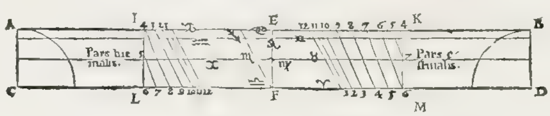
Nota q; punctum poſt minutorum numerum, ſignat 30 adeſſe ſecunda.

Summaria huiuſcæ anuli deſcriptio.

HIS ITA præparatis, & diuiſa ſeorſum recta G H, ipſi A E uel E B æquali, in 90 partes inuicem æquales: ſuſcipito ex ipſa præcedenti tabella, meridianam ſolſtitij æſtiualis altitudinem, utpote, 32 gradus, & 25 minuta. quamquidem altitudinem, ſupputabis in ipſa G H: & ad iuſtam circini rationem, traduces in A B atq; C D, à ſignis quidem E & F in utramq; partem, facieſq; E I, E K, F L, & F M eidem altitudini, atq; inuicem æquales. Deſcribes tandem ſingula horarum lineamenta: eo quidem modo, quo præcedenti quarta propoſitione docuimus. Quicquid enim illic de integris iuſſimus altitudinũ ſolarium numeris: hic de medijs earundem altitudinum partibus in præmiſſa tabula contentis reſpondẽter abſolues, ſingulas horarum diſtinctiones, ſubduplas earum quas in proxima deſcripſimus propoſitiõe faciẽdo, neq; aliter tã ſignorũ characteres, quàm horarũ circũannotãdo numeros: uti ſubiecta eiuſdẽ anuli in planũ coextẽſa figura demõſtrat.

3

Figura plana anuli horarij extrinſecus delineati, ad 48 gra. & 40. mi. polaris altitu.



In quibus hic anulus a priori differat.

Facies tamen unicum foramen, idq; in medio ipſius E F: incuruabiſq; planum ipſum A B C D in contrariũ præcedentis, relictis forinſecus horarum lineamentis, & in formam rediges anuli ex omni parte rotundam. Vbi autem cõiunctæ ſunt A C atq; B D latera, punctum annotabis, è diametro ipſius foraminis collocatũ.

4

Anulũ ipſum binis poli ſublimitatibus ad cõmodare.

Quòd ſi libeat rectam F M utrique æquinoctio, E K autem utrique ſolſtitio deputare, & brumales horarum diſtinctiones à ſingulis ipſius F M diuiſionibus in eadem E K reflectere: poteris reliquam partem E I L F, alteri cuipiam eleuationi polari, per propriam altitudinum tabulam, ueluti ſupra, reſpondenter ad commodare.

5

Ex eodem plano plures anulorũ elicere deſcriptiones.

Item, nec minus facile hanc anuli deſcriptionẽ, ſuper quouis oblato plano, priori ſimilem effigiare poteris: ſumptis E R & F S inuicem æqualibus, atq; in directum conſtitutis, ex ſingulis utriuſq;, A B uidelicet atq; C D, obſignatis punctis, rectas producendo lineolas, in eadem puncta R & S conuenientes.

6

Ex hac enim

Ex hac enim contextura, diuerſas poteris anulorum colligere magnitudines: & ipſam in perpetuum uſum(uti ſupra) reſeruare.

7 RELIQVVM EST, ut per hunc anulum horas ipſas excerpere doceamus. In qua re opus eſt loco Solis: quē ex Ephemeride propria, aut libero quouis aſtronomico deprehendes calculo, quemadmodùm proxima iuſſimus propoſitione.

Horam æqualem deſideratam per eundē anulum obſeruare.

Cognito itaq; loco uero ipſius Solis in Zodiaco circulo, ſuſpendito anulū filo quopiam tenuiſſimo: per eam quidem partem horarum, quæ dato ſeruit tempori, ſiue loco Solis. Obijcito poſtmodùm Soli radianti foramen intermedium: & leua aut deprime toties anulum, accedendo uel retrocedendo filum, donec radius ſolaris in punctum cadat oppoſitū. Quod dum acciderit, extendito filum in trāſuerſum anuli, eiuſdem fili ſitu nuſquàm uariato, & uideto quam lineam horariam in ea parte ſecet idem filum, in qua Solem eſſe reperiſti. Nam ea propoſitam indicabit horam: antemeridianam quidem, aut pomeridianam, prout datū tempus expoſcet, & adiuncti ſeorſum oſtendent numeri.

PROPOSITIO VI.

Horologium ſolare, in circulari plano, per ipſius Solis altitudines, ad liberam quamuis poli ſublimitatem, fabricare.

1 SVPPVTETVR IN PRIMIS TABVLA SOLARIVM ALTItudinum, ad datam poli ſublimitatem (cui fabricandū adcōmodare uis horologium) iuxta doctrinam quarti capitis libri quarti Coſmographiæ noſtræ: qualem tibi in exemplum, ad ſæpius aſſumptam poli borealis altitudinē 48 graduum & 40 minutorum, eodem capite quarto ſupputauimus. Separentur poſtmodùm meridianæ ipſius Solis altitudines, quinis uel denis tātummodò gradibus Eclipticæ reſpondentes: quibus ſignorum in eiuſcemodi horologijs diſtinguere ſolemus interualla. Quemadmodùm ex hac potes elicere tabula, pro nunc citata poli ſublimitate ſeorſum electa.

Signa auſt.		♑.		♒.		♓.		♈.		♉.		♊.			Si. borealia.
	G.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	
	0	17	50	21	8	29	50	41	20	52	50	61	32	30	
	10	18	13	23	33	33	30	45	18	56	11	63	20	20	
	20	19	20	26	29	37	22	49	10	59	7	64	27	10	
	30	21	8	29	50	41	20	52	50	61	32	64	50	0	
		♐.		♏.		♎.		♍.		♌.		♋.			

Tabella altitudinū meridianarum, per ſingulos Eclipticæ decanos, ad latitudinē 48 gra & 40. mi. ſeorſum calculata.

Aequinoctiales porrò atq; ſolſtitiales, qualibet hora diei artificialis contingētes eiuſdem Solis altitudines (quales propoſitione quarta immediatè præcedenti tibi ſelegimus) in aliam permutabis numerorū rationem. Auferes enim ſingulas ipſius Solis eleuationes, à meridiana eiuſdem artificialis diei ſublimitate: & relictos inde numeros, ſuo loco reſpondenter collocabis, ueluti ſubſcripta monſtrat tabula, ad eandem polarem altitudinem ſupputata.

Ho. ante meri.		11		10		9		8		7		6		5		4		0
Ho poſt meri.		1		2		3		4		5		6		7		8		0
Si	Si.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	0
♊	♋ ♌	2	39	9	23	18	10	27	48	37	47	47	25	56 55	27 46	64 61	50 32	0 0
♉ ♈	♍ ♎	1	47	6	27	13	30	22	3	31	35	44 41	14 20	52 0	50 0	0	0	
♓ ♒	♏ ♐							18	14	28 21	55 8	29 0	50 0					
♑		1	15	4	50	10	26	17	50	0	0							

Tabella altitudinum ſolariū qualibet hora diei æqnoctialis atq; ſolſtitialis cōtingentiū, ad fabricā huius horarij, pro latitudine 48 gra & 40 mi. ſeorſū præparata.

HIS

Generalia ad fabricã huiusce horologii circularis pertinentia.

HIS ITA PRAEPARATIS, DOCEAMVS in exemplum propositum horologium, ad ipsam polarem altitudinem 48 graduum & 40 minutorum, succinctè fabricare. Sit igitur super oblato atq; rotundo plano, descriptus circulus A B C D: cuius centrũ E, dimetiens autem à summo deorsum perpendicularis A E C. Diuide postmodùm utrũq; semicirculum A B C, & A D C in 90 partes adinuicem æquales: circinatis rursum, circa idem centrum E, duobus circulis (quorum interior sit F G) unà cum ipso A B C D gemina distinguentibus interualla. in quorum interiori, easdem 90 partes suis spaciolis utrobiq; separabis: in altero autem, proprios earundem partiũ inscribes numeros, à puncto C uersus A utrinq; distributos. Partire consequenter semidiametrum E F in tres partes æquales: quarum superior sit F H. Et centro E, interuallo autem E H, describito circulum H I: orbem quendam, cum ipso F G circulo, terminantem. Cuius quidem orbis partem læuam, ipsius Zodiaci distinctionibus, in hunc qui sequitur modum adcõmodabis.

Vt zodiacus in eodem horologio figuretur.

Supputato à pũcto C uersus A, meridianas cuiuslibet signorum altitudines, in antecedenti prima tabula cõtentas, ab hyemali uidelicet ad æstiuale solstitium occurrentes: & à singulis earundem altitudinum terminis rectas uersus E centrum protrahito lineolas, circulũ tamen H I nusquàm egrediẽtes: quarum extremales, sint K & L. Inter quas poteris tum signorum initia, tum decanos aut quinos eorundem gradus, proprijs arcubus ac spaciolis, unà cum eorundem signorum distinguere caracteribus, pro singulorum ratione, atq; tuo ingenio distributis: uelut ipsa quæ sequitur exemplaris figura, sigillatim elucidare uidetur.

Horarũ lineamẽta, qualiter eidem horologio ĩscribẽda.

Dextram uerò eiusdem orbis medietatem, horarum lineamentis sic adaptabis. diuide rectam F H bifariam, in puncto M. et centro M, interuallo autem M F uel M H describe semicirculum occultum F N H: quem diuidito bifariam in puncto N. et cẽtro rursum E, interuallo autẽ E N, dimidiũ circũscribito circulum M N, ab M quidem signo uersus D, usq; ad rectã G I: hic enim uices supplebit Aequatoris, F G autem Tropici Cancri, & H I tropicũ imitabitur Capricorni. Partire consequẽter utrũq; quadrantem F N et N H, in tres partes inuicẽ æquales: & per singulas ipsorũ quadrantum diuisiones, proprios circunscribito circulos, aliorũ signorũ initia, prout eorũ requirit ordo, distinguẽtes.

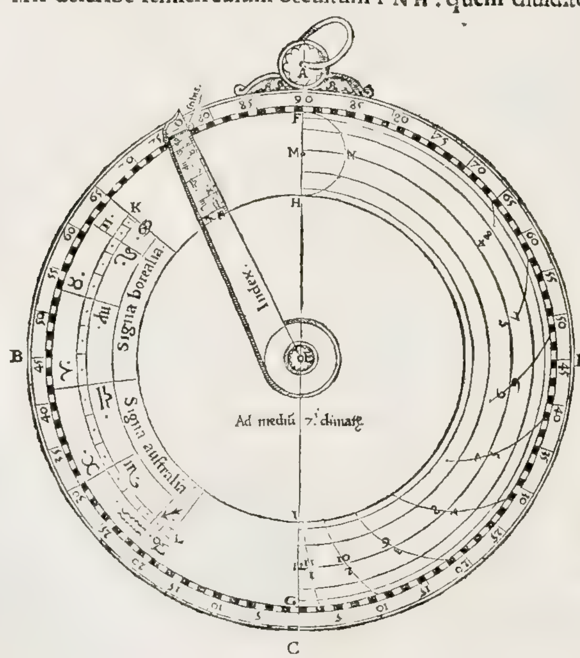


Figura horologij circularis, per Solis altitudines delineati, ad latitudinem 48 graduũ & 40 minutorum depicta.

Quibus ita

Quibus ita paratis,ſupputato ſingulos ſupraſcriptæ ſecundæ tabellæ numeros, à pũcto quidẽ C,per D,uerſus A : & applicata ex cẽtro E regula per ſingulos eorũdem numerorum terminos,apparentes utcunq; facito notas,ubi uidelicet regula proprios eorundem ſignorum interſecauerit arcus,pro ipſarum horarum reſpondentia, prædictorum ſignorum decanis, ubi fuerit opus, occultè circinatis.

Connectito poſtmodùm ſingula tria puncta,poſt rectam G I,cuilibet horæ deſeruientia,utpote,quæ in utroq; tropico, & in ipſo Aequatore, horæ reſpondent undecimæ,poſtea decimæ,& ita conſequenter: idq; arcuatis lineolis,officio circini(quæſitis hincinde centris)ſigillatim deſcriptis: quibus proprios tandem adſcribes eardem horarumũ numeros, ultro citroq; circulum Aequatorem M N,à recta G I (quæ meridiana ſemper erit appellanda)per D, uerſus A diſtributos,uti præfata omniũ eorum quæ diximus,& ante oculos obiecta uidetur indicare figura.

5 Facta demum Armilla ſuſpenſoria uerſus A : fabricabis indicem, inſtar alterius partis mediclinij aſtrolabici figuratum,tantæ quidem longitudinis,quãtus eſt ſemidiameter A B C D circuli: quem ita conclauabis in centro E, ut ad pulſum manuũ, quaquauerſum liberè circunducatur. In hunc porrò indicem, traduces ſingulas ſupraſcriptorum ſignorum diſtinctiones,in ipſam F H conuenientes,officio quidem circini,eodem indice in directum ipſius E A coextenſo: adiunctis eorũdem ſignorum characteribus,& quolibet eorum,pro inſtrumenti capacitate, in liberas partes ſubdiſtributo. quemadmodùm oſtendit E O. Præterea, coaptabis huic indici ſtylum acutiſſimum, in directum ipſius lineæ fiducialis: tali quidem induſtria,ut per ſingulas in indice notatas ſignorũ diſtinctiones diſcurrere, & ad rectos(cùm opus fuerit)ſuſcitari poſſit angulos. In qua re,plus proderit ingenij

De mobili horarũ indice unà cum ſtylo umbratili fabricãdo.

6 tui uiuacitas,quàm tædioſa uerborũ multitudo. Adde,quòd in huius horologij dorſo,ſeu poſtica facie, poteris non iniucundè nocturnarum horarum adiungere deſcriptionem:qualem uidelicet propoſitione 18 libri primi,per nunquàm occidẽtium ſtellarum fixarum obſeruationem,duplici ratione tradidimus.

Nota pro nocturnis horis.

7 SVPER HOC TANDEM INSTRVMENTVM, HORAM AEQVAlem ſic examinabis.Cognito loco Solis in Zodiaco circulo: pone lineam fiducialem indicis ſupra ſimilem gradum in ipſo K L Zodiaco repertum,ſtylum quoq; ad perpendiculum erectum ſuper ſimilem gradum in eodem indice notatum.Suſpenſo poſtmodùm iuſtrumento,ut A C dimetiens ad perpendiculum demittatur: cõuertito indicem cum ſtylo uerſus Solem,& tam diu uertito inſtrumẽtum,quatenus umbra ſtyli in tranſuerſum plani coextendatur.Tunc uideto,ubinam eadẽ umbra reſpõdentẽ Solis locum interſecauerit,in ipſa horarũ cõtextura: illic enim horæ propoſitæ diſtinctionem, uel interuallum concurrere ſimul offendes.

Horam æqualem diurnã per hoc inſtrumentum inuenire.

8 Poteris & ipſius Solis altitudinem itidem obſeruare: eleuando aut deprimendo ſemper indicem,cũ erecto in qua parte uolueris ſtylo, quouſq; ipſius ſtyli umbra cadat in directum lineæ fiducialis E O. Quot enim tunc intercipientur partes à puncto C uerſus B uſq; ad O: tanta erit ipſius Solis altitudo.

Solis altitudinem concludere.

9 Hanc porrò Solis altitudinẽ ſi ſupputaueris à pũcto C uerſus D,& fini applicaueris indicẽ E O: tunc pars Solis in ipſo indice notata,horam quoq; propoſitam indicabit.

Horam aliter inuenire.

PROPOSITIO VII.

Priori haud diſſimilem horarum rationem,in caua anuli ſuperficie,ad datam polarem altitudinem,gemino artificio,conformiter inſcribere.

SIT

SIT DATVM PLANVM, SOLIDI PARALLELEPIPEDI, ET altera parte longioris, ex electa quauis materia præparati, A B C D. Diuidas itaq; primùm A B atq; C D latera bifariam, in signis quidem E & F: trahitoq; rectã E F. Ipsi autẽ A E uel E B, producito seorsum æqualẽ G H: quã in 90 partes inuicẽ æquales diuidito. Super utrãq; postmodũ A C & E F, occultũ describito semicirculũ: quẽ in sex partes æquales separato. Et per quãlibet unius in quãlibet alterius diuisionẽ, rectas trahito lineas, sex interualla cũ ipsis A E atq; C F distinguentes: quæ sex signis eũdo, totidẽq; redeũdo deseruiẽt. Sit igitur A E tropicus Cãcri, C F autem Capricorni tropicus, & quæ inter has media, ipsi adcõmodetur Aequatori: reliquæ autẽ, reliquis signorũ deputẽtur initijs, prout ipsorũ ordo requirit, & inscripti in ea quæ sequitur figura eorundẽ signorũ characteres ostẽdũt. 1

Vt distinguenda 12 signa horarũ inscriptioni deseruientia.

His in uniuersum præparatis, esto propositũ ad præassumptã polarẽ eleuationem 48 graduũ & 40 minutorũ, datũ anulũ cõponere. Accipito igitur ex secũda tabella præcedentis sextæ propositionis, singulos numeros cuilibet horæ, atq; læuorsum notatis signorũ initijs respõdentes: quos ad iustã circini mẽsuram ex ipsa G H depromito, & in suas demũ traducito lineas, ab ipsa quidẽ E F uersus A C, factis de more notulis eorundẽ interuallorũ fines distinguẽtibus. Has autẽ notulas horarias proprijs cõnectito lineolis, per trinas cuiuslibet horæ distinctiones trãseuntibus, suis quidẽ horarũ numeris insignitis: queadmodũ in circulari nuper expressimus horologio, & ipsa succedẽs figura demõstrat. 2

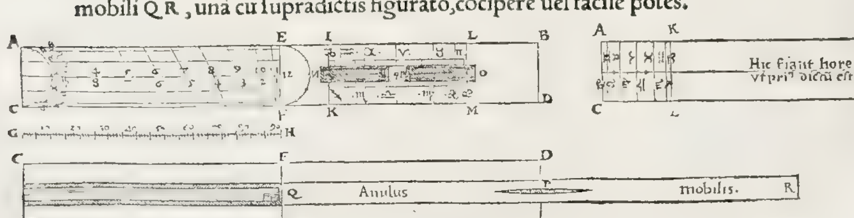
Horariorũ interuallorũ designatio.

In dextra uerò parte E F D B, Zodiaculũ Solis ita figurabis. Accipito ex prima tabula eiusdẽ sextæ ꝑpositionis immediatè præcedẽtis, singulas altitudines meridianas ipsius Solis ab alterutro solstitiorũ in reliquũ occurrẽtes: quas supputato in recta G H, & ad iustũ examẽ circini traducito in rectas E B atq; F D, à signis quidẽ E & F uersus B & D, finesq; singulorũ interuallorũ ꝓprijs obsignato notulis. Per respõdentes autẽ eiuscemodi notulas, parallelas agito lineolas, tã initia quàm signorũ decanos separãtes: quarũ brumalis solstitij terminatiua sit I K, æstiualis autẽ L M. In medio autẽ ipsarũ I L & K M fenestrã quãdam oblongã facito, ut N O, ad tertiã partẽ latitudinis ipsius plani A B C D, easdẽ rectas I K & L M paululũ excedentẽ, sex quidẽ signis ultro, totidẽq; citrò derelictis, uti licet ex ipsa deprehendere figura. 3

Zodiacus loci Solis qualiter figurandus.

Tandẽ incuruato A B C D plano, lineamẽtis introrsum manẽtibus, & cõiunctis A C atq; B D lateribus, in perfectũ anulũ redacto: facito extrinsecus, in longũ ipsius anuli, scissuram quandam regularem, ad dimidiã anuli crassitudinem, & tertiã latitudinis partẽ excauatam. Intra quã, mobilẽ imponito anulũ, prominentẽ quandã intrinsecus habentẽ particulam, ueluti P, ad ipsius anuli circũductionẽ per fenestrã N O facile discurrentẽ: in qua quidẽ particula P, foramem existat interius quidẽ admodùm subtile, exterius autẽ tãta cõstans apertura, ut per ipsum foramẽ in partẽ oppositã radius solaris recta possit incidere uia, queadmodũ ex inuerso plano A B C D, & coextẽso anulo mobili Q R, unà cũ supradictis figurato, cõcipere uel facile potes. 4

De anulo mobili supradicto coaptando.



5 HORAS AVTEM per hunc anulum ſic obſeruabis. Habito Solis loco in Zodiaco circulo: ſuſpendito anulum filo quopiam tenuiſsimo, per eam partem ubi A C atq; B D rectæ coniunctæ ſunt, quæ uidelicet ipſi E F è diametro reſpondet: aut per circularem armillulam, in hunc finem ſubtiliter ibidem coaptatam. Dein uoluito mobilem anulum, quouſq; pars interior foraminis, in directũ loci Solis collocetur. Vertito poſtmodùm eiuſdem foraminis partem extrinſecam uerſus Solem: & circũagito toties anulum ita ſuſpenſum, quatenus radiolus ſolaris per ipſum foramen, in partem cadat oppoſiti Zodiaci inuẽto loco Solis ſimilem. Nam horaria ſimul occurrens linea, propoſitam tibi monſtrabit horam. Idem nanq; præſtat hic radius ſolaris, quod umbram ſtyli, in proximo horologio circulari, efficere monſtrauimus.

Horam datam per hunc anulum inquirere.

6 POTERIS ET IPSVM ANVLVM HORARIVM ALIA RAtione uariare: hoc eſt, ſine mobili circulo leuius conficere. Præparato nanq; futuri anuli intrinſeco plano A B C D, & producta per medium ipſius plani E F recta, utriq; A C atq; B D parallela, unà cum G H ipſi A E uel E B rurſum æquali, & in 90 partes inuicem æquales diſtributa: ſupputabis ex ipſa G H, meridianam ſolſtitij æſtiualis in data regione contingentem altitudinem (quæ in nunc aſſumpta poli ſublimitate, eſt graduum 64 & 50 minutorum) cui ad iuſtam circini rationem truncabis æquales ex A E atq; C F, à ſignis quidem E & F uerſus A C: ſintq; uerbi gratia E K, & F L. et connexa recta K L, utriq; & A C & E F parallela, inuariato quoq; circino: imponito alterum eius pedem in medium punctum ipſius E F, reliquum autem extendito directè uerſus B D, obſignatoq; locum foraminis, ipſumq; tandem ſolito more perforato. Quibus ita conſtructis, deſcribito in parte E F L K, haud diſſimilem priori tam ſignorum quàm horarum contexturam, nuſquàm tamen egredientem ipſam K L: eo uidelicet quo nunc expreſſimus artificio.

Eundem horarium anulum alia ratione cõponere.

7 In reliqua autem parte A C L K, facito Zodiaculum: in hunc qui ſequitur modum. Subducito ſingulas eleuationes meridianas ab ipſa æſtiuali maxima: & relictos inde numeros bifariã diuidito, tandẽq; prouenientes ſuo rurſum ſcribito loco, pro ſignorum atq; partium eorumdem reſpondentia. Veluti ſubſcripta mõſtrat tabula, ad eandem quæ prius eleuationem polarem reſpondenter ſupputata,

De peculiaribus huius anuli zodiaco aliter quàm ſupra deſcribendo.

Si. bore alia.		♋		♌		♍		♎		♏		♐			
	G.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	
	0	0	0	1	39	6	0	11	45	17	30	21	51	30	
	10	0	11.	2	51.	7	50	13	44	19	10.	22	45	20	
	20	0	45	4	19.	9	46	15	40	20	38.	23	18.	10	
	30	1	39	6	0	11	45	17	30	21	51	23	30	0	
		♊		♉		♈		♓		♒		♑			Signa auſt.

Tabella ad prçfati zodiaci deſcriptionem neceſſaria: pro eleuatione poli arctici 48 gra. & 40 minuto.

Deputabis inſuper rectam A C æſtiuali tropico, hoc eſt, initio Cancri. dein capies ex recta G H numerum initio Leonis reſpondentem: quem traduces ex A C uerſus K L, & propria diſtingues parallela. Idem quoq; facies de cæteris numeris, tam ſignorum initijs, quàm decanis eorundem reſpõdentibus (proprijs characteribus inſcriptis) uſq; ad ultimum, qui maximæ declinationi ſolari coæquatur, oſtẽditq; remotionem tropici Capricorni ab eadem A C: quẽadmodùm ex repetita dextrorſum A C F E parte, colligere nõ eſt difficile. Obliquabis tandem planum A B C D, & in perfectam anuli curuaturam ſiue rotunditatem effigiabis: iunctis in unum A C, atq; B D lateribus,

8 CVM PORRO horam æqualem, per ipſum obſeruare uolueris anulum: ita facito, Suſpendito anulum filo quopiam admodùm ſubtili, per eam Zodiaculi partem

Vt æquales horæ, hocce inquirantur anulo.

partem inter A C & K L figurati,sub qua tunc uersatur Sol: & cõuerso ad ipsum Solē foramine,diuertito huc uel illuc anulū,quousq; radius solaris intrās per foramen,ueniat recta uia in similem partem Zodiaci inter horarū lineamēta descripti. Nam ibidē simul occurrens horæ distinctio,propositā solito more indicabit horā.

PROPOSITIO VIII.

¶ *Horas inæquales in circuli quadrante,unà cum umbrarum gnomone,ueterum more delineare.*

HACTENVS DE CYLINDRICIS, ET ANVLARIBVS horarijs: nunc de quadrantibus circuli pauca subnectemus, ab inæqualium horarum ueteri descriptione sumentes exordium. Sit itaq; circuli quadrans A B C: cuius arcui B C, ad digitalem circiter uersus A centrum latitudem,parallelum circumlineato D E, geminis interuallis distributum, quē diuidito in 90 partes inuicem æquales: factis in primo interuallorum singulis partium distinctionibus,in altero uerò quinarijs earundem partium numeris à puncto D uersus E,solito more distributis. Consequenter horas ipsas inæquales,ita delineato. Habes in primis,quadrantem D E in sex partes adinuicem æquales distributum, quarum quælibet 15 amplectitur gradus: septies enim 15 efficiunt 90. has itaq; partes,apparentibus obsignato notulis. Extendito postmodùm rectam A C in directum & cõtinuum uersus C: colligato,si expediat,altero plano. Deinde,immissa regula ex cētro A in notatam primæ horæ distinctionem, trahito lineam occultā, quam bifariam diuidito: & à medio eiusdem puncto(coadiuuāte gnomone) perpendicularem in A C ducito. nam hæc centrum horæ primæ,in eandem A C reperiendum indicabit. Imposito igitur ibidem altero circini pede,extendito reliquum usq; ad A signum: à quo in notatam horæ primæ distinctionem,arcum delineato, finem eiusdem horæ primæ,atq; undecimæ inæqualis,determinantem. Idem respondenter facito, de arcu horæ secundæ atq; decimæ, dein tertiæ & nonæ, atq; succedentibus horarum arcubus: usq; ad sextam siue meridianam horam,ad completum semicirculum delineandam,cuius cētrum erit in medio puncto ipsius A E. Hæc demum inæqualium horarum lineamēta,suis ornato numeris: prout earūdem ordo requirit, & succedens figura demonstrat. Cum hac autem linearum contextura, quadratum inscribito geometricum, siue umbrarum gnomonem, ad mensurandas rerum longitudines commodissimum: idq; in hunc modum. Diuidito arcum D E bifariam,in puncto F: à quo demittito perpendiculares in A B & A C latera,utpotè,F G atq; F H. quadratum erit igitur A G F H: quemadmodùm ex 29, atq; 34 primi elementorum Euclidis, deducere non est difficile. Distribuātur ergo latera G F atq; F H in 12 partes æquales: absoluātur'q; reliqua omnia ueluti capite quarto secundi libri Geometriæ nostræ tradidimus. Effigiabis insuper inter B C atq; D E quadrantes, solarem Zodiacum: hoc quidem artificio. Supputa in quadrante D E, à signo D uersus E, singulas tam signorum quàm partium eorumdem meridianas altitudines,ad datam poli sublimitatem per antecedētia documenta præparatas. Et immissa ex centro A regula per cuiuslibet altitudinis terminum,singulas trahito lineolas,tam signorum initia, quàm eorum decanos aut quinos gradus separantes: circumlineato rursum graduum interuallo, inter K brumale solstitium,& L æstiuale distinguentes,comprehenso: adiectis'q; signorum characteribus, ut res ipsa postulat, & ea quæ sequitur descriptio manifestat.

Quadrantis in 90 partes distributio. 1

Horarum inæqualium delineatio. 2

Horarū centra qualiter inuestiganda.

Quadratū geometricū umbrarūue gnomonem simul inscribere. 3

Vt solaris Zodiacus in eodē quadrante figuretur. 4

Poteris

Poteris & ipsa signa aliter distinguere, supputato datæ polaris altitudinis cõplemẽtũ, ab ipso D uersus B: & producta per ipsius cõplemẽti finẽ ex A cẽtro lineola (quæ Arietis atq; Libræ principijs alligabitur) singulas tam signorũ quàm partiũ eorundẽ declinationes, ultro citroq; numerato, absolutoq; ueluti prius cætera.

Eundem Zodiacum aliter distinguere.

Adde, quòd idem Zodiacus K L, excauato ad dimidiam crassitudinẽ B C E D interuallo, tali poterit industria fabricari, ut ex B D in C E, atq; è diuerso facile dimoueatur, & quibuslibet poli sublimitatibus possit indifferenter adcõmodari. Ita enim ueteres hũc quadrantẽ faciebãt uniuersalem. Impositis demũ binis pinnacidijs, è diametro subtiliter admodùm perforatis, super latus A C: demittito ex A cẽtro, filũ quodpiã tenuissimũ, nodulo cursore, uel mobili horarum indice, quẽadmodùm præallegato Geometriæ nostræ libri secundi capite quarto monuimus, ornatum. Hæc de fabrica: quam præsens uidetur elucidare figura.

Nota.

De pinnacidijs indice, atq; perpendiculo.

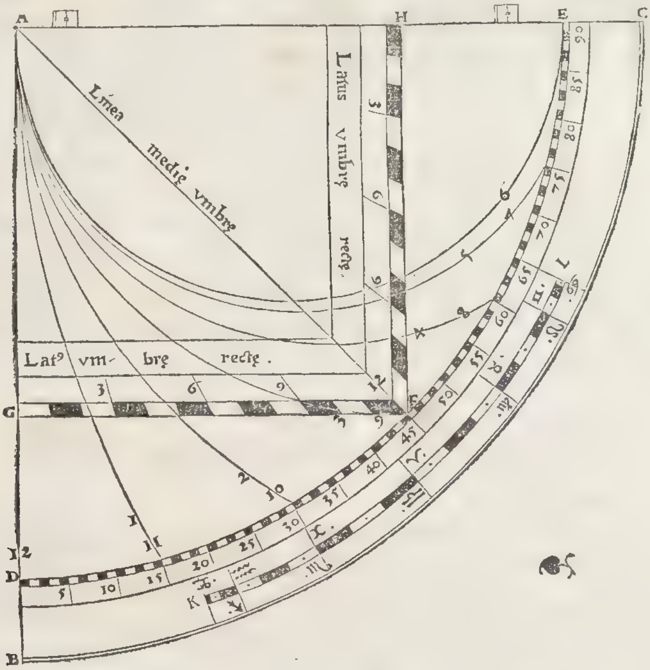


Figura quadrãtis horarũ inæqualium, ueterum more delineati.

INTER PORRO HVIVSCE QVADRANTIS VTILITAtes, primùm sese offert horarum inæqualium adinuentio: quam in hunc qui sequitur modum obseruabis. Si delineatus K L Zodiacus mobilis extiterit: collocato initium Arietis aut Libræ super finem complementi datæ polaris altitudinis, à puncto D uersus E supputati. Et in hunc modum Zodiaco manente fixo, extẽdito filum super locum Solis, ex quouis Astronomico calculo depromptum: & moueto indicem ad lineam horæ sextæ, hoc est, meridianam, quàm præcisè poteris. Dein abijcito Soli radianti latus A B, tandiúq; eleuato aut deprimito quadrantem (libero semper demisso perpendiculo) quousq; radius Solaris per ambo simul ingrediatur pinnacidiorum foramina. Nam ad contactum ipsius indicis, optatã

Horã inæqualem per datum quadrantẽ obseruare.

horam inæqualem deprehendes: integram quidem, si super quampiam linearum index ipse ceciderit, imcompletam autem, si comprehensum ab eisdem lineis occupauerit interuallū. Quòd si iuuet agnoscere, quota pars sit ipsius horæ incompletæ: notato primùm, ipsius fili contactum in quadrante D E. postea, mouero indicem cum filo ad ipsius horæ terminos, utrocꝫ fili cõtactu rursum annotato: & uideto, quantus arcus in eodem quadrante toti horæ respondeat. Quam enim rationem habebit arcus ab horæ principio ad ipsius fili contactum interceptus, ad totum interuallum horarium: eam seruabit & pars horæ desiderata, ad 60 minuta ipsius horæ incompletæ. Hanc demum ita repertam horam inæqualem, per ea quæ capite quarto libri quarti Cosmographiæ nostræ tradidimus: in uulgarem, hoc est, æqualem horam conuertere uel facile poteris.

Pars horæ incompletæ qualiter eliciendā.

Nota.

SECVNDO, poteris ipsius Solis altitudinem super Horizontem diurno, atcꝫ reliquorum syderum nocturno inuestigare tẽpore: Solis quidem per introitum proprij radij, stellarum autem per congressum radij uisualis in utriuscꝫ pinnacidij foramina, demisso semper liberè perpendiculo. Quantus enim fuerit arcus ipsius quadrantis D E, à puncto D ad fili contactum intercæptus: tanta erit ipsius Solis datiue syderis optata super Horizontem altitudo. ueluti sæpius expræssimus: & copiosius super hac re libro quarto dicturi sumus. 7

Solis ac stellarum perscrutari sublimitatẽ.

TERTIO, licebit quarumcuncꝫ rerum tam in altum erectarum, quàm super horizontali plano iacentium, uel in profundum depressarum, proprias obtinere longitudines: officio uidelicet quadrati geometrici, siue gnomonis G F H in eodẽ circuli quadrante descripti. Sed quoniam eiuscemodi rerum dimensiones, etiam per eundem aut similem quadrantem, libro secundo Geometriæ nostræ, quarto uidelicet, octauo, nono, duodecimo, quindecimò, atcꝫ decimosexto capitibus luculenter expressimus: idcirco Lectorem ad prædicta remittentes capita, de his ulterius tractare consultò supersedemus. 8

De meridis tã dem rerũ longitudinibus p eũ dẽ quadrãtem.

PROPOSITIO IX.

Horas æquales in eodem circuli quadrante, ad liberam quamuis poli sublimitatem, per lineas rectas figurare.

DESCRIPTO IGITVR CIRCVLI QVADRANTE A B C, unà cum arcu D E, ipsi B C parallelo, in 90 partes inuicem æquales solito more distributo, atcꝫ derelicto inter B C & D E interuallo: priori haud dissimilẽ figurato Zodiacũ, per meridianas uidelicet ipsius Solis altitudines, in data regione cõtingentes: sitcꝫ ueluti prius, K L. Diuidito postmodùm rectam A D bifariam, in puncto F: & centro A, interuallo autem A F, describito arcum F G. Repræsentabit enim idem arcus F G, circulum Aequatorẽ: D E uerò, utricꝫ deputabitur Tropico. Reliquorum porrò signorum initia, ita separabis. Educito regulam ex centro A, per notatum iam Arietis aut Libræ principium, hoc est, per terminum complementi datæ polaris altitudinis: & ubi regula secabit arcum F G, facito notam. à qua in solstitiũ æstiuale uersus L, ad finem uidelicet maximæ Solaris altitudinis, rectam protrahitò lineam: nam hæc meridiana uocabitur, quandiu Sol æstiualem Eclipticæ partem occupabit. Rursum, ex centro A, in Tauri atcꝫ Geminorum, seu Leonis & Virginis capita producta, regula: obsignato contingentes eiusdem regulæ cum ipsa meridiana sectiones: per quas, arcus prioribus contentricos atque parallelos circũlineato: quorum 2

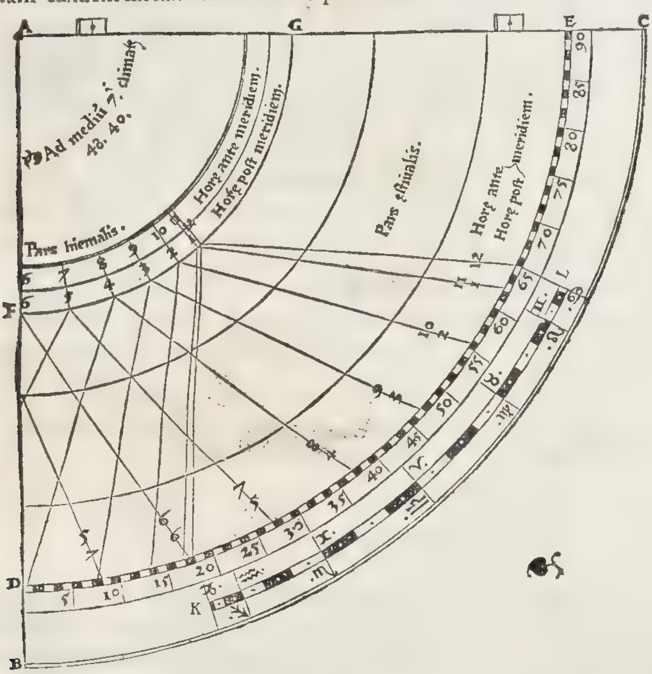
Quæ ex proximo, ratione huic quadranti sunt adcõmodanda.

Arcus initia 12 signorum horarum distinguentes.

ipsi

ipſi F G uicinior initia Tauri, Virginis, Scorpij, atq; Piſcium deſignabit: reliquus uerò capitibus Geminorum, Leonis, Sagittarij, & Aquarij reſpondenter adcommodabitur. Idem, ſi uelis, facito de ſupradictorum ſignorum partibus, libera graduum intercapedine diſtributis. Horarum porrò interualla, in hunc modum delineabis. Supputētur in primis in quadrante D E, à pũcto D uerſus E, ſingulæ ipſius Solis altitudines, qualibet hora diei æquinoctialis in data regione contingentes, dum uidelicet Arietis aut Libræ capita Sol ipſe poſſidet: & per cuiuslibet altitudinis terminum applicata ex A centro regula, ſingulæ ipſius regulæ cum arcu F G ſectiones annotentur. Supputentur rurſum in eodem quadrante D E, ab ipſo puncto D uerſus E, eiuſdem Solis altitudines, qualibet hora diei æſtiui maximi in eadem regione data prouenientes: & à ſingulis notis horarijs ipſius F G, in ſingulas horarum diſtinctiones ipſius D E, rectæ lineæ horarũ æſtiualium interualla diſtinguentes copulentur, quæ ſuis tandem ornentur numeris. Pro quinta uerò antemeridiana, ſeptimáue pomeridiana, ſupputabis eleuationem quam habet Sol, cùm Geminorum aut Leonis capita poſſidet: & demiſſa ex A centro regula in ipſius altitudinis terminum, facies notam in proprio arcu, per quam eandem lineam horariam coaptabis.

3 — Horarum æſtiualium delineatio.



Quadrantis horarij, per lineas rectas in uſum æqualium horarum delineati, ad polarem eleuationẽ 48 graduũ 40 minutorũ figurata deſcriptio.

4 Obſignabis demũ in ipſo quadrante D E, à D quidẽ uerſus E, ſingulas eiuſdẽ Solis altitudines ad quãlibet horã diei brumalis minimi ſupputatas: quarũ terminos pro datarum horarũ reſpondentia, proprijs copulato lineamentis cum notis horarijs ipſius F G. De ſeptima porrò matutina, ſeu quinta ueſpertina, idem reſpondenter facito, per occurrentem Solis altitudinem, quam habet in Scorpij atq;

Hyemales horarum diſtinctiones.

 Piſcium

Piſcium uertice conſtitutus,in proprio itidem circulo: quod de quinta antemeridiana, ſeptimáue pomeridiana,nuper expreſſimus. Quas quidem brumales horarum diſtinctiones, tum proprijs numeris,tum peculiari colore, ab æſtiuis diſtinguere non erit importunum. Cætera uerò,tum pinnacidiorum impoſitionem, tum fili,indicis, atque perpendiculi colligaturam reſpicientia, hoc eſt, ad abſolutam pertinentia ipſius quadrantis horarij compoſitionem: non aliter demum abſoluito,quàm proxima declarauit propoſitio. Quẽadmodùm ex præcedẽti potes elicere figura: ad ſæpius aſſumptam poli borealis eleuationem 48 graduum & 40 minutorum delineata. 5

De cæteris ad completã quadrantis deſcriptionem neceſſarijs.

RELIQVVN EST IGITVR, VT EX HOC ITA CONSTRVcto quadrante,æquales horas, lucente Sole, inueſtigare doceamus. Operæpreciũ eſt itaque, uerum locum ipſius Solis ex uulgari quopiam deprehendere calculo. Quo obtento,extendito filum per notatam ſimilem partem in Zodiaco K L: & moueto currentem indicem, uſque ad lineam meridianam: dextram quidem uel æſtiuam, ſi Sol boream occupauerit Eclipticæ medietatem: hyemalem autem & ſiniſtram, dum auſtrinam Eclipticæ partem offendetur poſſidere. Obijcito poſtmodùm ipſi Soli radianti,latus A B: & eleuato,deprimitóue tandiu quadrantem,donec radius ſolaris per utriuſque pinnacidij congrediatur foramina, idque demiſſo ſemper liberè perpendiculo. Nam index horarius filo colligatus, propoſitam tibi monſtrabit horam,non ſecus ac de inæquali proxima docuimus propoſitione: hoc ſolùm excepto,utpote,quòd dum Sol æſtiuam Eclipticæ partem occupauerit,animaduertenda ſunt horarum lineamenta ab Aequatore F G, uerſus dextram coextenſa: quandiu autem in brumali fuerit Eclipticæ medietate, utendum eſſe horarum diſtinctionibus,ab Aequatore læuorſum inclinatis. Poteris & ipſum Zodiacum K L ,in directum ipſius G E intrinſecè figurare, eoque haud diſſimiliter uti: quemadmodùm ex ſupradictis (modò non prorſus careas ingenio) colligere uel facile potes. Quòd ſi per mediam horarum contexturam, eorundem ſignorum iuuet extẽdere diſtinctiones: tunc carere poteris ipſo K L Zodiaco,ſimul atque nodulo curſore,ſiue horarum indice. Vbi nanque filum, datum Solis locum interſecauerit: illic horam propoſitam,tunc ſimul occurrere probabis. 6 7

Horam æqualem per hunc quadrantem lucente Sole concludere.

Horam ipſam aliter inueniri poſſe.

Adde,quòd ipſius Solis altitudo,per hunc quadrantem, nõ ſecus ac per ipſum antecedentem colligitur. Item, ſi intra partem A E G quadratum geometricum, uel utriuſque umbræ gnomonem deſcripſeris: poteris eundem quadrãtem, dimetiendis rerum longitudinibus reſpondenter adcommodare. 8

De cæteris huiuſce quadrantis utilitatibus.

PROPOSITIO X.

Eundem quadrantem horarium,per lineas curuas,reſpondenter conficere.

ESTO RVRSVM QVADRANS A,B,C: IN QVO,CIRCVNFErentiæ B C parallelus circunſcribatur D E,in 90 partes inuicẽ æquales ſæpius expreſſo more diſtributus: unà cum ipſo K L Zodiaco,ad datã poli ſublimitatem,per meridianas ipſius Solis altitudines figurato. Deſcribito poſtmodùm ſuper rectã A E, dimidiũ circulũ A F E: repræſentabit enim lineã meridianam,qualem octaua propoſitione pro ſexta inæquali repoſuimus. Et emiſſa cõſequenter ex A centro regula,per initiũ Arietis aut Libræ ipſius K L Zodiaci: ubi regula ſecauerit eandẽ meridianã A F E,facito notã F. Applicata rurſum ex eodem centro A regula,per utriuſque ſolſtitij terminos: obſignato pariter eiuſdem regulæ 1 2

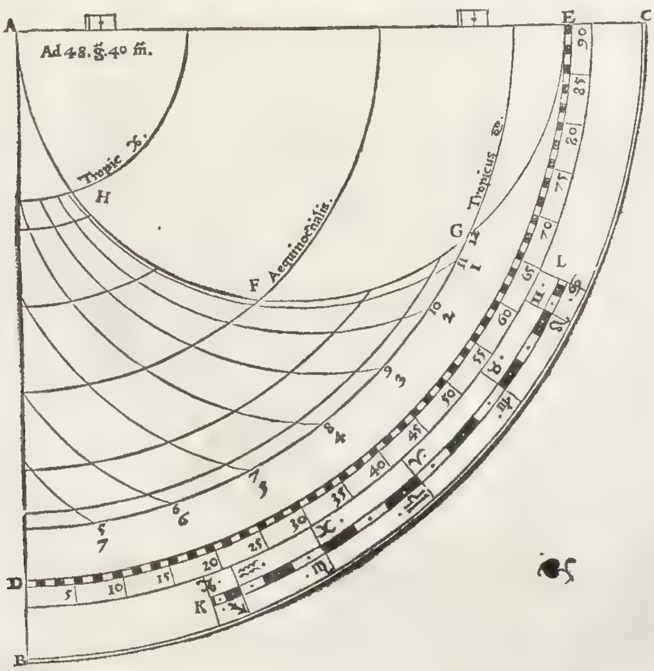
Quæ ex ſupradictis repetenda.

Signorũ adſcriptioni horarum neceſſario rũ delineatio.

ſectiones

ſectiones cũ ipſa A E F, ſintq́ G & H. Et centro A, interuallis autẽ A F, A G, & A H, parallelos circũſcribito, quorũ is qui per F, repræſentabit Aequatorẽ: qui autem per G deſcribitur, Cancri tropicum: & qui per H, tropicum imitabitur Capricorni. Idem reſpondenter facito, de reliquorum ſignorum, atq́ partium eorundem diſtinctoribus. 3 His ita præparatis, ſupputentur in primis in quadrante D E à puncto D uerſus E, ſingulæ tam ſolſtitiales quàm æquinoctiales ipſius Solis altitudines, in data regione, qualibet hora diei artificialis maximi, æqualis, atq́ minimi contingentes: & emiſſa ſingulatim ex A centro regula per cuiuslibet altitudinis terminum, notentur ſingulæ eiuſdem regulæ cum proprijs arcubus accidentes interſectiones: æquinoctiales quidem in arcu qui per F, ſolſtitiales æſtiuæ in eo qui per G, brumales autem qui per H deſcribitur. Haud aliter facito de cæteris altitudinibus, reliquis horis, atq́ ſignorum initijs, inter eadem ſolſtitia & æquinoctia reſpondentibus. Quibus abſolutis, educito arcum à tropico G, per Aequatorem F, in tropicum H, per quaslibet tres eiuſdem horæ notatas diſtinctiones: utpote, per puncta horæ undecimæ, poſtea decimæ, dein nonæ, & conſequenter ita de cæteris, tria ſemper eiuſdem horæ connectendo puncta: hæc enim ad iuſtam obliquarum linearum deſcriptionem requiſita ſunt. Has demum horarum diſtinctiones, ſuis diſtinguito numeris, prout ipſarum ordo requirit: ſub æſtiuo quidẽ tropico, ubiue placuerit diſtributis. Cætera autem omnia, completam ipſius quadrantis deſcriptionem reſpicientia, non aliter abſoluito, quàm proximis elucidauimus propoſitionibus. Quemadmodùm ipſa quæ ſequitur figura, ad eandem polarem eleuationẽ 48 graduũ & 40 minutorũ delineata, euidẽter manifeſtat.

Horariorũ interuallorũ per lineas obliqs in ipſo quadrãte figuratio.



Curuilinea q̃drantis horarij ad uſum æqualiũ horarũ pro altitudine poli arctici 48 gra. & 40 mi. figuratio.

Horam æqualem per hunc quadrantem ex prædictis respondenter colligere.

Neq; aliter horam æqualem,quouis diurno tempore, per hunc quadrantem 4 obseruabis, quàm octaua propositione,de colligenda hora inæquali tradidimus: absolues enim respondenter singula,siue horam ipsam integram,siue partem eiusdem contingat agnoscere:quẽadmodũ ex ipsius quadrãtis præmissa descriptione colligere non est difficile. Ne igitur ibidem sufficiẽter expressa repetamus in uanum, uel ipsam potius cartam oneremus: huic horario,finem libet imponere.

ROPOSITIO XI.

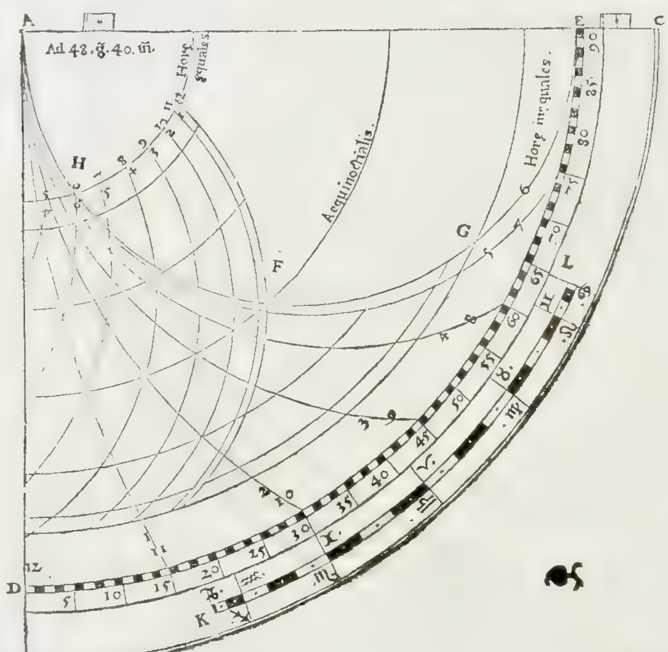
In ipso rursum quadrante circuli,tam æqualium quàm inæqualium horarum distinctiones,simul describere.

Partes supradictis conformes in hoc quadrãte delineandæ.

Primus modus inscribendi æquales horas cum inæqualibus.

SI IUUET AUTEM, INAEQUALES HORAS UNA CUM ipsis æqualibus,ad liberam quãuis altitudinem poli,in eodem simul inscribere quadrante: facito in hunc modum. Præparato rursum quadrantem A B C, in quo primùm circulineato parallelũ D E,in 90 partes inuicẽ æquales uelut antea distributum: cui subscribito K L Zodiacum,pro data poli sublimitate respondẽter figuratum. Deinde separato ipsarum inæqualium horarum interualla: proprijs quidem arcubus,ab A centro in D E quadrantem proportionaliter incidẽtibus. Quemadmodùm præcedenti octaua propositione sigillatim expressimus. Describito rursum Aequatoris arcum,unà cum utroq; tropico,atq; cæteris signorum distinctoribus parallelis: ueluti proxima docuimus propositione. Et quemadmodùm eadem propositione tradidimus, horarum æqualium simul tandem effigiato contexturam: semicircularem A F E, utriq; horæ tam sextæ inæqualí, quàm æquali duodecimæ, hoc est, meridianæ deputando.

Descriptio tam æqualiũ quàm etiam inæqualium horarum in eodem quadrante circuli, ad præfatã altitudinẽ poli arctici 48 gra & 40 mi. delineata.



Aut si

3 Aut si uelis,conuertito æstiualem tropicũ qui per G in hyemalem,& brumalem, qui per H describitur in æstiuum: tandemq́ per supputatas ad datã polarem eleuationem ipsius Solis altitudines, earundem æqualium horarum interualla non aliter circinato, quàm eadem proxima docuimus propositione, immutato solum modò tropicorum ordine, atq; linearum easdem æquales horas distinguentium inclinatione in contrarium inæqualium respondenter obseruata. Cõmodius enim in hunc modum, quàm superius enarrata uia, æquales ab inæqualibus horis separabis: qualitercunq; uerò feceris, semper æqualium horarum distinctiones in ipso Aequatore qui per F debent cum ipsis inæqualibus adamussim conuenire. Cùm enim Sol alterutrum possidet æquinoctiorum, tunc dies artificialis ipsi nocti coæquatur: hinc fit, ut inæquales horæ eædem sint cum æqualibus.

Alius modus, quo eædẽ æquales horæ cũ inæqualibus cõmodius inserũtur.

4 Neq; opus est ampliori documento: siue ipsius quadrantis absolutam compositionem, siue usum respexeris. Adimplebis igitur reliqua, ueluti supradictæ docuerunt propositiones: & suprascripta lineamentorum contextura, ad eandem quæ prius altitudinem poli arctici figurata demonstrat. Neq; horam aliter per ipsum quadrantem inuestigabis, siue æqualem, siue inæqualem exoptaueris, quàm supra tradidimus: extẽsonãq; filo in K L Zodiacũ per notatũ locum Solis, collocabis semper indicem super ipsam lineam meridianam, æqualium quidem horarum si æquales, uel inæqualium si inæquales desideres horas, cæteris omnibus ueluti supra rursum obseruatis. Reliquum est igitur, his quadrantibus finẽ imponere: & generalium quorũdam horologiorum rationes, tandem explicare.

De cæteris tũ quadrantis absolutioné tum usum respiciẽtibus.

PROPOSITIO XII.

Horarium generale, uaria commoditate refertum, in plano circulari consequenter fabricare.

1 ABSOLVTIS VTCVNQVE VALVIT NOSTER LABOR, multifarijs particularibusq́ solarium horologiorum descriptionibus, ad liberam quamuis poli sublimitatem delineandis: placet tandem, selectiores aliquot uniuersalium horologiorum addere compositiones, quibus uidelicet æquales horas per uniuersum Orbem licet indifferenter accipere, multaq; scitu haud iniucunda uenari.

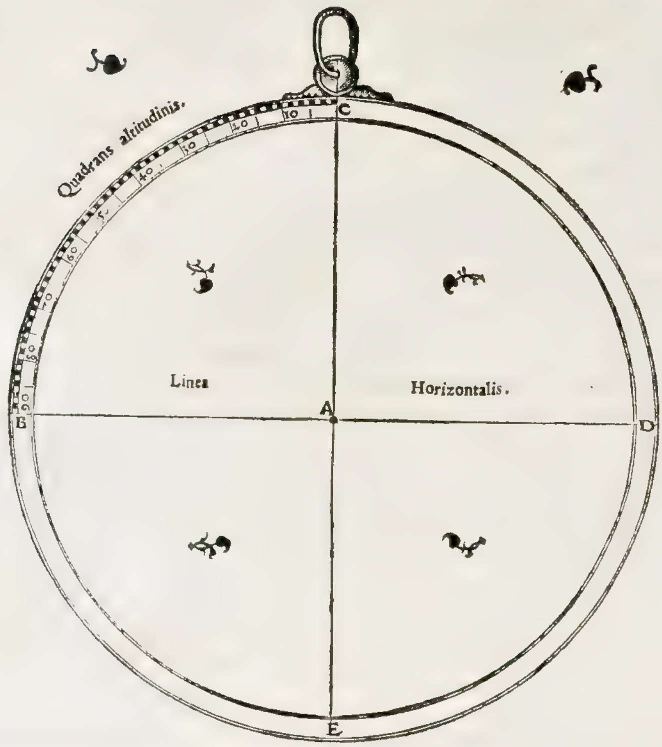
2 Sit igitur (ut à primo exordiamur) circulare planum, ex optima quauis materia præparatum: in quo, circa datum A centrum, describatur circulus B C D E, quem binis dimetientibus B D, atq; C E, sese ad idem centrum orthogonaliter intersecantibus, in quatuor diuidito quadrantes, sitq; B D in transuersum instar Horizontis, C E uerò à summo uertice deorsum incidens. Repræsentabit enim præfatus circulus B C D E, fixum dati cuiuscunq; loci Meridianum.

Vt in dato plano Meridianus inscribatur circulus.

Partire cõsequenter læuum atq; superiorem eiusdem circuli quadrantem B C, in 90 partes inuicem æquales: circumlineatis de more proprijs interuallis, unà cum adiunctis partium numeris, quinaria successione, à puncto B uersus C, è contrarióue distributis. Hic nempe quadrans B C illius fungetur officio, qui à dati loci uertice, per Mundi polum eleuatum, ad ipsum intercipitur Horizontem: hunc propterea, quadrantem altitudinis haud iniuria uocitabis. Huic porrò circulari plano, adijcito suspensoriam armillulam: ad C quidem uerticem taliter colligatam, ut præfatus C E dimetiens, unà cum toto instrumento, facile demittatur ad perpendiculum. Quorum omnium succedentem accipito figuram.

Quadrans Meridiani, altitudinis appellatus.

Fixi Meridiani, siue matris horarij propositi, figurata repræsentatio.



Rota mobilis deferens Zodiacum.

Meridianus.

Axis Mundi

Linea Aequatoris.

Vt delineādus Zodiacus, sup eadem mobili rota.

Tropici.

Accipito postmodùm alterum planum, itidem circulare, subtiliter admodùm præparatum, F G H I : cuius semidiameter, interioris circuli suprascripti Meridiani semidiametro sit æqualis, eius uerò centrũ A rursum litera notatum, promineatq; uersus F extrema quædã indicis particula. Iterumq́; circa idẽ centrũ A, aliũ describito circulum K L M N: quem Meridianum itidem, sed mobilem appellabis, eidem F G H I parallelum, tantũq; ab ipso distantem quanta est semidiametri eiusdem F G H I pars septima. Hos autem binos atq; inuicem concentricos circulos, in quatuor diuidito quadrantes : axe quidem Mundi F H uel K M, atq; linea Aequatoris, G I aut L N, ad rectos per A centrũ sese dirimentibus angulos. Deferet enim circularis hæc rota, ipsum Zodiacum, unà cum horarũ lineamẽtis. 3

Quẽquidem Zodiacum, in hunc modum figurabis. Partire quadrantẽ K L, in 90 partes inuicẽ æquales, solis quidem punctis, admodúmue subtilibus lineolis : in quo postea maximam ipsius Solis supputato declinationẽ, à puncto L uersus K, finemq́; obsignato litera O. Dato autẽ arcu L O, facito eidẽ æquales L P, N Q, & N R : trahitoq́; rectas O Q & P R ipsi Aequatori L N parallelas, sitq́; O Q Cancri tropicus, P R uerò tropicum imitetur Capricorni. Connectito rursum subtiles admodùm rectas O P & Q R, eundem L N Aequatorẽ in punctis S & T diuidentes. Et centris S & T, interualiis autẽ S O uel S P, atq; T Q, uel T R, occultos describito semicirculos, O V P & Q X R ; hos Aequator L N, diuidet bifariam in punctis V & X. Diuidito igitur 4

quemlibet

quemlibet utriusqꝫ ſemicirculi quadrantem in tres partes Aequales,& per quamlibet unius in reſpondentem alterius diſtinctionem, rectas producito lineas, inuicē atqꝫ ſupradictis parallelas, in circūferentiam Meridiani K L M N terminatas: diſtinguent enim cum ipſis Tropicis & Aequatore, ſex ſignorū interualla, quæ bis ſumpta efficient 12. Qꝫ ſi per cuiuslibet harum linearum utrūqꝫ terminū applicata ex A centro regula, extra circulum K L M N, rectas eduxeris lineolas: hæ tibi propria ſeparabūt ſpaciola, in quibus ſignorum poteris inſcribere characteres. De partibus eorundem ſignorum, haud ſecus uelim intelligas: ſubdiuidēdo quālibet tertiam partem ipſorum quadrantum in tres rurſum partes æquales, uel in plures, pro ipſius plani capacitate, & reliqua demum ueluti nunc expreſſimus reſpondenter abſoluendo. Velut ipſa quæ ſequitur figura manifeſtat. Poteris autem lineas ſignorum initia diſtinguentes, ab intermediјs proprio ſeparare colore.

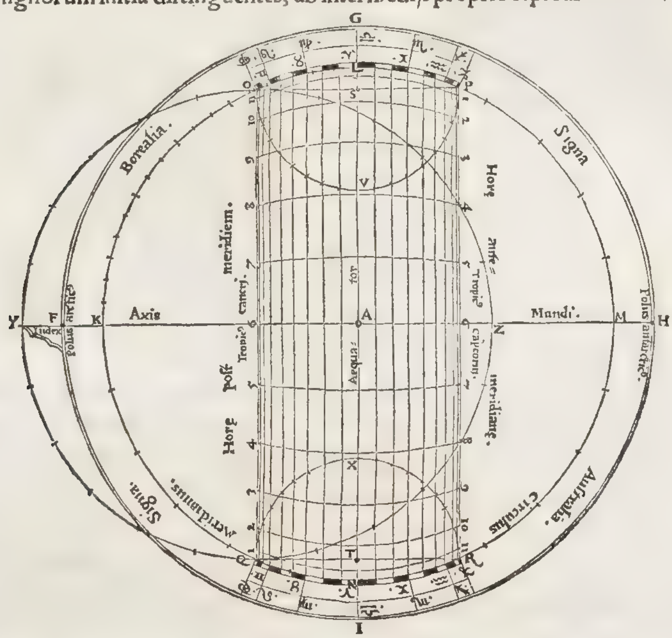


Figura deferētis zodiacum unà cum ipſarum æqualiū horarum uniuerſa contextura.

5 His ita conſtructis: deſcribes conſequenter ipſarum horarum interualla. Vnde primùm annotabis, ipſum Meridianū K L M N, utranqꝫ duodecimam: Axem uerò K M, utrāqꝫ diſtinguere ſextam. Reliquarum autem horarum diſcrimina, hac arte delineabis. Diuide quemlibet quadrantem eiuſdem K L M N Meridiani, in ſex partes inuicem æquales: & per quaslibet diuiſionū notas, ultro citroqꝫ punctum L aut N æquè diſtantes, applicato regulam, obſignatoqꝫ ſingulas eiuſdem regulæ cum L N Aequatore ſectiones. Idē facito de utroqꝫ Tropico: deſcripto circa ipſorum quemlibet proprio circulo, eoqꝫ in quatuor quadrantes, & quadrante quolibet in ſex tandem partes æquales diſtributo. quemadmodum ex O Y Q Z circulo deprehendere potes. Qꝫ ſi planum ipſum eoſdem circunſcriptos non poſſit admittere circulos, deſcribes ſuper utrunqꝫ tropicorum dimidiū tantummodò circulum: facient enim ſatis in hac parte. Educito tandem per quaslibet trinas eiuſdē horæ in Aequatore

Horarum interualla, qualiter ſeperanda.

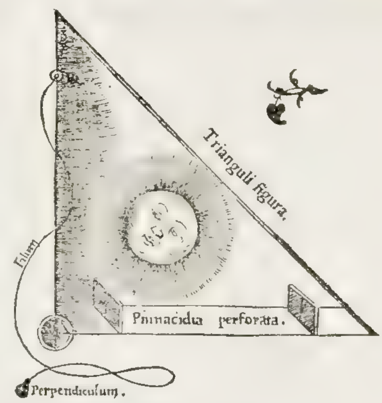
in Aequatore atq; tropicis annotatas distinctiones, proprios arcus horarios: quorum centra in ipsa L N ultro citroq; in directum extensa, paulatim inuestigabis. delineabis tamen eadem apertura circini, geminos horarum distinctores: æqualiter scilicet à Meridiano distãtes. Circũscribito demum solitos horarum numeros, propria successione ab altera Meridiani parte in oppositam, & è contrario distributos: quemadmodùm præcedens uidetur indicare formula.

De triãgulo pinacidiacũ ppendiculo deferente.

FABRICATO insuper ex electa materia, triangulũ rectãgulum: ad cuius angulum rectũ relinquito paruũ orbiculũ, cuius centrũ in ipso cõsistat angulo. In directum autem basis gemina collocato pinnacidia, è diametro perforata. Accipito postmodùm semidiametrum K L M N circuli: cui æqualem assignato in reliquo descendenti latere, ab ipso quidem angulo sursum: fini autẽ adijcito prominentẽ quandã notulã subtiliter pertusam: unde pendeat filũ, unà cum solito perpendiculo. Vti subiecta ipsius trianguli descriptio monstrat. Tandem, imponito triangulum super F G H I deferentem, & utrunq; super B C D E circulum: & simul ita conclauato, ut tam ipse orbis F G H I, quàm superincumbens triangulum, ad pulsum manuũ liberè circũducatur. Poteris quoq; (si libuerit) super ipsius instrumenti dorso, nocturnarum horarum addere contexturã: iuxta doctrinã 18 propositionis ipsius antecedentis primi libri.

Supradictorũ colligatio.

De nocturnis horis superaddendis.



6

Horã æqualẽ, lucẽte Sole, per idẽ horologiũ ubiq; terrarum inuenire.

ABSOLVTA INSTRVMENTI FABRICA: CONSENTAneum esse uidetur, ut multiplicem eiusdem fructum, paucis elucidemus. In primis igitur, horam æqualem siue cõmunem, cognito loco Solis, diurno sic obseruabis tempore. Supputetur data polaris altitudo in quadrãte B C, à puncto B uersus C: supra cuius finem, ipsius uolubilis orbis F G H I prominens index collocetur. Quo sic manente fixo, suspendito ipsum horologium per connexam armillulam: obijcitoq; dextram partem ipsius B C D E circuli ipsi Soli radiãti, liberè semper demisso trianguli perpendiculo. Dein eleuato, aut deprimito trigonum: quatenus solaris radius transeat per ambo pinnacidiorum foramina. Quo facto, uide ubinam filum intersecat parallelum loci Solis in coextenso Zodiaco notatum: nam illic desideratam simul offendes horam, antemeridianam quidem uel pomeridianam, pro dato ipsius temporis curriculo.

7

Arcũ semidiurnum, ortũq; uel occasum ipsius Solis deprehendere.

Quòd si dextrum latus trigoni, in quo sunt adfixa pinnacidia, super punctũ B, si Sol borealẽ perambulet Eclipticæ partẽ: aut reliquũ supra punctum D, si idem Sol australem occupauerit Eclipticæ medietatem, collocaueris simulq; annotaueris eiusdem lateris cum parallelo loci Solis intersectionem: offendes in directũ eiusdẽ intersectionis, horã ortus & occasus ipsius Solis: necnõ ab eadem intersectione usq; ad meridianũ, interceptũ arcũ semidiurnũ. Supplet enim eiuscemodi trigoni latus, partẽ Horizõtis circuli B D, sub eadem mobili rota F G H I delineati.

8

Solis altitudinẽ perscrutari.

Ipsius quoq; Solis altitudinem, ita deprehendes. Obseruato singula, ueluti nũc expressimus: non secus, ac si datã horam uelis inuenire. Dein omnibus immobiliter stantibus, animaduertito quot fuerint gradus ipsius B C quadrãtis, à pũcto C

6

usq; in coincidens latus trigoni (à quo uidelicet filum demittitur) nam tanta erit ipsius Solis altitudo.

10 Idem quoq; respondenter obtinebis, per datam horam, & cognitum eadem hora locum Solis, etiam absq; radiorum solarium obseruatione. Suspenso nanq;, & ante oculos obiecto instrumento, si leuaueris aut depresseris trigonum, pẽdente filo, quatenus ipsum filum super datam horæ distinctionem atq; loci Solis parallelum simul inciderit: offendes in eodem quadrante B C desideratam (ueluti nunc expressimus) eiusdem Solis altitudinem.

Idẽ aliter ab[sq;] radiorum so[la]rium inspec[tio]ne concludere.

11 Nec minus leuiter, in dato loco existentem poli sublimitatem obseruabis. Cognita nanq; Solis altitudine data quauis hora contingente, per nunc citata documenta: figito ad finem eiusdem solaris altitudinis, à puncto C uersus B numeratæ, idem latus trigoni cui alligatur perpendiculum. Et suspenso instrumẽto, ipsoq; perpendiculo deorsum liberè demisso, immoto semper trigono: uoluito tandiu orbem F G H I, quousq; filum ipsius horæ distinctionem atq; loci Solis parallelum simul intersecet. Tunc enim index F, ipsius uolubilis rotæ F G H I, incidet in quadrantẽ B C, distinguetq; ab eodem puncto B, optatã poli sublimitatẽ. Reliqua tuo submittimus ingenio, uel immutanda, uel pensiculatius discutienda.

Latitudinem re[gionis, seu po]lorum altitu[dinem] tandẽ collige[re].

PROPOSITIO XIII.

Generale rursum horologium diurnis atq; nocturnis horis ad commodum, circularibus armillis componere.

1 FABRICETVR IN PRIMIS, EX ELECTA MATERIA ARmilla quædam circularis B C D E, moderatè crassa, latitudinis autem circiter digitalis, ipsum repræsentans Meridianum: cuius centrum uocetur A. Hanc ex utraq; parte in 4 diuidito quadrantes: horizontali quidem linea B D, atq; uerticali C E, in A centro sese orthogonaliter dirimentibus. Diuidito postmodũ C D quadrantem in 90 partes æquales: ordinatis à puncto C uersus D, & è diuerso numeris, quinaria uel denaria successione distributis. Deputabitur enim quartæ Meridiani, à uertice, per Mundi polum eleuatum, ad Horizontem interceptæ. Ad uerticem autem C, suspensoriam armillam coaptato: ut pendente instrumento, C E recta demittatur ad perpendiculum.

Armilla meridiana fixa.

Quadrans polaris altitudinis.

Armilla suspensoria.

2 Intra porrò hanc armillam meridianã, aliam imponito, eiusdem quippe materiæ atq; crassitudinis, sed paulò strictiorem: sitq; F G H I, quam ex utraq; parte in 4 rursum diuidito quadrantes, productis uersus A centrum lineolis, in punctis F, G, H, I, utrobiq; conuenientibus: taliq; artificio cum ipsa colligato meridiana, ut intra eandem circunduci liberè possit, utriusq; superficiebus à recto nusquàm deuiantibus. Vocetur autem hæc armilla, differẽtiæ gratia, deferens Aequatorem horarium.

Armilla uolubilis, deferens Aequatorem horarium.

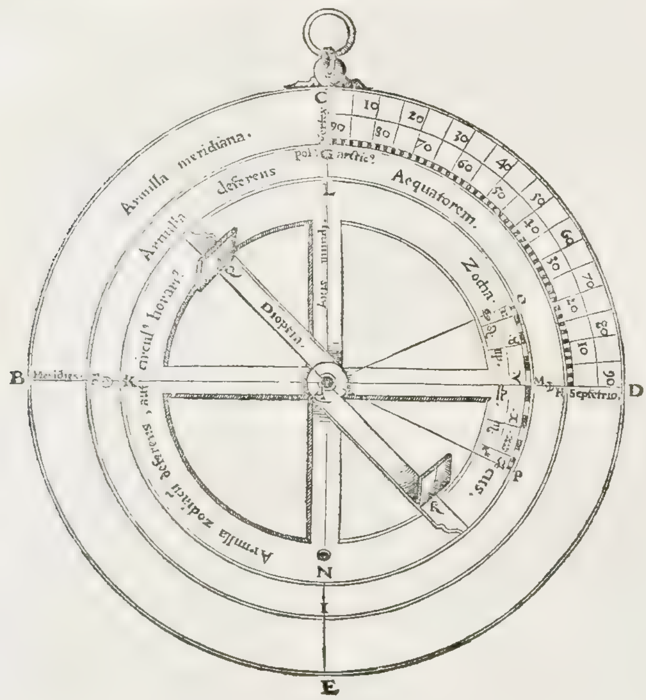
3 Aliam rursum armillam completè circularem, deferentem Zodiacum appellatam, intra hanc reponito, quæ sit K L M N: tali quidem industria fabricatam, ut circa duo puncta ipsius F G H I è diametro sumpta, utpotè G & I, facile circũducatur, conueniatq; dum uolueris cum reliquis. Hanc primùm, rectis K M & L N, in 4 diuidito quadrantes, quadrantibus ipsius F G H I ex utraq; parte respondentes. Et relicto digitali circiter orbe, unà cum brachiolis orthogonis centrum A deferẽtibus: perforato reliqua, ut leuior eadem armilla reddatur. In qua postmodùm, Zodiacum ita describito. Circunducito armillam F G H I, quousq; G H quadrãs sub ipso quadrante C D, signum quoq; G sub C, atq; H sub D collocetur: sintq; A M, M H, & H D in directum constitutæ. Deputabis igitur A M Arietis atq; Libræ principijs, dein

Armilla deferens Zodiacum.

Zodiaci descriptio.

dein supputabis in quadrante C D, à puncto D uersus C, maximam ipsius Solis declinationem: & per finem applicata ex A centro regula, obsignabis sectionem eiusdẽ regulæ cũ arcu L M: sitq; O notula. Idẽ facito de singulis intermediorũ signorum initijs, atq; denarũ uel quinarũ partiũ eorũdem signorũ declinationibus, ab Arietis initio ad finẽ usq; Geminorum comprehensis. Traducito postmodùm singulas declinationũ notas ipsius M O, uersus N: quarum ultima sit P, brumale distinguẽs solstitium. Consequẽter applicata ex A centro regula, per singulas notas ipsius arcus O P: proprias trahito lineolas, tam signorum initia, quàm ipsorũ partes solito more distinguentes: inscribitoq; suis spaciolis eorundẽ signorum characteres, uti subscripta omnium eorum quæ diximus uidetur ostendere figura.

¶Habentur ipsæ declinationes ex ca. 4 li. 2 Cosmographiç nostræ.



Tandem facito dioptram, instar mediclinij astrolabici figuratam, cuiusmodi est Q R: Sintq; uersus eiusdem dioptræ terminos Q & R, gemina pinnacidia è diametro perforata. Hanc porrò dioptram, circũ A centrũ ita conclauato: ut fiducialis eiusdẽ dioptræ linea per idẽ centrũ ad amussim extẽdatur, circũducaturq; liberè regula, obseruato circa idem centrum A mediocri foramine, ad nocturnarum horarum in altera parte describendarum obseruationem necessario. 4

Dioptra, siue pinnacidiorum regula.

HIS IN HVNC MODVM FABRICATIS, uertito instrumẽtum, dorso eiusdem oculis præsentato, atq; superiori parte C infernè, & infima ad uerticem E permutata: sintq; armillæ singulæ prioribus literis annotatæ, quatuor earũdem armillarum quadrantes nuper expresso more distinguẽtibus. Quibus ita paratis, 5

Quæ in postica instrumenti facie.

bo descrii

describito primùm in armilla B C D E (quolibet eiusdem quadrante, in tres partes æquales distributo) Zodiacum circulum, qualem 18 propositione libri primi immediatè præcedentis expressimus: constituto ad E uerticem Arietis extremo gradu, si nuper obseruata uti libuerit stella: uel ibidem terminato Eclipticæ gradu, è diametro illius sumpto, cum quo data stella Cœlum mediare reperietur.

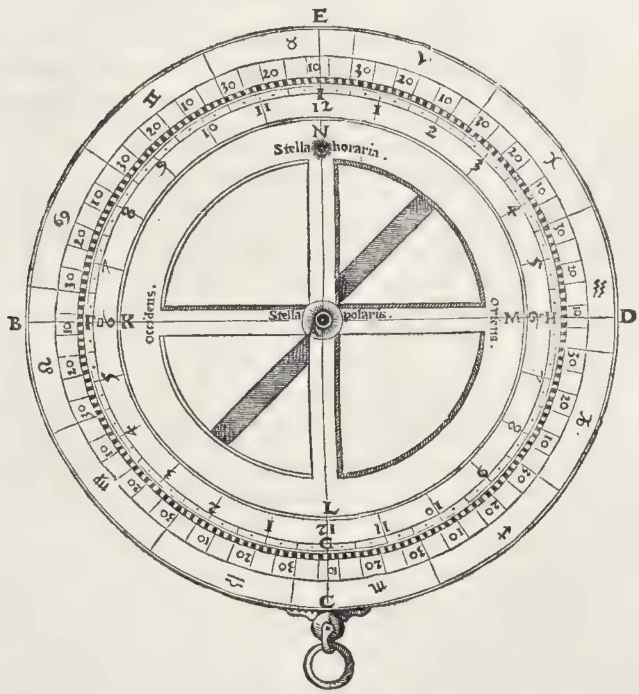
Zodiacus circulus nocturnis horis adcõmodandus.

6 In armilla autem F G H I, describes æquales 24 horarum intercapedines: sic tamen, ut utraque duodecima in recta G I, & utraq; sexta in ipsa F H terminetur. Quibus proprios inscribes numeros: à puncto G per F ad I, & ab ipso I per H uersus G (quemadmodùm præallegatæ 18 propositionis octauo fecimus numero, uulgata successione distributos. Poteris & quamlibet horam bifariam, uel in quadrantes subdiuidere. Adcommodabuntur enim eiuscemodi horarũ distinctiones, ipsis nocturnis horis: uelut infra docebitur.

Horarũ nocturnarum designatio.

7 Facies insuper foramen aliquantulum in armilla K L M N, super dimetientem L N, uersus partem N: per quod quidem foramẽ, obseruanda cum polari stella conspicietur: ipsa uerò stella polaris, per foramen A respondenter obseruabitur.

De foramine obseruãdæ stellæ deputando.



¶Nota, q̃ i hac figura, finis Arietis debet esse sub E, Cancri sub B, Libræ sub C &c. pro usu illius stellæ quam superius ex ursa minore, ueluti commodiorem elegimus.

8 COMPONES TANDEM Aequatorem horarium: in hunc qui sequitur modum. Facito armillam ipsi F G H I prorsus æqualem atq; similem: in qua describito 24 horarum æqualium interualla, eo modo quo nunc expressimus. Hãc postea bifariam diuidito, & ex utraq; parte tantùm simul resecato, quanta est suprascriptarum armillarum crassitudo: quarum partium siue medietatum, alteram antemeridianis

Armilla æquinoctialis, in qua diurnarum horarũ interualla.

antemeridianis horis,reliquam uerò pomeridianis adcommodabis. Infixis itaq; in eadem armilla F G H I, circa F & H ſigna, prominentibus ultro citroq; clauiculis: haſce Aequatoris horarij medietates utrobiq; coaptato, taliq; induſtria cum ipſa F G H I connectito, ut utraq; uerſus armillam ſuſpenſoriam facile coextendatur, & ad rectos cum eadem F G H I aperiatur angulos, ab integro circulo (dum in directum conſtituentur) minimè deuiãtes. Quarum quidem partium eiuſdem Aequatoris horarij, hæc eſt in exemplum figurata repræſentatio.



Horam æqualem diurnam, ex hoc horologio deprehendere.

RELIQVVM EST IGITVR, PRAECIPVAS HVIVSCE ARmillaris inſtrumenti paucis annectere commoditates. Cùm itaq; horam æqualem, lucente Sole, diurno uolueris obſeruare tempore: ita facito. Suſpendito inſtrumentum: dein collocato punctum G ipſius armillæ F G H I, ſuper datam poli ſublimitatem, in quadrante C D, à puncto D uerſus C numeratam. Et apertis in directum ſuperincumbentibus Aequatoris horarij medietatibus: ponito alteram dioptræ partem, ſuper gradum ueri loci ſolaris in O P Zodiaco notatum. Dirigito poſtmodũ partem B ad Auſtrum, Zodiacum autem O P uerſus Solem: diuertitoq; paulatim huc uel illuc tam Meridianũ B C D E, quàm ipſum deferentem Zodiacum K L M N, quatenus radius Solaris tranſeat per utraq; pinnacidiorum foramina. Tunc enim pars L K N eiuſdem deferentis K L M N, è diametro ipſius O P Zodiaci conſtituta, deſideratam in reſpondentis Aequatoris horarij medietate tibi monſtrabit horam: quemadmodùm ex ipſa inſtrumenti potes elicere compoſitione. 9

Ignotam poli ſublimitatem reſpondenter inquirere.

Quòd ſi forſitan dati loci polarem ignoraueris altitudinem: tu eandem uerſa uice per horam datam, unà cum loco Solis, in hunc modum obtinebis. Pone rurſum alteram partem dioptræ ſuper datum Solis locum in O P Zodiaco notatum: & aperto in directum horario Aequatore, uertito Zodiacum O P ad lucentem Solem, oppoſitam uerò partem in rectum horæ datæ. Suſpenſo deinde inſtrumento, & conuerſa parte B uerſus Auſtrum: circũducito paulatim armillam F G H I (dioptra nuſquàm à loco Solis, neq; armilla K L M N ab hora data recedente) quo uſq; radius ſolaris intret rurſum eorundem pinnacidiorum foramina. Idem nanq; punctum G, incidet in quadrantem C D. Vide igitur quotnam partes intercipiẽtur à puncto D in punctum G: nam tanta erit deſiderata polaris exaltatio. 10

Per horam datam atq; poli ſublimitatem, locum ☉ propeuerũ elicere.

Poteris quoq; tum per hoc, tum per antecedens inſtrumentum, cognita hora æquali diurna, unà cum ipſa altitudine polari: ipſius Solis locum reſpondenter obtinere. Cuius rei ampliori nõ uideris indigere declaratione: ni prorſus ignores ſingula. Tribus enim datis, utpote, loco Solis, altitudine polari, atq; hora propoſita: ſi duo cognita fuerint, deuenies eorundem adminiculo in cognitionem reliqui. Poſito itaq; polo in ſua altitudine, & horarum indice in directũ horæ datæ: deprimes aut leuabis tandiu regulã ſiue dioptrã, quatenus ſolaris radius ingrediatur utraq; 11

pinnacidiorum

pinnacidiorum foramina. Cadet enim tunc linea fiducialis in locum ipsius Solis: illius quippe signi, quod dati temporis respondet curriculo.

12 Quanta porrò fuerit ipsius Solis altitudo, omni hora facile deprehẽdes. Si nãq; locaueris lineam fiducialem ipsius dioptræ in directum L N semidiametri, & suspẽso instrumento, conuerso quoq; uersus Solem quadrante C D, tandiu circunduxeris armillam F G H I, quatenus radius Solaris utriusq; pinnacidij foramen simul ingrediatur: habebis in quadrante C D, à puncto G uersus D, quæsitam eiusdem Solis altitudinem. Supplebit enim tunc ipse quadrans C D, uices illius circuli uerticalis, qui è uertice loci, per centrum Solis, in Horizontem demittitur.

Solis altitudinem super Horizontem perscrutari.

13 Nocturnas autem horas, ita demum obseruabis. Coextendito utranq; Aequatoris horarij medietatem, super respondentẽ circũuolubilis armillæ partem F G H: & accepto instrumento per armillam suspensoriam, dirigito partem E sursum, conuerso ante oculos uocturnarum horarum circulo. Tuncq; aspicito per foramen A superius expressam stellam polarem (quæ cauda minoris Vrsæ dicitur) & circũagito tandiu ipsam armillam F G H I, immota semper meridiana, quatenus per foramen N, eam stellam quam in cõmodiorem usum ex eadem Vrsa minore, 18 propositione antecedentis libri primi selegimus, eodem aspectu discernas. Nam tunc hora data, incidet in eam partem circunscripti Zodiaci, sub qua Sol eodem reperitur ambulare tempore; ueluti nunc citata 18 propositione iam declarauimus.

Horam nocturnam uulgarem tandem obseruare.

PROPOSITIO XIIII.

Idem horologium, quod proxima docuit efficere propositio, in figuram anularem redigere.

1 FABRICENTVR IN PRIMIS BINAE CIRCVLARES ARmillæ, similes atq; inuicem æquales, pro libera futuri anuli siue brachioli magnitudine: sintq; A B C D, & B E D F. Hæ circa puncta B & D, è diametro sumpta, tali conclauentur industria: ut in unam cùm uolueris armillam componantur, cùm autem fuerit operæprecium, ad rectos sphærales aperiantur angulos. In qua re plus ualebit ingenij tui dexteritas, quàm importuna uerborum multitudo. Harum porrò armillarum alteram, utpotè A B C D, Meridiano deputabis: & propterea unicum eiusdem armillæ quadrantem, scilicet A B, in 90 partes inuicẽ æquales de more separabis, inscriptis à puncto B uersus A earundem partium numeris. Reliquam autem, uidelicet B E D F, in horarium conuertes Aequatorem: diuides igitur quamlibet eius medietatem in 12 æqualium horarum interualla, earundem horarum numeris à puncto B, per E, uersus D, rursumq; ab ipso D per F, uersus idem punctum B, ab I usq; in 12 ordinatis.

Armilla meridiana.

Armilla horaria.

2 Facies rursum aliam armillam itidem circularem, forinsecus excauatam, uolubilem quandã circunferentem armillulam, intra prædictam excauaturã subtiliter coaptatam: uelut A G C H. Quæ quidem armilla A G C H, intra prædictas facile recipiatur, ac cum eisdem simul iunctis ad amussim ex omni parte conueniat, uniformem quandam armillam integrans. In hac igitur armilla A G C H, inscribes Zodiacum circa punctum G, priori haud dissimilem, sex signis ultra mediam ac uolubilem armillulam, totidemq; citrà delineatis: uti figura pro parte manifestat. Memento tamen, in eadem armilla principali geminas prius faciendas esse scissuras: alteram quidem in longum ipsius Zodiaci, paulò longiorem eo: reliquam autem priori æqualem ex aduersa seu diametrali parte H. Per has siquidẽ scissuras, patebit aditus ipsis radijs Solaribus, uolubilis armillulæ foramina congessuris. Hanc demum armillam, circa duo puncta è diametro, atq; ab ipsis G & H æquè distãter assumpta, cum punctis A & C ipsius armillæ

Armilla deferens Zodiacũ.

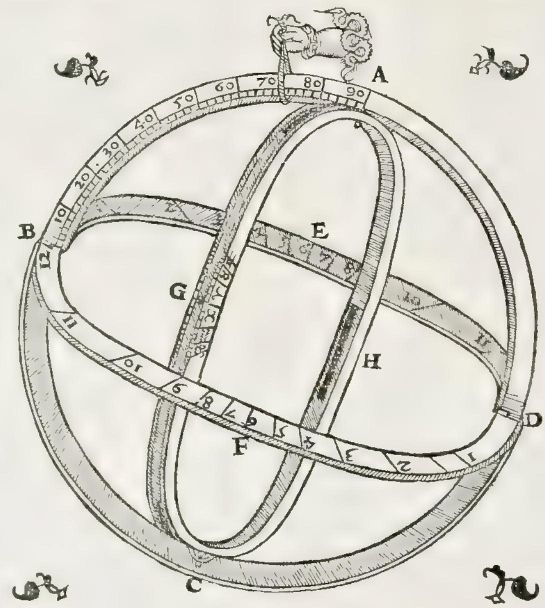
Zodiacus.

armillæ A B C D, prominentibus clauiculis ita coaptabis: ut quaquauersùm infle-ƈti, & cum eadem A B C D iungi rursum facile possit. Vnde opus erit, in ipsa armillula uolubili binas rursum efficere scissuras, pro clauorum magnitudine, inuicem æquales, pauloq; longiores Zodiaco. Itē & in cadē armillula uolubili duo pertusabis foramina, admodū quidē subtilia, atq; è diametro inter præfatas scissuras coassumpta: per quæ, loco pinnacidiorū, Solaris radius (ut infra uidebis) ingreditur.

Horam æqualem ubiq; terrarum per hunc anulum lucēte Sole colligere.

3

PER HVNC igitur uniuersalē anulum, horam æqualē, lucente Sole, ita deprehendes. Aptuātur in primis armillæ, sic ut B E D F, ad rectos angulos cum ipsa A B C D cōstituatur. Dein supputetur datæ regionis polaris altitudo in A B quadrāte, ab ipso quidem B uersus A: & per supputationis terminum, suspendito anulum filo quopiā tenuissimo. Postea collocato foramen G ipsius uolubilis armillulæ, super locū Solis in circunscripto Zodiaculo notatū.



Tandem uertito partem B ad Austrum, Zodiacum uerò ad lucentem Solem: & tandiu huc uel illuc flectito armillam A G C H, quatenus radius Solaris trāseat per utraq; uolubilis armillulæ foramina. Tunc enim pars ipsi Zodiaco opposita, in respondenti Aequatoris horarij medietate, propositam indicabit horam. Cætera ex suppradictis respondenter decerpito.

PROPOSITIO XV.

Aliud insuper horologium uniuersale, rectilineum, super quadrangulo plano delineare.

Circulus principalis, altitudinis appellatus.

1

DESCRIBATVR IN PRIMIS SVPER OBLATO PLANO, circulus A B C D, cuius centrum sit E. Is postea circulus, in 4 quadrantes solito more diuidatur: binis scilicet dimetientibus A C & B D, in centro E ad rectos sese dirimentibus angulos. Diuidatur insuper A B quadrans in 90 partes inuicem æquales, 90 gradus qualium totus circulus est 360 repræsentantes: iunctis si libeat, ad maiorem supputationis facilitatem, arithmeticis numeris, quinos uel denos gradus ordine separantibus.

De linea meridiana, atq; seminocturna.

2

Quibus ita peractis, supputetur in A B quadrante, à puncto B uersus A, maxima Solis declinatio (quæ nunc est 23 graduum, & 30 ferè minutorum) sitq; B F. Dato insuper arcu B F, æquales eidem facito B G, D H, & D I; connectitoq; rectas

F H & G I

F H & G I, dimetiẽtem A C in punctis K & L diuidentes. Vtraq; igitur F H & G I utriq; duodecimæ adligabitur horæ: G I quidẽ meridianæ, F H aũt seminocturnæ.

3 Distinguito consequẽter generales 12 signorũ intercapedines: in hũc quippe modum. Connectito rectã F G, dimetientẽ B D in puncto M intersecantẽ: & centro M, interuallo autẽ M F uel M G, occultum figurato circulũ F N G O, quem (producto dimetiente B D in directum & continuũ uersus B) in 4 quadrantes distributum offendes. Quemlibet igitur quadrantẽ, in tres subdiuidito partes inuicẽ æquales: colligentur 12, ipsa 12 signorũ interualla repræsentãtes. quorum quodlibet in tres rursum distinguito partes, & quælibet 10 gradus occupabit: uel in sex, & tunc quælibet ualebit 5 tantũmodò gradus: aut aliter, pro tua uel discretione, uel instrumenti magnitudine. Per quælibet insuper duo pũcta, tã initiorum q̃ partiũ eorundẽ signorum distinctiua, à puncto G aut F æquè distantia, applicato regulã, obsignatoq; singulas eiusdẽ regulæ cũ arcu F B G sectiones: ad quas ex cẽtro E, rectas protrahito lineas, in recta F G terminatas: quarũ E F Cãcri tropicũ, E G uerò tropicũ Capricorni repræsentabit, media autẽ E B uices geret Aequatoris. Poteris & easdẽ signorũ distinctiones, per supputatas ultro citroq; pũctũ B declinationes respõdẽter absoluere. Inscribes igitur tãdẽ eorundẽ signorũ characteres, suis spaciolis inclusos, pro singulorũ ordine: uti figura demõstrat. Seruiet enim huiuscemodi signorũ distributio singulis regionũ latitudinibus, seu particularibus quorũcunq; locorum Zodiacis: poterisq; (modò nõ careas ingenio) per hũc modũ, ipsa 12 signa uarijs

4 imponere quadrantũ uel horologiorũ lineamẽtis. Describẽdi sunt postea, trãsuersales paralleli, seu peculiares Eclipticæ, datis quibuscũq; locis inter Aequatorẽ (cuius situs in E cẽtro) & parallelũ iuxta cõplementũ maximæ declinationis solaris ab eodẽ Aequatore distantẽ (scilicet F G) interceptis deseruiẽtes. Emittatur ergo regula ex cẽtro E per singulas partes ipsius quadrãtis A B, notẽturq; eiusdẽ regulæ cũ F K sigillatim accidẽtes intersectiones: quas officio circini, traducito respõdenter in rectã G L. A quibuslibet tandẽ ita notatis eiusdẽ F K sectionibus, ad respõdentes ipsius G L intersectiones, trãsuersales, pducito lineas, ipsi F G atq; inuicẽ parallelas, neutrũ tamẽ tropicorũ egrediẽtes: ni forsitã quinos ab E cẽtro separantes gradus, quas ultro citroq; productiores efficere, proprijsq; numeris ornare licebit. Si libeat autẽ eosdẽ parallelos, iuxta cõtinuũ incrementũ maximarũ dierũ artificialiũ per unius horæ quadrantẽ, distribuere (quẽadmodũ in uænalibus instrumẽtis nostris fecimus) supputẽtur in ipso A B quadrãte singulæ polares eorundẽ parallelorũ eleuationes, pro ratione climatum ex doctrina secundi capitis libri quinti Cosmographiæ nostræ uerificatæ: absoluãturq; reliqua, ueluti nũc expressimus.

5 Consequẽs est, ut horarũ interualla figurare doceamus. Centro igitur E, interuallo autem E K aut E L, occultum rursum describito circulum K P L Q: qui cũ antea lineatis dimetientibus, in 4 quadrantes sit adæquatè distributus, diuidito quemlibet eius quadrantem in sex partes inuicem æquales, fient 24. Per singulas autem huiusce circuli distinctiones, ab alterutro punctorum K & L æquè distantes, horarias trahito lineas, ipsi D E (quæ utranq; sextam terminabit) atq; inuicem parallelas, 12 interualla cum ipsis F H atq; G I distinguentes, quæ 12 horis antemeridianis, totidemq; pomeridianis rursum adcommodabuntur: has autem lineas horarias, in lineatum circa P centrum, ad interuallum autem P E, circulum (si placeat) terminabis, suisq; ornabis numeris, uti res ipsa postulat, & succedens figura demonstrat. Poterunt & ipsæ horæ (in magnis potissimũ instrumẽtis) bifariã subdiuidi, proprijsq; (sed alterius coloris) parallelis separari.

Generalis 12 signorum Zodiaci distributio.

Tropici ♋ ♑

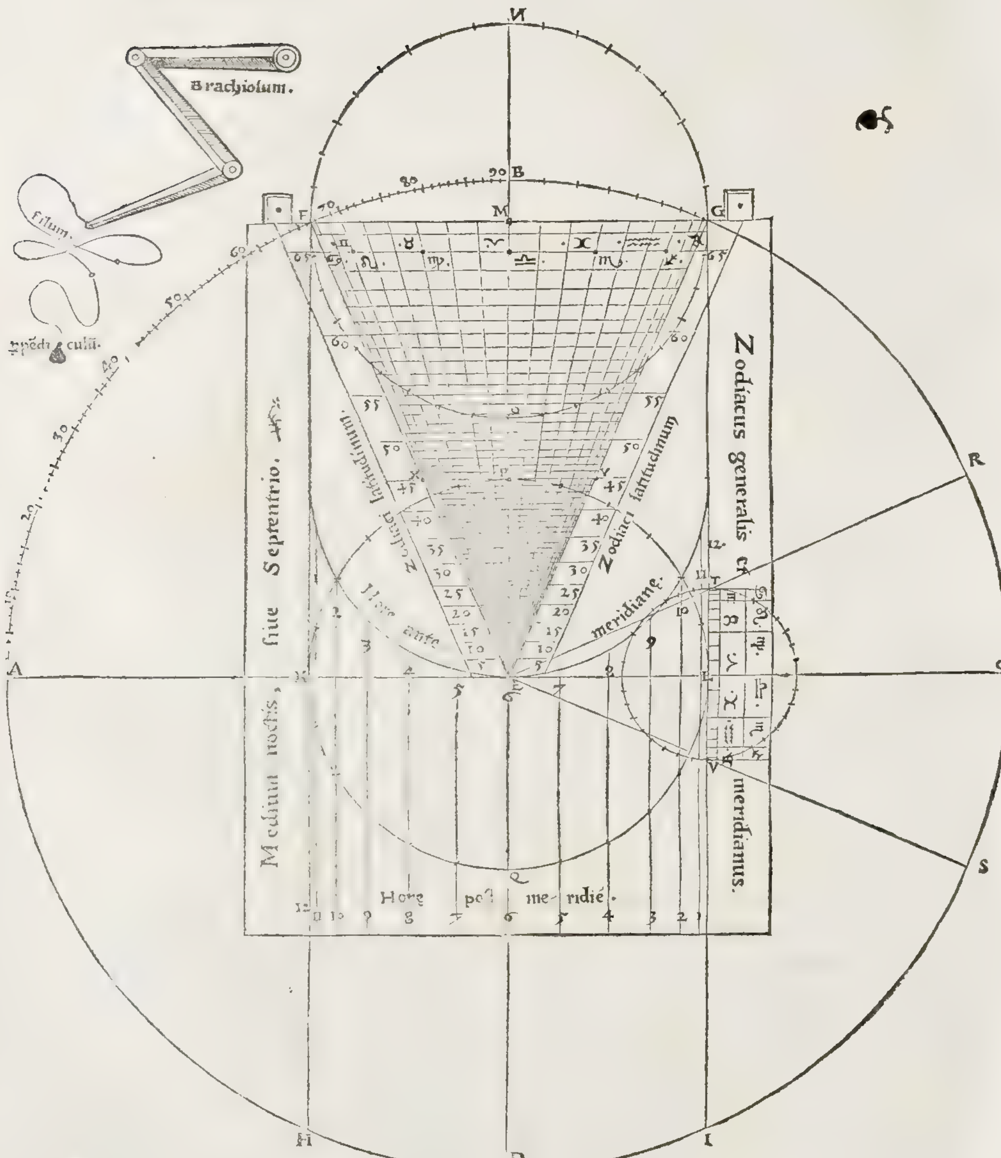
Aequator.

Nota.

Vt proprij singulorum locorum paralleli, seu peculiares inscribantur Eclipticæ.

Notandum.

Horariorum interuallorum descriptio.


Brachiolum.
filum.
perpendiculū.
Zodiacus generalis et meridianus.
Medium noctis, siue Septentrio.
Zodiaci latitudinum.
Zodiaci latitudinum
Horæ ante meridiane.
Horæ post meridiē.

6 Describito itaque Zodiacum generalem, in longum Meridianæ G I, omnibus su pradictis regionibus siue parallelis indifferenter accommodandū. Dato itaque maximæ solaris obliquationis arcu B F, æquales eidē obsignato ultro citroque punctū C: utpote, C R atque C S. Ducatur insuper rectæ E R & E S, meridianā G I in punctis T & V diuidētes. Et cētro L, interuallo autē L T aut L V, occultū describito circulū: qui cū fuerit in 4 quadrātes distributus, subdiuidito quēlibet eius quadrantē in tres partes æquales, colligentur 12. Tandem per quælibet duo puncta, ab altero aut T uel V æquè distantia, applicata regula: notato singulas eiusdem regulæ sectiones cum ipsa G I meridiana: à quibus uersus dextrā, in coextēsas parallelas peculiares trahito lineolas, eorundem signorum interualla distinguentes, quas suis ornato characteribus, posito Cancri uertice ad signum T, Arietis uerò atque Libræ capitibus in ipsa E L, Capricorni autem ad punctum V. Idem respondenter facito, de ternarijs aut senarijs eorūdem signorū partibus: quas proprijs tandē, sed breuioribus separato lineolis. Poteris autem hunc Zodiacum leuius absoluere: traductis singulis diuisionibus descripti iam paralleli X P Y, 45 gradibus ab Aequatore distantis, contingentisque circulum K P L Q, in ipsam G I meridianam, ultro citroque signū L: eo quidem ordine uersus T uel V, quo à signo P uersus X aut Y distributæ sunt. Debēt enim eiuscemodi Zodiaci descriptiones, mutuò respōdere: quocunque duorum modorum ipsum depinxeris.

Zodiaci generalis figuratio.

Eundē Zodiacum generalē, aliter delineare

7 Resectis demum superfluis, exterioribusque instrumenti particulis, eoque in quadrangularem figuram redacto (producta sub K L parallela, ad distantiam mediæ circiter partis ipsius E M) fabricato brachiolum ex forti ac electa materia, tribus constans uolubilibus portiunculis, tantam integrantibus longitudinem quanta est linea E M: ipsumque brachiolum figito circa punctum M, sic quidem ut subtilior eiusdem extremitas quaquauersum discurrere possit. à qua quidem extremitate, pendeat filum, tenuissimum, currente nodulo, uel indice, atque solito perpendiculo munitum: uelut ipsius brachioli uidetur indicare figura. Reliquum est, ut duo conficias pinnacidia, è diametro subtiliter admodùm perforata: quæ tandem in rectum ipsius F G, circa ipsa puncta F & G ad rectos excitabis angulos. Et completa erit ipsius instrumenti contextura.

De brachiolo uolubili, idice, atque perpendiculo.

Pinnacidia.

8 RELIQVVM EST IGITVR, VT PRINCIPALIORES ipsius horarij quadranguli atque rectilinei commoditates, breuibus perstringamus. Cùm uolueris itaque uulgarem & æqualem horam, Sole radiante, per hoc instrumētum inuenire: facito in hunc modum. Cognito loco Solis per Ephemeridem, aliumue calculum, atque tui loci parallelo, seu peculiari Zodiaco: collocato mobilem brachioli extremitatem super gradū Solis in proprio dati loci parallelo siue Zodiaco, indicem autem seu currentem fili nodulum super eodem uel simili gradu in meridiano atque generali Zodiaco notato. Et obiecta ipsi Soli radianti læua instrumenti parte: leuato, atque deprimito tandiu ipsum instrumentum, demisso semper liberè perpendiculo, quousque radius solaris pertranseat utraque pinnacidiorum foramina. Nam tunc index ipse quæsitam indicabit horam: cōpletam quidē, si super aliquā linearum horariarum ceciderit, incompletā autē, si inter duo proxima occurrerit horarum lineamenta. Quæquidem hora, an fuerit ante uel post meridiem: ex ipso colliges tempore, atque solito more discernes.

Horam æqualem Sole radiātē generaliter obseruare.

9 CVM porrò uolueris agnoscere, qua hora Sol oriatur aut occidat, quantàue sit dies uel ipsa nox artificialis: hac procedito uia. Collocato adamussim brachioli terminum super locum Solis, in proprio dati loci Zodiaco seu parallelo notatum:

Qua hora Sol oriatur uel occidat, quantaue sit dies uel nox artificialis.

 & colligatum

& colligatum filum unà cum perpendiculo deorsum pendere finito, sic tamen ut ipsis lineis horarijs fiat parallelum. Ad contactum enim ipsius fili, uidebis horam uel horæ partem qua Sol oritur, per superiores quidem numeros annotatam: uel horam occasus, per inferiores. Ipsa porrò horarum ab ortu, hoc est, à filo ita constituto ad meridianam dextrorsum intercepta quantitas, dimidium arcum diei manifestat artificialis: quem si duplaueris, diurnum arcum integrabis: hunc autem si à 24 subduxeris horis, ipsius noctis artificialis quantitatem obtinebis. Hinc facile licebit obseruare singula dierum atque noctium artificialium, sub quo uis dato parallelo dietim accidentia discrimina.

Latitudinē datæ regionis pro primùm parallelum elicere.

QVOD SI ignoraueris, quisnam parallelorum aut Zodiacorum particularium tuo loco ueniat adcommodandus, hoc est, quanta sit ipsius dati loci latitudo: ita facito. Examinato primùm uerum locum Solis in Zodiaco: necnon occurrentem aliquam horam æqualem diurnam, per aliud quodpiam horologium optimè de industria uerificatam. Dein, figito cacumē ipsius brachioli iuxta suspectum dati loci parallelum, atque super inuentum Solis gradum: nodulū quoque uel indicem, extenso filo, super eundem gradum in dextro atque generali Zodiaco notatum. Dirigito postmodùm læuā instrumenti partem uersus Solem, examinatoque solarium radiorum congressum per utraque pinnacidiorum foramina, eleuando deprimendóue brachioli cacumen de parallelo in parallelum, obseruato semper gradu Solis per ipsum indicē, tā in particulari quàm in ipso generali Zodiaco: quousque uidelicet radio solari per utraque pinnacidiorū intrante foramina, index siue currens fili nodulus, in obseruatam tunc temporis coincidat horam. Nam extremitas ipsius brachioli, in desideratum simul conueniet parallelū, seu dati loci Zodiacum: cuius distantia ab Aequatore (quæ latitudo uocatur) per circūpositos numeros facile colligetur. Nec dissimili uia, cognita loci latitudine, atque hora data, in locum ipsius Solis responderet deuenire poteris: sed de his esto satis. 10

Nota

PROPOSITIO XV.

¶ *Idem quod antecedens tradidit horologium, in formam Nauis, amplioris quidem utilitatis, conuertere.*

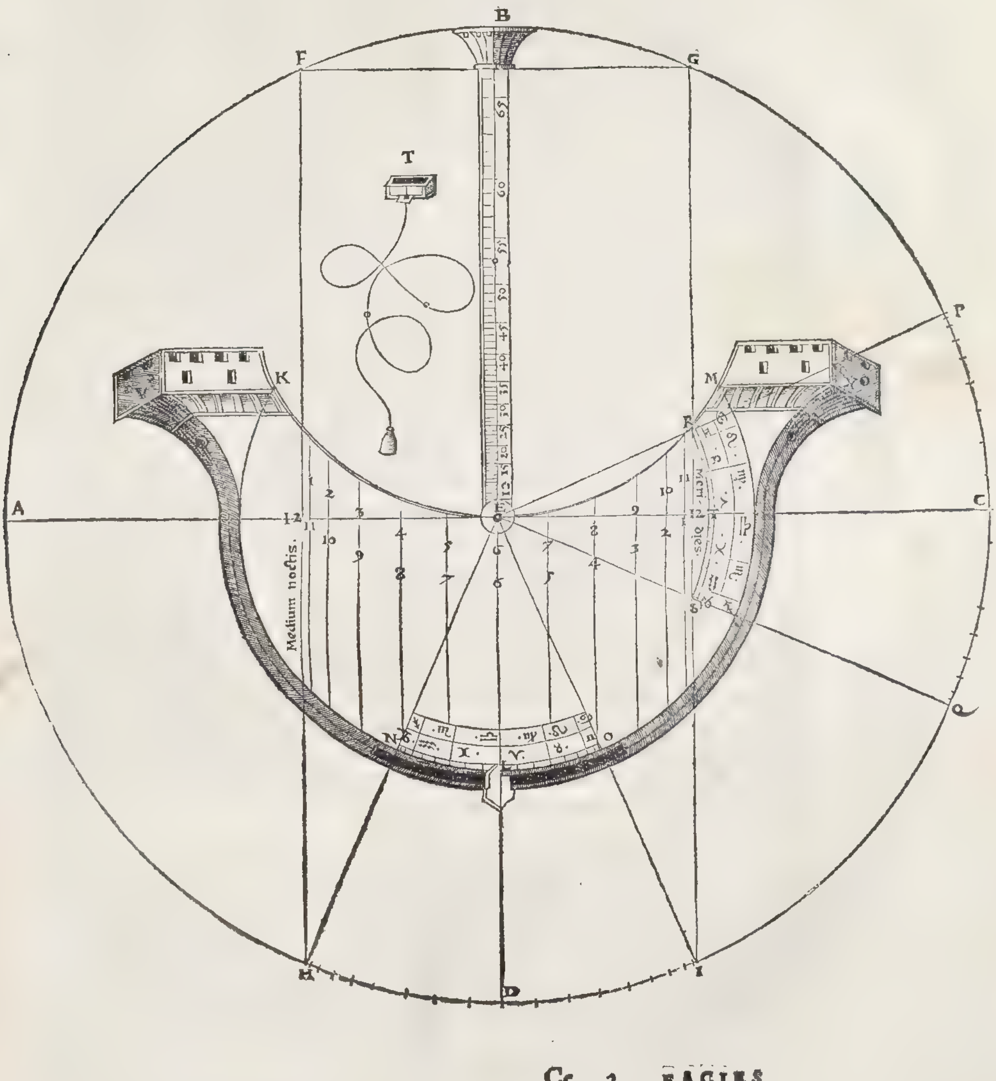
Summaria nauis horariæ præparatio.

CONSTRVATVR IN PRIMIS, SVPER OBLATO PLANO ipsius antecedentis horarij generalis protypus, intra datum circulum A B C D: quemadmodùm nunc recitauimus. Deinde, fabricetur ex electa materia, semicircularis quædam nauis effigies uniformis, ac moderatè crassa, ueluti K L M: cuius centrum sit E, semidiameter uerò circiter tantus, quanta est altera pars semidiametri ipsius A B C D circuli: superior autem excauatura K E M ad eandem circini rationem delineata. In cuius quidem nauis altera facie, produces primùm dimetientes A C atque B D: postmodùm, ad iustam circini rationem, traduces singula supra scriptarum æqualium horarum lineamenta, suis ornata numeris, pro ipsarum horarum respondentia. Describes insuper geminos, sed curuilineos Zodiacos, alterum quidem uersus L, utpote N O, reliquum autem dextram uersus, iuxta meridianam lineam, scilicet R S: productis imprimis E H, & E I, atque E P & E Q, pro maxima declinatione Solis à punctis C & D utrobique distantibus: ipsiusque arcus B F aut B G singulis nuper expresso more factis diuisionibus, ultro citroque eadem puncta C & D respondenter annotatis. Ad quas quidem ita notatas distinctiones traducta ex E centro regula, circulineatisque eisdē L O & R S parallelis, 1 2

Quæ in præcipua nauis facie describenda.

præfatas,

præfatas, EH, EI EP, & EQ præcisè contangentibus: distingues in utroq; Zodiaco, tam signorum, quàm partium eorundem interualla, productis de more lineolis, unà cum eorundem signornm characteribus, boreis quidẽ uersus O & R, austrinis autem uersus N & S solito more distributis, ueluti ipsa uidetur elucidare figura. Accõmodabuntur enim eiuscemodi Zodiaci, singulis regionũ latitudinibus, ab Aequatore ad cõplementũ usq; maximæ solaris obliquationis cõprehẽsis.



Mali, locorum latitudines deferens, unà cum suis ornamentis compositio.

Facies deinde regulam quandam parallelepipedam, subduplæ crassitudinis cum ipsa naui, latam autem ad mediam circiter digiti geometrici longitudinem, paulò tamen longiorem recta B L: per cuius mediam longitudinem produces lineam rectam, in quã traduces singulas ipsius B E supra scripto modo notatas graduum intersectiones, locorum latitudines in hac parte distinguentes. Et facta per medium ipsius nauis, iuxta regulæ crassitudinem excauatura, paulò maiore E N O trigono: ipsam immittito regulam, instar mali prominentem, & cum E centro per primam ipsius regulæ distinctionem tali conclauato subtilitate, ut egredientis uersus L particulæ (quam pro nauis corpulentia, crassiorem uelim efficias) linea fiducialis, per singulas Zodiaci N L O particulas traduci liberè possit. Velut ex ipsa quæ sequitur, potes elicere figura. 3

Cursor mali, deferens, perpendiculum.

Quibus absolutis, fabricabis quadrangularem quandam fenestrulam, pro mali crassitudine perforatam: tali quidem industria, ut intromisso per eam malo seu regula, gradatim ab E uersus B, & è contrario discurrere possit. In cuius anterioris lateris media basi, promineat particula quædam admodùm parua: à qua demittatur filum tenuissimũ, unà cum indice, atq; solito perpendiculo, uti figura T, sursum delineata, manifestat.

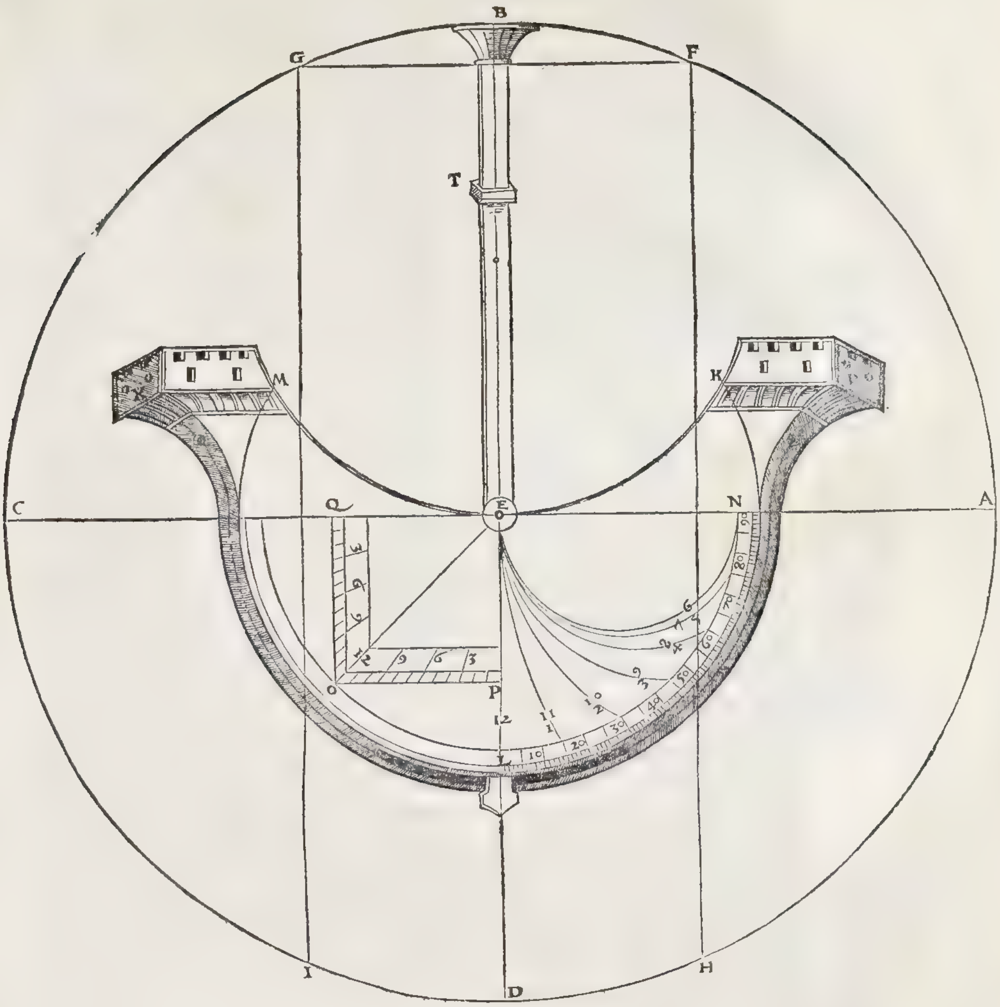
De castellis loco pinnacidiorum perforatis

Tandem constructis uersus K & M paribus castellis, pro tuo quidem ingenio decoratis: facito in utroq; laterum è diametro positorum, uti sunt V & X, bina & admodùm subtilia foramina, inuicem opposita, atq; in directum constituta: ea tamen discretione, ut neq; mali interpositione, neq; alio quouis impedimento, radiorum solarium per eadem foramina congressus diuertatur. 4

Quæ in posteriori parte ipsius nauis horariæ describẽda sunt.

IN DORSO AVTEM, SEV POSTICA IPSIVS NAVIS HORARIÆ superficie: hæc simul delineare poteris, quadrantem uidelicet horarum inæqualium, & umbrarum latera gnomonem altimetrum cõstituentia. Producãtur itaq; primùm, per E centrum, prioribus adamussim respõdentes diametri A C & B D: & circinato dimidio circulo N L O, diuidito quadrantem L N in 90 partes inuicem æquales, distributis à puncto L, uersus N earundem partium numeris, ueluti frequenter expressimus. Deinde, figurato inæqualium horarum interualla, quemadmodùm antecedenti octaua propositione declarauimus, & ipsa quæ sequitur figura demonstrat. Reliquum porrò quadrantem, utpote læuum, bifariam diuidito, in signo quidem O: à quo duo umbrarum demittito latera O P & O Q, in ipsius quadrantis semidiametro S ad rectos angulos incidẽtia, atq; solito more in 12 partes inuicem æquales distributa, geometricum cõstituentia quadratum E P O Q. Velut ex eadem octaua potes elicere propositione, & ipsa proximè succedens uidetur indicare figura. Ex centro tandem E, promineat filum admodùm subtile, proprio indice atq; perpendiculo munitum: & absoluta erit ipsius instrumenti compositio. quam pro ingenioli tui dexteritate, tum ex supradictis, tum ex obiectis figurarum descriptionibus, potes facilius multò, quàm per multiplicem uerborum elicere contexturam. 5

SEQVITVR POSTERIOR
ipsius nauis horariæ ex supra
dictis collecta descriptio:
unà cum præcipuis
eiusdem nauis
utilitatibus.



CVM IGITVR AEQVALEM ATQVE VVLGAREM HO-
ram, per hoc instrumentum inuenire libuerit: facito in hunc modum. Habito
loco Solis in Zodiaco circulo, explorataq; tui loci latitudine, seu poli sublimi-
tate: collocato infernum latus ipsius cursoris T, filum ipsum deferens, super
gradum eiusdem latitudinis in ipso malo notatum: mediam autem lineolam
prominentis eiusdē mali particulæ, super gradum loci Solaris in N O Zodiaco.

Horam æqualem per ipsam nauim horariā primitus obseruare.

 Extendito

Extendito postea filum in Zodiacum R S: mouetoq́ indicem super eundem gradum loci Solis. Tandem, obijcito Soli radianti læuum instrumenti castellum V, demisso liberè perpendiculo: ipsumq́ tandiu circumagito instrumentum, quatenus radij solares per utraq castellorum conueniant foramina. Nam tunc index fili, propositam (ueluti supra diximus) tibi monstrabit horam.

Horā ortus & occasus Solis, atq; semidiurnū arcū colligere.

Quòd si eodem malo pro loco Solis inclinato, atq; T cursore super gradu propriæ latitudinis in ipso malo constituto, filum deorsum pendere permiseris, cum lineis horarijs parallelum: habebis rursum ad situm ipsius fili, horam ortus & occasus ipsius Solis, necnon arcum semidiurnum inter ipsum filum & meridianam lineam compræhensum, quemadmodùm numero nono antecedentis 15 propositionis respondenter expressimus. 7

Vt ignota loci perquiratur latitudo, seu poli sublimitas.

Poteris & ignotam datæ cuiuscunq; regionis latitudinem pendenter agnoscere: per locum uidelicet ipsius Solis, atq; horam æqualem diurnam per aliud quoduis instrumentum uerificatam. Figito itaq; lineolam prominentis ipsius mali particulæ, super gradum loci Solis in N O Zodiaco notatum, indicem autem fili super eodem gradu, sed in ipso R S Zodiaco respondenter obseruato: tandiuq́ eleuato uel deprimito cursorem T, coextenso semper indice in præfatum Solis gradum ipsius R S Zodiaci, donec solaribus radijs per ambo castellorum foramina solito more congredientibus, index fili cadat super ipsam horā datam. Cogetur enim cursor T, super ipsius optatæ latitudinis gradū simul tūc incidere. 8

Altitudinē Solis super Horizontem supputare.

EX DORSO AVTEM IPSIVS NAVIS horariæ, hæc poteris elicere. Solis in primis super Horizontem contingentem altitudinem. Intrantibus enim radijs solaribus per X in V castellorum foramina, demisso ex E centro liberè perpendiculo: quantus erit arcus quadrantis L N, à puncto L ad fili contactum intercæptus, tanta erit ipsius Solis altitudo. Idem per radios uisuales, de cæteris stellis, nocturno uelim intelligas tempore. 9

Horā inæqualem diurno perscrutari tempore.

Horam quoq; inæqualem, ita poteris obtinere. Accipe meridianam ipsius Solis altitudinem: quam supputa à puncto L uersus N, & per finem coextendito filū, quo manente fixo, moueto indicē ad lineā horæ sextæ siue meridianæ. Postea, cogito solares radios intrare per X in V foramina, pendente filo unà cum suo perpendiculo. Nam index ipsius fili, quæsitam inæqualem horam indicabit: ueluti sexto numero octauæ propositionis immediatè præcedentis elucidauimus. Poteris autem examinatum semel indicem, ad triduum & ultra, in eodem situ absq; iactura relinquere: potissimum dum Sol tropicis uicinior extiterit. 10

De mensurandis rerum longitudinibus.

Licebit tandem, per gnomonem P O Q, rerum omnium in altum erectarum, iacentium quoq;, uel in profundum depressarum, uenari longitudinem: utendo castellorum, loco pinnacidiorum foraminibus, siue per solares, siue per uisuales radios, rem ipsam contingat absoluere. Obijcienda sunt itaq; Soli radianti castelli V foramina, ipsi autem oculo quæ uersus X è diametro sunt constituta. Cætera uerò tum ex eadem octaua propositione, tum ex allegatis ibidem secundi libri Geometriæ nostræ propositionibus colligenda. 11

PROPOSITIO XVII.

Hydraulicum horologium, ab authore recenter excogitatum, æquales describens horarum intercapedines, miro tandem artificio, construere.

PRIVS

1 PRIVS, QVAM HVIC SECVNDO LIBRO FINEM IMPOnamus: iuuat hydraulici cuiusdam horologij à nobis recenter excogitati, haud iniucundam superaddere descriptionē, ipsamq; breuibus explicare. Quamquàm enim plæriq; non aspernandi rerum inquisitores, uarias hydraulicarum machinarum rationes expresserint: neminem tamen hactenus offendimus, qui per aquæ defluxum, horas ipsas per æqualia descripserit interualla. Quemadmodùm nos ipsi (uolentibus ita superis) tandem obtinuimus: & in hunc qui sequitur modum, ipsum hydraulicum horologium construximus.

2 In primis itaq; fecimus turrim ligneam quadrangulam, & altera parte longiorem, uelut A B C, altitudinis circiter tricubitalis: intra quam, reposuimus uas plumbeum D, aqua mundissima repletum, singula eiusdem turris circuntangens latera. Ad uerticem autem coaptauimus axem A B, super polis A & B cylindrum E circunferentem: unà cum horarum indice, per A centrum Aequatoris horarij, in 12 partes æquales, 12 horarum æqualium interualla repræsentantes forinsecus distributi, prominente. Construximus insuper nauim cupream deauratam F G, ab aqua facile sustentatam: per cuius malum, incuruatum H I canalem tali disposuimus artificio, ut terminus H extra fundum aquæ prominens, aquam ipsam utcunq; subingrederetur: reliquus autem, scilicet I, ab F uertice mali forinsecus incideret, depressior quidem ipso H. Sumpsimus deinde funem, quem circunligauimus cylindro E: & altero eius termino mali uerticem F, reliquo autem iusti ponderis perpendiculum, ut K, annexuimus. Tandem, foraminis I magnitudinem ita iustificauimus: ut per horam integram tantùm egrederetur aquæ in L uas suppositum, quantum sufficit ad depressionem nauis indicem horarium per unicum horæ interuallum præcisè circunferre. Hac igitur arte machinam ipsam absoluimus: Qualem tibi repræsentat succedēs, ad imitationē eius quā ipsi christianissimo Regi primùm obtulimus, figurata descriptio. In qua re, opus est subtili admodùm ac elaborata singularum partium executione: quæ autem ad decorem uel ornatum spectare uidentur, tuo relinquimus ingenio pensiculatius excogitanda.

Succincta ipsius horologij hydraulici compositio.

3 CVM ITAQVE REPLETO VASE D, & superimposita naui cum appenso perpendiculo, constituto quoq; indice super horæ datæ terminum, aer existēs intra canalem per foramen I fugitur: succedit aqua, ne detur uacuū præter naturalem rerum ordinem. Cùm autem canalis exterior pars, longior sit ea quæ malum ingreditur, hoc est, terminus I decliuior ipso H: cogitur aqua fluxum continuare. Fluente porrò aqua, deprimitur nauis: ad cuius depressionem, circunducitur axis, unà cum cylindro, atq; horarum indice. Et quoniam ipsa nauis continuò super aquam consistit æquè demersa fit, ut pars canalis G H, intra eandem aquam semper æquali profunditate submergatur. Ex quo sequitur uniformis aquæ defluxus: & per consequens motus indicis horarij semper æqualis.

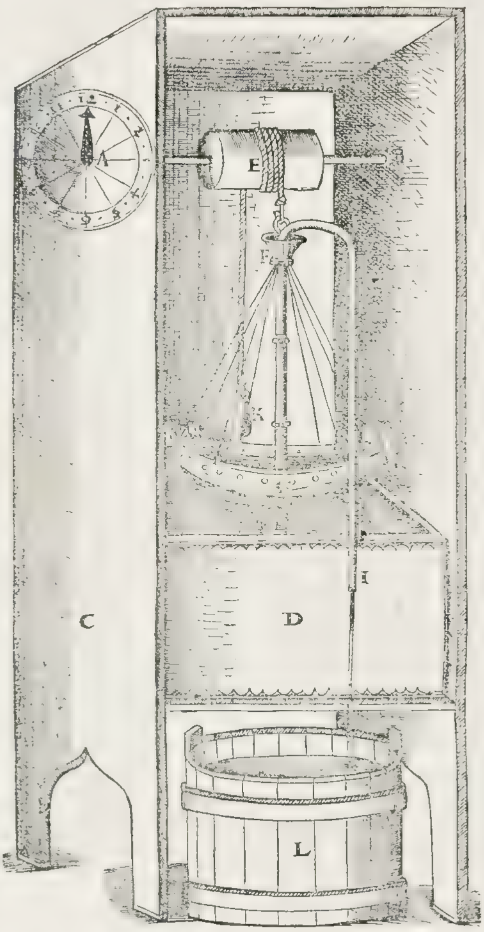
Supradictorum ratio notanda.

SEQVITVR IPSIVS HYDRAVlici horologij iuxta, superiorem literam, ad uiuum effigiata repræsentatio.

MORE

TEMPORA LABVNTVR

FLVENTIS AQVAE.



SECVNDI LIBRI SO-
LARIVM HOROLO-
GIORVM
FINIS.

LIBER TERTIVS

DE REDVCTIONE PLANISPHAERII seu uulgaris Astrolabij, in circuli quadrantem: eiusdem, uel æquè facilis cum ipso Planisphærio usus atq; cõmoditatis.

PROPOSITIO PRIMA.

Vnde orta huiusce quadrantis imaginatio, paucis exprimere: tresq; principales arcus, Aequatoris uidelicet, ac utriusq; Tropicorum, in primis delineare.

1 PLACET TANDEM, TOTIES PROMISsum quadrantẽ uniuersalem, ex Ptolemæica Planisphærij, seu uulgaris Astrolabij compositione deductum, his duobus ultimis libris explicare: primo quidem, ipsius instrumẽti fabricam, ultimo autem, præcipuas eiusdem instrumenti commoditates.

2 Primã itaq; huiusce quadrantis imaginationem, ex ipsa Planisphærij descriptione, hoc modo cõcepimus. Depinximus enim super eadem charta papiracea admodùm subtili idem Planisphærium, unà cum Ecliptica, atq; pluribus Horizõtibus pro libero graduum interuallo distributis, absq; tamen uerticalibus & altitudinum circulis. Dein, alteram ipsius Planisphærij medietatem, in directũ lineæ meridianæ, super reliquam inclinauimus: rursumq; hoc modo geminatam Planisphærij medietatem, super rectum conduplicauimus Horizontem. In hunc ergo modũ, præmissam Astrolabij seu Planisphærij descriptionẽ, in quadrantẽ redegimus. Cuius lineamenta, ex ita conuenientium arcuum cõtextura, per ipsius chartæ papiraceæ diaphonam subtilitatem, primùm deduximus: deinde, hac (quæ sequitur) arte studiosis omnibus cõmunicare uoluimus.

Prima huius quadrantis conceptio.

3 Vt igitur ad rem ipsam faustè properemus, describito super oblato plano ex electa quapiam materia studiosè præparato, & circa datum in eo centrum A, circulum B C D E, tropicum Capricorni repræsentantem: quem in 4 diuidito quadrãtes, rectis quidem B D atq; C E, in A centro sese orthogonaliter dirimentibus. Consequenter diuidito quadrantem B E in 90 partes inuicem æquales: & à puncto E uersus B, maximam ipsius Solis supputato declinationem, sitq; E F. ab F autem in D, occultam trahito lineolam D F, quæ secet A E dimetientem in puncto G. Et cẽtro A, interuallo autem A G, describito G H I K circulũ: hic enim circulus uices geret Aequatoris. Deinde, ex A cẽtro in punctum F, trahito rectam A F, quadrãtem Aequatoris G H in puncto L diuidentem: à quo in signum K, rectam iterum & subtilem trahito lineam K L, eundem semidiametrum A E secantem in puncto M. Et centro rursum A, interuallo autem A M, describito Cancri tropicum M N O P. Quilibet igitur horum trium circulorũ,

Tropicus Capricorni.

Aequator.

Tropicus Cancri.

circulorũ, à præfatis dimetiẽtibus B D atq; C E, in 4 quadrãtes diuidetur: quorum dextrum & inferiorem A B C, noſtro negocio (ueluti cõmodiorẽ) deputabimus.

PROPOSITIO II.

Limbum ipſius Quadrantis, in ſuas partes diſtribuere.

Quadrantes paralleli.

Horarũ æqualiũ interſtitia.

Quadrantis uices Aequatoris ſupplentis in ſuas partes diſtributio.

DESCRIBENDVS EST CONSEQVENTER SVB IPSO quadrante B C, limbus quidam, ſingulas tum graduum & horarũ diuiſiones, tũ reſpondentes Aequatoris numeros cõplectentem. Producantur igitur A B & A C ſemidiametri in directum & continuum uſq; ad R & S ſigna: & circa idem centrum A, ſeptẽ arcuales ſub B C quadrante circunlineentur paralleli, ſeptem cum ipſo B C diſtinguẽtes interualla, quorum parallelorũ extremus ſit R S. In poſtremo itaq; & omnium maximo horum interuallorum, diſtinguito ſex æqualium horarum intercapedines: per lineas ſcilicet rectas, à primo parallelo poſt B C quadrantem, uſq; ad ipſum R S coextenſas, atq; in centrum A (ſi producerentur) conuenientes. Horarum porrò numeros, in eodem interuallo taliter ordinabis, ut utraq; ſexta uerſus R, duodecima autem uerſus punctũ S terminetur: ſeruient enim eiuſcemodi horarum diſtinctiones, 12 tam antemeridianis quàm pomeridianis horis. Diuides poſtmodũ quãlibet ſextam partẽ, in tres partes inuicem æquales, traheſq; lineas rectas per quinq; tantum intermedia eorundem arcuum interualla: conſurgent partes 18, quarum quælibet 5 gradus occupabit, qualium totus ipſe quadrans R S eſt 90. Quamlibet rurſum decimamoctauam partem, in 5 diuidito particulas, productis de more lineolis à quinto uſq; ad ſextum tantummodò parallelum: colligentur partes 90, quæ quater repetitæ, uniuerſum repræſentabunt Aequatorem. Inſcribendi ſunt demum earundem partium numeri, in 4 proximis parallelorum interuallis: ſuis quidem ſpaciolis, quinaria ſucceſſione diſtributis. Vtpote, in ſecundo poſt B C quadrantem (relinques enim primũ intactũ) à læua dextram uerſus uſq; ad 90: in proximo autẽ, redeundo uerſus læuã, uſq; ad 180. rurſumq; uerſus dextram progrediendo, ſequẽtes in ſuccedẽti repones numeros, uſq; ad 270: tandẽ in reliquo, ipſis quidẽ gradibus uiciniori interuallo, completũ abſolues circulum. uti figura demonſtrat.

PROPOSITIO III.

Arcus horizontales, pro liberis quibuſcunq; poli ſublimitatibus, conſequenter inſcribere.

Horizon rectus.

Vt Horizontis obliq pars borealis deſcribẽda.

NOTABIS IN PRIMIS, SEMIDIAMETRVM A G (VELVTI ipſa Planiſphærij deſcriptio poſtulat) rectum Horizontẽ imitari: obliquos igitur horizontes, pro ratione climatum, uel libero quouis graduũ interuallo diſtributos, hac arte delineabis. Partire quemlibet Aequatoris quadrantem in 90 partes inuicẽ æquales, ſubtilibus admodùm diuiſionibus. Supputa poſtmodùm ipſius poli ſuper datũ Horizontem altitudinẽ, in ipſius Aequatoris quadrante H I, à puncto I uerſus H: & applicata ex puncto G in ſupputationis terminum regula, facito notam ubi eadem regula diuidet A B meridianam. Idem quoq; facito in quadrante G K, à puncto G uerſus K: annotata rurſum eiuſdem regulæ ſectione cum A D, altera Meridiani parte, quantumlibet in directum prolongata. Compræhenſam demum inter has notas longitudinem, bifariam diuidito: nam illic erit centrum partis borealis ipſius Horizõtis. Poſito igitur ibidem altero circini pede, & extenſo reliquo uſq; ad notam ipſius A B, aut punctum I, depingito arcũ borealem eiuſdẽ Horizõtis, ab I tantũ ſigno uſq; ad Meridianã A B: arcum

debet

debet enim per hæc duo puncta,atq; etiam G,simul conuenire,modò non erraueris Inuariato postea circino,imposito rursum alterum eius pedem in pũctum I, reliquum autem extendito in ipsam A B meridianã,uersus quidẽ B,tandemq; describito eiusdem Horizontis partem meridionalem,ab eodem puncto I (communem Horizontium cum Aequatore sectionem indicante) uersus B C Capricorni Tropicum inclinatam. Tantum enim distabit centrum australis partis ipsius Horizontis, à centro A uersus B: quantũ partis borealis centrum distat ab eodem A uersus D. Quemadmodùm de Horizonte,supra quem polus arcticus 45 gradibus extollitur,periculum facere potes: cuius centra sunt, borealis quidem partis signum K,australis uerò punctum H. Et respondenter ita de cæteris, quinaria graduum intercapedine in ipsa figura distributis: quos polaribus,in maiorem singulorum distinctionem,placuit insignire numeris.

Eiusdem Horizontis pars meridiana, qualiter delineetur.

PROPOSITIO IIIII.

Lineam meridianam proportionaliter diuidere: ipsamq; in mobilem indicem transmutare.

1 DIVIDENDA EST INSVPER A,B, LINEA MERIDIAna in suas partes: nõ quidem æquales,sed pro ratione planisphærij proportionatas. Applicabis itaq; regulam ex puncto G per singulas partes ipsius dimidij Aequatoris G H I, à puncto I uersus A: notabisq; singulas ipsius Regulæ diuisiones,in lineam A B meridianam coincidẽtes. Deinde,fabricabis indicem,instar alterutrius partis dioptræ astrolabicæ figuratum,cuiusmodi est T V: tantæ quippe longitudinis quantus est ipsius quadrantis A R S semidiameter. Ab huius autem indicis capite siue centro,in directum lineæ (ut uocant) fiducialis,præparatas ipsius A B diuisiones suo traduces ordine,proprijsq; distingues spaciolis,circunscriptis de more numeris: quemadmodùm ex ipsa quæ sequitur licet elicere figura. Hunc tandem indicem,super instrumenti facie,cum A cẽtro taliter conclauato: ut ipsa fiducialis linea per idem centrum educta, quaquauersum circunduci liberè possit,respondeantq; singulæ eiusdem regulæ diuisiones singulis ipsius A B meridianæ partitionibus.

Vt diuidenda, linea meridiana.

Indicis tũ sucedẽtium fabricæ, tũ usui necessarij compositio.

PROPOSITIO V.

Eclipticam siue Zodiacum,unà cum 12 signis, & eorum partibus deinde figurare.

1 GEMINAS POSTMODVM ECLIPTICAE, SEV ZODIACI operæprecium est inscribere partes: borealem quidem,& austrinam, ab Aequatore uersus tropicos inclinatas. Diuidas itaq; rectam D N bifariã in puncto X: & centro X,interuallo autem X N,describe borealem Eclipticæ partem I N. Quanta rursum fuerit A X,tantã facito A Z: & centro Z, inuariato autem circini interuallo, delineato partem austrinam eiusdem Eclipticæ,sitq; B I. His rursum binis Eclipticæ partibus geminos circũscribito parallelos,æquali ab eadẽ Ecliptica distãtes intercapedine,signorũ diuisiones atq; nomina suscepturos.

Vt delineandæ ipsius Eclipticæ medietates.

2 Vtraq; porrò suprascriptarum Eclipticæ medietatum,altero duorum sequentium modorũ (quos ueluti fideliores,ac omniũ facillimos tibi selegimus) in signa atq; signorũ partes simul uenit diuidenda: primo,per rectas trium primorũ signorum ascensiones,secundo coadiuuante polo ipsius Eclipticæ. Collegimus itaq; tibi ad maiorem expeditionẽ,ex tertio capite libri tertij Cosmographiæ nostræ, rectas Arietis Tauri atq; Geminorum ascensiones, huic negotio famulantes: quas in

De ipsius Eclipticæ diuisione.

 obiectam

obiectam redegimus tabellam, cæterisq; signis respondenter adcommodauimus.

Primus modus quo utraq; pars Eclipticæ in signa, gradusq; distribuitur.

Supputabis igitur in quadrante R S, rectam ascẽsionẽ 5 primorũ graduũ Arietis: & applicata per finem eiusdem ascensionis ex A centro regula, distingues ipsius regulæ sectiones cũ utraq; parte eiusdem Eclipticæ. Idem consequẽter obseruabis, cũ ascensione recta 10 graduum, & reliquorum succedentiũ, ad finem usque Geminorum. Produces tamen lineolas signorum initia distinguentes, ab altero in reliquum Eclipticæ parallelum: subdiuidesq; quamlibet sextam partem cuiuslibet signi in 5 gradus, minutioribus quidem distinctionibus. Inscribes tandem signorum nomina: borea scilicet in aquilonia Eclipticæ parte I N, austrina uerò in meridiana B I. quæ tum proprio nominum cum eisdem signis ordine, tum characterum discrepantia inuicem separabis: uti figura dilucidat.

Qualiter inscribenda signorũ nomina.

Alius modus diuidendi præfatas Eclipticæ partes.

Poteris & eandem Eclipticam aliter diuidere: in hunc scilicet modum. Supputa in quadrante G H, à puncto G uersus H, maximam Solis declinationem: & coextensa per ipsius declinationis terminum ex I puncto regula, notato regulæ sectionem in A B meridiana contingentem: cui similem & æquè distantem ab A centro, traducito uersus D. Erunt enim huiuscemodi sectiones, poli supradictarum partium Eclipticæ: exterior quidem & læua ipsius borealis I N, interior autem & dextra ipsius australis B I. Applicabis igitur regulam ex proprio partis Eclipticæ polo, per singulas quadrantis H I diuisiones: obsignabisq; respondentes eiusdem regulæ sectiones cum ipsis Eclipticæ partibus. Emissa rursum ex A centro regula, per quaslibet utriusq; partis notatas atq; binatim respondentes diuisiones: ducito lineolas, tam ipsa signa, quàm eorum gradus, solito more distinguentes. Cætera demum, ueluti supradiximus, absoluito.

TABELLA RECTARVM *ascensionum, ad diuisionem Eclipticæ necessaria.*

☊			Ascentiones rectę.		☋		
S.	S.	G.	Gra.	Mi.	G.	S.	S.
♎	♈	0	0	0	30		
		5	4	35	25		
		10	9	11	20		
		15	13	40	15		
		20	18	28	10		
		25	23	9	5		
♏	♉	0	27	54	0	♍	♓
		5	32	42	25		
		10	37	35	20		
		15	42	32	15		
		20	47	32	10		
		25	52	38	5		
♐	♊	0	57	49	0	♌	♒
		5	63	3	25		
		10	68	21	20		
		15	73	43	15		
		20	79	7	10		
		25	84	33	5		
		30	90	0	0	♋	♑

3

PROPOSITIO. VI.

Vt stellæ fixæ ipsi quadranti ueniant imponendæ, paucis edocere.

Quæ ad stellarum impositionem requisita sunt.

HABEAS IN PRIMIS INSIGNIORVM STELLARVM fixarum, primæ atq; secundæ magnitudinis, examinatam ab Aequatore declinationem: unà cum Eclipticæ gradu, cum quo datarum stellarum quælibet ad medium solet peruenire Cœlum. Quemadmodùm ex succedenti potes elicere tabula: quam (interea dum fideliorem syderum tibi paramus calculum) ex modernorum obseruatione deprompsimus: ne habeas, quo minus ipsum quadrantem absoluere possis.

Qualiter imponenda sydera.

Cùm uolueris igitur aliquam stellarum fixarum eidem imponere quadranti, extende lineam fiducialem ipsius uolubilis indicis, super gradum medij Cœli eiusdem stellæ datæ, in alterutra partium Eclipticæ notatum: quo quidem indice ita manente fixo, supputa in eodem indice ipsius stellæ declinationem, boream quidem ab V, seu Aequatore, uersus polum arcticum, siue quadrantis centrum A, aut uersus limbum R S, si præfata declinatio fuerit austrina. Quo facto, imponito notam ad finem ipsius declinationis: nam hæc centrum eiusdem stellæ datæ repræsentabit. Hanc igitur proprio obsignabis nomine, similibus

2

ſimilibus quidem ſcriptum elementis,atq; uerſus eam partem,quibus ſignum medij Cœli datum annotatum eſt : quemadmodùm uides obſeruatum in figura, de oculo Tauri,Cane maiore,atq; Vulture. Nec opus eſſe reor maiori uerborum cõtextu : nẽpe ꝙ res ipſa ſit adeò facilis,ut ampliori declaratione cenſeatur indigna.

¶TABVLA STELLARVM FIXARVM NOTATV DIGNIORVM *continens earum longitudines ad medium Cœli relatas,declinationes,atq; magnitudines.*

¶Stellarũ nomina.	Medium Cœli. S	G	M	Declinatio. G.	M	Pars declina.	Magnitudo.
Venter Ceti.	♈	23	18	12	39	M	2
Vmbilicus Andro.	♈	10	43	34	13	S	3
Caput Algol.	♉	11	38	39	32	S	2
Dex.latus Perſei	♉	14	5	47	42	S	2
Oculus Tauri.	♊	3	34	15	55	M	1
Hircus,	♊	11	40	44	56	S	1
Hu.dexter.Orio.	♊	22	47	6	16	S	1
Canis maior.	♋	5	35	15	49	M	1
Canis minor.	♋	16	58	6	9	M	1
Cor Leonis.	♌	22	28	14	19	S	1
Lucida hydræ.	♌	13	29	4	32	M	2
Dorſum Leonis.	♍	9	47	22	51	S	2

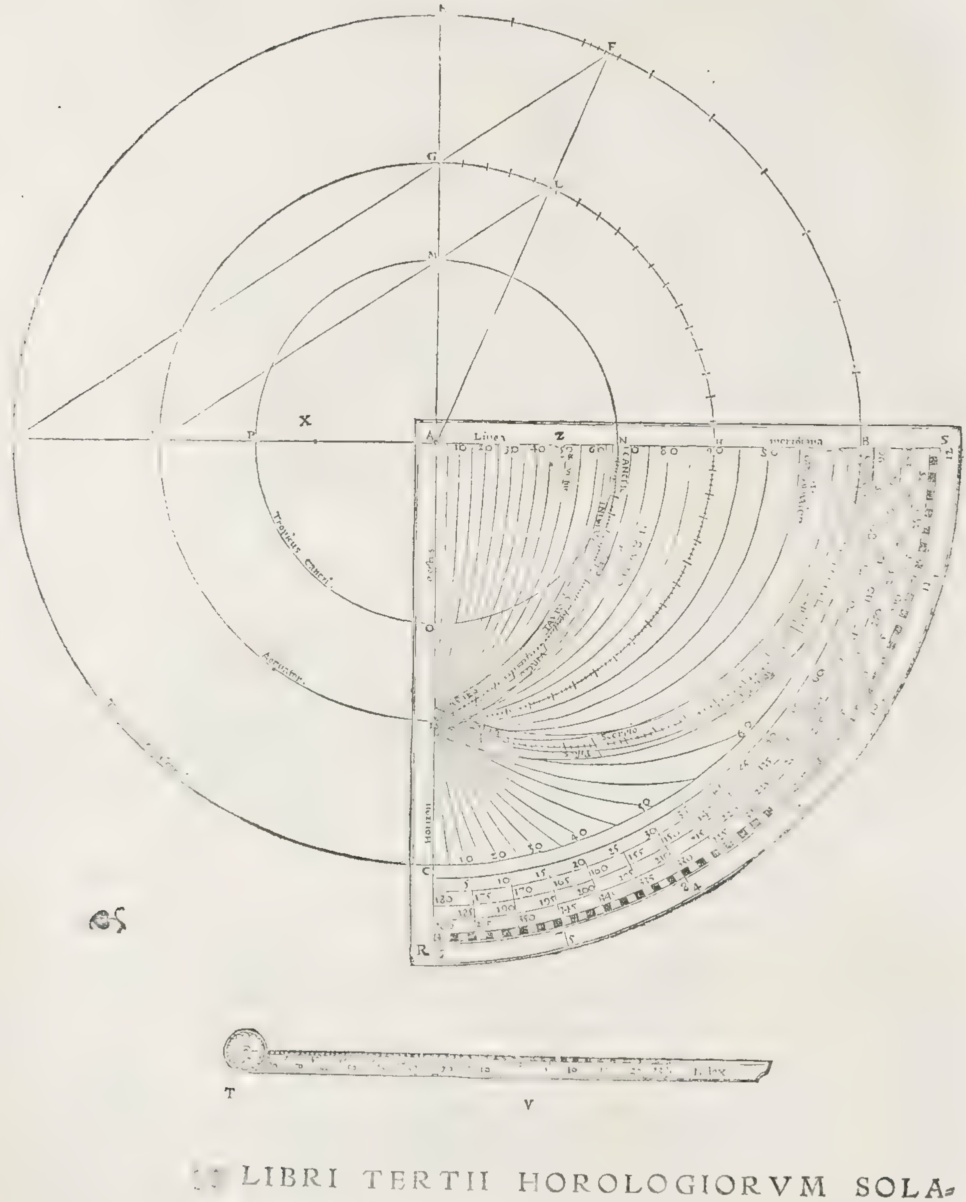
¶Stellarũ nomina.	Medium Cœli. S	G	M	Declinatio. G	M	ps decli.	magnit
Cauda Leonis	♍	19	34	17	9	S	1
Spica Virginis	♎	15	46	8	16	M	1
Lanceator.	♎	29	21	21	45	S	1
Corona ſeptẽtrio.	♏	20	11	21	51	S	2
Lanx Meridionalis.	♏	8	8	13	29	S	2
Cor ſcorpij.	♐	1	45	24	36	M	2
Caput ſerpentarij.	♐	18	10	13	11	S	2
Vultur cadens.	♑	3	51	38	36	S	1
Aquila.	♑	19	6	7	19	S	2
	♒						
	♓						
	♓						

PROPOSITIO. VII.

Quæ in eiuſdem quadrantis poſtica facie,ſiue dorſo,congruè ſint inſcribenda : ex prædictis demum colligere,

1 PRODVCTIS TANDEM IPSIS LATERIBVS,VEL SEMIDIAmetris A R & A S,utcunq; diſtantibus parallelis,pro ipſius ſuperincũbentis indicis latitudine : reſecabis ſingula,extra præfatum inſtrumẽtum comprehenſa. 2 Poſtmodùm in dorſo,ſeu poſtica eiuſdem inſtrumẽti facie,haud diſsimilẽ inſcribes inæqualium horarum,atq; geometrici quadrati, ſeu gnomonis altimetri contexturam,qualem octaua propoſitione libri ſecundi immediatè præcedentis cõficere docuimus : unà cum binis pinnacidijs è diametro perforatis, atq; ſolito perpendiculo,uti res ipſa poſtulat. Quæ quidem omnia, cùm fuerint eadem octaua propoſitione luculenter expreſſa, ne in uanum uerba multiplicemus, uel ipſis lectoribus tædium potius quàm delectationem ingeramus : huiuſce quadrantis fabricæ finẽ imponendo,hũc teritum librũ,figurata omnium eorũ quæ diximus,& oculis obiecta ſuccedenti deſcriptione claudere libet.

¶SEQVITVR OMNIVM SVPRADICTORVM FIGVRATA REPRAESENTATIO.



LIBRI TERTII HOROLOGIORVM SOLARIVM, SIVE QVADRANTVM.
FINIS.

LIBER QVARTVS

ET VLTIMVS, DE PRAECIPVIS utilitatibus,uſuq́ꝫ multiplici ipſius proximè deſcripti quadrantis uniuerſalis.

PROPOSITIO PRIMA.

De loco Solis,ad proximè deſcripti quadrantis, atq; ſimilium inſtrumentorum uſum neceſſario: pauca in primis declarare.

1 QVANQVAM IMMEDIATE DESCRIPTI quadrantis aſtrolabici,atq́ꝫ præcedentium, uel ſimiliũ quoruncunque inſtrumentorum uſus, ueram loci Solis in Ecliptica præſupponere, uel potius exoptare uideatur agnitionẽ: nullũ tamẽ hic ſuperaddemus, uel potius repetemus calculũ. Vtpote, quoniã eiuſcemodi loci ſolaris adinuentio,infinitis penè modis tractetur ab omnibus: annuaq́ꝫ uulgarium Ephemeridum ſupputatione,apud quemlibet(etiam rudiſſimum)habeatur in promptu. 2 Adde,quòd non modò Solis, ſed & aliorum quoq́ꝫ uagantium ſyderum motus, penſiculatius examinare(ſi Deus ipſe fœliciorem uitæ conditionem nobis ſua conceſſerit clementia,Regiaq́ꝫ non defuerit liberalitas) fideliorẽ quoq́ꝫ ſtudioſis rerum mathematicarũ exhibere calculandi rationem, iamdudũ eſt in animo. Vertamus igitur calamum, ad præcipuas ipſius aſtrolabici quadrantis ſummatim deſcribendas utilitates: & huic Protomatheſi noſtræ, atque ſuſceptis inde laboribus,finem tandem imponamus optatum.

PROPOSITIO II.

Altitudinem Solis ſuper horizontem,quálibet hora diei artificialis, agnoſcere: & antemeridianam à pomeridiana ſeparare.

1 OBIICE LAEVVM DORSI PINNACIDIVM IPSI SOLI radiãti, demiſſo liberè perpẽdiculo: deinde leua paulatim aut deprime quadrantem: quatenus ſolaris radius pertranſeat utraq́ꝫ pinnacidiorum foramina. Quo facto,ſupputa graduum numerum,in limbo D E, à læuo quadrãtis latere ad filum interceptum: nam tanta erit ipſius Solis ſuper Horizontem altitudo. Quemadmodùm ſeptimo numero octauæ propoſitionis libri ſecundi prædiximus. 2 Quòd ſi horam ignoraueris, iuuetq́ꝫ diſcernere, an data Solis altitudo acciderit ante,uel poſt meridiem,fuiritue meridiana: animaduertito ſolares altitudines ab ortu ad Meridianum continuò fieri maiores,ab ipſo autẽ Meridiano uerſus occàſum reſpondenter decreſcere,adeò ut meridiana Solis altitudo ſit omnium maxima. Hinc præfatam altitudinem ſolarem ſæpiuſcule examinando: poteris de ea ſaniſſimum & optatum proferre iudicium. Nota,

PROPOSITIO. III.

Stellarum noctu apparentium, altitudinem super Horizontem respondenter inuenire.

APPLICATO DEXTRVM IPSIVS DORSI PINNACIdium, altero tantum oculo: sinistrum uerò pinnacidium, dirigito uersus eam stellam, cuius altitudo desideratur. Demisso postea liberè perpendiculo, eleuato deprimitóue quadrantem, donec altero duntaxat oculo per ipsa pinnacidiorum foramina propositam notaueris stellam. Nam graduum numerus, à læuo quadrãte latere ad fili contactũ interceptus, obseruati syderis indicabit sublimitatem. Quæ uel ante, an post Meridiani contactum acciderit: non aliter iudicabis, quàm de solari nuper expressimus altitudine.

PROPOSITIO. IIII.

Solis, ac generaliter cuiuslibet gradus Eclipticæ, necnon stellarum omnium in quadrante descriptarum, declinationem ab Aequatore supputare.

De Sole.

1 EXTENDITO LINEAM FIDVCIALEM SVPERINcumbentis indicis, super gradum ueri loci Solis, in altera medietatum Eclipticæ, & præcipua instrumenti facie notatum. Postmodùm, immoto semper indice, uide quot gradus ipsius indicis inter gradũ loci Solis & Aequatorem intercipiantur: tanta nanque censenda erit ipsius Solis declinatio. Hanc uocabis septentrionalem, si Sol boream Eclipticæ partem occupauerit: austrinam uerò, si meridianam perambulauerit Eclipticæ medietatem.

De stellis ac cæteris Eclipticæ partibus.

2 De cæteris Eclipticæ partibus à loco Solis, ac stellis omnibus in ipso quadrante descriptis, idem respondenter facito: constituta nanque ipsius indicis fiduciali linea super datũ Eclipticæ gradum, uel centrum oblati syderis: borea uel australis eiusdem partis Eclipticæ, uel astri declinatio, statim sese offeret manifesta.

Corolarium.

3 Hinc facile probabis, quælibet Eclipticæ puncta ab alterutris solstitiorum uel æquinoctiorum punctis æquè distantia, similes obtinere declinationes.

PROPOSITIO. V.

Meridianam eiusdem Solis altitudinem, absque radiorum obseruatione concludere.

1 ACCIPE DECLINATIONEM SOLIS, PER ANTECEdentem propositionem. dein ponito fiducialem indicis lineam in rectum A B meridianæ: & uideto quotnam partes ipsius indicis claudantur inter Aequatorem & tuæ regionis Horizontem. nam tanta est ipsius Aequatoris altitudo, siue complementum datæ polaris altitudinis. Huic igitur Aequatoris altitudini, addito Solis declinationem, si declinatio fuerit septentrionalis: uel aufer ipsam declinationem, à præfata Aequatoris altitudine, si eadem Solis declinatio meridionalis existat. Nam graduum numerus, qui post additionem consurget, aut relinquetur post subtractionem: eandem meridianam Solis altitudinem ostendet.

Notandum.

Idque uelim intelligas, dum Sol borealem, uel australem possidet Eclipticæ medietatem: nam cùm Arietis aut Libræ tenuerit capita, nulla declinationis additione uel subtractione opus est, utpote, quæ tunc nulla contingit. Capienda est itaque tunc ipsius Aequatoris eleuatio, pro meridiana Solis altitudine.

PROPOSITIO.

PROPOSITIO VI.

Maximam, hoc est, meridianam stellarum fixarum altitudinem super Horizontem, respondenter colligere.

1 De stellis semper intelligimus, quae sunt in quadrãte descriptæ. Igitur si data stella oriatur & occidat, accepta eius declinatione per quartã propositionẽ: facito uti nũc de Sole tradidimus, addẽdo uel subtrahẽdo ipsius stellæ declinationẽ ab Aequatoris altitudine. Nã maxima stellæ propositæ cõflabitur uel relinquetur altitudo: borea quidẽ uel austrina, pro ipsius declinationis nomẽclatura. 2 Si autẽ stella fuerit de numero earũ, quæ nusquàm oriũtur uel occidunt: adde cõplementũ declinationis eiusdem stellæ, hoc est, partes indicis, à dato sydere (dũ eius accipis declinationẽ) usq; ad polũ A interceptas, ipsi polari sublimitati. 3 Quòd si idẽ cõplementũ declinationis dati syderis, ab eadẽ polari subduxeris eleuatione: minimã stellæ propositæ sublimitatẽ respondenter obtinebis. Habẽt enim eiuscemodi stellæ geminã altitudinẽ meridianã: quarum altera est omnium minimà, reliqua uerò omnium maxima.

De stellis oriẽtibus & occidẽtibus.

De stellis semper apparentibus.

De minima eorundẽ syderũ altitudine.

PROPOSITIO VII.

Cognita Solis, aut stellæ declinatione: locum ipsius Solis in Ecliplica, uel datam stellam elicere.

1 Svppvtetvr ipsius Solis, vel dati syderis oblata declinatio in ipso indice, borea quidẽ ab Aequatore uersus A centrũ siue polũ, australis uerò uersus mobilẽ indicis extremitatẽ: noteturq; ipsius declinationis terminus. Circũducito postmodũ indicẽ per ipsius quadrãtis faciem, à dextro eiusdem latere uersus læuũ: & animaduertito in quẽ gradũ Eclipticæ, in quámue stellarum notatus declinationis terminus inciderit. Nã eiuscemodi gradus est locus Solis desideratus: uel ipsa stella, cui talis declinatio respondet. 2 Verũ quoniam idem gradus Eclipticæ binis adcõmodatur signis: animaduertas oportet, an Sol ab æquinoctio ad boreum uel austrinum uenerit solstitium, redeátue ab eodem solstitio in proximũ æquinoctium: ut propriũ ipsius inuentæ partis ualeas elicere signum. Hæc autem si ignoraueris, non huius tantũmodò rei, sed & omnium mathematicarum exercitationum te iudicauus incapacem.

Notandum.

PROPOSITIO VIII.

Gradum Eclipticæ, cum quo data quæuis stella in ipso quadrante descripta, ad medium solet peruenire Cœlum, consequenter inuestigare.

1 Extendito fiducialem indicis lineam, per centrũ datæ cuiuscunq; uolueris stellæ: nã ea gradũ ostendet Eclipticæ, cũ quo data stella uenit ad medium ipsius Cœli. Porrò cùm eadẽ Eclipticæ pars, tribus signis eundo, totidemq; redeundo deseruiat: habẽda erit ratio characterum atq; ordinis propriæ nomẽclaturæ ipsius dati syderis. Nam quemadmodùm borealia signa ab australibus differentibus inscripsimus characteribus: sic & borealium stellarum nomina ab australibus seiunximus, pro earundẽ partium Eclipticæ respondentia. 2 Idẽ etiã iudicabis de partibus, in quas ipsa porriguntur tam signorũ quàm etiam stellarum nomina. Stellæ enim quarum nomina dextram uersus inscribuntur, ijs respondent signis quæ à læua in dextrã ordinantur: & è diuerso. Characterũ itaq; respondentia, indicat medietatem: ordo uerò nominis, quadrantem Eclipticæ, cui debetur stella ꝓposita. Quòd si stella neq; oriatur neq; occidat: gradus supradicto modo repertus Cœlum mediabit, cùm stella ad maximam, & oppositus dum ad minimam peruenerit altitudinem.

Stellarum cum signis notanda respondentia.

PROPOSITIO IX.

Latitudinem cuiuslibet loci, uel poli borealis exaltationem: proprium quoq; Horizontem, ex supradictis agnoscere.

Cap 3. lib. 5. Cosmograph.

HANC PROPOSITIONEM, CAPITE TERTIO LIBRI quinti Cosmographiæ nostræ sufficienter elucidauimus: siue ipsam loci latitudinem per Solis aut stellarum fixarum declinationem & meridianã altitudinem, seu per maximam atq; minimam eleuationem stellarum semper apparentium uenari libuerit. Disces itaq; primùm ex supradictis propositionibus, partes huic negotio necessarias: utpote, ex quarta declinationem Solis, ac stellarũ in quadrante descriptarum: ex quinta uerò atq; sexta, meridianas tam ipsius Solis, quàm earundem stellarum altitudines. Dein, operaberis, ueluti præallegato capite tertio declarauimus. 1

De Horizonte proprio discernendo.

Cognita autem latitudine loci, seu polari super Horizontem eleuatione, collocabis fiducialem indicis lineam in rectum A B meridianæ, supputabisq; eandem poli sublimitatem in eodem indice, ab A quidem polo uersus Aequatorem: Nam occurrens ad finem supputationis Horizon, ei regioni deputandus est, cuius polarem accepisti sublimitatem, siue latitudinem. 2

PROPOSITIO. X.

Ortum & occasum Solis, necnon arcum eius diurum & nocturnum, siue quantitatem diei atq; noctis artificialis considerare.

CONSTITVE FIDELIOREM INDICIS LINEAM, SVper gradum Solis in propria Eclipticæ parte notatũ: obsignatoq; ipsius lineæ fiducialis ab Ecliptica sectionem. Hanc postea notatam interfectionem, traducito cum indice ad tuæ regionis Horizontem. Nam ipsa fidelior indicis linea, tibi monstrabit in limbo horam ortus, & occasus ipsius Solis: ortus quidem per dextrum horarum numerum, & occasus per sinistrum, si Sol boream possideat Eclipticæ partem: ipso autem meridianam Eclipticæ medietatem peragrante, sinister horarũ numerus ortum, dexter autem occasum indicabit. Cùm porrò Sol alterutrum possederit æquinoctiorum, tunc ipsum Solem hora sexta ubiq; terrarum oriri, eademq; sexta in occasum tendere, cuilibet arbitramur esse manifestum. 1

De arcu diurno atq; nocturno.

Cognita igitur hora ortus Solis, si numerum eius à 12 subduxeris horis: semidiurnus relinquetur arcus. quẽ si duplaueris, diem integrabis artificialem: & hic demptus à 24 horis, relinquet ipsius noctis artificialis magnitudinem. 2

Idem aliter.

Quòd si gradus limbi ab Horizonte recto ad fiducialem usq; lineam indicis interceptos, 90 gradibus adiunxeris: conflabis arcũ semidiurnũ in gradibus Aequatoris, Sole borealem Eclipticæ partem discurrente: uel seminocturnum, quandiu Sol ipse meridianam occupauerit eiusdem Eclipticæ partem. 3

PROPOSITIO. XI.

Horam inæqualem, diurno obseruare tempore.

Octaua propositio secundi libri.

HVIVSCE PROPOSITIONIS EXECVTIONEM, OCTAua propositione antecedentis secundi libri, sexto uidelicet numero, singulatim absoluere: imò & ipsius horæ inæqualis nondum completæ, lapsam partem examinare, docuimus. Cùm igitur ex eadem octaua propositione descripta inæqualium horarum contextura, non discrepet ab ea quam in dorso huiusce

quadrantis

quadrantis reponendam iussimus, uerbum non addemus: lectorem ipsum ad eandem octauam propositionem (ne frustra chartam oneremus) cōsultò remittentes.

PROPOSITIO XII.

Quantitatem inæqualis horæ tam diei quàm noctis artificialis reperire: horas quoq; inæquales ad æquales cōuertere, & è diuerso: item à meridie aut media nocte supputatas, in horas ab ortu uel occasu exordientes, & in 24 (italico more) productas transmutare.

DE IIS OMNIBVS, QVAE HAC EXPRIMVNTVR propositione, peculiarem rursum tradere descriptionem: non modò uanum, sed etiam inutile iudicamus. Vtpote, quæ tertio capite libri quarti Cosmographiæ nostræ, potissimum in commentario, ab F scilicet nota ad finē usq; iam dicti capitis, sigillatim edocuimus, proprijsq; dilucidauimus exemplis. Ad ipsum ergo caput confugias operæprecium est: si omnimodam supradictarum horarum exoptes intelligere conuersionem.

Tertio capite libri 4 Cosmographiæ.

PROPOSITIO. XIII.

Maximarum dierum atq; noctium artificialium diuersitatem, pro diuersa locorum latitudine: ex supradictis colligere.

1 EX DECIMA PROPOSITIONE, HABES ARCVM DIEI atq; noctis artificialis ad datum quemuis Horizōtem: Sole initium Cancri possidente, ubi dies contingit maxima. Hinc facile est, inter oblatas quascunq; regionum latitudines, maximarum tam dierum quàm noctium artificialium cognoscere diuersitatem. Perspicuum est itaq;, Sole initium Cancri possidente, in latitudine complemento maximæ solaris obliquationis diem accidere continuum, sinè aliqua noctis obscuritate. 2 Pro reliquis uerò locis, super quorum Horizontem polus supra complementum maximæ declinationis solaris extollitur: ita facito. Supputato in ipso indice, à centro quadrantis uersus limbum, oblatam poli sublimitatem: finemq; diligenter obsignato. Demum traducito indicem, quousq; notatus latitudinis terminus incidat in Eclipticā: distinguet enim determinatum arcum eiusdem Eclipticæ uersus æstiuale solstitium, quem dum Sol occupauerit, lux super Horizontem absq; nocte continuabitur. Potes itaq; singulis locis, ab eadem latitudine, complemento maximæ declinationis Solis æquali, ad polum usq; (ubi maxima contingit diuersitas) intercæptis, accidentia continuatæ lucis, aut tenebrarum excerpere discrimina.

Vbi dies 24 horarum.

De locis in quibus dies artificialis superat naturalem.

PROPOSITIO. XIIII.

Quæ stellæ oriantur, & quæ occidant, manifestare.

SVPPVTA IN IPSO INDICE DATAM POLI SVblimitatem, seu regionis latitudinem, ab A quidem centro uersus Aequatorem: obsignatoq; rursum eiusdem supputationis terminum. Circumagito demum indicem à dextro quadrantis latere uersus læuum, aut è diuerso: & simul animaduertito arcum circa polum A, ab eodem latitudinis obsignato termino descriptum. Nam stellæ in eodem quadrante locatæ, quæ intra hunc capientur arcum, super datum Horizontem (cuius supputata est polaris altitudo) semper apparebūt: habebuntq; maximam & minimā altitudinem.

Cæteræ uerò ſtellæ ab eodem arcu uerſus limbum interceptæ, orientur & occident: maximāq; tantummodò meridianam eleuationem obtinebunt.

PROPOSITIO. XV.

Stellarum orientium & occidentium, diurnum atq; nocturnum arcum elicere.

TRADVCITO FIDVCIALEM INDICIS LINEAM, SVper datam quam uolueris ſtellam: obſignatóq; indicis partem ipſi ſtellæ reſpondentem. Hanc poſtmodùm notam, ad tuæ regionis Horizontem conducito: & uideto, quotnam gradus in limbo inter indicem & rectum capietur Horizontem. Quoſquidē gradus, addito 90 gradibus, ſi ſtella fuerit in ſignis borealibus: uel ab eiſdem ſubducito, ſi auſtrinam occupauerit Eclipticæ partem. Nā collectus, uel inde relictus graduum numerus, arcum ſtellæ ſemidiurnum indicabit: quem ſi duplicaueris, diurnum integrabis arcum. Porrò ſi diurnum arcum à toto dempſeris circulo: nocturnus eiuſdem ſtellæ relinquetur arcus.

PROPOSITIO. XVI.

Dati cuiuſlibet Eclipticæ puncti, aut ſtellæ propoſitæ, aſcenſionem in recto ſphæræ ſitu, ſumpto ab Arietis capite ſupputationis initio, numerare.

EXTENDITO DE MORE INDICEM SVPER DATVM Eclipticæ gradum, aut ſtellam propoſitam: nam index ipſe præfatā aſcenſionem in limbo terminabit, facto ab Ariete ſupputationis initio. Sed animaduertendi ſunt reſpondentes ipſius limbi numeri, quadruplici ordine diſtributi. Nam primus ordo numerorū ab 1 uſq; ad 90, primo quadranti reſpondet Eclipticæ: ſecūdus ſecundo, tertius tertio, & ultimus ultimo. Idem uelim iudices de ſtellis, pro ſingularum cum eiſdem quadrantibus Eclipticæ reſpondentia: quæ (uti ſupradiximus) tum ordine, tum differentia characterum propriæ cuiuslibet inſcriptionis, peculiarem Eclipticæ quadrantem facilè manifeſtant.

De ſtellis, idem

PROPOSITIO. XVII.

In obliqua ſphæra, idem quod proxima edocuit propoſitio, reſpondenter inquirere.

ACCIPITO RECTAM ASCENSIONEM DATI CVIVSI cunq; gradus Eclipticæ, aut ſtellæ propoſitæ, per antecedentem 16 propoſitionem. Extendito poſtea uolubilem indicem, ſuper datum Eclipticæ gradum, aut ſtellam ipſam propoſitam: obſignatóq; partem lineæ fiducialis, eidem gradui uel ſtellæ reſpondentem. Traducito tandem hanc ita notatam indicis particulam ad tuæ regionis Horizonem. Quot enim intercipientur gradus inter rectum Horizontē & fidelē indicis lineā, tanta erit aſcēſionalis differētia inter rectū & datū obliquū ſphæræ ſitū: quæ differentia, ſemper eſt eadē cū diſcrepātia maximæ atq; minimæ diei ſuper diē nocti æqualē 12 horarū. Hāc itaq; differentiam aſcenſionalē, aufer ab aſcenſione recta, ſi gradus aut ſtella data fuerit in borea Eclipticæ parte: uel adde ipſam differentiā, ſi in auſtrali reperta fuerit. Colligetur enim aut relinquetur dati gradus, oblatiue ſyderis aſcēſio ad datā obliquitatē ſphæræ.

Differentia aſcenſionalis.

Ex quibus haud difficile colligere poteris, quantus arcus ipſius Eclipticæ debetur ſiue reſpondeat cuicunq; aſcenſioni rectæ uel obliquæ: per conuerſam ſupradictorum operandi rationem.

Corollarium.

PROPOSITIO

PROPOSITIO XVIII.

Cuiuslibet signi uel arcus Eclipticæ dati, ascensionem in recta uel obliqua sphæra seorsum perscrutari.

1 EX ALTERVTRA DVARVM ANTECEDENTIVM PROpositionum, disce rectam uel obliquam ascensionem utriusq; termini, hoc est, initij atq; finis dati signi uel arcus Eclipticæ. Subducito postea minorem à maiori: relinquetur enim ascensio dati signi, uel arcus seorsum considerati.

2 Ex quibus licebit uel facile colligere, quæ signa rectius, quæue obliquius ascendant: necnon quæ similes nanciscuntur ascensiones. Quemadmodùm ex tertio & quarto capitibus libri tertij Cosmographiæ nostræ luculẽter expressimus: suisq; dilucidauimus exemplis. — Corollarium.

PROPOSITIO. XIX.

Gradum Eclipticæ cum quo data stella oritur & occidit, in utroq; sphæræ situ perscrutari.

1 DE STELLIS ERGO SERMO FIT, QVAE ORIVNTVR & tendunt in occasum. In recto igitur sphæræ situ, accipiendus est gradus Eclipticæ cum quo data stella ad medium Cœlum perducitur, per octauam propositionem: nã is gradus simul cum ipsa stella oritur & occidit. — In recto sphæræ situ.

2 In obliquo autem sphæræ situ, ita facito. Accipito rursum gradum Eclipticæ cum quo stella data mediat Cœlũ, unà cũ ipsius gradus ascensione. Hanc postmodùm ascensionem adde 90 gradibus: & ab adgregato numero tolle arcum semidiurnum ipsius stellæ datæ, per 15 propositionẽ inuentum. Gradus enim Eclipticæ respondens ascensioni residuæ, is est qui cum data oritur stella. — In obliq̃ sphæra.

PROPOSISIO XX.

Ascendentem Eclipticæ gradum, reliquos item Cœli cardines omni hora distinguere.

1 RESOLVITO DATVM HORARVM NVMERVM IN gradus, more quidem peruulgato. Collige postmodùm obliquam loci Solis ascensionem, per 17 propositionem: cui præfatos iungito gradus hororios. Ei inde consurgentis ascensionis, respondentem accipito gradum: nam is erit ascendens, uel horoscopus, aut initium primæ domus. — Ascendens.

2 Q; si ab hac ascendentis ascensione 90 gradus abstuleris (mutuato si expediat circulo) relinquetur ascensio recta medij Cœli: cuius respondens in Ecliptica gradus, ipsum medium Cœli, seu decimæ domus initium manifestabit. Oppositus autẽ ipsi horoscopo gradus, angulum occidentis, uel initiũ septimæ domus: atq; medio Cœli aduersus, angulũ Terræ, siue principiũ quartæ domus ostendet. De reliquis autẽ intermediarũ domorũ initijs, ulterius hoc loco tractare consultò supersedemus: tum quòd hanc materiam capite quinto libri tertij Cosmographiæ nostræ abundè resoluimus, tum quoniã huiusce quadrantis usum (ni forsitam cum longo ac tedioso processu) uideant uel facile superare. — Medium Cœli. — Occidentis atq; Terræ anguli.

PROPOSITIO XXI. ET VLTIMA.

De rerum longitudinibus, per quadratum geometricum, siue umbrarum gnomonem, in ipsius quadrantis dorso figuratum, dimetiendis: pauca tandem subnectere.

POTERIS TANDEM, PER GNOMONEM VMBRARVM seu quadratum geometricum, in postica ipsius quadrantis superficie delineatum: rerum omnium perpendiculariter erectarum, uel in directum

horizontis

Horizōtis iacentiū, in profundum quoq; depressarum, facile dimetiri longitudines. At cùm hæc omnia, quarto, octauo, nono, decimo, duodecimo, quindecimo, atq; decimosexto capitibus libri secundi antecedentis Geometriæ nostræ sigillatim elucidauimus, clarissimisq; facilitauimus exemplis (quemadmodū octauo numero propositionis octauæ secundi libri immediatè præcedentis recitauimus) de his uerbum ulterius addere superfluum ac inutile iudicamus. Relinquemus itaq; studioso lectori, hæc ex supradictis repetenda, ceterasq; huiusce quadrantis leuiores ac peruias utilitates, propria ingenij dexteritate consequendas: ut huic nostræ admodùm quidem laboriosæ protomathesi, toties desideratum finem imponamus. Hæc igitur hactenus.

AD CANDIDVM LECTOREM, Totius operis Conclusio.

HABES TANDEM HVMANISSIME AC ERVditissime lector, toties desideratū nostræ protomathesis opus, multo quidem sudore atq; uigilia, præter multorum expectationem absolutum. Quod beneuolis omnibus, præcipuè Mathematicarum studiosis pergratum, atq; utile futurum, & speramus, & toto desideramus animo. In quorum gratiam nihil (dum uixerimus) prætermissuri sumus, quod uel minimā adferre possit utilitatē.

Quòd si in ipso opere nostro leuioribus forsitan, hoc est, morosis, aut (si uelis) qui aliena semper insectantur studia, minus fecerimus satis: his data est amplissima potestas, aut ædendi meliora, uel à nostris prorsus abstinēdi laboribus. Satis erit nobis reipubli. literariæ prodesse uoluisse: dexterorumq; ac bonæ uoluntatis hominum, ex hisce laboribus nostris, gratiam comparasse. Quod non ita difficile nos consequuturos speramus, ubi æqua lance perpenderint singula: nosq;, uelut ipsos, homines esse meminerint, & qui nihil humanum à nobis alienum putemus. Nostræ præterea fortunæ rationem habuerint: expēderintq; à quibus quantisq; periculis, & nosipsos, & nostrum opus eripuerit Dominus. Animaduerterint insuper, quàm laboriosum nobis extiterit bis aut ter exemplar conscripsisse, omnē absoluisse calculum, pinxisse figuras, præfuisse prælo: simulq; (præter cotidianam Mathematicarum lecturam) rem curasse domesticam. Boni igitur æquiq; consule, studiose lector, & his laboribus nostris fruere ac utere liberaliter: expectaq; (si uiuamus) à nobis aliquādo grauiora. Eos autem qui nasuta malignitate nostra calumniantur opera, & partum utcunq; nomen moliuntur extinguere, nihili facimus: neq; uerbum de his usquàm fecissemus, ni cotidianus eorum latratus & garrula dicacitas ad aliquid studiosis utile moliendum frequentius inuitaret. Etenim uti crebro dicere & experimēto probare solemus, Virescit uulnere uirtus.

QVARTI ET VLTIMI LIBRI QVADRANTVM VEL HOROLOGIORVM, TOTIVSQVE OPERIS, SEV PROTOMATHESIS: AVTHORE ORONTIO FINEO DELPHINATE REGIO MATHEMATICARVM PROFESSORE FINIS.

EXCVSVM EST AVTEM IPSVM OPVS PArisijs in uico Sorbonico, impensis Gerardi Morrhij, & Ioannis Petri. Anno M, D. XXXII.

Vænundatur autem in eodem uico Sorbonico, & Iacobæo apud eundem Ioannem Petrum, sub insigni D. Barbaræ.

Registrum.
AA. A. B. C. D. E. F. G. H. I. K. L. M. N. O. P. Q. R. S. T. V. X. Y. Z. Aa. Bb. Cc. Dd.
Omnes sunt quaterni, præter M. N. & Cc. terniones.

Virescit uulnere Virtus.

μήτ' ἐμοὶ μέλι, μήτε μέλιττα.



Nocet empta dolôre uoluptas.

ERRATA NOTATV DIGNIORA OBITER IN OFFICINA DEPREHENSA.

Folio.	Verſu.	
5.	45	lege,denominatum(t enim litera fluxit)
7.	19	lege,quintuplam uidetur obtinere rationem.
8.	37	lege,uerſus dextram.
8:	in ſecundo exemplo,	lege, 125. (nam 6 in aliquibus ſic inuertitur 9)
8:	30	lege,extrinſecam habent
15.	8	lege,radix cubica
30.	penultimo,	ſcribe, 7,in margine interiori.
41.	24	lege , exprimendo
42.	1	lege duplam ſeſqualtera
43:	4	ſcribe, 9 > in interiori margine.
43:	penultimo,	ſcribe, 13 > in interiori margine.
44:	penultimo,	lege , ita proportionatas(fluxit enim in quibuſdam i litera)
45	1	lege,36 (in ipſa uidelicet figura)
54:	33	lege,demonſtrationum
55.	31	lege , ſphæricum itaq;
96.	30	lege,uel digitos 80.
57:	30	lege,per doctrinam tertij capitis
65:	7	lege,igitur ſicut.
74:	19	lege , Sit exempli gratia
79:	43	lege,dati oxygonij iſoſcelis
90.	20	lege,per 2 duodecimi,
91:	20	lege , ἐξάεδρον
91	16	lege, Caput XXVIII.
102.	14	lege,poſt Arithmeticæ atq;
110.	ultimo	lege, utpote boreale,
110:	19	lege,ducito ſinum rectum ipſius
113:	46	lege,uulgares dicunt Aſtronomi(uel dele A.)
116:	8	lege,in Horizonte,quanto minor.Sequenti uerſu lege, componant 90.
116:	22	lege,Quibus circulis
118:	22	lege,occiduntue tempore
139.	8	lege,TABVLA utriuſque(in fronte ſcilicet tabulæ)

SVNT forſitan & alia perpauca, ſenſum tamen literæ immutare non ualentia : quæ tu ipſe cum ſilentio(ſi Chriſtianus es)emendabis . & ſimul conſiderabis te & nos homines eſſe : maximeq; tunc aberrare , cùm aliquid adcuratius examinare conamur. Neq; uim facias (precor)ſi linguæ latinæ rigorem non uſquequaq; ſeruauerimus : utpote,ſi plærunq; dixerimus uicium numerum pro quoto numero,& lineunculam pro lineola,Ptholemæum pro Ptolemæo,& quæ ſunt eiuſcemodi.Nam ueluti curioſos admodùm uerborum obſeruatores , umbram tantummodò rerum ſæpius aſſequi uidemus : haud diſsimiliter ipſis rebus intenti,uerborum lenocinium min⁹ curare ſolent. Cætera uerò minutiora, ipſius artis impreſſoriæ ſunt adſcribēda labilitati.

Nota quòd punctum poſt foliorum numerum ſignat primam eiuſdem folij paginam ; cōma uerò ſecundam.